

НАРУШЕНИЕ CP -ИНВАРИАНТНОСТИ В РАСПАДАХ НЕЙТРАЛЬНЫХ K -МЕЗОНОВ

С. М. Биленький

ОБЪЕДИНЕННЫЙ ИНСТИТУТ ЯДЕРНЫХ ИССЛЕДОВАНИЙ, ДУБНА

А Н Н О Т А Ц И Я

В работе дан обзор проблемы нарушения CP -инвариантности в распадах нейтральных K -мезонов. Подробно рассмотрено эффективное уравнение для системы, описываемой суперпозицией K^0 - и \bar{K}^0 -состояний. Рассмотрены распады $K_L \rightarrow 2\pi$ и лептонные распады K_L -мезонов. Обсуждается модель сверхслабого взаимодействия.

A B S T R A C T

The problem of the CP -invariance violation in the decays of neutral K -mesons are reviewed. Effective equation for the system, described by superposition of K^0 - and \bar{K}^0 -states, is discussed. The $K_L \rightarrow 2\pi$ decays and the lepton decays of K_L -mesons are considered. The model of superweak interaction is discussed.

1. ВВЕДЕНИЕ

Вскоре после того, как было показано, что гамильтониан слабых взаимодействий неинвариантен относительно пространственной инверсии P и зарядового сопряжения C . Л. Д. Ландау [1] выдвинул гипотезу о CP -инвариантности всех взаимодействий в природе, включая слабые взаимодействия. Естественным следствием этой гипотезы была теория двухкомпонентного нейтрино.

В 1964 г. Кронин, Фитч и др. [2] обнаружили весьма редкий распад долгоживущих K^0 -мезонов на два π -мезона. Если имеет место CP -инвариантность всех взаимодействий, то такой распад запрещен.

В последующие годы во многих экспериментах результат Кронина и других был подтвержден и уточнен. В опытах [3, 4] наблюдалась зарядовая асимметрия в распадах $K_L \rightarrow \pi^\pm l^\mp \nu$, которая также является доказательством нарушения CP -инвариантности.

В связи с открытием несохранения CP -инвариантности в распадах долгоживущих K^0 -мезонов было выдвинуто много гипотез, приведших к постановке экспериментов по проверке C - и T -инвариантности сильных, электромагнитных и слабых взаимодействий. До настоящего времени в этих опытах не обнаружено эффектов, свидетельствующих о нарушении T - или C -инвариантности сильных и электромагнитных взаимодействий. Исключение составляет эксперимент [5], в котором наблюдалась асимметрия в распаде η -мезона.

Однако, как показано в работе [6], асимметрия в распаде η -мезона может возникать и в результате интерференции с фоном.

В этом обзоре рассмотрены вопросы феноменологического анализа нарушения CP -инвариантности в распадах долгоживущих K^0 -мезонов. Вначале будет получено эффективное уравнение для волновой функции системы, описываемой суперпозицией K^0 - и \bar{K}^0 -состояний, и подробно рассмотрены векторы состояния долгоживущего (K_L)- и короткоживущего (K_S)-мезонов. Затем обсудим распады $K_L \rightarrow 2\pi$ и лептонные распады K_L -мезонов. В заключение рассмотрим модель сверхслабого взаимодействия Вольфенштейна [7].

Мы рассмотрим здесь также возможные методы проверки CP -инвариантности, основанные на измерении параметров, характеризующих распады нейтральных K -мезонов. Изложенные здесь вопросы рассмотрены в многочисленных обзорах (см., например, [8—13]); в обзорах [13, 14] подробно рассмотрены модели нарушения CP -инвариантности.

2. УРАВНЕНИЕ ДЛЯ ВОЛНОВОЙ ФУНКЦИИ СИСТЕМЫ, ОПИСЫВАЕМОЙ СУПЕРПОЗИЦИЕЙ K^0 - И \bar{K}^0 -СОСТОЯНИЙ

Получим эффективное уравнение для волновой функции системы, которая описывается суперпозицией K^0 - и \bar{K}^0 -состояний [15,9]. Будем исходить из общего уравнения Шредингера

$$i \frac{\partial |\Psi(t)\rangle}{\partial t} = H |\Psi(t)\rangle. \quad (1)$$

Здесь H — полный гамильтониан, а $|\Psi(t)\rangle$ — вектор состояния. Формальное решение уравнения (1) имеет вид

$$|\Psi(t)\rangle = e^{-iHt} |\Psi(0)\rangle, \quad (2)$$

где $|\Psi(0)\rangle$ — вектор состояния в начальный момент времени. Обозначим $|\Psi_n\rangle$ полную систему собственных векторов гамильтониана H . Имеем

$$H |\Psi_n\rangle = E_n |\Psi_n\rangle. \quad (3)$$

Разлагая вектор $|\Psi(0)\rangle$ по $|\Psi_n\rangle$ и подставляя это разложение в (2), получаем

$$\begin{aligned} |\Psi(t)\rangle &= e^{-iHt} \sum_n |\Psi_n\rangle \langle \Psi_n| |\Psi(0)\rangle = \\ &= \sum_n e^{-iE_n t} |\Psi_n\rangle \langle \Psi_n| |\Psi(0)\rangle. \end{aligned} \quad (4)$$

Используя соотношение

$$e^{-iE_n t} = \frac{-1}{2\pi i} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{e^{-iEt} dE}{E - E_n + i\epsilon} \quad (t > 0), \quad (5)$$

находим с помощью (4), что общее решение уравнения (1) при $t > 0$ может быть записано следующим образом:

$$|\Psi(t)\rangle = \frac{-1}{2\pi i} \int_{-\infty}^{\infty} G_+(E) e^{-iEt} dE |\Psi(0)\rangle. \quad (6)$$

Здесь

$$G_+(E) = \frac{1}{E - H + i\epsilon}. \quad (7)$$

Полный гамильтониан H равен

$$H = H_0 + H_W, \quad (8)$$

где H_W — гамильтониан слабых взаимодействий, а H_0 представляет собой сумму свободного гамильтониана и гамильтонианов сильных и электромагнитных взаимодействий. Обозначим $|K^0\rangle$ и $|\bar{K}^0\rangle$ нормированные векторы состояния K^0 и \bar{K}^0 частиц в их системах покоя. Векторы $|K^0\rangle$ и $|\bar{K}^0\rangle$ являются собственными векторами

оператора странности. Оператор CP антисимметрическ и с оператором странности. Можно положить, что

$$|\bar{K}^0\rangle = CP|K^0\rangle. \quad (9)$$

Далее, векторы $|K^0\rangle$ и $|\bar{K}^0\rangle$ являются собственными векторами оператора H_0 (они не могут быть собственными векторами полного гамильтониана H , так как оператор H_W не коммутирует с оператором странности). Будем предполагать, что гамильтониан H_0 инвариантен относительно CPT -преобразования. С помощью (9) нетрудно показать в этом случае, что $|K^0\rangle$ и $|\bar{K}^0\rangle$ принадлежат одному и тому же собственному значению оператора H_0 , т. е.

$$\begin{aligned} H_0|K^0\rangle &= m|K^0\rangle, \\ H_0|\bar{K}^0\rangle &= m|\bar{K}^0\rangle \end{aligned} \quad (10)$$

(m — масса K^0 (\bar{K}^0)-частицы).

Обозначим $|i\rangle$ все остальные собственные векторы гамильтониана H_0 . Имеем

$$H_0|i\rangle = E_i|i\rangle. \quad (11)$$

Далее, будем обозначать векторы $|K^0\rangle$ и $|\bar{K}^0\rangle$ через $|\alpha\rangle$ ($\alpha = 1$ и 2 , $|K^0\rangle \equiv |1\rangle$, $|\bar{K}^0\rangle \equiv |2\rangle$). Разложим вектор $|\Psi(t)\rangle$ по полной системе векторов $|\alpha\rangle$ и $|i\rangle$. Получаем

$$|\Psi(t)\rangle = \sum_{\alpha} |\alpha\rangle a_{\alpha}(t) + \sum_i |i\rangle b_i(t). \quad (12)$$

Предположим, что в начальный момент времени t вектор состояния системы равен

$$|\Psi(0)\rangle = \sum_{\alpha} |\alpha\rangle a_{\alpha}(0), \quad (13)$$

где $a_{\alpha}(0)$ — произвольные величины.

Нас интересует развитие во времени системы, вектор состояния которой в начальный момент времени представляет собой суперпозицию $|K^0\rangle$ и $|\bar{K}^0\rangle$ состояний. Ясно, что процессы в такой системе обусловлены наличием слабых взаимодействий (распады, переходы $|K^0\rangle \leftrightarrow |\bar{K}^0\rangle$).

Умножим (6) слева на $\langle \alpha |$. Используя (12) и (13), получаем

$$\langle \alpha | \Psi(t) \rangle = a_{\alpha}(t) = \frac{-1}{2\pi i} \int_{-\infty}^{\infty} dE e^{-iEt} \sum_{\alpha'} \langle \alpha | G_+(E) | \alpha' \rangle a_{\alpha'}(0). \quad (14)$$

Очевидно, что $a_{\alpha}(t)$ представляет собой амплитуду вероятности обнаружить в момент времени t состояние $|\alpha\rangle$. Мы увидим, что амплитуда $a_{\alpha}(t)$ удовлетворяет уравнению Шредингера с неэрмитовым гамильтонианом.

Слабые взаимодействия будем рассматривать по теории возмущений. Из (7) и (8) нетрудно видеть, что оператор $G_+(E)$ удовлетворяет уравнению

$$G_+(E) = \frac{1}{E - H_0 + i\epsilon} + \frac{1}{E - H_0 + i\epsilon} H_W G_+(E). \quad (15)$$

Получим отсюда уравнение для интересующего нас матричного элемента $\langle \alpha | G_+(E) | \alpha' \rangle$. Из (15) находим

$$\begin{aligned} \langle \alpha | G_+(E) | \alpha' \rangle &= \frac{\delta_{\alpha' \alpha}}{E - m + i\epsilon} + \frac{1}{E - m + i\epsilon} \left[\sum_{\alpha''} \langle \alpha | H_W | \alpha'' \rangle \times \right. \\ &\quad \times \langle \alpha'' | G_+(E) | \alpha' \rangle + \sum_i \langle \alpha | H_W | i \rangle \langle i | G_+(E) | \alpha' \rangle \Big]. \end{aligned} \quad (16)$$

Для того чтобы связать матричный элемент $\langle i | G_+(E) | \alpha' \rangle$, входящий в правую часть (16), с матричным элементом $\langle \alpha'' | G_+(E) | \alpha' \rangle$, обратимся к операторному уравнению (15). Из (15) находим

$$\begin{aligned} \langle i | G_+(E) | \alpha' \rangle &= \frac{1}{E - E_i + i\epsilon} \left[\sum_{\alpha''} \langle i | H_W | \alpha'' \rangle \langle \alpha'' | G_+(E) | \alpha' \rangle + \right. \\ &\quad \left. + \sum_{i'} \langle i | H_W | i' \rangle \langle i' | G_+(E) | \alpha' \rangle \right]. \end{aligned} \quad (17)$$

При получении этого соотношения воспользовались тем, что

$$\langle i | \alpha' \rangle = 0.$$

Итерируя (17), находим

$$\begin{aligned} \langle i | G_+(E) | \alpha' \rangle &= \frac{1}{E - E_i + i\epsilon} \sum_{\alpha''} \left[\langle i | H_W | \alpha'' \rangle + \right. \\ &\quad + \sum_{i'} \langle i | H_W | i' \rangle \frac{1}{E - E_{i'} + i\epsilon} \langle i' | H_W | \alpha'' \rangle + \dots \Big] \times \\ &\quad \times \langle \alpha'' | G_+(E) | \alpha' \rangle. \end{aligned} \quad (18)$$

В квадратных скобках этого выражения — ряд по степеням константы слабого взаимодействия G . Подставляя (18) в (16), получаем

$$\begin{aligned} \langle \alpha | G_+(E) | \alpha' \rangle &= \frac{\delta_{\alpha \alpha'}}{E - m + i\epsilon} + \frac{1}{E - m + i\epsilon} \sum_{\alpha''} \langle \alpha | R(E) | \alpha'' \rangle \times \\ &\quad \times \langle \alpha'' | G_+(E) | \alpha' \rangle, \end{aligned} \quad (19)$$

где

$$\begin{aligned} \langle \alpha | R(E) | \alpha'' \rangle &= \langle \alpha | H_W | \alpha'' \rangle + \sum_i \langle \alpha | H_W | i \rangle \times \\ &\quad \times \frac{1}{E - E_i + i\epsilon} \langle i | H_W | \alpha'' \rangle + \sum_{i, i'} \langle \alpha | H_W | i \rangle \frac{1}{E - E_{i'} + i\epsilon} \times \\ &\quad \times \langle i | H_W | i' \rangle \frac{1}{E - E_{i'} + i\epsilon} \langle i' | H_W | \alpha'' \rangle + \dots \end{aligned} \quad (20)$$

В дальнейшем в этом выражении будем опускать члены третьего и более высоких порядков по G . Обозначим $R(E)$ и $G_+(E)$ 2×2 матрицы с элементами $\langle \alpha | R(E) | \alpha' \rangle$ и $\langle \alpha | G_+(E) | \alpha' \rangle$. Соотношение (19) в матричном виде можно записать следующим образом:

$$G_+(E) = \frac{1}{E - m + i\epsilon} + \frac{1}{E - m + i\epsilon} R(E) G_+(E). \quad (21)$$

Отсюда находим, что

$$G_+(E) = \frac{1}{E - m - R(E) + i\epsilon}. \quad (22)$$

Подставляя это выражение в соотношение (14), получаем

$$a(t) = \frac{-1}{2\pi i} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{e^{-iEt} dE}{E - m - R(E) + i\epsilon} a(0), \quad (23)$$

где

$$a(t) = \begin{pmatrix} a_1(t) \\ a_2(t) \end{pmatrix}.$$

Из выражения (20) очевидно, что элементы матрицы $R(E)$ много меньше массы m . Таким образом, полюс подынтегрального выражения в (23) близок к m . Заменим поэтому в (23) $R(E) \rightarrow R(m)$. Это приближение носит название приближения Вайскопфа — Вигнера [16, 15] и основывается на малости взаимодействия, вызывающего переходы между базисными состояниями, по сравнению с энергией этих состояний.

В приближении Вайскопфа — Вигнера из (23) находим*

$$a(t) = e^{-i\mathfrak{X}t} a(0), \quad (24)$$

где 2×2 матрица \mathfrak{X} равна

$$\mathfrak{X} = m + R(m). \quad (25)$$

Таким образом, в приближении Вайскопфа — Вигнера для амплитуды $a(t)$ получаем уравнение

$$i \frac{da(t)}{dt} = \mathfrak{X} a(t). \quad (26)$$

Рассмотрим гамильтониан \mathfrak{X} . Из (20) и (25), учитывая, что

$$\frac{1}{m - E_i + i\epsilon} = P \frac{1}{m - E_i} - i\pi\delta(m - E_i), \quad (27)$$

* Отметим, что для получения (24) необходимо, чтобы собственные значения матрицы \mathfrak{X} обладали отрицательной мнимой частью. В дальнейшем покажем, что это действительно так.

получаем

$$\mathfrak{X} = M - \frac{i}{2} \Gamma. \quad (28)$$

Здесь M и Γ — 2×2 матрицы, элементы которых с учетом членов первого и второго порядка по G равны

$$M_{\alpha\alpha'} = m\delta_{\alpha\alpha'} + \langle \alpha | H_W | \alpha' \rangle + P \sum_i \langle \alpha | H_W | i \rangle \times \\ \times \frac{1}{m - E_i} \langle i | H_W | \alpha' \rangle; \quad (29a)$$

$$\Gamma_{\alpha\alpha'} = 2\pi \sum_i \langle \alpha | H_W | i \rangle \langle i | H_W | \alpha' \rangle \delta(E_i - m). \quad (29b)$$

Используя эрмитовость гамильтониана H_W , нетрудно показать, что

$$M^+ = M, \quad \Gamma^+ = \Gamma. \quad (30)$$

Таким образом, эффективный гамильтониан \mathfrak{X} неэрмитов.

Из выражений (29) очевидно, что $\Gamma_{11}(\Gamma_{22})$ — полная вероятность распада $K^0(\bar{K}^0)$ -частицы, а $M_{11}(M_{22})$ — масса $K^0(\bar{K}^0)$ -частицы с учетом поправок, возникающих за счет слабых взаимодействий. Недиагональные элементы матриц Γ и M отличны от нуля, и это, как мы увидим в дальнейшем, крайне существенно для физики нейтральных K -мезонов.

Посмотрим теперь, какие ограничения на элементы матрицы \mathfrak{X} накладывают принципы инвариантности. Если полный гамильтониан H инвариантен относительно CPT -преобразования, т. е. если

$$(CPT)^{-1} H CPT = H, \quad (31)$$

то из (29) следует, что

$$\mathfrak{X}_{11} = \mathfrak{X}_{22}, \quad (32)$$

т. е. если имеет место (31), то массы, а также времена жизни K^0 и \bar{K}^0 -частиц совпадают. Ясно также, что никаких ограничений на матричные элементы \mathfrak{X}_{12} и \mathfrak{X}_{21} CPT -инвариантность не накладывает.

Если гамильтониан H инвариантен относительно CP -преобразования, то кроме соотношения (32) получаем также, что

$$\mathfrak{X}_{12} = \mathfrak{X}_{21}. \quad (33)$$

Отметим также, что из инвариантности гамильтониана относительно T -преобразования следует равенство недиагональных элементов матрицы \mathfrak{X} .

3. ВОЛНОВЫЕ ФУНКЦИИ K_S - И K_L -МЕЗОНОВ. СООТНОШЕНИЕ УНИТАРНОСТИ

Найдем собственные функции гамильтониана \mathfrak{X} . Имеем

$$\left. \begin{aligned} \mathfrak{X}a_S &= \lambda_S a_S; \\ \mathfrak{X}a_L &= \lambda_L a_L. \end{aligned} \right\} \quad (34)$$

Оператор \mathfrak{X} неэрмитов. Его собственные значения λ_S и λ_L — комплексные числа. Запишем их в виде

$$\left. \begin{aligned} \lambda_S &= m_S - \frac{i}{2} \Gamma_S; \\ \lambda_L &= m_L - \frac{i}{2} \Gamma_L, \end{aligned} \right\} \quad (35)$$

где $m_{S,L}$ и $\Gamma_{S,L}$ — действительные величины. Выясним физический смысл этих величин. Будем считать, что a_S и a_L нормированы. С помощью (28), (30), (34) и (35) находим

$$\left. \begin{aligned} (a_S^\dagger \Gamma a_S) &= \Gamma_S; \\ (a_L^\dagger \Gamma a_L) &= \Gamma_L. \end{aligned} \right\} \quad (36)$$

Далее из (29) получаем

$$\left. \begin{aligned} \Gamma_S &= 2\pi \sum_i |\langle i | H_W | K_S \rangle|^2 \delta(E_i - m); \\ \Gamma_L &= 2\pi \sum_i |\langle i | H_W | K_L \rangle|^2 \delta(E_i - m), \end{aligned} \right\} \quad (37)$$

где

$$\left. \begin{aligned} |K_S\rangle &= \sum_\alpha |\alpha\rangle a_S(\alpha); \\ |K_L\rangle &= \sum_\alpha |\alpha\rangle a_L(\alpha). \end{aligned} \right\} \quad (38)$$

Отсюда следует, что Γ_S и Γ_L представляют собой полные вероятности распада состояний, описываемых векторами $|K_S\rangle$ и $|K_L\rangle$. Аналогичным образом находим, что $m_S = (a_S^\dagger M a_S)$ и $m_L = (a_L^\dagger M a_L)$ — массы соответствующих состояний.

Если в качестве начальных функций в (24) выбраны a_S и a_L , то из (34) и (35) следует, что

$$\left. \begin{aligned} a_S(t) &= e^{-i\mathfrak{X}t} a_S = e^{-i m_S t - \Gamma_S/2 t} a_S; \\ a_L(t) &= e^{-i\mathfrak{X}t} a_L = e^{-i m_L t - \Gamma_L/2 t} a_L. \end{aligned} \right\} \quad (39)$$

Таким образом, волновые функции таких состояний зависят от времени экспоненциально, причем $\tau_S = \frac{1}{\Gamma_S}$ и $\tau_L = \frac{1}{\Gamma_L}$ — времена жизни. На опыте [17]

$$\tau_S = (0,87 \pm 0,009) \cdot 10^{-10} \text{ сек}; \quad \tau_L = (5,73 \pm 0,25) \cdot 10^{-8} \text{ сек}.$$

Частицы, описываемые волновыми функциями a_S и a_L , принято называть короткоживущим (K_S) и долгоживущим (K_L) K -мезонами.

Найдем теперь функции a_S и a_L . Сначала предположим справедливость CPT -теоремы. В этом случае $\mathfrak{X}_{11} = \mathfrak{X}_{22}$ и матрицу \mathfrak{X}

можно представить в виде

$$\mathfrak{X} = \mathfrak{X}_{11} I + B, \quad (40)$$

где I — единичная 2×2 матрица, а

$$B = \begin{pmatrix} 0 & \mathfrak{X}_{12} \\ \mathfrak{X}_{21} & 0 \end{pmatrix}. \quad (41)$$

Из (34) и (40) получаем

$$B a_{S,L} = \mu_{S,L} a_{S,L}, \quad (42)$$

где $\mu_{S,L} = \lambda_{S,L} - \mathfrak{X}_{11}$.

Записывая

$$a_{S,L} = \begin{pmatrix} a_{S,L}(1) \\ a_{S,L}(2) \end{pmatrix}, \quad (43)$$

без труда находим

$$\left. \begin{aligned} \mu_{S,L} &= \pm \sqrt{\mathfrak{X}_{12} \mathfrak{X}_{21}}; \\ a_{S,L}(2) &= \pm \sqrt{\frac{\mathfrak{X}_{21}}{\mathfrak{X}_{12}}} a_{S,L}(1). \end{aligned} \right\} \quad (44)$$

Введем обозначения

$$\sqrt{\mathfrak{X}_{12}} = p; \quad \sqrt{\mathfrak{X}_{21}} = q. \quad (45)$$

Используя условия нормировки, находим, что a_S и a_L равны

$$a_{S,L} = \frac{a_{S,L}}{\left(1 + \left|\frac{q}{p}\right|^2\right)^{1/2}} \begin{pmatrix} 1 \\ \pm \frac{q}{p} \end{pmatrix}, \quad (46)$$

где $a_{S,L}$ — произвольные фазовые множители. Для собственных значений λ_S и λ_L получаем

$$\lambda_{S,L} = \mathfrak{X}_{11} \pm pq. \quad (47)$$

Фазовые множители могут быть включены в определение функций a_S и a_L .

Таким образом, функции a_S и a_L характеризуются комплексным параметром q/p . Если справедлива CP -инвариантность, то $q = p$ и из (46) получаем

$$a_{1,2} = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 \\ \pm 1 \end{pmatrix}. \quad (48)$$

Очевидно, что функции a_1 и a_2 — собственные функции оператора CP .

Введем вместо q/p параметр

$$\varepsilon = \frac{p-q}{p+q}. \quad (49)$$

Параметр ε характеризует нарушение CP -инвариантности (если CP сохраняется, то $\varepsilon = 0$).

Из (49) и (46) следует, что функции a_S и a_L могут быть определены следующим образом:

$$a_{S,L} = \frac{1}{\sqrt{2(1+|\varepsilon|^2)}} \left(\begin{array}{c} 1+\varepsilon \\ \pm(1-\varepsilon) \end{array} \right). \quad (50)$$

Соответствующие векторы $|K_S\rangle$ и $|K_L\rangle$ [см. выражение (38)] равны

$$\left. \begin{aligned} |K_S\rangle &= \frac{1}{\sqrt{2(1+|\varepsilon|^2)}} [(1+\varepsilon)|K^0\rangle + (1-\varepsilon)|\bar{K}^0\rangle]; \\ |K_L\rangle &= \frac{1}{\sqrt{2(1+|\varepsilon|^2)}} [(1+\varepsilon)|K^0\rangle - (1-\varepsilon)|\bar{K}^0\rangle]. \end{aligned} \right\} \quad (51)$$

Покажем, что параметр ε определяется разностью матричных элементов $\mathfrak{X}_{12} - \mathfrak{X}_{21}$ и величинами, определяемыми на опыте. Для этого умножим числитель и знаменатель выражения (49) на $p+q$. Используя очевидное тождество

$$(p+q)^2 = \frac{4pq}{1-\varepsilon^2}, \quad (52)$$

получаем

$$\frac{\varepsilon}{1-\varepsilon^2} = \frac{\mathfrak{X}_{12}-\mathfrak{X}_{21}}{4pq}. \quad (53)$$

Из (47) и (35) находим

$$2pq = \lambda_S - \lambda_L = (m_S - m_L) - \frac{i}{2}(\Gamma_S - \Gamma_L). \quad (54)$$

Отметим, что на опыте [16]

$$\Delta m = m_L - m_S = (0,46 \pm 0,02) \Gamma_S,$$

$$\Gamma_L = 1,63 \cdot 10^{-3} \Gamma_S.$$

Окончательно из (53) и (54) получаем

$$\frac{\varepsilon}{1-\varepsilon^2} = \frac{\mathfrak{X}_{12}-\mathfrak{X}_{21}}{2(\lambda_S - \lambda_L)}. \quad (55)$$

Знаменатель этого выражения порядка Γ_S , т. е. определяется квадратом константы слабого взаимодействия. Числитель содержит линейные по константе слабого взаимодействия члены [см. выражение (29)]. Такая структура выражения для параметра ε дает интересную возможность объяснения наблюдаемых на опыте эффектов ($|\varepsilon| \sim 10^{-3}$) введением нового CP -неинвариантного взаимодействия с чрезвычайно малой константой ($\sim 10^{-9} G$).

В дальнейшем более подробно обсудим эту возможность (сверхслабое взаимодействие Вольфенштейна [17]).

Рассмотрим теперь векторы состояния K_S - и K_L -мезонов в общем случае, не предполагая CPT -инвариантности гамильтониана

взаимодействия. Решая уравнения (34), находим

$$\lambda_{S,L} = \frac{1}{2} (\mathfrak{X}_{11} + \mathfrak{X}_{22} \pm \sqrt{(\mathfrak{X}_{11} - \mathfrak{X}_{22})^2 + 4\mathfrak{X}_{12}\mathfrak{X}_{21}}); \quad (56)$$

$$a_{S,L}(2) = A_{S,L} a_{S,L}(1), \quad (57)$$

где

$$A_{S,L} = \frac{\lambda_{S,L} - \mathfrak{X}_{11}}{\mathfrak{X}_{12}}. \quad (58)$$

Таким образом, нормированные функции, описывающие коротковивущий и долгоживущий K -мезоны, в общем случае равны

$$a_{S,L} = \frac{1}{(1+|A_{S,L}|^2)^{1/2}} \begin{pmatrix} 1 \\ A_{S,L} \end{pmatrix}. \quad (59)$$

Введем параметры

$$\varepsilon_S = \frac{1-A_S}{1+A_S}; \quad \varepsilon_L = \frac{1+A_L}{1-A_L}. \quad (60)$$

Из выражений (59) и (60) заключаем, что векторы $|K_S\rangle$ и $|K_L\rangle$ можно определить следующим образом:

$$\left. \begin{aligned} |K_S\rangle &= \frac{1}{\sqrt{2(1+|\varepsilon_S|^2)}} [(1+\varepsilon_S)|K^0\rangle + (1-\varepsilon_S)|\bar{K}^0\rangle]; \\ |K_L\rangle &= \frac{1}{\sqrt{2(1+|\varepsilon_L|^2)}} [(1+\varepsilon_L)|K^0\rangle - (1-\varepsilon_L)|\bar{K}^0\rangle]. \end{aligned} \right\} \quad (61)$$

Таким образом, в общем случае, если не предполагать CPT -инвариантности, векторы $|K_S\rangle$ и $|K_L\rangle$ характеризуются двумя комплексными параметрами. Если имеет место CP -инвариантность ($\mathfrak{X}_{11} = \mathfrak{X}_{22}$ и $\mathfrak{X}_{12} = \mathfrak{X}_{21}$), то из (56) и (58) находим, что $A_S = 1$ и $A_L = -1$. В этом случае $\varepsilon_S = \varepsilon_L = 0$. Если справедлива CPT -инвариантность и нет CP -инвариантности ($\mathfrak{X}_{11} = \mathfrak{X}_{22}$, $\mathfrak{X}_{12} \neq \mathfrak{X}_{21}$), то

$$A_L = -A_S \quad \text{и} \quad \varepsilon_S = \varepsilon_L. \quad (62)$$

Отметим также, что в случае, когда выполняется T -инвариантность и нет CPT -инвариантности ($\mathfrak{X}_{12} = \mathfrak{X}_{21}$, $\mathfrak{X}_{11} \neq \mathfrak{X}_{22}$), из (56), (58) и (60) получаем

$$A_L A_S = -1; \quad \varepsilon_S = -\varepsilon_L. \quad (63)$$

Найдем теперь связь параметров ε_S и ε_L с элементами матрицы \mathfrak{X} . Для этого введем

$$\varepsilon_+ = \frac{1}{2}(\varepsilon_S + \varepsilon_L); \quad \varepsilon_- = \frac{1}{2}(\varepsilon_S - \varepsilon_L). \quad (64)$$

Из соотношений (60) получаем, что

$$\varepsilon_+ = \frac{1+A_S A_L}{(1+A_S)(1-A_L)}; \quad \varepsilon_- = \frac{-(A_S + A_L)}{(1+A_S)(1-A_L)}. \quad (65)$$

С помощью (60) нетрудно показать, что имеет место соотношение

$$(1 + A_S)(1 - A_L) = \frac{2(A_S - A_L)}{1 - \varepsilon_S \varepsilon_L}. \quad (66)$$

Используя (56), (58), (65), (66), получаем

$$\frac{\varepsilon_+}{1 - \varepsilon_L \varepsilon_S} = \frac{\mathfrak{X}_{12} - \mathfrak{X}_{21}}{2(\lambda_S - \lambda_L)}; \quad (67)$$

$$\frac{\varepsilon_-}{1 - \varepsilon_L \varepsilon_S} = \frac{\mathfrak{X}_{11} - \mathfrak{X}_{22}}{2(\lambda_S - \lambda_L)}. \quad (68)$$

В связи с последним соотношением сделаем следующее замечание. Знаменатель правой части соотношения (68) $\sim \Gamma_S$ (величина, определяемая квадратом константы слабых взаимодействий). Если имеется нарушающее *CPT*-инвариантность взаимодействие с чрезвычайно малой константой, порядка константы сверхслабого взаимодействия ($\sim 10^{-9}G$; G — константа обычных слабых взаимодействий), то при этом параметр $|\varepsilon_-|$ мог бы быть порядка 10^{-3} . Таким образом, сравнение ε_S и ε_L является чрезвычайно чувствительным методом проверки *CPT*-инвариантности. Отметим также, что если ввести параметр

$$\gamma = \frac{\mathfrak{X}_{11} - \mathfrak{X}_{22}}{\mathfrak{X}_{11} + \mathfrak{X}_{22}}, \quad (69)$$

характеризующий возможное нарушение *CPT*-инвариантности, то из (56) и (68) в предположении, что $|\varepsilon_-| \gtrsim 10^{-3}$, следует известная оценка

$$|\gamma| \lesssim 10^{-3} \frac{\Delta m}{m_K} \sim 10^{-16}. \quad (70)$$

Здесь $\Delta m = m_L - m_S$, а m_K — масса K -мезона. Вернемся к рассмотрению уравнений (34). Нетрудно видеть, что при нарушении *CP*-инвариантности функции a_S и a_L неортогональны. Используя уравнения (34), легко получить соотношение, связывающее скалярное произведение $(a_S^+ a_L)$ с величинами, измеряемыми на опыте. Находим

$$\begin{aligned} (a_S^+ \mathfrak{X} a_L) &= \lambda_L (a_S^+ a_L); \\ (a_S^+ \mathfrak{X}^+ a_L) &= \lambda_S^* (a_S^+ a_L). \end{aligned} \quad (71)$$

Вычитая из первого равенства второе и используя (28) и (30), получаем

$$(a_S^+ \Gamma a_L) = i (\lambda_L - \lambda_S^*) (a_S^+ a_L). \quad (72)$$

Это соотношение называется соотношением унитарности. Оно было получено в работе [8]. В дальнейшем из соотношения унитарности (72) будут получены важные следствия.

4. РАСПАДЫ $K_L \rightarrow 2\pi$. ЛЕПТОННЫЕ РАСПАДЫ K_L -МЕЗОНОВ

Рассмотрим распады K_L -мезонов на два π -мезона и распады $K_L \rightarrow \pi^\mp l^\pm v$. Сначала предположим, что имеет место CPT -инвариантность. Затем обсудим методы проверки CPT -теоремы, основанные на измерении параметров $K_L \rightarrow 2\pi$ распада.

Непосредственно на опыте измеряются параметры

$$\eta_{+-} = \frac{\langle \pi^+ \pi^- | T | K_L \rangle}{\langle \pi^+ \pi^- | T | K_S \rangle}; \quad \eta_{00} = \frac{\langle \pi^0 \pi^0 | T | K_L \rangle}{\langle \pi^0 \pi^0 | T | K_S \rangle}. \quad (73)$$

Здесь T — матрица распада, а $|\pi^+\pi^-\rangle$ ($|\pi^0\pi^0\rangle$) — вектор состояния π^+ - и π^- -мезонов (двух π^0 -мезонов), возникающих в результате распада $K_{L,S}$ -мезонов. Параметры η_{+-} и η_{00} характеризуют нарушение CP -инвариантности в распадах $K_L \rightarrow 2\pi$ (если CP сохраняется, то $|K_L\rangle$ — собственный вектор оператора CP , отвечающий собственному значению -1 , вектор $|\pi\pi\rangle$, описывающий два π -мезона в состоянии с $l=0$, — собственный вектор оператора CP с собственным значением $+1$; таким образом, в случае CP -инвариантности $\eta_{+-} = \eta_{00} = 0$).

Рассмотрим эти параметры. Разложим векторы $|\pi^+\pi^-\rangle$ и $|\pi^0\pi^0\rangle$ по состояниям с определенным полным изотопическим спином. Учитывая, что вектор $|\pi^+\pi^-\rangle$, описывающий систему $\pi^+ - \pi^-$ в состоянии с равным нулю орбитальным моментом, симметричен относительно перестановки π^+ и π^- (статистика Бозе—Эйнштейна), получаем

$$\left. \begin{aligned} |\pi^+\pi^-\rangle &= \sqrt{\frac{2}{3}}|0\rangle + \sqrt{\frac{1}{3}}|2\rangle; \\ |\pi^0\pi^0\rangle &= \sqrt{\frac{1}{3}}|0\rangle - \sqrt{\frac{2}{3}}|2\rangle. \end{aligned} \right\} \quad (74)$$

Здесь $|0\rangle$ и $|2\rangle$ — векторы состояния системы двух π -мезонов, возникающих от распада $K_{S,L}$ -мезонов, с полным изоспином, равным 0 и 2 соответственно, и проекцией изоспина, равной нулю. Из (73) и (74) очевидно, что параметры η_{+-} и η_{00} определяются матричными элементами $\langle I | T | K_L \rangle$ и $\langle I | T | K_S \rangle$ ($I=0,2$). В силу правила $\Delta I = 1/2$ переход в состояние с $I=2$ подавлен по сравнению с переходом в состояние с $I=0$. Естественно поэтому в выражениях (73) после подстановки в них разложений (74) разделить числитель и знаменатель на разрешенную правилом $\Delta I = 1/2$ и сохранением CP амплитуду $\langle 0 | T | K_S \rangle$. Получаем

$$\left. \begin{aligned} \left(1 + \frac{1}{\sqrt{2}}\omega\right)\eta_{+-} &= \epsilon_0 + \epsilon'; \\ \left(1 - \sqrt{\frac{2}{3}}\omega\right)\eta_{00} &= \epsilon_0 - 2\epsilon'. \end{aligned} \right\} \quad (75)$$

где

$$\left. \begin{aligned} \epsilon_0 &= \frac{\langle 0 | T | K_L \rangle}{\langle 0 | T | K_S \rangle}; & \epsilon' &= \frac{1}{\sqrt{2}} \frac{\langle 2 | T | K_L \rangle}{\langle 0 | T | K_S \rangle}; \\ \omega &= \frac{\langle 2 | T | K_S \rangle}{\langle 0 | T | K_S \rangle}. \end{aligned} \right\} \quad (76)$$

Параметр ω характеризует нарушение правила $\Delta I = \frac{1}{2}$ в распадах $K_S \rightarrow 2\pi$. Используя разложения (74), получаем

$$R = \frac{\Gamma(K_S \rightarrow \pi^0 \pi^0)}{\Gamma(K_S \rightarrow \pi^0 \pi^0) + \Gamma(K_S \rightarrow \pi^+ \pi^-)} = \frac{1}{3} \cdot \frac{|1 - \sqrt{2}\omega|^2}{1 + |\omega|^2}. \quad (77)$$

Отношение R измерялось в нескольких опытах. Усредненное значение R равно [13]

$$R_{\text{ср}} = 0,31 \pm 0,04 \quad (78)$$

и согласуется с правилом $\Delta I = \frac{1}{2} (R_{\Delta I = \frac{1}{2}} = \frac{1}{3})$. Сравнивая (77) и

(78) и предполагая, что $|\omega|^2 \ll 1$, находим [13]

$$\text{Re } \omega = (2 \pm 4) \cdot 10^{-2}. \quad (79)$$

Пренебрегая в соотношениях (75) членами $\frac{1}{\sqrt{2}}\omega$ и $\sqrt{2}\omega$ по сравнению с единицей, получаем [18]

$$\left. \begin{aligned} \eta_{+-} &= \epsilon_0 + \epsilon'; \\ \eta_{00} &= \epsilon_0 - 2\epsilon'. \end{aligned} \right\} \quad (80)$$

Рассмотрим теперь соотношение унитарности (72). Выделим в сумме по промежуточным состояниям $|i\rangle$ в левой части соотношения (72) вклад $|\pi\pi\rangle$ состояний. Получаем

$$R\Gamma_S \left(\frac{1-R}{R} \eta_{+-} + \eta_{00} \right) + \beta\Gamma_S = i(\lambda_L - \lambda_S^*) (a_S^+ a_L). \quad (81)$$

Здесь R — измеряемое на опыте отношение вероятностей распада K_S -мезона [см. выражение (77)]; Γ_S — полная вероятность распада K_S -мезона, а $\beta\Gamma_S$ — вклад в левую часть соотношения унитарности (72) состояний $|\pi\pi\rangle$, $|\pi l\nu\rangle$, $|\pi\bar{l}\nu\rangle$ и др. Рассмотрим вначале вклад $|\pi l\nu\rangle$ состояний. Будем предполагать, что выполняется правило $\Delta Q = \Delta S$. Обозначим $\Gamma_{a'a}$ (лепт) ту часть матрицы распада [см. выражение (296)], которая обусловлена переходами в $|\pi^+ l^- \nu\rangle$ и $|\pi^- l^+ \nu\rangle$ промежуточные состояния ($l = e$ и μ). Из CPT -инвариантности следует, что

$$\Gamma_{11} \text{ (лепт)} = \Gamma_{22} \text{ (лепт)}. \quad (82)$$

Если справедливо правило $\Delta Q = \Delta S$, то очевидно, что

$$\Gamma_{12} \text{ (лепт)} = \Gamma_{21} \text{ (лепт)} = 0. \quad (83)$$

С помощью (50), (82) и (83) получаем

$$\left. \begin{aligned} (a_S^+ \Gamma(\text{лепт}) a_L) &= \frac{2 \operatorname{Re} \varepsilon}{1 + |\varepsilon|^2} \Gamma_{11} (\text{лепт}); \\ (a_L^+ \Gamma(\text{лепт}) a_L) &= (a_S^+ \Gamma(\text{лепт}) a_S) = \\ &= \Gamma(K_S \rightarrow \text{лепт}) = \Gamma(K_L \rightarrow \text{лепт}) = \Gamma_{11} (\text{лепт}). \end{aligned} \right\} \quad (84)$$

Здесь

$$\Gamma(K_{S,L} \rightarrow \text{лепт}) = \sum_{l=e,\mu} [\Gamma(K_{S,L} \rightarrow \pi^- l^+ v) + \Gamma(K_{S,L} \rightarrow \pi^+ l^- \bar{v})]. \quad (85)$$

Из выражений (50) и (51) находим, что

$$(a_S^+ a_L) = \langle K_S | K_L \rangle = \frac{2 \operatorname{Re} \varepsilon}{1 + |\varepsilon|^2}. \quad (86)$$

Окончательно получаем, что вклад состояний $|\pi l v\rangle$ в левую часть соотношения унитарности равен

$$(a_S^+ \Gamma(\text{лепт}) a_L) = (a_S^+ a_L) \Gamma(K_L \rightarrow \text{лепт}). \quad (87)$$

На опыте [17]

$$\Gamma(K_L \rightarrow \text{лепт}) \simeq 10^{-3} \Gamma_S. \quad (88)$$

Как мы увидим в дальнейшем, из опыта следует, что $| (a_S^+ a_L) | \sim 10^{-3}$. Таким образом,

$$|(a_S^+ \Gamma(\text{лепт}) a_L)| \sim 10^{-6} \Gamma_S.$$

Состояния $|\pi l v\rangle$ дают в соотношение унитарности вклад $\sim 10^{-3} \Gamma_S (|\eta_+ -| \text{ и } |\eta_{90}| \text{ порядка } 10^{-3})$. Итак, вкладом $|\pi l v\rangle$ состояний в левую часть (81) можно пренебречь по сравнению с вкладом $|\pi l v\rangle$ состояний.

Для того чтобы оценить вклад $|\pi\pi\rangle$ состояний, воспользуемся неравенством

$$|(a_S^+ \Gamma(G) a_L)| \leq \sqrt{\Gamma(K_S \rightarrow G) \Gamma(K_L \rightarrow G)}. \quad (89)$$

Здесь $\Gamma_{aa}(G)$ — та часть матрицы распада, которая обусловливается промежуточным состоянием G . Неравенство (89) легко можно получить из (29) с помощью неравенства Шварца. Из (89) находим

$$|(a_S^+ \Gamma(3\pi) a_L)| \leq \beta_{3\pi} \Gamma_S, \quad (90)$$

где

$$\beta_{3\pi} = \sqrt{\frac{\Gamma(K_L \rightarrow 3\pi) \Gamma(K_S \rightarrow 3\pi)}{\Gamma_S^2}}; \quad (91)$$

$$\Gamma(K_{S,L} \rightarrow 3\pi) = \Gamma(K_{S,L} \rightarrow \pi^+ \pi^- \pi^0) + \Gamma(K_{S,L} \rightarrow \pi^0 \pi^0 \pi^0).$$

На опыте [16]

$$\frac{\Gamma(K_L \rightarrow 3\pi)}{\Gamma_S} = 6,1 \cdot 10^{-4}; \quad \frac{\Gamma(K_S \rightarrow 3\pi)}{\Gamma_S} < 10^{-4}.$$

Таким образом,

$$\beta_{3\pi} < 2,5 \cdot 10^{-4}. \quad (92)$$

Мы нашли верхнюю границу вклада $|3\pi\rangle$ состояний в левую часть соотношения унитарности (72).

В опытах по изучению $K_L \rightarrow 3\pi$ распадов не найдено до сих пор нарушения CP -инвариантности [19] (точность $\sim 0,4\%$). Это означает, что величина $|a_S^+ \Gamma(3\pi) a_L|$ существенно меньше верхней границы, и следовательно, вкладом $|3\pi\rangle$ состояний можно пренебречь.

Используя неравенство (89), нетрудно убедиться в том, что вкладом всех остальных состояний можно также пренебречь по сравнению с вкладом $|\pi\pi\rangle$ состояний. Таким образом, в сумме по промежуточным состояниям $|i\rangle$ в левой части соотношения унитарности (72) следует учитывать только $|\pi\pi\rangle$ состояния.

Опуская в соотношении (81) член $\beta \Gamma_S$, пренебрегая Γ_L по сравнению с Γ_S и полагая $R = \frac{1}{3}$ [см. (78)], получаем

$$\frac{1}{3} \Gamma_S (2\eta_{+-} + \eta_{00}) = \left(i\Delta m + \frac{1}{2} \Gamma_S \right) \langle K_S | K_L \rangle. \quad (93)$$

Из соотношений (80) находим, что

$$(2\eta_{+-} + \eta_{00}) = 3\epsilon_0. \quad (94)$$

С помощью (93) и (94) получаем

$$\frac{\epsilon_0 \Gamma_S}{i\Delta m + \frac{1}{2} \Gamma_S} = \langle K_S | K_L \rangle. \quad (95)$$

В правой части этого соотношения — вещественное число. Приравнивая нуллю мнимую часть выражения, стоящего в левой части (95), находим [18]

$$\frac{\operatorname{Im} \epsilon_0}{\operatorname{Re} \epsilon_0} = \frac{2\Delta m}{\Gamma_S}. \quad (96)$$

Таким образом, тангенс фазы параметра ϵ_0 полностью определяется величинами, измеряемыми на опыте. Оказывается, что величина $\operatorname{Re} \epsilon_0$ может быть непосредственно измерена на опыте. Действительно, рассмотрим распады

$$K_L \rightarrow \pi^\mp e^\pm \nu. \quad (97)$$

Обозначим следующим образом амплитуды распада K^0 и \bar{K}^0 -частиц:

$$\left. \begin{array}{l} \langle \pi^- e^+ v | T | K^0 \rangle = f; \\ \langle \pi^- e^+ v | T | \bar{K}^0 \rangle = g. \end{array} \right\} \quad (98)$$

Амплитуда f описывает переход с $\Delta Q = \Delta S$, а g переход с $\Delta Q = -\Delta S$. Из CPT -инвариантности и условия унитарности S -матрицы следует, что

$$\left. \begin{array}{l} \langle \pi^+ e^- \bar{v} | T | \bar{K}^0 \rangle = f^*; \\ \langle \pi^+ e^- \bar{v} | T | K^0 \rangle = g^*. \end{array} \right\} \quad (99)$$

Далее находим

$$\left. \begin{array}{l} \langle \pi^- e^+ v | T | K_L \rangle = \frac{1}{\sqrt{2(1+\epsilon^2)}} [(1+\epsilon)f - (1-\epsilon)g]; \\ \langle \pi^+ e^- \bar{v} | T | K_L \rangle = \frac{1}{\sqrt{2(1+\epsilon^2)}} [(1+\epsilon)g^* - (1-\epsilon)f^*]. \end{array} \right\} \quad (100)$$

На опыте измеряется зарядовая асимметрия распадов (97), определяемая следующим образом:

$$\delta_L = \frac{\Gamma(K_L \rightarrow \pi^- e^+ v) - \Gamma(K_L \rightarrow \pi^+ e^- \bar{v})}{\Gamma(K_L \rightarrow \pi^- e^+ v) + \Gamma(K_L \rightarrow \pi^+ e^- \bar{v})}. \quad (101)$$

Пусть $g = 0$ (справедливо правило $\Delta Q = \Delta S$), с помощью (100) и (101) для зарядовой асимметрии получаем

$$(\delta_L)_{\Delta Q = \Delta S} = \frac{2 \operatorname{Re} \epsilon}{1 + |\epsilon|^2} = \langle K_S | K_L \rangle. \quad (102)$$

В общем случае находим

$$\delta_L = \langle K_S | K_L \rangle \frac{1 - |x|^2}{|1 - x|^2}, \quad (103)$$

где $x = g/f$ — параметр, характеризующий нарушение правила $\Delta Q = \Delta S$. Отметим, что при получении соотношения (103) были опущены члены порядка ϵ^2 и ϵx . Величину $\frac{1 - |x|^2}{|1 - x|^2}$ можно определить из независимых экспериментов. В последних опытах [20] получено, что

$$\frac{1 - |x|^2}{|1 - x|^2} = 1,06 \pm 0,06.$$

Таким образом, из измерения зарядовой асимметрии δ_L можно определить скалярное произведение $\langle K_S | K_L \rangle$. Зарядовая асимметрия измерялась в двух опытах [3, 4]. Получены следующие значения асимметрии:

$$\begin{aligned} \delta_L &= (2,24 \pm 0,36) \cdot 10^{-3} \text{ для } K_{Le3}\text{-распада,} \\ \delta_L &= (4,05 \pm 1,7) \cdot 10^{-3} \text{ для } K_{L\mu 3}\text{-распада.} \end{aligned}$$

Покажем, что скалярное произведение $\langle K_S | K_L \rangle$, определяющее зарядовую асимметрию в распадах $K_L \rightarrow \pi^\pm l^\pm v$, связано с параметром ϵ_0 [см. выражение (76)], характеризующим $K_L \rightarrow 2\pi$ распады. Очевидно, что параметр ϵ_0 выражается через параметр ϵ и амплитуды $\langle 0 | T | K^0 \rangle$ и $\langle 0 | T | \bar{K}^0 \rangle$. Из унитарности S -матрицы и CPT -инвариантности следует, что матричные элементы $\langle I | T | K^0 \rangle$ и $\langle I | T | \bar{K}^0 \rangle$ ($I = 0, 2$) не являются независимыми и связаны соотношением

$$\langle I | T | \bar{K}^0 \rangle^* = e^{-2i\delta_I} \langle I | T | K^0 \rangle. \quad (104)$$

Здесь δ_I — фаза $\pi\pi$ -рассеяния в состоянии $|I_I\rangle$ (орбитальный момент $l = 0$, полный изотопический спин равен 1, полная энергия в с. ц.и. равна массе K -мезона). Действительно, из условия унитарности S -матрицы ($S^+S = 1$) имеем

$$S^+ (1 + iT) = 1, \quad (105)$$

где

$$S = 1 + iT. \quad (106)$$

Из (105) и (106) получаем

$$S^+ T = T^+. \quad (107)$$

Отсюда находим

$$\langle I | T^+ | K^0 \rangle = \langle I | S^+ T | K^0 \rangle = \sum_n \langle I | S^+ | n \rangle \langle n | T | K^0 \rangle. \quad (108)$$

Очевидно, что основной вклад в сумму по промежуточным состояниям $|n\rangle$ дает состояние $|I\rangle$ (переходы $2\pi \rightarrow 3\pi$ запрещены сохранением G -четности, состояния $|\text{пл}\gamma\rangle$ дают вклад $\tilde{\alpha}$ от вклада состояния $|I\rangle$ и т. д.). Таким образом, с точностью до членов $\tilde{\alpha}$ получаем

$$\langle I | T^+ | K^0 \rangle = \langle I | S^+ | I \rangle \langle I | T | K^0 \rangle. \quad (109)$$

Учитывая, что

$$\langle I | S | I \rangle = e^{2i\delta_I}$$

(δ_I — фаза $\pi\pi$ -рассеяния в состоянии $|I\rangle$), находим из (109) следующее соотношение:

$$\langle K^0 | T | I \rangle^* = e^{-2i\delta_I} \langle I | T | K^0 \rangle. \quad (110)$$

Далее из CPT -инвариантности получаем

$$\langle K^0 | T | I \rangle = \langle I | T | \bar{K}^0 \rangle. \quad (111)$$

Окончательно из (110) и (111) получаем соотношение (104).

Отметим, что в случае, если имеет место CP -инвариантность,

$$\langle I | T | K^0 \rangle = \langle I | T | \bar{K}^0 \rangle$$

и из (104) получаем, что

$$\langle I | T | K^0 \rangle^* = e^{-2i\delta_I} \langle I | T | K^0 \rangle. \quad (112)$$

Из (112) следует, что фаза матричного элемента $\langle I | T | K^0 \rangle$ равна фазе $\pi\pi$ -рассеяния в состоянии $| I \rangle$ (известная теорема о взаимодействии в конечном состоянии).

Теперь рассмотрим выражение (76) для параметра ε_0 . С помощью выражений (51) получаем

$$\varepsilon_0 = \frac{1-b}{1+b}, \quad (113)$$

где

$$b = \frac{(1-\varepsilon) \langle 0 | T | \bar{K}^0 \rangle}{(1+\varepsilon) \langle 0 | T | K^0 \rangle}. \quad (114)$$

Очевидно, что

$$b = \frac{1-\varepsilon_0}{1+\varepsilon_0}. \quad (115)$$

Скалярное произведение $\langle K_S | K_L \rangle$ равно

$$\langle K_S | K_L \rangle = \frac{1 - \left| \frac{1-\varepsilon}{1+\varepsilon} \right|^2}{1 + \left| \frac{1-\varepsilon}{1+\varepsilon} \right|^2} = \frac{1 - |b|^2}{1 + |b|^2}. \quad (116)$$

При получении (116) мы использовали соотношение

$$|\langle 0 | T | K^0 \rangle| = |\langle 0 | T | \bar{K}^0 \rangle|, \quad (117)$$

которое является следствием (104). С помощью (115) и (116) получаем

$$\langle K_S | K_L \rangle = \frac{2 \operatorname{Re} \varepsilon_0}{1 + |\varepsilon_0|^2}. \quad (118)$$

Феноменологический анализ опытов по измерению зарядовой асимметрии в распадах $K_L \rightarrow \pi^\pm l^\mp v$ и экспериментов по изучению распадов $K_L \rightarrow 2\pi$ базируется на соотношениях (80), (96), (103) и (118). Из измерений зарядовой асимметрии δ_L может быть определена $\operatorname{Re} \varepsilon_0$ [соотношения (103) и (118)*]. Тангенс фазы параметра ε_0 дается соотношением (96). Таким образом, параметр ε_0 (модуль и фаза) может быть определен, если известна величина $\frac{1 - |x|^2}{1 + |x|^2}$, зарядовая асимметрия δ_L , разность масс K_L - и K_S -мезонов Δm и полная вероятность распада K_S -мезонов. Из последних опытов следует [19], что

$$\arg \varepsilon_0 = 42^\circ \pm 1^\circ; \quad |\varepsilon_0| = (1.5 \pm 0.25) \cdot 10^{-3}. \quad (119)$$

Параметр η_{+-} непосредственно измеряется на опыте. Модуль параметра η_{+-} равен [19]

$$|\eta_{+-}| = (1.90 \pm 0.05) \cdot 10^{-3}. \quad (120)$$

* Из опытов по $K_L \rightarrow 2\pi$ следует, что $|\varepsilon_0| = \frac{1}{3} |2\eta_{+-} + \eta_{00}| \sim 10^{-3}$. Поэтому в знаменателе выражения (118) можно пренебречь $|\varepsilon_0|^2$ по сравнению с 1.

Для фазы параметра η_{+-} в последних опытах получены следующие значения [19]: $46^\circ \pm 15^\circ$; $51,2^\circ \pm 11^\circ$; $68^\circ \pm 7,5^\circ$. Если известны η_{+-} и ϵ_0 , то из соотношения (80) можно определить параметр η_{00} ($\eta_{00} = 3\epsilon_0 - 2\eta_{+-}$), характеризующий распад $K_L \rightarrow \pi^0\pi^0$.

В настоящее время величину η_{00} измеряют в разных лабораториях. В последних опытах получено [19]: $|\eta_{00}| \cdot 10^3 = 3,6 \pm 0,4$; $3,6 \pm 0,6$; $2,2 \pm 0,4$; $2,3 \pm 0,3$ $|\eta_{00}| \cdot 10^3 < 3,0$.

Из изложенного ясно, что если справедливы сделанные при выводе соотношений (80), (96), (103) и (118) предположения (малость параметра ω — правило $\Delta I = 1/2$, учет только $|\pi\pi\rangle$ состояний в соотношении унитарности), то измерение параметра η_{00} позволит проверить общие принципы, на которых основаны эти соотношения.

В связи с этим замечанием вернемся к рассмотрению соотношения унитарности (72). Это соотношение основано лишь на предположении о справедливости приближения Вайскопфа—Вигнера. Предполагая, что вкладом в левую часть (72) всех состояний, кроме $|\pi\pi\rangle$, можно пренебречь, запишем соотношение унитарности в виде

$$\frac{\Gamma_S[(1-R)\eta_{+-}+R\eta_{00}]}{\left(i\Delta m + \frac{1}{2}\Gamma_S\right)} = \langle K_S | K_L \rangle. \quad (121)$$

Из выражений (61) следует, что в общем случае, если не предполагать *CPT*-инвариантности, скалярное произведение $\langle K_S | K_L \rangle$ равно

$$\langle K_S | K_L \rangle = \frac{\epsilon_S^* + \epsilon_L}{\sqrt{(1+|\epsilon_S|^2)(1+|\epsilon_L|^2)}}. \quad (122)$$

Таким образом, в общем случае в правой части соотношения (121) — комплексное число. Если справедлива *CPT*-инвариантность, то $\epsilon_L = \epsilon_S$ и скалярное произведение вещественно. Приравнивая нулью мнимую часть выражения, стоящего в левой части (121), получаем

$$\sin(\Phi_{+-} - \delta) + \frac{R}{1-R} \frac{|\eta_{00}|}{|\eta_{+-}|} \sin(\Phi_{00} - \delta) = 0 \text{ (*CPT*-инвариантность)}, \quad (123)$$

Здесь $\frac{1}{2}\Gamma_S + i\Delta m = \sqrt{\frac{1}{4}\Gamma_S^2 + (\Delta m)^2} e^{i\delta}$; $\eta_{+-} = |\eta_{+-}| e^{i\Phi_{+-}}$; $\eta_{00} = |\eta_{00}| e^{i\Phi_{00}}$.

Если имеет место *T*-инвариантность и нарушается *CPT*-инвариантность, то $\epsilon_S = -\epsilon_L$ и

$$\langle K_S | K_L \rangle = \frac{2i \operatorname{Im} \epsilon_L}{1 + |\epsilon_L|^2}. \quad (124)$$

Приравнивая нулью вещественную часть (121), получаем в этом случае [12, 22]

$$\cos(\Phi_{+-} - \delta) + \frac{R}{1-R} \frac{|\eta_{00}|}{|\eta_{+-}|} \cos(\Phi_{00} - \delta) = 0 \text{ (*T*-инв.).} \quad (125)$$

Все величины, входящие в эти соотношения, можно измерить на опыте. Проверка справедливости соотношения (123) [и соотношения (125)] представляет собой проверку *CPT*-инвариантности (*T*-инвариантности), ответственных за $K_L \rightarrow 2\pi$ распад взаимодействий (если справедливы сделанные при выводе этих соотношений предположения).

В последнее время получены первые данные о фазе параметра η_{00} ($\Phi_{00} = 17^\circ \pm 31^\circ$) [24]. Используя эти данные, находим [24]

$$\cos(\Phi_+ - \delta) + \frac{R}{1-R} \frac{|\eta_{00}|}{|\eta_{+-}|} \cos(\Phi_{00} - \delta) = 1.5 \pm 0.3 \text{ (опыт)}, \quad (125a)$$

что противоречит (125). В то же время имеющиеся в настоящее время данные согласуются с (123).

В заключение рассмотрим выражения (76) для параметров ϵ' и ω . Используя (51) и (104), получаем

$$\epsilon' = \frac{e^{i\delta_2} [e^{-i\delta_2} \langle 2 | T | K \rangle (1+\epsilon) - e^{i\delta_2} \langle 2 | T | K \rangle^* (1-\epsilon)]}{\sqrt{2} e^{i\delta_0} [e^{-i\delta_0} \langle 0 | T | K \rangle (1+\epsilon) + e^{i\delta_0} \langle 0 | T | K \rangle^* (1-\epsilon)]}. \quad (126)$$

Введем амплитуды

$$A_I = e^{-i\delta_I} \langle I | T | K \rangle \quad (I = 0 \text{ и } 2). \quad (127)$$

С помощью соотношения (104) получаем, что величина b [см. выражение (114)] равна

$$b = \frac{(1-\epsilon) A_0^*}{(1+\epsilon) A_0}. \quad (128)$$

Из (126) — (128) без труда находим

$$\epsilon' = \frac{1}{\sqrt{2}} e^{i(\delta_2 - \delta_0)} \frac{\frac{A_2}{A_0} - \frac{A_2^*}{A_0^*} b}{1+b}. \quad (129)$$

Используя выражение (115), связывающее величину b с параметром ϵ_0 , получаем

$$\epsilon' = \frac{1}{\sqrt{2}} e^{i(\delta_2 - \delta_0)} \left[i \operatorname{Im} \frac{A_2}{A_0} + \epsilon_0 \operatorname{Re} \frac{A_2}{A_0} \right]. \quad (130)$$

Аналогичным образом находим

$$\omega = e^{i(\delta_2 - \delta_0)} \left[\operatorname{Re} \frac{A_2}{A_0} + i \epsilon_0 \operatorname{Im} \frac{A_2}{A_0} \right]. \quad (131)$$

Опуская величины порядка $|\epsilon_0| |\omega|$ и $|\epsilon_0|^2$, из (130) и (131) получаем следующее выражение для параметра ϵ' [18]:

$$\epsilon' = \frac{1}{\sqrt{2}} e^{i(\delta_2 - \delta_0)} \operatorname{Im} \frac{A_2}{A_0}. \quad (132)$$

Таким образом, фаза параметра ε' определяется разностью S -фаз пл-рассеяния в состояниях с $I = 2$ и $I = 0$ при полной энергии в с.ц.и., равной массе K -мезна. Опуская величины порядка $|\varepsilon_0|^2$ и $|\varepsilon \varepsilon'|$ из (130) и (131), получаем также, что

$$\omega = e^{i(\delta_2 - \delta_0)} \operatorname{Re} \frac{A_2}{A_0}. \quad (133)$$

Наконец, сделаем последнее замечание. Из соотношения (104) следует, что

$$|\langle I | T | K^0 \rangle| = |\langle I | T | \bar{K}^0 \rangle|. \quad (134)$$

Поскольку фазы векторов $|K^0\rangle$ и $|\bar{K}^0\rangle$ произвольны *, то это соотношение означает, что фазы этих векторов могут быть фиксированы таким образом, чтобы матричные элементы $\langle 0 | T | K^0 \rangle$ и $\langle 0 | T | \bar{K}^0 \rangle$ (либо $\langle 2 | T | K^0 \rangle$ и $\langle 2 | T | \bar{K}^0 \rangle$) были равны. Так как $|\langle 2 | T | K^0 \rangle| \ll |\langle 0 | T | K^0 \rangle|$ (правило $\Delta I = \frac{1}{2}$), то естественно относительную фазу $|K^0\rangle$ и $|\bar{K}^0\rangle$ состояний фиксировать так, чтобы [18]

$$\langle 0 | T | K^0 \rangle = \langle 0 | T | \bar{K}^0 \rangle. \quad (135)$$

Из соотношений (113) и (114) следует, что при таком выборе фазы

$$\varepsilon_0 = \varepsilon. \quad (136)$$

Таким образом, если фазу $|K^0\rangle$ и $|\bar{K}^0\rangle$ состояний выбрать так, чтобы выполнялось соотношение (136), то $|\varepsilon| = |\varepsilon_0| \sim 10^{-3}$. Отметим также, что при этом

$$A_0 = A_0^*. \quad (137)$$

5. МОДЕЛЬ СВЕРХСЛАБОГО ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ

В заключение рассмотрим модель сверхслабого взаимодействия Вольфенштейна [7, 23]. Вначале будем предполагать, что имеет место CPT -инвариантность. Затем обсудим общий случай. Обратимся к выражению (55) для ε . Числитель этого выражения представляет собой ряд, который начинается с линейного по H_W члена. В знаменателе — величина порядка G_S , т. е. величина, квадратичная по константе слабого взаимодействия G . Предположим, что гамильтониан слабых взаимодействий равен

$$H_W = H_W^0 + H_W^{'}, \quad (138)$$

* Оператор H_0 коммутирует с оператором странности S . Умножая (10) на $e^{i\chi S}$ (χ — произвольный вещественный параметр), получаем, что векторы $e^{i\chi} |K^0\rangle$ и $e^{-i\chi} |\bar{K}^0\rangle$ также являются собственными векторами оператора H_0 и могут быть выбраны, следовательно, в качестве базиса.

где H_W^0 — обычный CP -инвариантный гамильтониан слабых взаимодействий, а гамильтониан H'_W допускает переходы с $\Delta S = 2$ и не коммутирует с оператором CP , т. е.

$$\langle K^0 | H'_W | \bar{K}^0 \rangle \neq \langle \bar{K}^0 | H'_W | K^0 \rangle. \quad (139)$$

Из выражения (55) очевидно, что константа G' , характеризующая CP -нечетную часть гамильтониана H'_W , должна быть порядка

$$G' \sim |\epsilon| (G m_K^2) G \sim 10^{-9} G, \quad (140)$$

для того чтобы $|\epsilon| \sim 10^{-3}$. Таким образом, CP -неинвариантное взаимодействие с чрезвычайно малой константой ($\sim 10^{-9} G$) могло бы объяснить наблюдаемые на опыте эффекты CP -нарушения.

Рассмотрим параметры η_{+-} и η_{00} . Используя выражения (51), получаем

$$\eta_{+-} = \frac{\epsilon + y_{+-}}{1 + \epsilon y_{+-}}, \quad (141)$$

где

$$y_{+-} = \frac{\langle \pi^+ \pi^- | T | K^0 \rangle - \langle \pi^+ \pi^- | T | \bar{K}^0 \rangle}{\langle \pi^+ \pi^- | T | K^0 \rangle + \langle \pi^+ \pi^- | T | \bar{K}^0 \rangle}. \quad (142)$$

Если за нарушение CP -инвариантности ответственно сверхслабое взаимодействие, то

$$|y_{+-}| \sim \frac{G'}{G} \sim 10^{-9}. \quad (143)$$

Опуская величины такого порядка, получаем из (141), что в модели сверхслабого взаимодействия

$$\eta_{+-} = \epsilon. \quad (144)$$

Аналогичным образом нетрудно показать, что в этой модели

$$\eta_{00} = \epsilon. \quad (145)$$

Рассмотрим соотношение (55). Очевидно, что в модели сверхслабого взаимодействия в разности $\tilde{x}_{21} - \tilde{x}_{21}$ следует удержать только члены первого порядка теории возмущений. Тогда из (29) и (55) получаем, что

$$\epsilon = \frac{-i \operatorname{Im} M_{12}}{\Delta m + \frac{i}{2} \Gamma_S}. \quad (146)$$

Отсюда следует, что

$$\frac{\operatorname{Im} \epsilon}{\operatorname{Re} \epsilon} = \frac{2 \Delta m}{\Gamma_S}. \quad (147)$$

Отметим, что это соотношение может быть получено также из соотношения унитарности (72), если положить в нем $\Gamma_{12} = \Gamma_{21}$ и пренебречь членами $\sim \epsilon^2$.

Таким образом, если за нарушение CP -инвариантности в распадах K_L -мезонов ответственно сверхслабое взаимодействие, то параметры, характеризующие нарушение CP -инвариантности, удовлетворяют соотношениям (144) и (145). Из (144) следует, что

$$\arg \eta_{+-} = \arg \epsilon = 42^\circ \pm 1^\circ. \quad (148)$$

Результаты опытов (см. стр. 247) не противоречат (148). Далее из (144) и (147) получаем, что

$$\operatorname{Re} \epsilon = |\eta_{+-}| \frac{\Gamma_{S/2}}{\left[(\Delta m)^2 + \frac{1}{4} \Gamma_S^2 \right]^{1/2}}. \quad (149)$$

Отсюда находим $\operatorname{Re} \epsilon = (1,44 \pm 0,10) \cdot 10^{-3}$ (сверхслабое взаимодействие). Из опытов по измерению зарядовой асимметрии в распадах $K_L \rightarrow \pi^\pm l^\mp v$ следует, что $\operatorname{Re} \epsilon = (1,09 \pm 0,18) \cdot 10^{-3}$ (опыт). Таким образом, результаты опытов не противоречат соотношению (144)*.

Рассмотрим теперь модель сверхслабого взаимодействия в общем случае CPT -неинвариантного гамильтониана H'_W [23]. В этом случае $|K_S\rangle$ и $|K_L\rangle$ состояния характеризуются двумя комплексными параметрами ϵ_S и ϵ_L . Пренебрегая членами порядка $\frac{G'}{G} \sim 10^{-9}$, получаем

$$\eta_{+-} = \eta_{00} = \epsilon_L \frac{(1 + |\epsilon_S|^2)^{1/2}}{(1 + |\epsilon_L|^2)^{1/2}}. \quad (150)$$

Отсюда следует, что

$$|\epsilon_L| \leq \frac{|\eta_{+-}|}{(1 - |\eta_{+-}|^2)^{1/2}} \approx 2 \cdot 10^{-3}. \quad (151)$$

Используя соотношение унитарности (72) и неравенство (89), находим

$$|\langle K_S | K_L \rangle|^2 \leq \frac{\sum_G \Gamma(K_S \rightarrow G) \Gamma(K_L \rightarrow G)}{\left[(\Delta m)^2 + \frac{\Gamma_S^2}{4} \right]}.$$

Отсюда получаем [7]

$$|\langle K_S | K_L \rangle| \leq 10^{-2}. \quad (152)$$

Из этого неравенства находим, что

$$|\epsilon_S| < 10^{-2}. \quad (153)$$

* Отметим, что выполнение соотношений (144) и (145) еще не доказывает справедливости модели Вольфенштейна. Целый ряд других моделей также дает эти соотношения.

Пренебрегая $|\epsilon_S|^2$ и $|\epsilon_L|^2$ по сравнению с единицей, получаем

$$\eta_{+-} = \eta_{00} = \epsilon_L. \quad (154)$$

Очевидно, что зарядовая асимметрия в распадах $K_L \rightarrow \pi^\pm l^\mp \nu$ дается следующим выражением:

$$\delta_L = 2 \operatorname{Re} \epsilon_L \frac{1 - |x|^2}{|1 - x|^2}. \quad (155)$$

Далее в рассматриваемой здесь модели сверхслабого взаимодействия имеем

$$\left. \begin{aligned} \chi_{12} - \chi_{21} &= 2i \operatorname{Im} M_{12}, \\ \chi_{11} - \chi_{22} &= H_{11} - M_{22}. \end{aligned} \right\} \quad (156)$$

Пренебрегая в соотношениях (67) и (68) членом $\epsilon_S \epsilon_L$ по сравнению с единицей с помощью (156), получаем

$$\left. \begin{aligned} \epsilon_+ &= \frac{-i \operatorname{Im} H_{12}}{\left(\Delta m + \frac{i}{2} \Gamma_S \right)}, \\ \epsilon_- &= \frac{-(H_{11} - H_{22})}{\Delta m + \frac{i}{2} \Gamma_S}. \end{aligned} \right\} \quad (157)$$

Отсюда находим

$$|\epsilon_S| = |\epsilon_L|. \quad (158)$$

Используя соотношения (157), нетрудно также показать, что

$$\operatorname{tg} \frac{\Phi_S + \Phi_L}{2} = \frac{2\Delta m}{\Gamma_S}, \quad (159)$$

где $\Phi_{S, L} = \arg \epsilon_{S, L}$.

Таким образом, параметры ϵ_S и ϵ_L могут отличаться в случае CPT -неинвариантного сверхслабого взаимодействия лишь фазами. При этом полусумма фаз обязана удовлетворять соотношению (159).

ЛИТЕРАТУРА

- Ландау Л. Д. «Ж. эксперим. и теор. физ.», **32**, 405 (1957).
- Christenson J. H. et al. Phys. Rev. Lett., **13**, 138 (1964).
- Dorigan D. et al. Phys. Rev. Lett., **19**, 987 (1967).
- Веннетт S. et al. Ibid., p. 993.
- Gormly M. et al. Phys. Rev. Lett., **21**, 402 (1968).
- Yuta H., Okubo S. Ibid., p. 781.
- Wolfenstein L. Phys. Rev. Lett., **13**, 286 (1964).
- Bell J. S., Steinberger J. Proc. Int. Conf. on Elementary Particles, Oxford, 1965, p. 195.
- Byers N., Mc Dowell S. W., Yang C. N. High Energy Physics and Elementary Particles, Vienna, 1965, p. 953.
- Терентьев М. В. «Успехи физ. наук», **86**, 231 (1965).

11. Окунь Л. Б. «Успехи физ. наук», **89**, 603 (1966).
12. Gourdin M., Charpak G. Preprint CERN 67—18, 1967.
13. Okun L. B., Rubbia C. Proc. Int. Conf. on Elementary Particles, Heidelberg, 1967, p. 301.
14. Wolfenstein L. Proc. Int. School of Phys. «Ettore Majorana», 1968.
15. Lee T. D., Oehme R., Yang C. N. Phys. Rev., **106**, 340 (1957).
16. Weisskopf V. F., Wigner E. P. Z. Physik, **63**, 54 (1930); **65**, 18 (1930).
17. Rosenfeld A. H. et al. UCRL 8030 (1967).
18. Wu T. T., Yang C. N. Phys. Rev. Lett., **13**, 380 (1964).
19. Cronin J. W. Proc. Intern. Conf. on High Energy Physics, Vienna, 1968, p. 28.
20. Benet S. et al. Phys. Lett., **27B**, 239 (1968).
21. Wolfenstein L. Nuovo cimento, **62A**, 17 (1966).
22. Лапидус Л. И. Препринт ОИЯИ Р2-3622, Дубна, 1967.
23. Lee T. D., Wolfenstein L. Phys. Rev., **138A**, 1490 (1965).
24. Steinberger J. Topical Conf. on Weak Int. Cern 69—7, 1969, p. 291