

УДК 539.122.13+539.126.13

## СЛАБОЭЛЕКТРОМАГНИТНЫЕ РАСПАДЫ

$$\begin{aligned} \pi(K) &\rightarrow l\nu\gamma \text{ и} \\ \pi(K) &\rightarrow l\nu l' l'^- \end{aligned}$$

Д. Ю. Бардин,  
Е. А. Иванов

Объединенный институт ядерных  
исследований, Дубна

Дается обзор работ по слабоэлектромагнитным распадам  $\pi$ - и  $K$ -мезонов  $\pi(K) \rightarrow l\nu\gamma$  и  $\pi(K) \rightarrow l\nu l' l'^-$ . Обсуждается экспериментальная ситуация и различные теоретические подходы к анализу амплитуд этих процессов.

A review of papers on weak electromagnetic decays of  $\pi$ - and  $K$ -mesons  $\pi(K) \rightarrow l\nu\gamma$  and  $\pi(K) \rightarrow l\nu l' l'^-$  is given. The present experimental status of these decays and various theoretical approaches to the analysis of their amplitudes are discussed.

### ВВЕДЕНИЕ

За последние годы в экспериментальной физике элементарных частиц достигнуты большие успехи в изучении редких процессов, что обусловлено в основном двумя причинами: значительным ростом интенсивностей пучков вторичных частиц на ускорителях и революцией в области регистрирующей аппаратуры, главным образом электронной. В частности, это позволяет уже сейчас вести поиски редких распадов  $\pi(K)$ -мезонов и гиперонов, вероятности которых порядка  $10^{-8} W_{\pi(K)}$  и  $10^{-5} W_Y$  [1] ( $W_{\pi(K)}$  и  $W_Y$  — полные вероятности распадов  $\pi(K)$ -мезонов и гиперонов соответственно). Можно надеяться, что после вступления в строй создающихся ускорителей типа « $\pi$ -мезонных фабрик» и проектируемых « $K$ -мезонных фабрик» и дальнейшего совершенствования регистрирующих приборов станет вполне реальным измерение  $\pi$ - и  $K$ -распадов на уровне  $10^{-10} - 10^{-12}$ .

Изучение редких распадов (равно как и распадов интенсивных, например  $K_{l3}$ -распадов [2]), важно тем, что оно позволяет получить информацию о структуре частиц путем анализа импульсной зависимости соответствующих форм-факторов в области распадов. В этом отношении особый интерес представляют процессы, обусловленные совместным проявлением слабого и электромаг-

нитного взаимодействий (слабоэлектромагнитные процессы), исследование которых дает более богатую информацию о структуре адрона, чем изучение чисто слабых или чисто электромагнитных процессов.

Амплитуда слабоэлектромагнитных процессов пропорциональна  $eG$  (или  $\alpha G$ ), и для их детального анализа необходимы еще более высокие интенсивности пучков и эффективности регистрации, чем достигнутые к настоящему времени. Пока имеются лишь грубые измерения вероятностей некоторых слабоэлектромагнитных радиационных распадов пионов, каонов и гиперонов, таких, как  $\pi(K) \rightarrow l\nu_l\gamma$ ,  $K_L \rightarrow \gamma\gamma$ ,  $K^\pm \rightarrow \rightarrow 2\pi\gamma$ ,  $K^\pm \rightarrow 3\pi\gamma$ ,  $\Lambda(\Sigma) \rightarrow \rightarrow N(\pi)\gamma$ , а также радиационных  $K_{Le^3}$ - и  $K^\pm e^3$ -распадов [1]. Несомненно, что на «мезонных фабриках» их детальное изучение будет вполне возможным.

Среди множества слабоэлектромагнитных процессов особый интерес для изучения структуры адронов представляют полулептонные распады, которые описываются диаграммами, приведенными на рис. 1. В самом деле, поскольку лептоны не взаимодействуют сильно, они являются «идеальными зондами» адронной структуры.

В этом обзоре будут рассмотрены экспериментальные [3—11] и теоретические работы, посвященные простейшим распадам такого типа:

$$\pi(K) \rightarrow l\nu_l\gamma; \quad (1)$$

$$\pi(K) \rightarrow l\nu_l l'^+ l'^-, \quad (2)$$

где  $l$  и  $l'$  — позитрон (электрон) или мюон. Они описываются матричным элементом от двух адронных токов, слабого и электромагнитного, между вакуумом и  $\pi(K)$ -мезонным состоянием. Следовательно, распады (1) и (2) дают информацию о слабоэлектромагнитной структуре псевдоскалярных мезонов в наиболее чистом виде, и неудивительно поэтому, что их изучению посвящено множество работ (см., например, [12—30]).

Из десяти распадов типа (1) и (2) к настоящему времени экспериментально изучались все четыре процесса (1). Распад  $\pi \rightarrow \mu\nu_\mu\gamma$  был открыт в 1951 г. [3]: в фотоэмulsionиях были обнаружены случаем распада  $\pi$ -мезонов с пробегами мюонов, заметно меньшими, чем обычные (от процесса  $\pi \rightarrow \mu\nu_\mu$ ). Более детальное изучение этого распада проводилось также в эксперименте с эмульсиями [4]

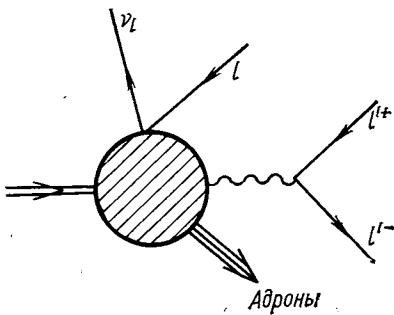


Рис. 1

в 1958 г. Для отношения

$$R(\pi \rightarrow \mu v_\mu \gamma) = W(\pi \rightarrow \mu v_\mu \gamma)/W_\pi$$

при  $E_\mu < 3,38 \text{ Мэв}$ \* было найдено значение  $(1,24 \pm 0,25) \cdot 10^{-4}$ , которое и принято в настоящее время [1].

В электронном эксперименте 1963 г. [5] по поиску процесса  $\pi \rightarrow e v_e \gamma$ , проведенном в ЦЕРНе, было зарегистрировано  $143 \pm 15$  событий этого распада. Для отношения вероятностей

$$R(\pi^+ \rightarrow e^+ v_e \gamma) = W(\pi^+ \rightarrow e^+ v_e \gamma)/W_\pi$$

при  $E_{e^+}$  и  $E_\gamma$  больших  $48 \text{ Мэв}$  получено:  $R(\pi \rightarrow e v_e \gamma) = (3,0 \pm 0,5) \cdot 10^{-8}$ .

Несколько экспериментов по распадам (1) было выполнено в 1973 г.

В эксперименте, проведенном в ИТЭФ с использованием магнитного спектрометра со стримерными камерами, был установлен факт радиационного распада  $K \rightarrow \mu v_\mu \gamma$  [6]: обнаружено 12 событий такого типа. Для отношения вероятностей найдено

$$R(K \rightarrow \mu v_\mu \gamma) = W(K \rightarrow \mu v_\mu \gamma)/W_K = (5,8 \pm 3,5) \cdot 10^{-3}$$

(при  $E_\gamma \geqslant 9 \text{ Мэв}$ ,  $p_\mu \leqslant 230 \text{ Мэв}/c$  и  $\theta_{\mu\gamma} < 70^\circ$ ). Большая погрешность связана с фоном от  $K_{\mu 3}$  распада.

В электронном эксперименте в ЦЕРНе [7] по измерению отношения  $W(K_{e2})/W(K_{\mu 2})$  [8] впервые наблюдался распад  $K \rightarrow e v_e \gamma$ , было обнаружено  $56^{+8}_{-12}$  событий. В кинематической области  $E_\gamma > 100 \text{ Мэв}$ ,  $236 \text{ Мэв} < E_{e^+} < 247 \text{ Мэв}$  и  $\theta_{e\gamma} > 120^\circ$  отношение вероятностей  $W(K \rightarrow e v_e \gamma)/W_{K_{e2}}$  оказалось равным  $1,05^{+0,25}_{-0,30}$ .

В Беркли [9] с использованием спектрометра с магнитными искровыми камерами и гадоскопической системы черенковских счетчиков проведено более детальное, чем в работе [5], исследование распада  $\pi \rightarrow e v_e \gamma$ . В кинематической области  $E_{e^+} > 58 \text{ Мэв}$  и  $E_\gamma > 35 \text{ Мэв}$  найдено  $170 \pm 15$  событий этого распада. Результаты опыта подтверждают данные первого эксперимента [5].

Распады (2) еще не наблюдались на опыте, за исключением одного события  $\pi \rightarrow \mu v_\mu e^+ e^-$ , случайно зарегистрированного еще в 1955 г. в фотоэмulsionиях [10]. В продолжающемся эксперименте ЛЯП ОИЯИ по поиску процесса  $\pi \rightarrow e v_e e^+ e^-$ , использующем цилиндрический магнитный искровой спектрометр, пока удалось получить лишь верхнюю границу вероятности:

$$W(\pi^+ \rightarrow e^+ v_e e^+ e^-)/W_\pi \leqslant 8,2 \cdot 10^{-9}$$

в предположении, что матричный элемент процесса равен константе [11]. Эксперименты по поиску остальных процессов (2) еще не ставились.

\* Вероятности распадов (1) зависят от пороговой энергии регистрации  $\gamma$ -кванта, поэтому они имеют смысл лишь в конкретной кинематической области.

### 1. АМПЛИТУДА ПРОЦЕССОВ. ОБЩАЯ СТРУКТУРА И ПАРАМЕТРИЗАЦИЯ.

Матричный элемент процессов (2) можно представить в виде суммы двух членов, отвечающих диаграммам рис. 2 и 3:

$$M = \frac{e^2 G f}{V^2} \frac{\varepsilon_\alpha}{k^2} \left[ \bar{u}(p) \hat{q} (1 + \gamma_5) \frac{1}{-\hat{p}_1 - \hat{k} - i m_l} \gamma_\alpha u(-p_1) + \mathfrak{M}_{\alpha\beta} l_\beta \right], \quad (3)$$

где  $m_l$  — масса лептона  $l$ ;  $k = p_2 + p_3$ ;  $Q = p + p_1 = q - k$ ;  $\varepsilon_\alpha = \bar{u}(p_3) \gamma_\alpha u(-p_2)$ ;  $l_\beta = \bar{u}(p) \gamma_\beta (1 + \gamma_5) u(-p_1)$ ;  $f(f_\pi$  или  $f_K$ ) определяется вероятностью распада  $\pi(K) \rightarrow \mu\nu_\mu$ :

$$W(\pi(K) \rightarrow \mu\nu_\mu) = (G^2 f^2 / 8\pi) M m_\mu^2 (1 - m_\mu^2/M^2)^2,$$

где  $M$  — масса распадающегося мезона. Согласно данным эксперимента [1]:  $f_\pi = 0,92 M_\pi$ ,  $f_K = 0,25 M_\pi$ .

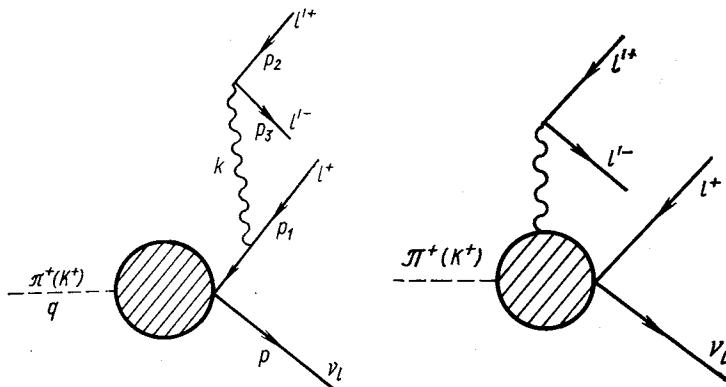


Рис. 2

Рис. 3

Диаграмма рис. 2 отвечает испусканию виртуального  $\gamma$ -кванта лептоном  $l$ . Ей соответствует первый член формулы (3), получение которого не представляет труда. Диаграмма рис. 3 описывает излучение из адронов. Ей отвечает следующее выражение [30]:

$$\begin{aligned} i f \mathfrak{M}_{\alpha\beta} = & (2\pi)^{3/2} V \sqrt{2q_0} \int \exp(-iQx) \times \\ & \times \langle 0 | T \{ J_\alpha^e(0) J_\beta^{W(-)}(x) \} | \pi^+(K^+); q \rangle dx. \end{aligned} \quad (4)$$

В формуле (4)  $J_\alpha^e$  и  $J_\beta^{W(-)}$  — электромагнитный и слабый адронные токи. В рамках ( $V - A$ )-теории слабого взаимодействия [31] ток  $J_\beta^W$  представляет собой сумму векторного ( $V$ ) и аксиального ( $A$ ) токов, каждый из которых, согласно теории Кабббо [32], есть следующая линейная комбинация тока без изменения странности

$(J_\beta)$  и тока, меняющего странность на единицу ( $S_\beta$ ):

$$V_\beta^{(-)} = \cos \theta_V J_\beta^{V(-)} + \sin \theta_V S_\beta^{V(-)}; \quad (5)$$

$$A_\beta^{(-)} = \cos \theta_A J_\beta^{A(-)} + \sin \theta_A S_\beta^{A(-)}, \quad (6)$$

где  $\theta_V, \theta_A$  — углы Кабибо. Современные экспериментальные данные хорошо согласуются с предположением, что  $\theta_A = \theta_V = \theta_C$ . Наиболее недвусмысленным путем значение угла Кабибо извлекается из данных по распадам гиперонов:  $\sin \theta_C \approx 0,23$  [33]. Это значение и принимается в данном обзоре. В дальнейшем наряду с введенными выше константами  $f_\pi$  и  $f_K$  будут употребляться также константы  $F_\pi$  и  $F_K$ , которые определяются матричными элементами токов  $J_\beta^A$  и  $S_\beta^A$ :

$$\langle 0 | J_\beta^{A(\pm)} (S_\beta^{A(\pm)}) | \pi^\mp (K^\mp); q \rangle = i \sqrt{2} F_{\pi(K)} q_\beta [(2\pi)^{3/2} \sqrt{2q_0}]^{-1}. \quad (7)$$

Константы  $F_\pi$  и  $F_K$  связаны с величинами  $f_\pi$  и  $f_K$  через угол Кабибо  $f_\pi = F_\pi \sqrt{2} \cos \theta_C$ ;  $f_K = F_K \sqrt{2} \sin \theta_C$ . При выбранном нами значении угла  $\theta_C$   $F_\pi \approx 0,67 M_\pi \approx 94 \text{ Мэв}$ ,  $F_K \approx 0,77 M_\pi \approx 109 \text{ Мэв}$ ,  $F_K/F_\pi = 1,16$ .

Амплитуду  $\mathfrak{M}_{\alpha\beta}$  удобно разбить на две части, отвечающие вкладам  $V$ - и  $A$ -токов:

$$\mathfrak{M}_{\alpha\beta} = \mathfrak{M}_{\alpha\beta}^V + \mathfrak{M}_{\alpha\beta}^A, \quad (8)$$

где

$$\begin{aligned} V \bar{2} \mathfrak{M}_{\alpha\beta}^V = & - \frac{i}{F_{\pi(K)}} (2\pi)^{3/2} \sqrt{2q_0} \int \exp(-iQx) \times \\ & \times \langle 0 | T \{ J_\alpha^e(0) J_\beta^{V(-)}(x) (S_\beta^{V(-)}(x)) \} | \pi^+(K^+); q \rangle dx, \end{aligned} \quad (9)$$

а амплитуда  $\mathfrak{M}_{\alpha\beta}^A$  определяется такой же формулой, но с заменой индексов  $V$  на  $A$ .

Величины  $\mathfrak{M}_{\alpha\beta}^V$  и  $\mathfrak{M}_{\alpha\beta}^A$  зависят только от двух 4-импульсов  $k$  и  $Q$  ( $Q = q - k$ ). Очевидно, что величина  $\mathfrak{M}_{\alpha\beta}^V$  должна преобразовываться как псевдотензор. Соображения лоренц-инвариантности приводят к выражению

$$\mathfrak{M}_{\alpha\beta}^V = -a(k^2, Q^2) \epsilon_{\alpha\beta\rho\sigma} k_\rho Q_\sigma / M^2, \quad (10)$$

где  $a(k^2, Q^2)$  — неизвестный форм-фактор, описывающий вклад векторного тока. Этот форм-фактор является функцией двух независимых инвариантов  $k^2$  и  $Q^2$ , которые можно построить из 4-импульсов  $k$  и  $Q$ . Множитель  $1/M^2$  здесь и далее введен для того, чтобы все форм-факторы были безразмерны. Знак минус выбран ради определенности \*.

\* В литературе часто используются другие определения форм-факторов процессов (1) и (2). Так, размерные форм-факторы [7, 9, 20, 22, 26, 34, 35] (они часто обозначаются  $h_V$  и  $h_A$ ) отличаются от используемых в данном обзоре множителем  $\sqrt{2} F/M^2$  (или  $F/M^2$ ):  $|h_V| = (\sqrt{2} |F|/M^2) |a|$  и т. д.

Из сохранения электромагнитного тока следует, что  $k_\alpha \mathfrak{M}_{\alpha\beta} = q_\beta$ . Учитывая, что  $k_\alpha \mathfrak{M}_{\alpha\beta}^V = 0$ , получаем

$$k_\alpha \mathfrak{M}_{\alpha\beta}^A = q_\beta \quad (11)$$

Наиболее общее выражение для тензора  $\mathfrak{M}_{\alpha\beta}^A$ , которое можно построить из 4-импульсов  $k$  и  $Q$ , имеет вид

$$\mathfrak{M}_{\alpha\beta}^A = [bQ_\alpha k_\beta + ck_\alpha k_\beta]/M^2 + Dk_\alpha Q_\beta + EQ_\alpha Q_\beta + g\delta_{\alpha\beta}, \quad (12)$$

где  $b$ ,  $c$ ,  $D$ ,  $E$  и  $g$  — функции инвариантов  $k^2$  и  $Q^2$ . Из соотношения (11) находим два ограничения на эти функции

$$[(Qk)b + k^2c]/M^2 + g = 1; \quad (13)$$

$$k^2D + (Qk)E = 1. \quad (14)$$

Выделим вклад  $\pi$  ( $K$ )-мезонного полюса в тензор  $\mathfrak{M}_{\alpha\beta}^A$

$$(\mathfrak{M}_{\alpha\beta}^A)_{\pi(K)} = -(2Q_\alpha + k_\alpha)Q_\beta \tilde{\mathfrak{F}}(k^2)/(Q^2 + M^2), \quad (15)$$

где  $\tilde{\mathfrak{F}}(k^2)$  — электромагнитный форм-фактор реального  $\pi$  ( $K$ )-мезона, зависящий только от одного инварианта  $k^2$  и удовлетворяющий условию нормировки  $\tilde{\mathfrak{F}}(0) = 1$ . [Все «внемассовые» члены, обусловленные тем, что  $\pi$  ( $K$ )-мезонная линия с импульсом  $Q$  на полюсном графике не лежит на массовой поверхности, пропорциональны множителю  $(Q^2 + M^2)$  и имеют неполюсное поведение.] Из (12) и (15) следует, что  $b$ ,  $c$  и  $g$  не имеют полюсов при  $Q^2 = -M^2$ .

Представим функции  $D$  и  $E$  в виде

$$\left. \begin{aligned} D &= -\tilde{\mathfrak{F}}(k^2)/(Q^2 + M^2) + d/M^2; \\ E &= -2\tilde{\mathfrak{F}}(k^2)/(Q^2 + M^2) + e/M^2, \end{aligned} \right\} \quad (16)$$

где  $d$  и  $e$  также не имеют полюсов при  $Q^2 = -M^2$ . Подставляя (16) в (14), получаем

$$k^2d - \frac{1}{2}[Q^2 + M^2 + k^2]e = [1 - \tilde{\mathfrak{F}}(k^2)]M^2. \quad (17)$$

Исключая форм-факторы  $d$  и  $g$ , находим для  $\mathfrak{M}_{\alpha\beta}^A$  следующее выражение:

$$\begin{aligned} \mathfrak{M}_{\alpha\beta}^A(k, Q) &= -(2Q_\alpha + k_\alpha)Q_\beta/(Q^2 + M^2) + \delta_{\alpha\beta} + \\ &+ \frac{1}{M^2} \left\{ [Q_\alpha k_\beta - (Qk)\delta_{\alpha\beta}]b + (k_\alpha k_\beta - k^2\delta_{\alpha\beta})c + \right. \\ &\left. + Q_\beta [k^2 Q_\alpha - (Qk)k_\alpha] \left[ \frac{2M^2}{Q^2 + M^2} \frac{1 - \tilde{\mathfrak{F}}(k^2)}{k^2} + \frac{e}{k^2} \right] \right\}. \end{aligned} \quad (18)$$

Множитель  $1/k^2$  в последнем члене не приводит к сингулярности, поскольку из условия (17) следует, что  $e(k^2, Q^2) = k^2 e'(k^2, Q^2)$ , (где  $e'(k^2, Q^2)$  регулярна при  $k^2 = 0$ ), кроме того,  $1 - \tilde{\mathfrak{F}}(k^2) \sim k^2$ .

Таким образом, величина  $\mathfrak{M}_{\alpha\beta}^A$  не имеет особенности при  $k^2 = 0$ , как это и должно быть: при  $k^2 = 0$  тензор  $\mathfrak{M}_{\alpha\beta}^A$  описывает процесс  $\pi(K) \rightarrow l\nu\gamma\gamma$ .

Выпишем окончательное выражение для матричного элемента процессов (2) \*:

$$\begin{aligned} M = & \frac{e^2 G_f}{V^{\frac{1}{2}}} \frac{\varepsilon_\alpha}{k^2} \left( m_l \bar{u}(p) (1 - \gamma_5) \left[ \frac{2Q_\alpha + k_\alpha}{2(Qk) + k^2} - \frac{2p_{1\alpha} + \hat{k}\gamma_\alpha}{2(p_1k) + k^2} \right] u(-p_1) + \right. \\ & + \frac{i}{M^2} \left\{ -\varepsilon_{\alpha\beta\rho\sigma} k_\rho Q_\sigma a(k^2, Q^2) + (Q_\alpha k_\beta - (Qk) \delta_{\alpha\beta}) b(k^2, Q^2) + \right. \\ & \quad \left. + (k_\alpha k_\beta - k^2 \delta_{\alpha\beta}) c(k^2, Q^2) + (k^2 Q_\alpha - (Qk) k_\alpha) \times \right. \\ & \quad \left. \times Q_\beta \left[ \frac{2M^2}{Q^2 + M^2} \frac{1 - \mathfrak{F}(k^2)}{k^2} + e'(k^2, Q^2) \right] \right\} l_\beta \). \end{aligned} \quad (19)$$

Первый член выражения (19) не содержит неизвестных величин. Он целиком определяется амплитудой безрадиационного распада  $\pi(K) \rightarrow l\nu\mu$ . Вклад этого члена в амплитуду принято называть вкладом внутреннего тормозного излучения (IB). Вклады остальных членов, характеризующих структуру  $\pi(K)$ -мезона по отношению к слабоэлектромагнитному взаимодействию, называют структурными вкладами (SD).

Полагая в выражении (19)  $k^2 = 0$  и заменяя  $\varepsilon_\alpha/k^2$  на вектор поляризации реального фотона  $\varepsilon_\alpha^\gamma(k)$ , находим для матричного элемента процессов (1) следующее выражение:

$$\begin{aligned} M^\gamma = & \frac{-ieG_f}{V^{\frac{1}{2}}} \varepsilon_\alpha^\gamma(k) \left\{ m_l \bar{u}(p) (1 - \gamma_5) \left[ \frac{q_\alpha}{(qk)} - \frac{2p_{1\alpha} + \hat{k}\gamma_\alpha}{2(p_1k)} \right] u(-p_1) + \right. \\ & + \frac{i}{M^2} [-\varepsilon_{\alpha\beta\rho\sigma} k_\rho Q_\sigma a^\gamma(Q^2) + (q_\alpha k_\beta - (qk) \delta_{\alpha\beta}) b^\gamma(Q^2)] l_\beta \}. \end{aligned} \quad (20)$$

Здесь  $k$  — 4-импульс реального  $\gamma$ -кванта и выбрана калибровка  $\varepsilon^\gamma k = 0$ .

Таким образом, амплитуда радиационных распадов (1) описывается двумя форм-факторами  $a^\gamma$  и  $b^\gamma$ , которые являются функциями одного инварианта  $Q^2$ , тогда как амплитуда процессов с виртуальным фотоном (2) определяется пятью форм-факторами  $a$ ,  $b$ ,  $c$  и  $e$ , зависящими от двух инвариантов  $k^2$  и  $Q^2$ , и электромагнитным форм-фактором мезона  $\mathfrak{F}(k^2)$ . Между форм-факторами процессов (1) и (2), очевидно, существуют тождества

$$a^\gamma(Q^2) \equiv a(0, Q^2); \quad b^\gamma(Q^2) \equiv b(0, Q^2). \quad (21)$$

Подробное обсуждение вывода амплитуды процессов (1) содержится в работах [36, 37].

\* Если матричный элемент (19) описывает процесс с тождественными частицами в конечном состоянии ( $l \equiv l'$ ), то его необходимо антисимметризовать: положить  $m_l' = m_l$  и вычесть член, полученный заменой  $p_1 \leftrightarrow p_2$ .

Общая структура амплитуд (19), (20) определяется исключительно требованиями градиентной и лоренц-инвариантностей. Из этих требований не следует вещественность форм-факторов, входящих в амплитуды. Форм-факторы будут вещественными в том случае, если имеет место  $T$ -инвариантность и если промежуточные частицы не могут находиться на массовой поверхности. Здесь предполагается, что  $T$ -инвариантность не нарушена. Вопрос об отношении этих распадов к проблеме нарушения  $T$ -инвариантности рассмотрен кратко ниже. Поскольку  $\pi$ - и  $K$ -мезоны — легчайшие частицы в мире адронов, то лишь в случае  $K$ -распадов (2) существуют две диаграммы — в интересующем нас порядке  $\alpha G$ ,

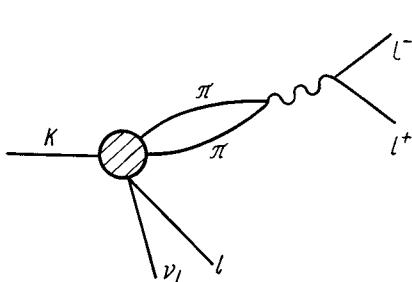


Рис. 4

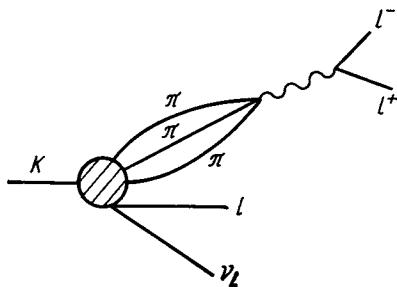


Рис. 5

в которых промежуточные пионы могут находиться на массовой поверхности (рис. 4 и 5). Мнимые части таких диаграмм отличны от нуля только в определенной части фазового объема, которая близка к полному фазовому объему распада  $K \rightarrow \mu\nu_\mu\mu^+\mu^-$ . Поэтому сравним вклад квадрата мнимой части диаграммы рис. 4 ( $W_{4a}$ ) с полной вероятностью именно этого распада. Очевидно, что  $W_{4a} \approx \approx W(K_{4a})\alpha^2 \approx 5 \cdot 10^{-10}$ , тогда как  $W(K \rightarrow l\nu_\mu\mu^+\mu^-) \approx 10^{-8}$  (см. табл. 2). Вклад квадрата мнимой части диаграммы рис. 5 много меньше. Поскольку вероятности распадов  $K \rightarrow l\nu_\mu e^+e^-$  на два-три порядка больше вероятности распада  $K \rightarrow \mu\nu_\mu\mu^+\mu^-$ , вкладом мнимых частей диаграмм рис. 4 и 5 можно пренебречь и с хорошей точностью форм-факторы считать вещественными, если имеет место  $T$ -инвариантность.

До сих пор на величины и поведение форм-факторов как функций  $k^2$  и  $Q^2$  не накладывалось никаких ограничений, кроме отсутствия полюсов при  $k^2 = 0$  и  $Q^2 = -M^2$  и вещественности. Чтобы вычислять наблюдаемые величины, необходимо еще знать явную зависимость форм-факторов от  $k^2$  и  $Q^2$ .

В случае  $\pi$ -распадов из-за малости энерговыделения естественно предположить, что форм-факторы слабо зависят от  $k^2$  и  $Q^2$  [20]. Тогда  $\pi$ -распады (1) описываются двумя параметрами:  $a_\pi^0 =$

$= a_\pi^0(0, 0)$  и  $b_\pi^0 = b_\pi(0, 0)$ , а  $\pi$ -распады (2) — пятью:  $a_\pi^0$ ,  $b_\pi^0$ ,  $c_\pi^0$ ,  $e'_\pi$  и  $\langle r^2 \rangle$ .

Детальные расчеты вероятностей распадов (2), выполненные в работах [23, 24], показали, что как  $\pi$ -, так и  $K$ -распады нечувствительны к вкладу последнего члена в формуле (19) (в основном это связано с режущим множителем  $t_1$ ), поэтому эффективно амплитуда  $\pi$ -распадов (2) характеризуется тремя параметрами  $a_\pi^0$ ,  $b_\pi^0$  и  $c_\pi^0$ , а амплитуда  $K$ -распадов (2) — тремя форм-факторами  $a_K(k^2, Q^2)$ ,  $b_K(k^2, Q^2)$  и  $c_K(k^2, Q^2)$ .

Если принять гипотезу IVC, то модуль параметра  $a_\pi^0$  можно связать с вероятностью распада  $\pi^0 \rightarrow \gamma\gamma$  (см. ниже). В таком случае его следует считать известным. Тогда амплитуды  $\pi$ -распадов удобно характеризовать другими параметрами:

$$\pi\text{-распады (1)} - s = \text{sign}(f_\pi a_0) \quad \text{и} \quad \gamma_\pi = b_\pi^0/a_\pi^0 \quad (22)$$

$$\pi\text{-распады (2)} - s, \gamma_\pi \quad \text{и} \quad \xi_\pi = c_\pi^0/a_\pi^0, \quad (23)$$

где  $a_0$  — амплитуда распада  $\pi^0 \rightarrow \gamma\gamma$ . Параметр  $s$  может принимать лишь значения  $\pm 1$ , а  $\gamma_\pi$  и  $\xi_\pi$  в принципе могут быть любыми.

Вопрос о параметризации амплитуды в случае  $K$ -распадов более сложен. В работе [25] по аналогии с описанием  $K_{l3}$ -распадов, было введено следующее представление для форм-факторов радиационных  $K$ -распадов (1):

$$a_K^\gamma(Q^2) = a_K^\gamma(0)(1 - \lambda_K^V Q^2/M_K^2); \quad (24)$$

$$b_K^\gamma(Q^2) = b_K^\gamma(0)(1 - \lambda_K^A Q^2/M_K^2). \quad (25)$$

Такое феноменологическое описание  $K$ -распадов (1) требует введения четырех параметров. Оказывается, что некоторые спектры чувствительны ко всем четырем параметрам [25], следовательно, существует возможность определить параметры из эксперимента и сравнить их значения с предсказаниями различных моделей. Еще более сложная ситуация имеет место для  $K$ -распадов (2). Конечно, было бы наиболее желательным, так же как и в случае распадов (1), разложить все форм-факторы в ряд и ограничиться первыми членами по  $k^2$  и  $Q^2$ . Но амплитуда процессов (2) характеризуется пятью форм-факторами, поэтому представление всех их в виде, подобном (24) и (25), потребует введения слишком большого числа параметров, определить которые из опытов по этим редким распадам очень трудно. Это обстоятельство вынуждает использовать частную параметризацию. Так, в работе [24] для форм-факторов предлагались следующие приближенные формулы, справедливые лишь в рамках предположения о доминантности низколежащих резонансов (подробнее см. ниже):

$$a_K(k^2, Q^2) = a_K^0 [(1 + k^2/M_\rho^2)(1 + Q^2/M_{K^*}^2)]^{-1}; \quad (26)$$

$$b_K(k^2, Q^2) = b_K^0 [(1 + k^2/M_\rho^2)(1 + Q^2/M_{K_A}^2)]^{-1}; \quad (27)$$

$$c_K(k^2, Q^2) = c_K^0 [(1 + k^2/M_\rho^2)(1 + Q^2/M_{K_A}^2)]^{-1}. \quad (28)$$

В таком случае амплитуда  $K$ -распадов (2) будет характеризоваться тремя параметрами:  $a_K^0$ ,  $b_K^0$  и  $c_K^0$ .

Вычисления вероятностей процессов (2), проведенные в работе [24] в двух случаях: 1) когда для форм-факторов используются формулы (26) — (28) и 2) когда форм-факторы считаются постоянными (они брались в точке  $k^2 = Q^2 = 0$ ), дают результаты, отличающиеся на 20% для процессов с  $e^+e^-$ -парой и на 35% для процессов с  $\mu^+\mu^-$ -парой, т. е. если форм-факторы считать постоянными, то можно рассчитывать лишь на 20 и 35%-ную точность описания процессов. Поэтому приближение постоянных форм-факторов для описания  $K$ -распадов (2) можно использовать лишь при анализе данных, содержащих небольшое число событий ( $\sim 10-30$ ).

## 2. ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫЕ ДАННЫЕ О ПАРАМЕТРАХ АМПЛИТУДЫ

Как уже говорилось, к настоящему времени имеются данные только по радиационным распадам (1), и эти данные чрезвычайно скучны. Информацию о введенных параметрах может дать лишь анализ процессов, чувствительных к структурному излучению, поэтому распада  $\pi \rightarrow \mu\nu_\mu\gamma$  здесь касаться не будем. Теоретические предсказания для параметров рассмотрены в следующем разделе. При этом не обсуждается вопрос о согласии теоретических предсказаний с данными эксперимента, поскольку экспериментальные данные крайне ограничены.

Распад  $\pi \rightarrow l\nu_\ell\gamma$ . Экспериментальные данные по этому распаду [5, 9] анализировались в рамках предположения о справедливости гипотезы IVC — при помощи параметра  $\gamma_\pi$  (оказывается, что распадные распределения не чувствительны к параметру  $s$ ) [25, 26]. Как следует из определения параметра  $\gamma_\pi$ , его численное значение, извлекаемое из экспериментальных данных, зависит от времени жизни  $\pi^0$ -мезона  $\tau_{\pi^0}$ . Последнее точно не измерено, поэтому разумно извлекать из экспериментальных данных параметр  $\gamma_\pi$  как функцию  $\tau_{\pi^0}$ . Очевидно, что явный вид такой функции будет зависеть от постановки данного эксперимента (от эффективности регистрации). Поскольку вероятность — полином второй степени по параметру  $\gamma_\pi$ , эта функция двузначна. Если для  $\tau_{\pi^0}$  принять значение  $0,84 \cdot 10^{-16}$  сек [1], то результаты экспериментов [5, 9] можно записать в виде

$$\gamma_\pi^{(1)} = 0,32 \quad \text{и} \quad \gamma_\pi^{(2)} = -2,0 \quad [5] \quad (29)$$

(в этом эксперименте не приведены погрешности);

$$\gamma_\pi^{(1)} = 0,15 \pm 0,13 \quad \text{и} \quad \gamma_\pi^{(2)} = -2,07 \pm 0,11 \quad [9]. \quad (30)$$

Как видно, результаты экспериментов совпадают в пределах погрешностей измерения.

**Распад  $K \rightarrow \mu\nu_\mu\gamma$ .** Интегральная вероятность  $W(K \rightarrow \mu\nu_\mu\gamma)$ , измеренная в эксперименте [6], отвечает такой области фазового объема распада, где существен вклад только одного тормозного излучения, поэтому на параметры амплитуды получается лишь очень грубое ограничение

$$-3,5 < a_K^0 < 9, \quad (31)$$

(если считать, что  $b_K^0 = 0$ ).

**Распад  $K \rightarrow l\nu_l\gamma$ .** В кинематической области эксперимента [7] вероятность распада оказывается чувствительной только к той части вклада структурного излучения, которая пропорциональна  $[a_K^y(Q^2) + b_K^y(Q^2)]^2$ . Результат эксперимента имеет следующий вид:

$$0,4 < |a_K^y(Q^2) + b_K^y(Q^2)| < 0,5. \quad (32)$$

Поскольку вклад члена, содержащего  $[a_K^y(Q^2) - b_K^y(Q^2)]^2$ , весьма мал, для отношения  $\gamma_K = b_K^0/a_K^0$  получается только оценка сверху

$$|\gamma_K| < 0,8. \quad (33)$$

Этих данных недостаточно, чтобы определить параметры  $a_K^0$  и  $b_K^0$  по отдельности.

В заключение этого раздела сделаем следующее замечание. Приводимые оценки форм-факторов  $K$ -распадов (31) — (33) соответствуют значению  $\sin \theta_C = 0,23$  [33], которое берется нами из данных по распадам гиперонов. При этом коридор ошибок в (32) определяется только экспериментальными погрешностями. Авторы работы [7] используют наряду с этим значением  $\theta_C$  также и другие значения, извлекаемые из данных по  $K_{l3}$ -распадам и данных по отношению вероятностей  $W(K_{l2})/W(\pi_{l2})$ . Различные оценки  $\sin \theta_C$  сильно отличаются друг от друга, что приводит к дополнительной неопределенности в оценке (32), превышающей экспериментальную. На наш взгляд, однако, извлечение угла Кабиббо из данных по  $K_{l2}$ - и  $K_{l3}$ -распадам менее надежно, поскольку при этом используются различные малообоснованные динамические предположения (например, предполагается, что  $F_K/F_\pi = 1$  и т. п.).

Наша точка зрения заключается, таким образом, в том, что существует единственный надежный источник информации об угле Кабиббо — гиперонные распады. Другие экспериментальные данные [по  $\pi_{l2}$ ,  $K_{l2}$ ,  $K_{l3}$ -распадам, распадам (1), (2)] более естественно использовать для нахождения параметров типа  $F_K/F_\pi$ ,  $f_+(0)$ ,  $a_K^0$ ,  $b_K^0$  и т. д., задаваясь полученным значением угла. С этой точки зрения не имеет смысла говорить о какой-либо иной неопределенности в оценке (32), кроме экспериментальной.

### 3. ТЕОРЕТИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ ФОРМ-ФАКТОРОВ

Существуют следующие подходы к анализу форм-факторов рассматриваемых распадов:

- 1) гипотеза изовекторного векторного тока (IVC) и ее расширение на процессы с изменением странности — теория Кабибо;
- 2) алгебра токов и гипотеза частичного сохранения аксиального тока (PCAC);
- 3) модели, основанные на предположении о доминантности низколежащих резонансов;
- 4) дисперсионные соотношения (ДС);
- 5) квантовая киральная теория.

Содержание этих хорошо известных идей будет обсуждаться в той мере, в какой это необходимо для получения конкретных предсказаний для форм-факторов.

**Векторный форм-фактор ( $\pi$ -распады).** Форм-фактор  $a_\pi(k^2, Q^2)$  определяется выражением [формулы (9) — (10)]

$$\begin{aligned} \sqrt{2q_0}(2\pi)^{3/2} \int \exp(-iQx) \langle 0 | T \{ J_\alpha^{e(S)}(0) J_\beta^{V(-)}(x) \} | \pi^+; q \rangle d^4x = \\ = -i\epsilon_{\alpha\beta\rho\sigma} k_\rho Q_\sigma F_\pi \sqrt{2} a_\pi(k^2, Q^2)/M_\pi^2. \end{aligned} \quad (34)$$

(Из-за сохранения  $G$ -четности в выражении (34) дает вклад лишь изоскалярная составляющая электромагнитного тока  $J_\alpha^{e(S)}$ .) Как показали Вакс и Иоффе [16] (см. также работы [30, 38]), этот форм-фактор можно связать с форм-фактором  $a_0(k^2, Q^2)$  распада  $\pi^0(q) \rightarrow \gamma(k) + \gamma(Q)$ , который определяется аналогичной формулой:

$$\begin{aligned} \sqrt{2q_0}(2\pi)^{3/2} \int \exp(-iQx) \langle 0 | T \{ J_\alpha^{e(S)}(0) J_\beta^{e(3)}(x) \} | \pi^0; q \rangle d^4x = \\ = -i\epsilon_{\alpha\beta\rho\sigma} k_\rho Q_\sigma a_0(k^2, Q^2)/M_\pi. \end{aligned} \quad (35)$$

При выводе соотношения между форм-факторами используется гипотеза IVC. Кратко обсудим ее содержание. Из правила  $\Delta I = 1$ , справедливого для слабых полулептонных процессов без изменения странности, следует, что входящий в выражение (34) слабый векторный адронный ток  $J_\beta^{V(\pm)}$  принадлежит изотриплету. Гипотеза IVC состоит в отождествлении нейтральной компоненты этого триплета с изовекторной частью электромагнитного тока  $J_\beta^{e(3)}$  [39]:

$$[I^{(\pm)}, J_\beta^{V(\mp)}] = \pm 2J_\beta^{e(3)}; \quad (36)$$

$$[I^{(\pm)}, J_\beta^{e(3)}] = \mp J_\beta^{V(\pm)}, \quad (37)$$

где  $I^{(\pm)} = \int d^3x \mathfrak{L}^{1\pm i2}$  — повышающий и понижающий генераторы группы изоспина;  $\mathfrak{L}_\beta^i$  — феноменологический сохраняющий-

ся адронный ток изоспина. В предположении, что  $J_\beta^{e(3)} = \Sigma_\beta^3$ , изотриплет  $J_\beta^i$  совпадает с током  $\Sigma_\beta^i$ \*:

$$J_\beta^{V(\pm)} = \Sigma_\beta^{i \pm i2}. \quad (38)$$

Поскольку в силу изоспиновой симметрии сильных взаимодействий ток  $\Sigma_\beta^i$  сохраняется, из гипотезы IVC следует сохранение токов  $J_\beta^{V(\pm)}$ :

$$\partial_\beta J_\beta^{V(\pm)} = 0 \text{ (условие сохранения векторного тока: CVC).}$$

Соотношение Вакса—Иоффе легко теперь получить из сравнения (34) и (35). Используя свойство  $I^{(-)}|\pi^{(+)}; q >= \sqrt{2}|\pi^0; q >$  и коммутационное соотношение (37), находим

$$a_0(k^2, Q^2) = (-F_\pi/M_\pi) a_\pi(k^2, Q^2). \quad (39)$$

Подчеркнем, что при выводе связи (39) используется только гипотеза IVC и что эта связь имеет место при любых  $k^2$  и  $Q^2$ .

При  $k^2 = Q^2 = 0$  форм-фактор  $a_0$  определяется вероятностью распада  $\pi^0 \rightarrow \gamma\gamma$ :  $W_{\pi^0} = \alpha^2 M_\pi |a_0(0, 0)|^2$  [30], откуда следует соотношение

$$|a_\pi^0| = [M_\pi/\alpha |F_\pi|] (W(\pi^0 \rightarrow \gamma\gamma)/\pi M_\pi)^{1/2}. \quad (40)$$

Как известно, в эксперименте для времени жизни  $\pi^0$ -мезона получались различные значения, и среднее значение этой величины не имеет смысла. В табл. 1 приведена величина  $a_\pi(0, 0)$  в зависимости от времени жизни  $\pi^0$ -мезона  $\tau_{\pi^0}$ .

Таблица 1  
Зависимость  $a_\pi(0, 0)$  от  $\tau_{\pi^0}$

$\tau_{\pi^0}, 10^{16} \text{ сек}^{-1}$	0,56	0,84	0,89	1,00
$ a_\pi(0, 0) $	0,033	0,027	0,026	0,025

Гипотеза IVC сама по себе не определяет конкретной структуры форм-фактора  $a_\pi(k^2, Q^2)$ . Для более детального анализа  $a_\pi(k^2, Q^2)$  следует обратиться к частным моделям IVC. (Разумеется, все результаты, получающиеся для  $a_\pi(k^2, Q^2)$ , справедливы и для форм-фактора  $a_0$  распада  $\pi^0 \rightarrow \gamma\gamma$ .)

\* Современные экспериментальные данные свидетельствуют в пользу формулировки IVC именно в виде (38), т. е. для слабого тока с отдельенным  $\cos \theta_C$ . Первоначально, когда понятия угла Кабибо еще не существовало, гипотеза IVC формулировалась для полного слабого векторного тока [39].

Примером такой модели может служить модель векторной доминантности, которая основана на предположении, что при передачах  $0 < t < 1$  Гээ основной вклад в форм-факторы различных адронных процессов дают низколежащие векторные резонансы. На языке операторов гипотеза векторной доминантности формулируется в виде тождеств ток — поле [40]:

$$\left. \begin{aligned} J_\mu^i &= g_\rho \rho_\mu^i; \\ J_\mu^{e(S)} &= g_\varphi \varphi_\mu + g_\omega \omega_\mu, \end{aligned} \right\} \quad (41)$$

где  $\rho_\mu^i$ ,  $\omega_\mu$ ,  $\varphi_\mu$  — поля векторных мезонов  $\rho$ ,  $\omega$  и  $\varphi^*$ ,  $g_\rho$ ,  $g_\omega$ ,  $g_\varphi$  — феноменологические константы, определяемые из относительных вероятностей распадов  $\rho_0 \rightarrow l^+ l^-$ ,  $\omega \rightarrow l^+ l^-$ ,  $\varphi \rightarrow l^+ l^-$ , которым в моделях векторной доминантности сопоставляются диаграммы рис. 6.

Простейшей моделью векторной доминантности является модель Гелл-Манна — Шарпа — Вагнера [41], в которой все неприводимые вершины имеют минимальную импульсную зависимость, совместную с лоренц-инвариантностью и калибровочной инвариантностью.

В подходе векторной доминантности векторная часть амплитуды  $\pi$ -распада (2) определяется вкладом диаграммы рис. 7. В модели Гелл-Манна — Шарпа — Вагнера этой диаграмме соответствует следующее выражение для форм-фактора:

$$a_\pi(k^2, Q^2) = -\frac{g_\rho M_\pi^2}{F_\pi(M_\rho^2 + Q^2)} \sum_{S=\omega, \varphi} \frac{g_{\rho\pi S} g_S}{M_S^2 + k^2}. \quad (42)$$

Выражение (42) легко получить, воспользовавшись в формуле (34) тождествами ток — поле (41) и сопоставив сильной  $\rho\pi S$ -вершине феноменологическую связь

$$\mathcal{L}_{\rho\pi S} = \frac{1}{4} g_{\rho\pi S} \pi^i \rho_\mu^i S_{\lambda\rho} \epsilon_{\mu\nu\lambda\rho}, \quad (43)$$

где

$$\rho_{\mu\nu}^i = \partial_\mu \rho_\nu^i - \partial_\nu \rho_\mu^i; \quad S_{\lambda\rho} = \partial_\lambda S_\rho - \partial_\rho S_\lambda; \quad S = \omega, \varphi.$$

\* Тождеством ток — поле удается удовлетворить в тех моделях, в которых векторные мезоны универсально связаны с сохраняющимися адронными токами (током изоспина, токами гиперзаряда и барионного числа и т. д. [40]).

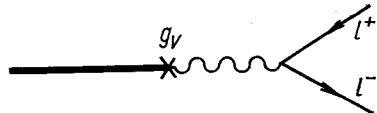


Рис. 6

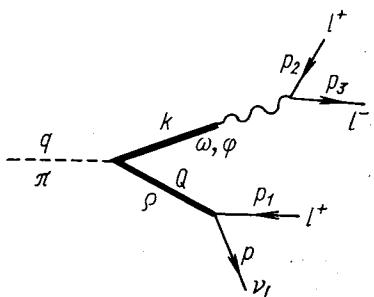


Рис. 7

В модели Гелл-Манна — Шарпа — Вагнера константы  $\rho\pi S$ -взаимодействия  $g_{\rho\pi S}$  просто связаны с константами  $g_{S\pi\gamma}$ , характеризующими электромагнитные распады  $S \rightarrow \pi^0\gamma$  (диаграмма рис. 8):

$$g_{\rho\pi S} = \frac{M_\rho^2}{g_\rho} g_{S\pi\gamma}. \quad (44)$$

Константы  $g_{S\pi\gamma}$  непосредственно измеряются в эксперименте, поэтому форм-фактор (42) удобно выразить через  $g_{S\pi\gamma}$ :

$$a_\pi(k^2, Q^2) = -\frac{M_\pi^2 M_\rho^2}{F_\pi(M_\rho^2 + Q^2)} \sum_{S=\omega, \varphi} \frac{g_{S\pi\gamma} g_S}{M_S^2 + k^2}. \quad (45)$$

Оценим форм-фактор в точке  $k^2 = Q^2 = 0$ :

$$a_\pi(0, 0) = -\frac{M_\pi^2}{F_\pi} \sum_{S=\omega, \varphi} \frac{1}{M_S^2} g_{S\pi\gamma} g_S. \quad (46)$$

Из экспериментальных данных по распадам  $S \rightarrow \pi^0\gamma$  и  $S \rightarrow l^+l^-$  [1] находим:

$$|g_{\omega\pi\gamma}| = 2,53 \pm 0,14 \text{ Гэв}^{-1}; \quad |g_{\varphi\pi\gamma}| < 0,21 \text{ Гэв}^{-1}; \quad (47)$$

$$|g_\omega| = 0,040 \pm 0,004 \text{ Гэв}^2; \quad |g_\varphi| = 0,092 \pm 0,003 \text{ Гэв}^2. \quad (48)$$

С учетом экспериментальных значений (47), (48) видим, что основной вклад в сумму в правой части (46) вносит  $\omega$ -мезонный член.

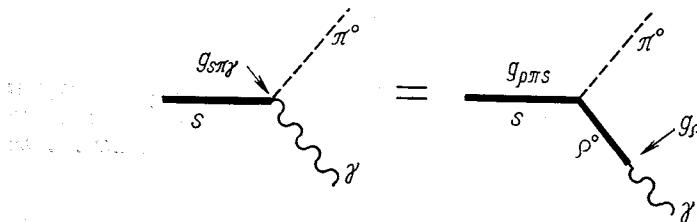


Рис. 8

Пренебрегая вкладом  $\varphi$ -мезона, получаем

$$|a_\pi(0, 0)| = 0,034 \pm 0,002. \quad (49)$$

Если использовать для  $g_{\varphi\pi\gamma}$  приведенное значение верхней экспериментальной границы (47), то учет  $\varphi$ -мезонного члена может изменить результат (49) примерно на 15% в ту или иную сторону в зависимости от знака величины  $\beta = g_{\omega\pi\gamma}g_\omega/g_{\varphi\pi\gamma}g_\varphi$ :

$$|a_\pi(0, 0)| = 0,038 \pm 0,002, \quad \beta > 0; \quad (50)$$

$$|a_\pi(0, 0)| = 0,030 \pm 0,002 \quad \beta < 0. \quad (51)$$

Таким образом, наблюдается согласие с результатами табл. 1, полученными непосредственно из данных по распаду  $\pi^0 \rightarrow \gamma\gamma$ , т. е. только из IVC. Это соответствует тому известному факту, что модель Гелл-Манна — Шарпа — Вагнера [41] удовлетворительно работает в области электромагнитных распадов векторных и псевдоскалярных мезонов [42]. (Если бы результат для  $a_\pi(0, 0)$ , полученный из данных по распадам  $S \rightarrow \pi^0\gamma$ , не согласовывался с результатами, найденными непосредственно из IVC, то это просто

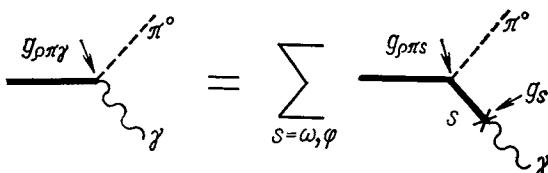


Рис. 9

означало бы, что «наивная» модель векторной доминантности не позволяет описать одновременно распады  $\omega \rightarrow \pi\gamma$ ,  $\varphi \rightarrow \pi\gamma$  и  $\pi^0 \rightarrow \gamma\gamma$ ).

Форм-фактор  $a_\pi(0, 0)$  можно оценить и другим способом, если учесть, что в него входит та же комбинация констант связи, что и в амплитуду распада  $\rho \rightarrow \pi\gamma$ , который описывается диаграммами рис. 9. Непосредственно из диаграмм видно, что

$$g_{\rho\pi\gamma} = \sum_{S=\omega, \varphi} \frac{g_{\rho\pi S} g_{S\gamma}}{M_S^2} = \frac{M_\rho^2}{g_\rho} \sum_{S=\omega, \varphi} \frac{g_{S\pi\gamma} g_S}{M_S^2}. \quad (52)$$

Поэтому

$$a_\pi(0, 0) = -\frac{M_\pi^2 g_\rho}{F_\pi M_\rho^2} g_{\rho\pi\gamma}. \quad (53)$$

Недавние измерения ширины распада  $\rho \rightarrow \pi\gamma$  [43a],  $\Gamma(\rho \rightarrow \pi\gamma) = 35 \pm 10$  кэВ дают

$$g_{\rho\pi\gamma} = 0,53 \pm 0,08 \text{ ГэВ}^{-1}. \quad (54)$$

Используя для  $g_{\rho\pi\gamma}$  это значение и беря  $g_\rho$  из данных по ширине распада  $\rho^0 \rightarrow e^+e^-$  [1]

$$g_\rho = 0,114 \pm 0,020 \text{ ГэВ}^2, \quad (55)$$

находим

$$|a_\pi(0, 0)| = 0,022 \pm 0,007, \quad (56)$$

что согласуется с результатами IVC (см. табл. 1). Отметим, что при  $\beta < 0$  предсказание правила сумм (52) для константы  $g_{\rho\pi\gamma}$  ( $\simeq 0,80 \pm 0,26 \text{ ГэВ}^{-1}$ ) находится в грубом согласии с экспериментальным значением (54). Это свидетельствует о непротиворечивости описания распадов  $\rho \rightarrow \pi\gamma$ ,  $S \rightarrow \pi\gamma$  и  $\pi^0 \rightarrow \gamma\gamma$  в модели Гелл-Манна — Шарпа — Вагнера.

Обсудим теперь вопрос о совместности подходов векторной доминантности и  $SU(3)$ -симметрии. Исходя из  $U$ -спиновой инвариантности и октетной структуры вершин  $V \rightarrow P\gamma$ , константу  $g_{\rho\pi\gamma}$  можно связать с константами  $g_{\omega\pi\gamma}$  и  $g_{\phi\pi\gamma}$ . Конкретный вид соотношения между константами зависит от модели «полусильного» нарушения  $SU(3)$ -симметрии, ответственного за расщепление масс в октете векторных мезонов и за фо-смешивание.

Если использовать простейшую модель «смешивания масс» [44а], в которой нарушение вводится непосредственно в массивный член векторных полей, то получается соотношение

$$g_{\rho\pi\gamma} = (g_{\phi\pi\gamma} \cos \theta - g_{\omega\pi\gamma} \sin \theta) / \sqrt{3}, \quad (57)$$

где  $\theta$  — угол фо-смешивания ( $\theta \approx 39^\circ$ ). Из (57) находим:

- а)  $|g_{\rho\pi\gamma}| = 1,0 \pm 0,1 \text{ Гэв}^{-1}$ ,  $g_{\phi\pi\gamma}/g_{\omega\pi\gamma} < 0$ ;
- б)  $|g_{\rho\pi\gamma}| = 0,8 \pm 0,1 \text{ Гэв}^{-1}$ ,  $g_{\phi\pi\gamma}/g_{\omega\pi\gamma} > 0$ ,

что плохо согласуется с экспериментальными данными (54).

В модели «смешивания токов» [44б] нарушение вводится в кинетические члены векторных полей. Вместо соотношения (57) в этой модели имеем:

$$g_{\rho\pi\gamma} = [(M_\rho/M_\Phi) g_{\phi\pi\gamma} \cos \theta - (M_\rho/M_\omega) g_{\omega\pi\gamma} \sin \theta] / \sqrt{3} \quad (58)$$

( $\theta \approx 26^\circ$ ).

Для  $|g_{\rho\pi\gamma}|$  получаются следующие оценки:

- а)  $|g_{\rho\pi\gamma}| = 0,71 \pm 0,05 \text{ Гэв}^{-1}$ ,  $g_{\phi\pi\gamma}/g_{\omega\pi\gamma} < 0$ ;
- б)  $|g_{\rho\pi\gamma}| = 0,57 \pm 0,05 \text{ Гэв}^{-1}$ ,  $g_{\phi\pi\gamma}/g_{\omega\pi\gamma} > 0$ ,

которые согласуются с экспериментальными данными (54) значительно лучше.

Следовательно, более удовлетворительное описание распадов  $V \rightarrow P\gamma$  в  $SU(3)$ -симметрии достигается при включении «полусильного» нарушения по методу смешивания токов [45].

Сравним правила сумм (57), (58) с предсказанием модели Гелл-Манна — Шарпа — Вагнера (52). Совместность (52) с (57) достигается при одних соотношениях между константами  $g_V$ :

$$g_\psi : g_\omega : g_\rho = \frac{1}{\sqrt{3}} M_\Phi^2 \cos \theta : \frac{(-1)}{\sqrt{3}} M_\omega^2 \sin \theta : M_\rho^2, \quad (59)$$

а с (58) — при других:

$$g_\psi : g_\omega : g_\rho = \frac{1}{\sqrt{3}} M_\Phi \cos \theta : \frac{(-1)}{\sqrt{3}} M_\omega \sin \theta : M_\rho. \quad (60)$$

Соотношения (59) хорошо согласуются с экспериментальными данными о константах  $g_V$ , в то время как (60) — значительно хуже.

Таким образом, для того чтобы векторная доминантность и  $SU(3)$ -симметрия были совместны друг с другом и при этом давали удовлетворительное описание распадов  $\rho \rightarrow \pi\gamma$ ,  $\omega \rightarrow \pi\gamma$ ,  $\phi \rightarrow \pi\gamma$ ,  $\pi^0 \rightarrow \gamma\gamma$ , необходимо предположить соотношения (60), которые следуют из модели «смешивания токов». Эти соотношения, однако, приводят к неудовлетворительному описанию распадов  $V \rightarrow l^+l^-$ . При использовании модели «смешивания масс» [соотношения (57), (59)] результат противоположный — распады  $V \rightarrow l^+l^-$  описываются хорошо, а радиационные распады — плохо. Ситуация может существенно проясниться при уточнении экспериментальных данных о константах, в особенности о константе  $g_{\rho\pi\gamma}$ .

В работе [46] форм-фактор  $a_\pi^\gamma(Q^2)$  обсуждался в дисперсионном подходе. Предполагая для  $a_\pi^\gamma(Q^2)$  безвычитательное дисперсионное соотношение (БДС) по  $Q^2$  и насыщая промежуточные состояния  $\rho$ -мезоном, авторы приходят к выражению  $|a_\pi^\gamma(Q^2)| = M_\pi^2 |g_\rho g_{\rho\pi\gamma}| / [F_\pi (M_\rho^2 + Q^2)]$ , которое в пренебрежении зависимостью от  $Q^2$  совпадает с выражением (53). Это представляется очевидным, ибо предположение о том, что форм-фактор удовлетворяет БДС, как раз и означает, что вклад дают полюсные члены, а в обоих методах учитывается только вклад  $\rho$ -мезона.

В заключение кратко обсудим импульсную зависимость форм-фактора  $a_\pi(k^2, Q^2)$  в модели векторной доминантности. Разлагая (45) в ряд, имеем [23]

$$a_\pi(k^2, Q^2) = a_\pi(0, 0) (1 - \lambda^V Q^2/M_\pi^2 - \lambda^S k^2/M_\pi^2 + \dots), \quad (61)$$

где

$$\lambda^V = M_\pi^2/M_\rho^2 = 0,03; \quad \lambda^S = M_\pi^2/M_\phi^2 = 0,03. \quad (62)$$

Таким образом, модель векторной доминантности предсказывает слабую импульсную зависимость форм-фактора  $a_\pi$  во всей области распада ( $k^2, Q^2 < M_\pi^2$ ), и можно считать, что  $a_\pi(k^2, Q^2) \approx a_\pi(0, 0)$ , при этом погрешность составит не более 3 %. Отметим, что этот вывод можно проверить, изучая достаточно интенсивный распад  $\pi^0 \rightarrow \gamma e^+e^-$ . Легко показать [23], что из IVC следуют неравенства  $\lambda^S < 2\lambda$  и  $\lambda^V < 2\lambda$ , где  $\lambda$  — параметр наклона форм-фактора  $\bar{a}_0$ , характеризующего распад  $\pi^0 \rightarrow \gamma e^+e^-$ :

$$\bar{a}_0(0, k^2) = a_0(0, 0) (1 - \lambda k^2/M_\pi^2).$$

Поскольку  $\lambda$  измеряется непосредственно, желательны более точные эксперименты по исследованию процесса  $\pi^0 \rightarrow \gamma e^+e^-$ .

**Векторный форм-фактор ( $K$ -распады).** Векторный форм-фактор  $a_K$  [см. формулы (9), (10)] определяется вкладом векторного тока  $S_\beta^{V(\pm)}$ , изменяющего странность. Теоретическое исследование векторного форм-фактора  $K$ -распадов представляет существенно более сложную задачу, чем для  $\pi$ -распадов, по двум причинам. Во-пер-

вых, в данном случае не существует такого простого и надежного метода, каким является гипотеза IVC для  $\pi$ -распадов. В силу правила  $\Delta I = 1/2$  ток  $S_\beta^{V(\pm)}$  принадлежит изодублету, и с помощью поворотов в изоспиновом пространстве форм-фактор  $a_K$  не удается связать с характеристиками каких-либо других реальных процессов. Во-вторых, импульсы лептонных пар  $k$  и  $Q$  велики ( $\sim M_K$ ) и в отличие от  $\pi$ -распадов зависимость форм-фактора от  $k^2$  и  $Q^2$  в данном случае необходимо учитывать. Все это приводит к тому, что при теоретическом анализе  $a_K$  приходится использовать большее число модельных предположений, чем при анализе  $a_\pi$ .

В пределе точной  $SU(3)$ -симметрии, однако,  $a_K$  и  $a_\pi$  можно связать модельно-независимым путем на основе теории Кабибо [32], которая является естественным обобщением гипотезы IVC на случай  $SU(3)$ -симметрии.

Согласно этой теории слабый векторный ток с изменением странныности  $S_\beta^{V(\pm)}$  совпадает с компонентой  $\Sigma_\beta^{4 \pm 15}$  ( $S = \pm 1$ ,  $I = 1/2$ ,  $I_3 = \pm 1/2$ )  $SU(3)$ -октета адронных токов  $\Sigma_\beta^i$  ( $i = 1, \dots, 8$ ), таких, что  $I^i = \int d^3x \Sigma_\beta^i$  — генераторы группы  $SU(3)$ . В этот же октет входят токи  $J_\beta^{V(\pm)} = \Sigma_\beta^{1 \pm 12}$  и  $J_\beta^e = \Sigma_\beta^3 + \frac{1}{\sqrt{3}}\Sigma_\beta^8$ .

Полный векторный слабый ток  $V^{(\pm)}$  (5) получается поворотом тока  $\Sigma_\beta^{1+12}$  на угол  $\theta_C$  вокруг седьмой оси восьмимерного пространства представления  $\Sigma_\beta^i$ .

В пределе точной  $SU(3)$ -симметрии все генераторы  $SU(3)$  сохраняются, и при выводе соотношения между  $a_K$  и  $a_\pi$  в этом пределе можно действовать так же, как и при получении формулы Вакса — Иоффе (39). Используя коммутационные соотношения  $SU(3)$ -группы:

$$\left. \begin{aligned} [I^{6-i7}, \Sigma_\beta^{1-i2}(x)] &= \frac{1}{2} \Sigma_\beta^{4-i5}; \\ [I^{6-i7}, \Sigma_\beta^3(x)] &= 0, \end{aligned} \right\} \quad (63)$$

а также  $SU(3)$ -поворот  $I^{6-i7}|K^+\rangle = -|\pi^+\rangle$ , можно показать, что

$$\langle 0 | T\{J_\alpha^e(0) J_\beta^{V(-)}(x)\} | \pi^+ \rangle = \langle 0 | T\{J_\alpha^e(0) S_\beta^{V(-)}(x)\} | K^+ \rangle. \quad (64)$$

Вспоминая определение (34), находим отсюда

$$[F_\pi/M_\pi^2] a_\pi(k^2, Q^2) = [F_K/M_K^2] a_K^{\text{симм}}(k^2, Q^2). \quad (65)$$

Подчеркнем, что множители  $F_{\pi(K)}/M_{\pi(K)}^2$  в определении  $a_{\pi(K)}$  выделены из соображений удобства. То обстоятельство, что для  $F$  и  $M^2$  используются их физические значения, не есть учет эффектов нарушения  $SU(3)$ -симметрии. В векторную часть амплитуды

распадов входят именно произведения  $(F_{\pi(K)}/M_{\pi(K)}^2) a_{\pi(K)}(k^2, Q^2)$ , связь между которыми и устанавливает  $SU(3)$ -симметрия.

Оценим  $a_K^{\text{симм}}$  в точке  $k^2 = Q^2 = 0$ . Если взять  $a_\pi(0, 0)$  из табл. 1, то формула (65) дает

$$0,27 < |a_K^{\text{симм}}(0, 0)| < 0,35. \quad (66)$$

Например, при  $\tau_{\pi^0} = 0,84 \cdot 10^{-16}$  сек имеем

$$192 \quad |a_K^{\text{симм}}(0, 0)| = 0,29. \quad (67)$$

Поскольку унитарная симметрия в сильных взаимодействиях нарушена (токи  $\Sigma_\beta^{4 \pm 15}$  и  $\Sigma_\beta^{6 \pm 17}$  не сохраняются), возникает вопрос, насколько можно доверять предсказанию (67) при учете «полусильного» взаимодействия, нарушающего  $SU(3)$ -симметрию. В данном случае не существует соображений, подобных теореме Адемолло — Гатто [47], из которой следует, например, что форм-фактор  $K_{13}$  распада  $f_+(0)$  не перенормируется «полусильными» взаимодействиями в первом порядке по параметру нарушения  $SU(3)$ -симметрии [2] \*. Форм-фактор  $a_K(0, 0)$  может перенормироваться уже в первом порядке по нарушающему взаимодействию, так что нет оснований относиться к результату точной  $SU(3)$ -симметрии (65) иначе, как к грубой оценке.

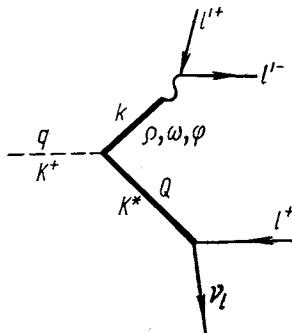


Рис. 10

Эффекты нарушения симметрии можно явно оценить только в рамках конкретных моделей, например, в моделях [48], в которых тождествам ток — поле типа (41) удовлетворяют также и странные токи:

$$\Sigma_\mu^{4 \pm 15} = \sqrt{2} g_{K*} K_\mu^{*(\mp)}; \quad (68)$$

$$\Sigma_\mu^{6 \pm 17} = \sqrt{2} g_{K*} K_\mu^{*(\frac{0}{0})}, \quad (69)$$

где  $\begin{pmatrix} K_\mu^{*+} \\ K_\mu^{*0} \end{pmatrix}$  и  $\begin{pmatrix} K_\mu^{*-} \\ \bar{K}_\mu^{*(0)} \end{pmatrix}$  — дублет и антидублет странных векторных мезонов  $K^*$  (892).

В векторную часть амплитуды  $K$ -распада в таких моделях дают вклад диаграммы рис. 10. В отличие от  $\pi$ -распадов в данном случае  $\gamma$ -квант может взаимодействовать с адронами как через

\* Теорема Адемолло — Гатто справедлива для матричных элементов векторного октетного тока между состояниями, принадлежащими одному и тому же  $SU(3)$ -мультиплету.

$\omega$ - и  $\varphi$ - , так и через  $\rho$ -мезоны, поскольку  $K$ -мезону нельзя приписать определенной  $G$ -четности.

Аналогично тому, как было получено выражение (42), находим

$$a_K(k^2, Q^2) = -\frac{M_K^2 g_{K^*}}{F_K(M_{K^*}^2 + Q^2)} \sum_{V=\rho, \omega, \varphi} \frac{g_{K^{*+} K+V} g_V}{M_V^2 + k^2}. \quad (70)$$

Здесь  $g_{K^*}$ ,  $g_{K^{*+} K+V}$  и  $g_V$  — константы  $K^* \rightarrow l\nu_l$ ,  $K^{*+} \rightarrow K^+ V$  и  $V \rightarrow l^+ l^-$ -распадов соответственно. За исключением  $g_V$ , экспериментальная информация о константах отсутствует.

При  $k^2 = 0$  имеем

$$a_K^\gamma(Q^2) = -\frac{M_K^2 g_{K^*}}{F_K(M_{K^*}^2 + Q^2)} \sum_{V=\rho, \omega, \varphi} \frac{1}{M_V^2} g_{K^{*+} K+V} g_V. \quad (71)$$

Сумма, входящая в равенство (71), представляет собой эффективную константу  $g_{K^{*+} K+\gamma}$ , которая определяется подобно константе

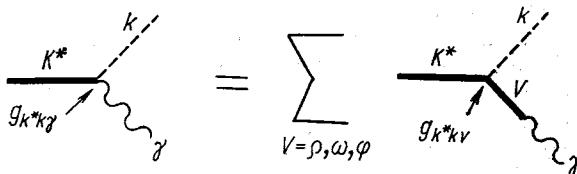


Рис. 11

$g_{\rho \pi \gamma}$  диаграммами рис. 11, откуда

$$g_{K^{*+} K+\gamma} = \sum_{V=\rho, \omega, \varphi} \frac{1}{M_V^2} g_{K^{*+} K+V} g_V. \quad (72)$$

Следовательно,

$$a_K^\gamma(Q^2) = -\frac{M_K^2 g_{K^*} g_{K^{*+} K+\gamma}}{F_K(M_{K^*}^2 + Q^2)}. \quad (73)$$

К такому же выражению приходят авторы работы [46], предполагая для  $a_K^\gamma(Q^2)$  БДС по переменной  $Q^2$  и насыщая его  $K^*$ -мезоном \*. Подобное совпадение результатов двух подходов мы уже видели выше. В этой связи отметим, что и в общем случае ДС без вычитаний соответствуют вычислениям в простейшей модели полюсной доминантности [41].

Оценим величину  $a_K^\gamma(0)$  в нарушенной  $SU(3)$ -симметрии. Она зависит от двух констант  $g_{K^*}$  и  $g_{K^{*+} K+\gamma}$ , непосредственная экспериментальная информация о которых отсутствует.

\* Последние экспериментальные данные свидетельствуют в пользу  $K^*$ -доминантности в  $K_{l3}$ -распадах [49].

Для теоретической оценки константы  $g_{K^*}$  можно воспользоваться правилом сумм [50]

$$g_{K^*}^2 = (M_{K^*}^2/M_\rho^2) g_\rho^2, \quad (74)$$

которое с необходимостью выполняется в модели смешивания токов [44б]. Оно дает

$$|g_{K^*}| = 1,16 |g_\rho| = 0,17 \pm 0,03 M_{K^*}^2. \quad (75)$$

Подчеркнем, что только модель смешивания токов позволяет сохранить тождество ток — поле (68), (69) в нарушенной  $SU(3)$ -симметрии [48, 51].

Помимо использования правила сумм (74)  $g_{K^*}$  можно получить, предполагая, что  $K^*$ -резонанс насыщает ДС для форм-фактора  $f_+(Q^2)$  в  $K_{l3}$ -распаде [46]. Тогда, если  $f_+(Q^2)$  удовлетворяет БДС, то  $g_{K^*}$  связано со значением  $f_+(0)$ ; если же  $f_+(Q^2)$  удовлетворяет ДС с одним вычитанием, то  $g_{K^*}$  определяется значением параметра наклона  $\lambda_+$ . В первом случае

$$|g_{K^*}| = 0,15 M_{K^*}^2; \quad (76)$$

во втором случае

$$|g_{K^*}| = 0,16 M_{K^*}^2 \quad (77)$$

при  $\lambda_+ = 0,029$  [1]. Значения (75) — (77) различаются в пределах 12%.

Стандартный метод оценки константы  $g_{K^{*+} K^+ \gamma}$ , основанный на предположениях об октетной структуре и  $U$ -спиновой инвариантности вершин  $V \rightarrow P\gamma$ , дает

$$g_{K^{*+} K^+ \gamma} = g_{\rho \pi \gamma} \quad (78)$$

в модели смешивания масс и

$$g_{K^{*+} K^+ \gamma} = (M_{K^*}/M_\rho) g_{\rho \pi \gamma} \quad (79)$$

в модели смешивания токов. Кроме того, из этих предположений следует соотношение

$$g_{K^{*+} K^+ \gamma} = -g_{K^* 0 K^0 \gamma}/2. \quad (80)$$

Используя экспериментальные данные о константах  $g_{\rho \pi \gamma}$  [43а] и  $g_{K^* 0 K^0 \gamma}$  [43б]:  $g_{K^* 0 K^0 \gamma} = 1,03 \pm 0,25 \text{ Гэ}^{-1}$ \*, с помощью пра-

\* Как видно, экспериментальные данные по  $g_{K^* 0 K^0 \gamma}$  и  $g_{\rho \pi \gamma}$  хорошо согласуются с предположениями об октетной структуре и  $U$ -спиновой инвариантности вершин  $V \rightarrow P\gamma$  независимо от выбора схемы  $SU(3)$ -нарушения. Однако, из тех же самых предположений с необходимостью следуют правила сумм (57) или (59), из которых лишь последнее согласуется с экспериментальными данными. Поэтому, как отмечалось выше, предпочтительнее модель смешивания токов [45].

вил сумм (78) — (80) находим соответственно:

$$|g_{K^{*+}K^+\gamma}| = 0,53 \pm 0,08 \text{ Гэв}^{-1}; \quad (81)$$

$$|g_{K^{*+}K^+\gamma}| = 0,61 \pm 0,09 \text{ Гэв}^{-1}; \quad (82)$$

$$|g_{K^{*+}K^+\gamma}| = 0,52 \pm 0,13 \text{ Гэв}^{-1}. \quad (83)$$

Предсказания (81) — (83) близки друг к другу и совместны с существующей верхней границей на  $g_{K^{*+}K^+\gamma}$ :

$$|g_{K^{*+}K^+\gamma}| < 1,12 \text{ Гэв}^{-1} [1].$$

Подставляя значения (75) — (77) и (81) — (83) в формулу (73) (при  $Q^2 = 0$ ), находим

$$0,13 < |a_K^\gamma(0)| < 0,31. \quad (84)$$

Сравнивая оценку (84) с модельно-независимым предсказанием (66), видим, что они согласуются друг с другом и с данными (32) и (33) по распаду  $K \rightarrow e\nu_e\gamma$ . Чтобы получить более точные предсказания для  $a_K^\gamma(0)$  в модели полюсной доминантности и, следовательно, выяснить вопрос, насколько существенно нарушение  $SU(3)$ -симметрии в данном случае, необходима непосредственная экспериментальная информация о константе  $g_{K^{*+}K^+\gamma}$ . Справедливо и обратное: более точное измерение форм-фактора  $K$ -распадов (1) позволит получить данные о константе  $g_{K^{*+}K^+\gamma}$  и извлечь информацию о механизме нарушения  $SU(3)$ -симметрии в константах. Такая возможность реально существует, поскольку, как показано в работе [25], спектры  $\gamma$ -квантов и лептонов от  $K$ -распадов (1) чувствительны ко всем параметрам, определенным формулами (24) и (25).

Численные значения вероятностей  $K$ -распадов, приводимые в Заключении, вычислены ради определенности при  $|a_K^\gamma(0)| = 0,30$  и при  $\lambda_K^\gamma = M_K^2/M_{K^*}^2 = 0,31$ , следующем из (73).

В заключение обсудим параметризацию векторного форм-фактора  $a_K$  для  $K$ -распадов (2). Как уже отмечалось, модельно-независимая параметризация типа (24) в данном случае не пригодна и приходится использовать частную параметризацию. Так, в работе [22] для  $a_K(k^2, Q^2)$  используется следующее выражение:

$$a_K(k^2, Q^2) = \frac{M_K^2}{F_K} \frac{g_{K^*K\gamma} g_{K^*\rho} M_\rho^2}{(M_{K^*}^2 + Q^2)(M_\rho^2 + k^2)}. \quad (85)$$

Сравним формулы (70) и (85). При  $k^2 = 0$  они совпадают, поэтому их различие начинает проявляться в членах порядка  $k^2$  и выше. Разлагая (70) и (85) в ряд по  $k^2$ , найдем, что коэффициенты перед  $k^2$  отличаются на  $\Delta\lambda_K^\gamma \sim g_{K^*K\Phi} g_\Phi (M_\Phi^2 - M_\rho^2)/M_\Phi^4$ . Следовательно,  $\Delta\lambda_K^\gamma/\lambda_K^\gamma = g_{K^*K\Phi} g_\Phi (M_\Phi^2 - M_\rho^2)/M_\Phi^4 g_{K^*\gamma}$ . Для оценки этой величины используем нонетную симметрию [52]

$$g_{K^*K\rho} = g_{K^*K\omega} = -g_{K^*K\Phi}/\sqrt{2} = g_{\rho\pi\omega}/2$$

и экспериментальные значения констант  $g_V$ . В таком случае  $\Delta\lambda_K^V/\lambda_K^V \approx 0,2$ . Так как средний вклад члена  $\lambda_{kk}^V k^2$  порядка 25%, то «неточность» формулы (85) порядка 5%. Конечно, это всего лишь оценка неточности, поскольку в действительности соотношение между константами может быть другим из-за нарушения симметрии.

Формула (85) и наводит на мысль использовать для описания  $K$ -распадов (2) «полуфеноменологическую» параметризацию (26) — (28) с тремя свободными параметрами  $a_K^0$ ,  $b_K^{01}$  и  $c_K^0$ . Совместность этой параметризации с модельными предсказаниями для аксиальных форм-факторов будет обсуждаться ниже.

**Аксиальные форм-факторы ( $\pi$ -распады).** Аксиальная часть амплитуды  $\pi$ -распадов (2) выражается через  $T$ -произведение электромагнитного и аксиального слабого токов:

$$\begin{aligned} i\sqrt{2}F_\pi \mathfrak{M}_{\alpha\beta}^A = \\ = (2\pi)^{3/2}\sqrt{2q_0} \int \exp(-iQx) \langle 0 | T \{ J_\alpha^{e(3)}(0) J_\beta^{A(-)}(x) \} | \pi; q \rangle, \quad (86) \end{aligned}$$

где  $q = Q + k$ . Изоскалярная составляющая электромагнитного тока не дает вклада в выражение (86) из-за сохранения  $G$ -четности.

Так же как и векторный ток  $J_\beta^V$ , аксиальный слабый ток адронов  $J_\beta^A$  принадлежит некоторому изотриплету (правило  $\Delta I = 1$  в переходах с изменением четности). Однако в данном случае не существует простых и ясных теоретических соображений, подобных гипотезе IVC. Чтобы вычислять матричные элементы с аксиальными токами, приходится привлекать дополнительные предположения о свойствах сильного взаимодействия при низких энергиях.

Одной из основных идей является представление о приближенной киральной  $SU(2) \times SU(2)$ -симметрии сильных взаимодействий [53]. Алгебра киральной группы определяется тремя изоспиновыми генераторами  $I_i$  и тремя аксиальными (изменяющими четность) генераторами  $A_k$ :

$$\left. \begin{aligned} [I_i, I_k] &= i\epsilon_{ikl}I_l; \\ [I_i, A_k] &= i\epsilon_{ikl}A_l; \\ [A_i, A_k] &= i\epsilon_{ikl}I_l. \end{aligned} \right\} \quad (87)$$

С аксиалами  $A_i$  связан феноменологический аксиальный адронный ток  $\mathfrak{E}_{5\mu}^i(x)$ , такой, что  $A_i = \int d^3x \mathfrak{E}_{50}^i(x)$ . Векторный и аксиальный токи подчиняются следующим коммутационным соотно-

шениям \*:

$$\delta(x_0 - y_0) [\mathfrak{L}_0^i(x), \mathfrak{L}_\beta^k(y)] = i\varepsilon_{ikl} \mathfrak{L}_\beta^l(x) \delta^{(4)}(x-y) + \mathcal{S}_\beta(x, y); \quad (88)$$

$$\delta(x_0 - y_0) [\mathfrak{L}_0^i(x), \mathfrak{L}_{5\beta}^k(y)] = i\varepsilon_{ikl} \mathfrak{L}_{5\beta}^l(x) \delta^{(4)}(x-y) + \mathcal{S}'_\beta(x, y); \quad (89)$$

$$\delta(x_0 - y_0) [\mathfrak{L}_{50}^i(x), \mathfrak{L}_{5\beta}^k(y)] = i\varepsilon_{ikl} \mathfrak{L}_\beta^l(x) \delta^{(4)}(x-y) + \mathcal{S}''_\beta(x, y), \quad (90)$$

где  $\mathcal{S}_\beta$  — так называемые швингеровские члены, которые можно вычислить, лишь задавшись конкретной моделью. Физические результаты не зависят от присутствия таких членов [54].

Соотношения (88) — (90) определяют  $SU(2) \times SU(2)$ -алгебру токов. Подобно тому, как масштаб векторного слабого тока  $J_B^{V(\pm)}$  в рамках  $SU(2)$ -симметрии фиксируется гипотезой IVC, масштаб аксиального слабого тока  $J_\beta^{A(\pm)}$  в рамках  $SU(2) \times SU(2)$ -симметрии фиксируется предположением  $J_\beta^{A(\pm)} = \mathfrak{L}_{5\beta}^{1\pm i^2}$ .

Теперь остановимся кратко на том, какую информацию об адронных амплитудах позволяют получить коммутационные соотношения (88) — (90). Прежде всего подчеркнем, что киральная симметрия не дает новых законов сохранения и соотношений между амплитудами с фиксированным числом частиц по сравнению с теми, которые следуют из изоспиновой симметрии. Киральная симметрия является динамической [55] в том смысле, что она приводит к обобщенным тождествам Уорда, связывающим амплитуды с разным числом частиц. Такая реализация симметрии возможна в случае существования безмассовых состояний с квантовыми числами генераторов  $A_i$ , так называемых голдстоуновских полей. В некотором приближении голдстоуновскими частицами можно считать пионы [53, 55]. Если бы пионы имели нулевую массу, то  $SU(2) \times SU(2)$ -симметрия сильных взаимодействий была бы точной и ток  $\mathfrak{L}_{5\beta}^i$  сохранялся:

$$\partial_\beta \mathfrak{L}_{5\beta}^i(x) = 0 \quad (\text{условие сохранения аксиального тока: САС}). \quad (91)$$

В «кирально-инвариантном» мире с помощью тождеств Уорда, следующих из соотношений (88) — (91), можно было бы точно вычислить те члены амплитуды с испусканием и поглощением пионов, которые являются ведущими по энергиям пионов  $E_\pi$  в мягкопионном пределе, т. е. при  $E_\pi \rightarrow 0$  [56] [например, член  $\sim 1$  в матричном элементе  $K_{l3}$ -распада (соотношение Каллана — Треймана [57]),  $\sim E_\pi$  в  $\pi N$ -рассеянии;  $\sim E_\pi^2$  в  $\pi\pi$ -рассеянии]. Коэффициенты при степенях  $E_\pi$  в этих ведущих членах выражаются через параметры амплитуд с меньшим числом пионов. В этом заключается содержание так называемых «низкоэнергетических теорем».

\* При вычислениях нет необходимости знать коммутаторы пространственных компонент токов. Заметим только, что эти коммутаторы сильно зависят от выбора конкретной модели.

Масса пиона отлична от нуля, и  $SU(2) \times SU(2)$ -симметрия не может быть точной. Область  $E_\pi \approx 0$ , где алгебра токов позволяет вычислять матричные элементы, является нефизической для реальных пионов. Предсказания для физических амплитуд в области порога и выше можно, однако, получить, если привлечь гипотезу о возможности гладкой экстраполяции амплитуд из пороговой области  $E_\pi \approx M_\pi$  в область  $E_\pi \approx 0$  [54, 56]. Во-первых, предполагается, что после отделения однопионных полюсов зависимость физической амплитуды от  $E_\pi$  приблизительно та же, что и в случае точной  $SU(2) \times SU(2)$ -симметрии, т. е. при  $M_\pi = 0$ . Во-вторых, поскольку соотношения (88) — (90) не дают какой-либо информации о следующих за ведущими членами в разложении такой амплитуды около точки  $E_\pi = 0$ , приходится предполагать, что основной вклад в интервале  $0 < E_\pi < M_\pi$  дает ведущий член. Из-за малости пионной массы гипотеза гладкой экстраполяции представляется естественной и эквивалентна утверждению, что реальный мир не слишком отличается от «кирально-инвариантного» мира с безмассовыми пионами, в котором алгебра токов (88) — (90) давала бы точную информацию об амплитудах различных процессов. Из рассмотрения некоторых лагранжевых моделей можно сделать вывод, что гладкая экстраполяция будет иметь место, если  $SU(2) \times SU(2)$ -симметрия нарушена настолько «мягко», что соотношения (88) — (90) продолжают выполняться, а условие сохранения аксиального тока (91) заменяется на условие частичного сохранения аксиального тока (гипотеза PCAC):

$$\partial_\beta \mathcal{E}_{5\beta}^i(x) = F_\pi M_\pi^2 \pi^i(x), \quad (92)$$

где  $\pi^i$  — поле  $\pi$ -мезонов.

Содержание равенства (92) наиболее четко разъяснено в обзоре [58]. Подчеркнем здесь лишь то обстоятельство, что условие PCAC (92) не приводит ни к каким новым следствиям по сравнению с условием сохранения аксиального тока при  $M_\pi^2 = 0$ . Более подробное обсуждение основных гипотез  $SU(2) \times SU(2)$ -алгебры токов и проблем нарушения  $SU(2) \times SU(2)$ -симметрии (PCAC,  $\Sigma$ -члены и т. д.), а также сравнение с экспериментом можно найти, например, в книге [54] и в обзоре [58].

Низкоэнергетические теоремы, которые являются основным следствием алгебры токов, можно доказать не только для амплитуд с испусканием и поглощением пионов, но и в более общем случае матричных элементов  $T$ -произведений токов, дивергенции которых известны. Согласно обобщенной теореме Лоу [59], члены амплитуды, имеющие порядок  $k^{-1}$  и  $k^0$  по импульсам этих токов, выражаются через параметры матричных элементов от меньшего числа токов. Именно такой тип низкоэнергетической теоремы будет сейчас использован для оценки некоторых членов в разложении амплитуды (86) по импульсам  $k$  и  $Q$ .

Явный вид амплитуды  $\mathfrak{M}_{\alpha\beta}^A$  с учетом градиентной инвариантности дается формулой (18). Поскольку сохранение электромагнитного тока  $J_\alpha^{(e)}(k)$  учтено в (18), теорема Лоу по импульсу  $k$  автоматически удовлетворяется: члены, пропорциональные  $k^{-1}$ ,  $k^0$ , выражаются через параметр  $F_\pi$  матричного элемента безрадиационного процесса  $\pi \rightarrow l\nu_l$ .

Чтобы определить члены пропорциональные  $Q^{-1}$ ,  $Q^0$  в амплитуде (18), необходимо применить теорему Лоу по аксиальному току. Проведем вычисления в пределе точного сохранения аксиального тока (САС), поскольку такой вывод более нагляден, чем вывод с использованием РСАС, и приводит к такому же результату. В случае САС в (18) необходимо положить  $M_\pi = 0$ \* (за исключением массы в нормировочном множителе перед фигурной скобкой, который не имеет отношения к вопросу о нарушении  $SU(2) \times SU(2)$ -симметрии). При этом полюс в  $\mathfrak{M}_{\alpha\beta}^A$  сместится в точку  $Q^2 = 0$ :

$$(2Q_\alpha + k_\alpha) Q_\beta \tilde{\mathfrak{F}}(k^2)/Q^2, \quad (93)$$

где  $\tilde{\mathfrak{F}}(k^2)$  — вычет в точке  $Q^2 = 0$ . Такой формальный прием можно оправдать в рамках гипотезы о гладкой экстраполяции, которая обсуждалась выше. В данном случае гипотеза о гладкой экстраполяции предполагает, что в пределе сохраняющегося аксиального тока (САС) импульсная зависимость форм-фактора  $\tilde{\mathfrak{F}}(k^2)$  остается той же, что и в случае справедливости условия РСАС (92), т. е. при  $M_\pi \neq 0$  вычет в точке  $Q^2 = 0$  должен приблизительно совпадать с вычетом в точке  $Q^2 = -M_\pi^2$  [т. е. с  $\mathfrak{F}(k^2)$  см. формулу (15)]. Другими словами, весь эффект от нарушения  $SU(2) \times SU(2)$ -симметрии должен проявиться лишь в сдвиге полюса из точки  $Q^2 = 0$  в точку  $Q^2 = -M_\pi^2$ . Самым существенным в данном случае является то, что из-за фиксации нулевых членов в разложении форм-факторов  $\tilde{\mathfrak{F}}(k^2)$  и  $\mathfrak{F}(k^2)$  по  $k^2$  условиями градиентной инвариантности

$$\tilde{\mathfrak{F}}(0)|_{Q^2=0} = \mathfrak{F}(0)|_{Q^2=-M_\pi^2} = 1, \quad (94)$$

гипотеза о гладкой экстраполяции распространяется и на следующие члены в разложении по  $k^2$  (на члены порядка  $\partial\tilde{\mathfrak{F}}(k^2)/\partial k^2$ ). В самом деле, условие (94) означает, что поправочные члены, возникающие при переходе от  $Q^2 = 0$  к  $Q^2 = -M_\pi^2$ , должны быть пропорциональны  $Q^2 k^2$  (в противном случае не было бы строгого равенства между нулевыми по  $k^2$  членами). Тогда, если справед-

\* В пределе  $M_\pi = 0$  амплитуда (18) не отвечает никакому физическому процессу, но это не должно вызывать удивления. Амплитуда (18) определена при любых  $k^2$ ,  $Q^2$  и  $q^2$ , и можно осуществлять экстраполяцию по этим переменным.

лива гипотеза о гладкой экстраполяции, эти члены должны быть много меньше, чем члены пропорциональные  $k^2$  в разложении форм-факторов. Следовательно,

$$\partial \tilde{\mathfrak{F}}(k^2)/\partial k^2 = \partial \mathfrak{F}(k^2)/\partial k^2 + O(M_\pi^2). \quad (95)$$

При отсутствии точного условия (94) из гипотезы о гладкой экстраполяции следовало бы лишь приближенное равенство  $\tilde{\mathfrak{F}}(0) \approx \mathfrak{F}(0)$ . Поправочные члены, малые по сравнению с  $\mathfrak{F}(0)$ , могли бы быть тем не менее порядка  $\partial \tilde{\mathfrak{F}}(k^2)/\partial k^2$ ; т. е. в этом случае приближенного равенства  $\partial \tilde{\mathfrak{F}}(k^2)/\partial k^2 \approx \partial \mathfrak{F}(k^2)/\partial k^2$  не требовалось бы.

Найдем теперь связи между форм-факторами амплитуды (18) в пределе сохраняющегося аксиального тока. Свертываем  $\mathfrak{M}_{\alpha\beta}^A$  (с  $M_\pi = 0$  и  $\tilde{\mathfrak{F}}(k^2)$  вместо  $\mathfrak{F}(k^2)$ ) с 4-импульсом  $Q_\beta$ . Дифференцируя обычным образом  $T$ -произведение и используя сохранение аксиального тока и коммутационное соотношение (89), находим \*

$$\mathfrak{M}_{\alpha\beta}^A Q_\beta = -q_\alpha. \quad (96)$$

Заметим, что при  $M_\pi = 0$  условие градиентной инвариантности (11) совместно с (96). После подстановки выражения (18) в (96) получаем

$$c_\pi(k^2, Q^2) + Q^2 e'_\pi(k^2, Q^2) = 2M_\pi^2 [1 - \tilde{\mathfrak{F}}_\pi(k^2)]/k^2. \quad (97)$$

(Величина  $M_\pi^2$  в выражении (97) появляется от нормировочного множителя.) Экстраполируя правую часть (97) с помощью соотношения (95), получаем в случае реальных пионов для члена нулевого порядка по  $Q^2$  в  $c_\pi(k^2, Q^2)$  следующее выражение:

$$c_\pi(k^2, 0) = 2M_\pi^2 [1 - \tilde{\mathfrak{F}}_\pi(k^2)]/k^2.$$

Таким образом, константная часть форм-фактора  $c_\pi(k^2, Q^2)$  выражается через электромагнитный радиус пиона

$$c_\pi(0, 0) = \frac{1}{3} M_\pi^2 \langle r_\pi^2 \rangle. \quad (98)$$

Заметим, что при выводе соотношения (96) использовалась гипотеза Фейнмана о компенсации нековариантных членов в  $T$ -произведении и швингеровских членов в коммутаторе токов [54].

Низкоэнергетическую теорему (98) можно получить также с помощью непосредственного использования условия РСАС (92) [20, 23, 34, 60, 61]. Приведенный вывод соотношения (98) более ясно показывает, что это соотношение является прямым след-

\* Здесь принимается, что в пределе  $M_\pi = 0$  матричный элемент аксиального тока между вакуумом и пионным состоянием (7) определяется все той же константой  $F_\pi$ , хотя более последовательно в этом случае было бы брать ее из соотношения Гольдбергера — Треймана [34].

ствием  $SU(2) \times SU(2)$ -алгебры токов в пределе  $M_\pi = 0$  и гипотезы о гладкой экстраполяции. Явное использование PCAC не дает ничего нового, поскольку условие PCAC есть просто выражение того факта, что аксиальный ток сохраняется в пределе  $M_\pi = 0$  [58].

Все остальные форм-факторы входят в амплитуду (18) с более высокими степенями импульсов  $k$  и  $Q$ , поэтому обобщенная теорема Лоу не позволяет получить о них какую-либо информацию. Чтобы оценить эти форм-факторы, необходимо обратиться или к методу жестких пионов [62—64], или к дисперсионному подходу [65], или к квантовой киральной теории [66—68].

Метод жестких пионов есть объединение  $SU(2) \times SU(2)$ -алгебры токов, PCAC и  $\rho$ -доминантности [69—70]. Дополнительным предположением в этой модели является то, что в промежуточных состояниях со спином и четностью  $1^+$  доминируют аксиальные мезоны, а именно, предполагается, что аксиальный ток  $\Sigma_{5\beta}^i$  имеет вид

$$\Sigma_{5\beta}^i = g_A A_{1\beta}^i + F_\pi \partial_\beta \pi^i. \quad (99)$$

Здесь  $A_{1\beta}$  — поле аксиального резонанса  $A_1$  (1100); константа  $g_A$  определяется слабым распадом  $A_1$ -мезона; она может быть найдена из первого правила сумм Вайнберга [71] \*

$$g_\rho^2/M_\rho^2 = F_\pi^2 + g_{A_1}^2/M_{A_1}^2, \quad (100)$$

выполнение которого необходимо для совместности подходов алгебры токов и векторной доминантности. Пионный член в (99) соответствует каналу  $0^-$ .

Подход, основанный на  $SU(2) \times SU(2)$ -алгебре токов, PCAC и  $\rho$ -доминантности, называется методом жестких пионов потому, что в нем импульсная зависимость амплитуд, представимых через  $T$ -произведения токов и их дивергенций, известна не только в мягкокционном пределе, но и при более высоких энергиях (пороговых и выше). В области энергий до  $1 \text{ Гэв}$  импульсная зависимость определяется полюсами  $\rho$ ,  $A_1$ ,  $\pi$ -мезонов. При этом вершинные функции считаются настолько гладкими полиномами по импульсам, насколько это возможно без противоречия с обобщенными тождествами Уорда, которые следуют из алгебры токов и условий CVC и PCAC [69]. Посредством тождеств Уорда коэффициенты этих полиномов выражаются через несколько свободных параметров

\* При вычислениях также часто пользуются различными эмпирическими соотношениями между константами и массами, которые нельзя вывести в рамках алгебры токов, PCAC и векторной доминантности без дополнительных предположений. Одним из них является соотношение KSRF [72, 73]:

$$g_\rho^2 = 2F_\pi^2 M_\rho^2, \quad (101)$$

которое выполняется с точностью 15% и позволяет существенно упростить многие формулы.

( $g_\rho$ ,  $F_\pi$  и т. п.). Заметим, что минимальная импульсная зависимость вершин в методе жестких пионов часто оказывается более высокой, чем в простейшей модели векторной доминантности Гелл-Манна — Шарпа — Вагнера [41], в которой учитываются только ограничения, накладываемые условием CVC.

Коль скоро в методе жестких пионов импульсная зависимость амплитуд в области  $0 < E < M_{\rho, A_1}$  известна, то при вычислениях не возникает вопроса об экстраполяции, и поэтому нет необходимости сходить с массовой поверхности. В этой частной модели  $SU(2) \times SU(2)$ -алгебры токов можно явно оценить внемассовые

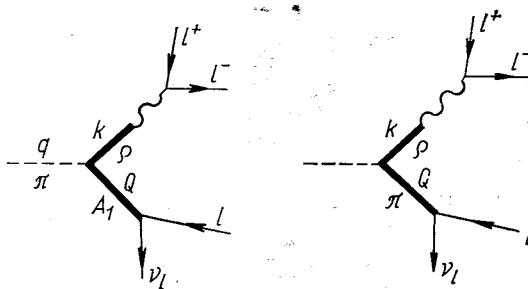


Рис. 12

поправки к различным мягкими пионным результатам. Поправки оказываются малыми — порядка  $M_\pi^2/M_V^2 \simeq 0,03$ , что оправдывает гипотезу о гладкой экстраполяции, обсуждавшуюся выше.

Подход жестких пионов оказывается конструктивным при вычислении таких амплитуд, которые можно выразить через вакуумные средние  $T$ -произведений токов и их дивергенций (например, амплитуд распадов  $\rho \rightarrow 2\pi$ ,  $A_1 \rightarrow 2\pi$ ,  $K_{13}$ -распадов, пл-рассечения и т. д.). Матричные элементы, не сводимые к таким вакуумным средним (например, между нуклонными состояниями), можно вычислить лишь в рамках дополнительных предположений.

Следует подчеркнуть, что предположение о доминантности в каналах  $1^+$  аксиальных мезонов встречается с трудностями, поскольку само существование мезона  $A_1$  (1100) как брейт-вигнеровского резонанса сомнительно [1]. Однако, по-видимому, невозможно разумным образом совместить подходы  $\rho$ -доминантности и алгебры токов без введения аксиальных мезонов [74, 75], поэтому будет применяться стандартный подход.

Перейдем теперь к непосредственному анализу форм-факторов. В методе жестких пионов аксиальная часть амплитуды  $\pi$ -распадов (2) описывается диаграммами рис. 12. Неприводимые вершины

$A_{1\rho\pi}$  и  $\rho\pi\pi$  в импульсном представлении имеют вид [69]:

$$\left. \begin{aligned} \Gamma_{v\lambda} = & \left\{ -2M_\rho^2 \delta_{v\lambda} - (\delta_{v\lambda} Q^2 - Q_v Q_\lambda) + (\delta_{v\lambda} k^2 - k_v k_\lambda) - \right. \\ & \left. - \delta [\delta_{v\lambda} (qk) - q_v k_\lambda] \right\} / F_\pi; \\ \Gamma_\lambda = & \sqrt{2} \left\{ M_\rho^2 (Q + q)_\lambda + \frac{1}{2} (1 + \delta) [k^2 Q_\lambda - (Qk) k_\lambda] \right\} / (F_\pi M_\rho), \end{aligned} \right\} \quad (102)$$

где индекс  $v$  соответствует аксиальному току, а индекс  $\lambda$  — векторному. Параметр  $\delta$  связан с аномальным магнитным моментом  $A_1$ -мезона  $k_{A_1}$  ( $k_{A_1} = 1 + \delta$ ). (При получении выражений (102) из обобщенных тождеств Уорда существенно используются правила сумм Вайнберга и соотношение KSRF.)

С помощью тождеств ток — поле (41), (99) и формул (102) нетрудно вычислить вклад диаграмм рис. 12 в  $\mathfrak{M}_{\alpha\beta}^A$ . Для аксиальных форм-факторов получаются следующие выражения:

$$b_\pi(k^2, Q^2) = -\delta M_\pi^2 M_\rho^2 / [(M_\rho^2 + k^2)(2M_\rho^2 + Q^2)]; \quad (103)$$

$$c_\pi(k^2, Q^2) = \frac{M_\pi^2}{M_\rho^2 + k^2} \left\{ \frac{M_\rho^2}{2M_\rho^2 + Q^2} (1 - \delta) + 1 \right\}; \quad (104)$$

$$\mathfrak{D}_\pi(k^2) = 1 - \frac{k^2}{2M_\pi^2} c(k^2, 0); \quad (105)$$

$$e'_\pi(k^2, Q^2) = -\frac{M_\pi^2(1-\delta)}{2(M_\rho^2 + k^2)(2M_\rho^2 + Q^2)}. \quad (106)$$

В этих выражениях использованы первое и второе правила сумм Вайнберга [71], соотношение KSRF (101) и следующее из KSRF и правил сумм соотношение между массами  $\rho$ - и  $A_1$ -мезонов [71]:

$$M_{A_1}^2 = 2M_\rho^2. \quad (107)$$

Для параметров  $b_\pi^0$ ,  $c_\pi^0$  и  $e_\pi'^0$  имеем

$$b_\pi^0 = -\delta M_\pi^2 / 2M_\rho^2; \quad c_\pi^0 = (3 - \delta) M_\pi^2 / 2M_\rho^2; \quad e_\pi'^0 = (\delta - 1) M_\pi^2 / 4M_\rho^4. \quad (108)$$

Из формул (103) — (106) видно, что использованное в разд. 1 предположение о слабой зависимости аксиальных форм-факторов от импульсов находит свое оправдание в методе жестких пионов.

Низкоэнергетическая теорема, полученная выше, немедленно воспроизводится из формулы (105). Из формул (104), (105) находим также среднеквадратический радиус пиона

$$\langle r_\pi^2 \rangle = \frac{3}{2} (3 - \delta) \frac{1}{M_\rho^2}. \quad (109)$$

Параметр  $(M_\pi^2 e_\pi'^0)$  оказывается пренебрежимо малым, как этого и следовало ожидать, поскольку форм-фактор  $e'$  входит в член амплитуды, пропорциональный четвертой степени импульсов.

Метод жестких пионов дает для  $\gamma_\pi$  следующее выражение:

$$\gamma_\pi = -\delta M_\pi^2 / (2M_\rho^2 a_\pi^0) \quad (110)$$

через неопределенный параметр  $\delta$ , который согласно существующим оценкам с разумной долей уверенности можно поместить в интервал  $-1 < \delta < 0$  [69]. При этом  $\gamma_\pi$  изменяется в интервале  $0 < \gamma_\pi < 0,6$  (при  $\tau_{\pi^0} = 0,84 \cdot 10^{-16}$  сек).

Параметр  $b_\pi^0$  можно выразить через  $\langle r_\pi^2 \rangle$  с помощью формулы (109) [76]

$$b_\pi^0 = -\left(3 - \frac{2}{3} \langle r_\pi^2 \rangle M_\rho^2\right) \frac{M_\pi^2}{2M_\rho^2}. \quad (111)$$

Подчеркнем, что в отличие от низкоэнергетической теоремы (98) соотношение (111) нельзя получить в рамках только основных гипотез алгебры токов и поэтому оно не является критическим для проверки справедливости этих гипотез.

В работах [20, 29] матричный элемент (86) с помощью РСАС и редукционной техники сводился к трехточечной функции токов [71]. Затем использовалась алгебра токов и переходили к пределу  $q \rightarrow 0$ :

$$\lim_{q \rightarrow 0} \{\mathfrak{M}_{\alpha\beta}^A(q, k)\} = \frac{1}{F_\pi^2} [\Delta_{\alpha\beta}^A(k) - \Delta_{\alpha\beta}^V(k)], \quad (112)$$

где

$$\Delta_{\alpha\beta}^{A(V)}(k) = i \int d^4x \exp(-ikx) \langle 0 | T \{ J_\alpha^{A(V)(+)}(x), J_\beta^{A(V)(-)}(0) \} | 0 \rangle.$$

Далее, как и в работе [71], использовалось предположение о насыщении спектральных функций токов  $\rho$ - и  $A_1$ -резонансами, а также правила сумм Вайнберга [71] и соотношение KSRF. В результате получено

$$b_\pi^0 = M_\pi^2 / 2M_\rho^2 = 0,016. \quad (113)$$

Отметим, что результат (113) не имеет самостоятельного значения, так как его можно получить с помощью предельного перехода  $q \rightarrow 0$  в первой из вершинных функций (102) в методе жестких пионов. Сравнение выражений (113) и (108) показывает, что поправками, возникающими из-за «жесткости» начального пиона ( $q \neq 0$ ), пренебрегать, вообще говоря, незаконно: они могут быть того же порядка, что и мягкомезонный результат (113).

В работах [34] показано, что параметр  $b_\pi^0$  связан с поляризуемостью заряженного пиона  $\kappa_e$  (дипольный момент пиона во внешнем электрическом поле  $E$  равен  $\kappa_e E$ ) соотношением

$$\kappa_e = (e^2 / M_\pi^3) b_\pi^0. \quad (114)$$

Непосредственная связь  $b_\pi^0$  с поляризуемостью — еще одна причина, по которой весьма желательно определение  $b_\pi^0$ , а не  $\gamma_\pi$ .

Кратко коснемся результатов дисперсионного подхода [46, 65]. Применение БДС дает  $b_\pi^0 = -M_\pi^2/M_\rho^2$ , что отличается по знаку и величине от значения (108). Применение ДС с одним вычитанием приводит к результату техники жестких пионов (108). Применение БДС в данном случае, видимо, неправомерно, поскольку не известны модели, в которых удовлетворялись бы тождества ток — поле одновременно для векторных и аксиальных токов (41) и (99) и которые приводили бы к амплитудам, удовлетворяющим БДС.

Все рассмотренные до сих пор модели существенным образом используют алгебру токов, гипотезу РСАС и предположение о  $\rho$ -и  $A_1$ -доминантности. Как уже отмечалось ранее, существуют большие трудности с идеей  $A_1$ -доминантности. В связи с этим значительный интерес представляют модели, не использующие представления о доминантности резонансов. Одной из таких моделей является квантовая киральная теория.

Известно, что низкоэнергетические результаты  $SU(2) \times SU(2)$ -алгебры токов просто и элегантно воспроизводятся в методе нелинейных киральных лагранжианов (см., например, работы [55, 74]). Амплитуды, вычисленные с использованием таких лагранжианов, автоматически удовлетворяют обобщенным тождествам Уорда, следующим из алгебры токов и РСАС. Лагранжианы минимального порядка по производным определены однозначно и фиксируют ведущие по  $E_\pi$  члены в борновской части амплитуды с испусканием и поглощением пионов.

Киральные лагранжианы нелинейны по пионному полю и неперенормируемые в обычном смысле. Поэтому большая часть теоретиков придерживается мнения, что их можно использовать только в «древесном» приближении, т. е. необходимо трактовать как эффективные, феноменологические [74]. В таком подходе метод киральных лагранжианов не дает ничего нового по сравнению со стандартными методами алгебры токов и служит просто удобным инструментом извлечения ее следствий. Если считать, что киральные лагранжианы соответствуют некоторой квантовой теории, то можно попытаться учесть вклады петель [66, 67]. При этом часть расходимостей сокращается из-за киральной инвариантности (подобно тому, как из-за градиентной инвариантности сокращается ряд расходимостей в квантовой электродинамике). Например, в работе [68] показано, что для многих процессов с участием пионов ( $\pi \rightarrow l\nu_l$ ,  $\pi^0 \rightarrow \gamma\gamma$ ,  $\pi \rightarrow l\nu_l\gamma$ ) однопетлевое приближение киральной теории перенормируемо. Подчеркнем, что в большинстве случаев достаточно ограничиться однопетлевым приближением из-за возникновения теории возмущения по малому параметру  $1/(4\pi F_\pi)$ . Борновский член амплитуды с фиксированным числом пионов имеет главный порядок по  $1/(4\pi F_\pi)$ , петли дают вклад в следующих порядках. Учет петель позволяет опре-

делить коэффициенты при членах более высокого порядка по  $E_\pi$  в импульсном разложении реальной части амплитуды, чем ведущие по  $E_\pi$  члены. Поэтому можно сказать, что киральная теория возмущений также представляет собой реализацию метода жестких мезонов, отличную, однако, от подхода  $\rho$ - и  $A_1$ -доминантности. Импульсная зависимость амплитуд известна в области энергий, больших или порядка  $M_\pi$ , но существенно меньших масштаба  $4\pi F_\pi \approx 1,2 \text{ Гэв}$ : при энергиях порядка  $4\pi F_\pi$  и выше теория возмущений по  $1/(4\pi F_\pi)$  уже не имеет места.

В работе [68] параметр  $b_\pi^\gamma(0)$  был вычислен в рамках однопетлевого приближения по барионам (мезонные петли дают малый

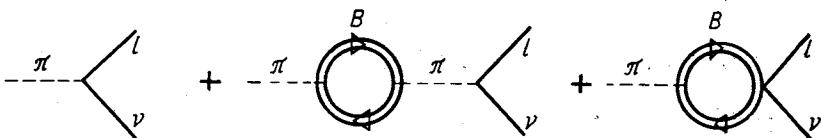


Рис. 13

вклад). Соответствующие диаграммы можно получить с помощью вставок линии  $\gamma$ -кванта в графики Фейнмана (рис. 13). Вычисления проводятся в пределе точной  $SU(2) \times SU(2)$ -симметрии. Если ограничиться вкладом нуклонных петель, то для  $b_\pi^\gamma(0)$  получается следующее предсказание:

$$b_\pi^\gamma(0) = \frac{1}{6(2\pi)^2} \frac{M_\pi^2}{F_\pi^2} g_A^2, \quad (115)$$

где  $g_A = 1,25$  — отношение аксиальной и векторной констант  $\beta$ -распада нуклона.

Если в распад  $\pi^0 \rightarrow \gamma\gamma$  основной вклад дает треугольная диаграмма (рис. 14), то для параметра  $a_\pi^\gamma(0)$  получается значение

$$a_\pi^\gamma(0) = \frac{1}{2(2\pi)^2} \frac{M_\pi^2}{F_\pi^2} g_A. \quad (116)$$

Таким образом, для отношения  $\gamma_\pi$  имеем

$$\gamma_\pi = g_A/3 = 0,40. \quad (117)$$

Однако учет гиперонных петель увеличивает этот результат на 40% [68].

В заключение отметим, что извлечение из опыта параметров  $b_\pi^\gamma$  и  $c_\pi^0$  имеет, очевидно, и самостоятельный интерес кроме сравнения с обсуждавшимися выше теоретическими предсказаниями, которые, как видно из обсуждения, кажутся не слишком надежными.

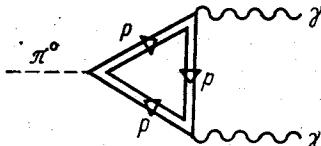


Рис. 14

**Аксиальные форм-факторы ( $K$ -распады).** При анализе амплитуд, включающих вклады аксиального слабого тока с изменением странности  $S_{\beta}^{A(\pm)}$ , естественно использовать подход  $SU(3) \times SU(3)$ -алгебры токов [77], которая является обобщением  $SU(2) \times SU(2)$ -алгебры токов на случай унитарной симметрии.

Предполагается, что ток  $S_{\beta}^{A(\pm)}$  есть  $4 \pm i5$ -компоненты октета аксиальных адронных токов  $\mathfrak{E}_{5\beta}^i$  [32], которые вместе с октетом векторных токов  $\mathfrak{E}_{\beta}^i$  генерируют  $SU(3) \times SU(3)$ -алгебру токов [77]:

$$\delta(x_0 - y_0) [\mathfrak{E}_0^i(x), \mathfrak{E}_{\beta}^j(y)] = if_{ijk} \mathfrak{E}_{\beta}^k(x) \delta^{(4)}(x - y) + \mathfrak{S}_{\beta}(x, y); \quad (118)$$

$$\delta(x_0 - y_0) [\mathfrak{E}_0^i(x), \mathfrak{E}_{5\beta}^j(y)] = if_{ijk} \mathfrak{E}_{5\beta}^k(x) \delta^{(4)}(x - y) + \mathfrak{S}'_{\beta}(x, y); \quad (119)$$

$$\delta(x_0 - y_0) [\mathfrak{E}_{50}^i(x), \mathfrak{E}_{5\beta}^j(y)] = if_{ijk} \mathfrak{E}_{\beta}^k(x) \delta^{(4)}(x - y) + \mathfrak{S}''_{\beta}(x, y), \quad (120)$$

где  $f_{ijk}$  — структурные постоянные группы  $SU(3)$ . Полный аксиальный слабый ток (6) получается, подобно векторному, поворотом тока  $J_{\beta}^{A(\pm)} = \mathfrak{E}_{5\beta}^{i \pm i2}$  на угол  $\theta_c$  вокруг седьмой оси октетного пространства [32].

Условия РСАС (92) можно обобщить на случай октета  $\Phi_i$  ( $i = 1, \dots, 8$ ) псевдоскалярных мезонов ( $\pi$ ,  $K$ ,  $\eta$ )

$$\partial_{\beta} \mathfrak{E}_{5\beta}^i(x) = F_{\Phi} M_{\Phi}^2 \Phi_i(x). \quad (121)$$

В пределе точной  $SU(3)$ -симметрии  $F_{\Phi} = F_{\pi}$ , однако нарушение симметрии может привести к различию констант, как это и имеет место. Поскольку  $M_{K(\eta)}^2 \gg M_{\pi}^2$ , трудно ожидать, что для  $K$ - и  $\eta$ -мезонов будет справедлива гипотеза о гладкой экстраполяции. Иными словами, адронные амплитуды в точках  $E_{K(\eta)} = 0$  и  $E_{K(\eta)} = M_{K(\eta)}$  могут значительно различаться. Поэтому оказывается существенным знать явную зависимость различных форм-факторов от  $E$ . Чтобы определить эту зависимость и, следовательно, оценить роль внемассовых эффектов при экстраполяции от  $E = 0$  к  $E = M$ , необходимо привлечь дополнительные предположения помимо соотношений (118) — (121). Обобщением метода жестких пионов на случай  $SU(3) \times SU(3)$ -алгебры токов является модель жестких мезонов [78], в которой соотношения типа (99) имеют место для странных аксиальных токов и тока  $\mathfrak{E}_{5\beta}^i$ , например:

$$\mathfrak{E}_{5\beta}^{4 \pm i5} = \sqrt{2} g_{K_A} K_{A\beta}^{(\mp)} + \sqrt{2} F_K \partial_{\beta} K^{(\mp)}, \quad (122)$$

где  $K_{A\beta}$  — поле странного резонанса  $K_A$  (1280). В этом случае кроме соотношения (100) должны также выполняться следующие правила сумм:

$$g_{K*}^2/M_{K*}^2 = g_{\rho}^2/M_{\rho}^2 = F_K^2 + g_{K_A}^2/M_{K_A}^2. \quad (123)$$

Внемассовые поправки к результатам, полученным с помощью техники мягких каонов, оказываются весьма существенными — порядка  $M_K^2/M_V^2 \approx 0,4$ , что показывает неконструктивность гипотезы гладкой экстраполяции для каонов. Поэтому прямое обобщение результатов низкоэнергетической  $\pi$ -мезонной техники, использованной выше, на случай  $K$ -распадов [79] не представляется разумным.

Вычисления аксиальных форм-факторов  $K$ -распадов (2), в методе жестких каонов дают [22, 24, 80, 81]

$$b_K(k^2, Q^2) = \frac{1}{2} \sum_{V=\rho, \omega} \frac{-\delta M_K^2 M_V^2 g_{K_A}^2}{F_K^2 M_{K_A}^2 (M_V^2 + k^2) (M_{K_A}^2 + Q^2)}; \quad (124)$$

$$c_K(k^2, Q^2) = \frac{1}{2} \sum_{V=\rho, \omega} \frac{M_K^2}{M_V^2 + k^2} \left\{ \frac{M_V^2 g_{K_A}^2 \Delta}{F_K^2 M_{K_A}^2 (M_{K_A}^2 + Q^2)} + 1 \right\}; \quad (125)$$

$$\tilde{\mathfrak{F}}_K(k^2) = 1 - \frac{k^2}{2M_K^2} c_K(k^2, 0); \quad (126)$$

$$e'_K(k^2, Q^2) = -\frac{1}{2} \sum_{V=\rho, \omega} \frac{M_K^2 M_V^2 g_{K_A}^2 \Delta}{F_K^2 M_{K_A}^2 (M_V^2 + k^2) (M_{K_A}^2 + Q^2)}, \quad (127)$$

где  $\Delta = M_{K_A}^2/M_V^2 - 1 - \delta$ . При выводе формул (124) — (127) используются правило сумм (123) и условие РСАС для каонов (121), а также пренебрегается вкладом  $\phi$ -мезона в изоскалярную часть адронного электромагнитного тока. Как видно, и в случае  $K$ -распадов форм-фактор  $e'$  мал, и далее его вкладом будем пренебречь.

Используя теперь правило сумм (123) для исключения  $g_{K_A}$ , соотношение KSRF, чтобы исключить  $g_\rho$ , и полагая  $M_\rho = M_\omega$ , из (124) — (127) находим следующие формулы для форм-факторов, зависящие от единственного параметра  $\delta$ :

$$b_K(k^2, Q^2) = -\delta \frac{M_K^2}{M_{K_A}^2} R_f \left[ \left( 1 + \frac{k^2}{M_\rho^2} \right) \left( 1 + \frac{Q^2}{M_{K_A}^2} \right) \right]^{-1}; \quad (128)$$

$$c_K(k^2, Q^2) = \left[ \frac{M_K^2}{M_{K_A}^2} R_f \Delta \left( 1 + \frac{Q^2}{M_{K_A}^2} \right)^{-1} + \frac{M_K^2}{M_\rho^2} \right] \left( 1 + \frac{k^2}{M_\rho^2} \right)^{-1}. \quad (129)$$

Здесь  $R_f = 2F_\pi^2/F_K^2 - 1$ .

Как видно, техника жестких каонов дает для  $b_K(k^2, Q^2)$  однопараметрическое представление (27), в то время как  $c_K(k^2, Q^2)$  имеет вид

$$c_K(k^2, Q^2) = c_K^0 \left[ 1 + (1 - c_1) \frac{Q^2}{M_{K_A}^2} \right] \left[ \left( 1 + \frac{k^2}{M_\rho^2} \right) \left( 1 + \frac{Q^2}{M_{K_A}^2} \right) \right]^{-1}, \quad (130)$$

где  $c_1 = 0,33$ . Вычисления, проведенные в работе [24], показали, однако, что учет зависимости от  $Q^2$  в  $c_K(k^2, Q^2)$  мало сказывается на интегральных вероятностях (это связано с наличием кинематического множителя  $k^2$  перед форм-фактором  $c$ ). Поэтому с равным успехом для форм-фактора применимы и параметризация (28), и параметризация, в которой  $Q^2$ -зависимостью пренебрегается:

$$c_K(k^2, Q^2) = c_K^0 (1 + k^2/M_\rho^2)^{-1}. \quad (131)$$

Следовательно, параметризация (27), (28) совместна с предсказаниями техники жестких каонов для аксиальных форм-факторов.

Аксиальные форм-факторы  $K$ -распадов вычислялись в литературе также с помощью дисперсионных соотношений [46, 79, 82]. При применении этого метода к вычислению  $b_K^y(Q^2)$  возникает ситуация, полностью аналогичная той, которая имеет место для  $b_K^x(Q^2)$  и которая была рассмотрена ранее, а именно: вычисление, основанное на ДС с одним вычитанием, прекрасно согласуется с результатом, полученным в рамках техники жестких каонов, в то время как БДС приводят к значению  $b_K^y(0)$ , отличающемуся по знаку и величине.

В заключение сделаем одно замечание о соотношении между  $c_K$  и  $\tilde{c}_K(k^2)$ . Важно было показано, что из САС и алгебры токов  $SU(2) \times SU(2)$  следует, что  $c_\pi^0 = \langle r_\pi^2 \rangle M_\pi^2/3$ . В рамках техники жестких каонов  $c_K$  и  $\tilde{c}_K$  связаны условием (126), откуда

$$c_K^0 = M_K^2 \langle r_K^2 \rangle / 3. \quad (132)$$

Это соотношение формально можно получить совершенно аналогично соотношению (98), т. е. применением САС в пределе  $M_K = 0$  и коммутационных соотношений (119) с последующим использованием гипотезы о гладкой экстраполяции амплитуды по  $E_K$  в интервале  $0 < E_K < M_K$ . Однако из-за большой величины каонной массы нет оснований доверять этой гипотезе в случае каонов. Тот факт, что эта гипотеза тем не менее удовлетворяется для электромагнитного форм-фактора каона в подходе жестких мезонов, является всего лишь следствием данной частной модели  $SU(3) \times SU(3)$ -алгебры токов.

**Вклад  $W$ -бозона.** Очевидно, что гипотетический «посредник» слабого взаимодействия  $W$ -бозон может дать вклад в аксиальные форм-факторы рассматриваемых распадов. Причем эти вклады не содержат каких-либо других неизвестных величин, кроме параметров, характеризующих электромагнитные свойства  $W$ -бозона (аномальный магнитный момент  $k_W$ , квадрупольный электрический момент  $q_W$  и т. п.).

Возможность получения информации о свойствах  $W$ -бозона при изучении распада  $K \rightarrow e\nu_e\gamma$  детально обсуждалась около десяти лет назад [18, 19, 83, 84], когда не существовало сильных ограничений снизу на массу  $M_W$ . Если принять для  $M_W$  последнее экспериментальное ограничение снизу [85]  $M_W \geq 10,3 \text{ Гэв}$ , то для отношений вкладов в аксиальные форм-факторы, обусловленных  $W$ -бозонами, найдем (при  $k_W = -1$  и  $q_W = 0$ ):

$$\delta_W b_\pi^0/b_\pi^0 = 0,44; \quad \delta_W c_\pi^0/c_\pi^0 = 3,1 \cdot 10^{-3};$$

$$\delta_W b_K^0/b_K^0 = 0,093; \quad \delta_W c_K^0/c_K^0 = 3,7 \cdot 10^{-3}.$$

Таким образом, распады (1) и (2) нечувствительны к вкладу  $W$ -бозона.

**Вклад аномальных взаимодействий.** В процессы (2) в принципе могут дать вклад различные аномальные взаимодействия. В модели

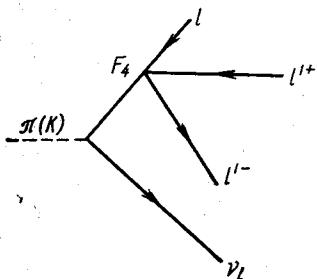


Рис. 15

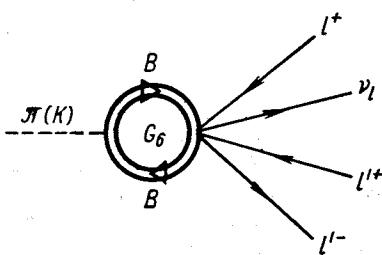


Рис. 16

аномального четырехфермионного взаимодействия [86] в процессы (2) дает вклад диаграмма рис. 15. Принимая для константы аномального четырехфермионного взаимодействия  $F_4$  значение верхней экспериментальной границы, полученной из опытов по  $e^+e^-$ -расщеплению ( $F_4 \leq 0,45 \cdot 10^{-3} \text{ Гэв}^{-2}$  [87]), находим [88]

$$W_\pi^4/W_{\pi^3e} \leq 1,9 \cdot 10^{-7}; \quad W_K^4/W_{K^3e} \leq 2,1 \cdot 10^{-6}, \quad (133)$$

где  $W_{\pi^3e}$  и  $W_{K^3e}$  — полные вероятности распадов  $\pi(K) \rightarrow e^+e^-e^-$ . Оценки (133) показывают, что вклад аномального четырехфермионного взаимодействия пренебрежимо мал во всех шести распадах (2).

В модели шестифермионного взаимодействия [89a] появятся дополнительные диаграммы (рис. 16). Константа  $G_6$  характеризует шестифермионное взаимодействие. Обычно ее записывают в виде [89, 90]  $G_6 = (G/\sqrt{2}) \times 1/\lambda^3$ , где  $G$  — константа Ферми;  $\lambda$  — параметр размерности массы. Вклад  $W^6$ -квадрата диаграммы рис. 16

был вычислен в работе [896]:

$$\left. \begin{aligned} R_{\pi^3e}^6 &= W^6 (\pi \rightarrow e\nu_e e^+ e^-) / W_\pi = 1,3 \cdot 10^{-4} R; \\ R_{K^3e}^6 &= W^0 (K \rightarrow e\nu_e e^+ e^-) / W_K = 0,36 R, \end{aligned} \right\} \quad (134)$$

где  $R = (m_\mu/\lambda)^6$ . В эксперименте [91] найдено ограничение  $\lambda \geq 575 \text{ Мэв}$ . В работе [90] показано, что из экспериментов с космическими нейтрино следует ограничение  $\lambda \geq 1,25 \text{ Гэв}$ . Принимая для  $\lambda$  последнее значение, с помощью формул (134) находим:

$$R_{\pi^3e}^6 \leq 0,50 \cdot 10^{-10}, \quad R_{K^3e}^6 \leq 1,3 \cdot 10^{-7}. \quad (135)$$

Ограничения (135) также меньше значений вероятностей, вычисленных в обычной ( $V - A$ )-теории (см. табл. 2 в Заключении).

**Нарушение  $T$ -инвариантности.** В работах [19, 21, 46, 92–95] распады (1) и (2) анализировались с точки зрения получения информации о возможном слабоэлектромагнитном механизме нарушения  $T$ -инвариантности \*. Если нарушение  $T$ -инвариантности имеет место в процессах со слабым и электромагнитным взаимодействиями, то условие вещественности форм-факторов процессов (1) и (2) в порядке  $eG$  ( $\alpha G$ ) не выполняется. Мнимые части форм-факторов могут быть в таком случае порядка вещественных (при максимальном нарушении), что приведет к возникновению различных  $T$ -нечетных корреляций. Поскольку распады (1) характеризуются тремя независимыми 4-импульсами,  $T$ -нечетные корреляции обязательно содержат векторы поляризации лептона или  $\gamma$ -кванта. В частности, возникнет поперечная поляризация лептона  $P_\perp$ , перпендикулярная плоскости распада. Поляризация  $P_\perp$  вычислялась в работах [19, 26, 92]. В работе [26] показано, что в некоторых областях фазового объема  $P_\perp$  может достигать 67% для распада  $\pi \rightarrow e\nu_e\gamma$  и 30% для распада  $K \rightarrow \mu\nu_\mu\gamma$ . Следует отметить, что оптимальные для поиска области фазового объема очень узки, кроме того, измерение поляризации лептонов в этих редких распадах — задача весьма трудная сама по себе.

В работах [46, 97] предлагалось исследовать  $T$ -нечетную корреляцию, содержащую вектор поляризации фотона. Вклад такой корреляции определяется мнимой частью величины  $\gamma$ , т. е. зависит в отличие от предыдущей только от структурного излучения. Нарушение  $T$ -инвариантности приводит к возникновению асимметрии в продольной поляризации фотона по оси, составляющей  $45^\circ$  с единичными векторами  $n_1$  и  $n_2$  ( $n_1$  — нормаль к плоскости распада,  $n_2$  ортогонален  $n_1$  и  $k$ ). Такая асимметрия достигает 58% для распада  $\pi \rightarrow e\nu_e\gamma$  и 100% для распада  $K \rightarrow e\nu_e\gamma$ . Тем не менее

\* Подробнее об этом механизме нарушения  $T$ -инвариантности, а также обзор работ на эту тему см. в статье [96].

эксперименты по измерению плоской поляризации фотонов в этих распадах представляются крайне трудными.

Асимметрия в поляризации лептонов возникает и в распадах (2). Расчеты ( $P_{\perp}$ ) <sub>$\mu$</sub>  для распада  $K \rightarrow \mu\nu_{\mu}e^+e^-$  приведены в работе [21]. Полученная величина асимметрии поляризации (до 90%) представляется сильно завышенной, так как в этой работе занижен вклад  $IB$ , а значения  $a_K^0$ ,  $b_K^0$  и  $c_K^0$  выбраны слишком большими ( $\sim 1$ ), что приводит к увеличению интерференционного члена.

Распады (2) открывают другую возможность в изучении  $T$ -нечетных корреляций. Из-за наличия четырех независимых 4-импульсов возможны  $T$ -нечетные корреляции, не затрагивающие поляризации частиц и построенные только из 4-импульсов. Такие корреляции описывают, например, асимметрию в угловом распределении одной выделенной заряженной частицы относительно плоскости, образованной двумя другими. Предложения измерения таких асимметрий для распадов  $\pi \rightarrow e\nu_{e}e^+e^-$  и  $K \rightarrow \mu\nu_{\mu}e^+e^-$  сделаны в работах [93, 95]. В обоих распадах велик вклад  $IB$ , из-за чего обсуждаемые асимметрии, обусловленные структурным излучением и интерференцией  $IB$  и  $SD$ , невелики и проявляются лишь в узких областях фазовых объемов. Более удобными для такого изучения представляются три других  $K$ -распада (2), вероятность которых определяется в основном структурным излучением. Последние процессы еще не рассматривались с этой точки зрения. Их изучение в этой связи представляется достаточно интересным, несмотря на низкий уровень вероятности.

## ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Конечной целью экспериментов по распадам (1) и (2) должно быть восстановление их амплитуды, т. е. получение максимальной информации о параметрах или форм-факторах амплитуды. На возможность извлечения информации о параметре  $\gamma$  при экспериментальном исследовании распадов (1) указывалось во многих работах (см., например, [18, 19, 26]). Однако для полного восстановления амплитуды необходимо измерить четыре параметра:  $a^0$ ,  $b^0$ ,  $\lambda^V$  и  $\lambda^A$ , определенных формулами (24) и (25). Вопрос о том, какую информацию об этих параметрах можно получить, изучая распады (1) на опыте, исследовался в работе [25].

С этой целью были вычислены и проанализированы энергетические спектры лептонов и  $\gamma$ -квантов при условии, что угол  $\theta$  между  $l$  и  $\gamma$  больше некоторого  $\theta$ . Перечислим кратко результаты выполненного анализа для распадов (1) (кроме  $\pi \rightarrow \mu\nu_{\mu}\gamma$ ).

Важной особенностью лептонного спектра для распада  $\pi \rightarrow l\nu_{\ell}e\gamma$  является то, что посредством его изучения можно определить  $(a_{\pi} + b_{\pi})^2$  и  $(a_{\pi} - b_{\pi})^2$ , т. е. найти для  $|a_{\pi}|$  и  $|b_{\pi}|$  два решения ( $|a_{\pi}| \neq |b_{\pi}|$ ) и таким образом проверить (двузначно)

предсказываемое IVC соотношение (40). Такая проверка IVC представляется весьма интересной.

Если для  $|a_\pi|$  принять значение (40) и исследовать зависимость спектров от  $\gamma_\pi$ , то оказывается, что они весьма чувствительны к  $\gamma_\pi$ . Это позволяет однозначно определить параметр  $\gamma_\pi$ . Важно отметить, что такая возможность имеется в широкой области углов  $\theta$ .

В случае распада  $K \rightarrow e\nu_e\gamma$  лептонный и фотонный спектры обнаруживают довольно сильную чувствительность ко всем параметрам в широких областях энергий. Поэтому при измерении во всем фазовом объеме существует возможность получить информацию обо всех параметрах. Однако из-за малости интерференционных членов измерение лептонных и фотонных спектров не позволит однозначно определить параметры, как и в случае распада  $\pi \rightarrow e\nu_e\gamma$ . Большая чувствительность к параметрам означает, что при анализе распада  $K \rightarrow e\nu_e\gamma$  необходимо учитывать зависимость форм-фактора от  $Q^2$ . Полная вероятность распада определяется в основном вкладом структурного излучения, который при  $b_K^0 = 0$  и  $\lambda_K^{V,A} = 0$  составляет величину порядка  $5 \cdot 10^{-5} W_K$ , т. е. превышает вероятность распада  $K \rightarrow e\nu_e$ .

В отличие от предыдущего случая в спектры распада  $K \rightarrow \mu\nu_\mu\lambda$  дают существенный вклад интерференционные члены, что позволяет определить знаки параметров  $a_K^0$  и  $b_K^0$ . Из-за доминирования вклада  $IB$  спектры слабо чувствительны к параметрам  $\lambda_K^{V,A}$ . При энергии фотона, большей 1 Мэв, полная вероятность распада равна  $1,0 \cdot 10^{-2} W_K$ .

Измерения  $K$ -распадов (1) в широких областях фазовых объемов затруднены из-за фона от  $K_{l3}$ -распада, от которого в принципе можно избавиться, если достаточно точно восстанавливать кинематику распада. В области, свободной от фона, можно получить лишь ограниченную информацию о параметрах.

Процессы (2) наиболее подробно исследовались в работах [23, 24, 28], при этом учитывалась тождественность частиц\*. Приведем таблицу полных вероятностей распадов (2) при определенных значениях параметров амплитуды [28] (табл. 2).

Как видно, уровень вероятности распадов (2) весьма низок. По этой причине в работах [23, 24, 28] исследовались лишь интегральные вероятности распадов (2), а не спектры, и обсуждалась лишь параметризация (26) — (28).

Следует, однако, подчеркнуть, что вероятность распадов (2) оказывается не столь низкой, как это можно было бы ожидать до вычислений. В самом деле, делая оценки по порядку величины,

\* Как показали вычисления, учет тождественности частиц для процессов с  $l \equiv l'$  изменяет некоторые интегральные вероятности в два раза.

Таблица 2  
Полные вероятности распадов (2)

Распад	Полная вероятность	Распад	Полная вероятность
$\pi \rightarrow \mu v_\mu e^+ e^-$	$0,33 \cdot 10^{-6} W_\pi$	$K \rightarrow e v_e e^+ e^-$	$0,21 \cdot 10^{-6} W_K$
$\pi \rightarrow e v_e e^+ e^-$	$0,90 \cdot 10^{-8} W_\pi$	$K \rightarrow \mu v_\mu \mu^+ \mu^-$	$0,10 \cdot 10^{-7} W_K$
$K \rightarrow \mu v_\mu e^+ e^-$	$0,25 \cdot 10^{-4} W_K$	$K \rightarrow e v_e \mu^+ \mu^-$	$0,78 \cdot 10^{-8} W_K$

П р и м е ч а н и е. Эти величины получены при следующих значениях параметров:  $a_\pi^0 = 0,027$ ;  $b_\pi^0 = 0,82 \cdot 10^{-2}$ ;  $c_\pi^0 = 5,8 \cdot 10^{-2}$  [две последние величины получены из формул 108) при  $\delta_\pi = -1/2$ ]; для форм-факторов  $K$ -распадов брались формулы (26) – (28) при значениях параметров  $a_K^0 = 0,35$ ,  $b_K^0 = 0,048$ ,  $c_K^0 = 0,62$  (две последние величины получены из (128) и (129) при  $\delta_K = -1/2$ ).

можно было бы написать, например, для распада  $K \rightarrow \mu v_\mu e^+ e^-$

$$W(K \rightarrow \mu v_\mu e^+ e^-)/W(K \rightarrow \mu v_\mu) \approx \alpha^2 \cdot 10^{-4},$$

где последний фактор учитывает уменьшение фазового объема в 4-частичном распаде относительно 2-частичного. В действительности вероятность оказывается порядка  $\alpha^2$ . Это связано со значительным вкладом малых  $k^2$  в процессах однофотонного образования  $e^+ e^-$ -пары (19). Обсудим кратко каждый из процессов (2).

Полная вероятность процесса  $\pi \rightarrow \mu v_\mu e^+ e^-$  определяется вкладом  $IB$ , поэтому он не представляет интереса для изучения  $SD$ -излучения [23].

В процессе  $\pi \rightarrow e v_e e^+ e^-$  [23] доминирует вклад  $IB$ . Для его подавления надо отбирать события со значениями инвариантных масс  $e^+ e^-$ -пар  $|k^2|$  и  $|n^2|$  ( $n = p_1 + p_3$ ), большими некоторого  $\bar{k}^2$ \*. Оказывается, что такую же функцию выполняет обрезание по энергиям трех заряженных частиц:  $E_i > \bar{E}$ . Если принять справедливость гипотезы IVC, которую лучше проверять в распаде  $\pi \rightarrow e v_e \gamma$ , то, анализируя проведенные вычисления, можно сделать следующие выводы о возможности определения трех параметров  $\gamma_\pi$ ,  $\xi_\pi$  и  $s$ : 1) в кинематической области  $\bar{E} \approx 10 \div 15 \text{ Мэв}$ ,  $|k^2|$  или  $|n^2| \leq 0,01 M_\pi^2$  параметры  $\xi_\pi$  и  $s$  практически не сказываются на вероятности. Измерение в этой области позволит получить дополнительную информацию о параметре  $\gamma_\pi$  (по отношению к той, которую можно получить, изучая распад  $\pi \rightarrow e v_e \gamma$ ); 2) если  $\gamma_\pi$  известен, то измерения в области  $\bar{E} \approx 10 \div 15 \text{ Мэв}$ ,  $|k^2|$  и  $|n^2| \geq 0,01 M_\pi^2$  позволяют определить (двузначно) пара-

\* Из-за наличия двух тождественных частиц любые экспериментальные обрезания должны быть симметризованы.

метр  $\xi_\pi$ ; 3) если  $\xi_\pi$  определен из измерения в этой области, то с помощью соотношения

$$\xi_\pi = -\frac{1}{3} \frac{s \langle r_\pi^2 \rangle M_\pi |F_\pi|}{|a_0|},$$

следующего из формул (41) и (98), можно проверить справедливость гипотез, лежащих в основе его вывода, а также получить информацию об электромагнитном радиусе  $\pi$ -мезона и об относительном знаке  $s$  амплитуды  $F_\pi$  и  $a_0$ .

Проведенный анализ  $K$ -распадов (2) показал [24], что их совместное измерение в широких областях фазовых объемов позволит: 1) определить параметры  $a_K^0$ ,  $b_K^0$  и  $c_K^0$ , что даст возможность проверить предсказания различных моделей; 2) проверить предположение, что зависимость форм-фактора от  $k^2$  и  $Q^2$  определяется только массами ближайших резонансов [формулы (26) — (28)]. Отметим, что сама возможность описания четырех процессов тремя параметрами будет доводом в пользу этого предположения.

Измерения в широких областях фазовых объемов распадов  $K \rightarrow e\nu_e e^+e^-$  и  $K \rightarrow \mu\nu_\mu e^+e^-$  затруднены из-за фона от  $K_{l3}$ -распадов с последующим распадом  $\pi^0 \rightarrow \gamma e^+e^-$ . Возможность экспериментального отделения эффекта от фона при изучении этих распадов была показана в работе [98].

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Barash-Schmidt N. e.a. «Phys. Lett. B», 1974, v. 50, N 1.
2. Chouquet L.-N., Gaillard J. M., Gaillard M. K. «Phys. Reports», 1972, v. 4, N 5.
3. Fry W. F. «Phys. Rev.», 1953, v. 91, p. 130; «Phys. Rev.», 1953, v. 86, p. 418; «Phys. Rev.», 1951, v. 83, p. 1268.
4. Castagnoli C., Muchnik M. «Phys. Rev.», 1958, v. 112, p. 1779.
5. Depommier P. e.a. «Phys. Lett.», 1963, v. 7, p. 285.
6. Weissenberg A. O. e.a. «Phys. Lett. B», 1974, v. 48, p. 474.
7. Heard K. S. e.a. «Phys. Lett. B», 1975, v. 55, p. 324.
8. Heard K. S. e.a. «Phys. Lett. B», 1975, v. 55, p. 327.
9. Stetz A. e.a. «Phys. Rev. Lett.», 1974, v. 33, p. 1455.
10. Fry W., Schneps J., Asnow G. «Phys. Rev.», 1955, v. 99, p. 1055.
11. Коренченко С. М. и др. Препринт ОИЯИ Р1-6760, Дубна, 1972.
12. Иоффе Б., Рудик А. «Докл. АН СССР», 1952, т. 32, с. 359.
13. Treiman S. V., Wyld H. W. «Phys. Rev.», 1956, v. 101, p. 1552.
14. Burd C., Ferreira P. «Nuovo cimento», 1958, v. 7, p. 246.
15. Вайсенберг А. О. Мю-мезон. М., «Наука», 1964.
16. Вакс Б. Г., Иоффе Б. Л. «ЖЭТФ», 1958, т. 35, с. 221.
17. Cabibbo N. «Nuovo cimento», 1959, v. 11, p. 837.
18. Bludman S. A., Young J. A. «Phys. Rev.», 1960, v. 118, p. 502; Brown S. G., Bludman S. A. «Phys. Rev. B», 1964, v. 136, p. 1160.
19. Neville D. E. «Phys. Rev.», 1961, v. 124, p. 2037.
20. Das T., Mathur V. S., Okubo S. «Phys. Rev. Lett.», 1967, v. 19, p. 859.
21. Chu W. T., Ebata T., Scott D. M. «Phys. Rev. Lett.», 1967, v. 19, p. 719; «Phys. Rev.», 1968, v. 166, p. 1577.
22. Krishna S., Mani H. S. «Phys. Rev. D», 1972, v. 5, p. 678.

23. Бардин Д. Ю. и др. «Ядерная физика», 1971, т. 14, с. 427.
24. Бардин Д. Ю., Мицельмакер Г. В., Шумейко Н. М. Сообщения ОИЯИ, Р2-7347, Дубна, 1973.
25. Бардин Д. Ю., Биленский С. М. «Ядерная физика», 1972, т. 16, с. 557; Препринт ОИЯИ Р2-6329, Дубна, 1971.
26. Smoes M. G. «Nucl. Phys. B», 1970, v. 20, p. 237.
27. Пикин С. А., Харкац Ю. И. «Ядерная физика», 1965, т. 1, с. 291.
28. Бардин Д. Ю. Автореф. канд. дис. ОИЯИ 2-7714, Дубна, 1974.
29. Вайнштейн А. И. «Письма в ЖЭТФ», 1967, т. 6, с. 815.
30. Биленский С. М. В кн.: Материалы 7-й зимней школы ЛИЯФ по физике ядра и элементарных частиц. Л., 1972, с. 390.
31. Feynman R., Gell-Mann M. «Phys. Rev.», 1958, v. 109, p. 193; Marshak R. E., Sudarshan E. C. G. «Phys. Rev.», 1958, v. 109, p. 1860; Sakurai J. J. «Nuovo cimento», 1958, v. 7, p. 649.
32. Cabibbo N. «Phys. Rev. Lett.», 1963, v. 10, p. 531.
33. Kleinknecht K. In: Proc. of the 11th Intern. Conf. on High Energy Physics. London, July 1974, p. III-23.
34. Терентьев М. В. В кн.: Материалы 8-й зимней школы ЛИЯФ по физике ядра и элементарных частиц. Л., 1973, с. 188.
35. Терентьев М. В. «Письма в ЖЭТФ», 1972, т. 15, с. 290; «Ядерная физика», 1972, т. 16, с. 162.
36. Березинский В. С. «Ядерная физика», 1968, т. 7, с. 1251.
37. Baenst P. De, Pestieau J. «Nuovo cimento A», 1968, v. 53, p. 407.
38. Müller V. F. «Z. Phys.», 1963, Bd 172, S. 224; «Z. Phys.», 1963, Bd 173, S. 438; Baenst P. De., Pestieau J. «Nuovo cimento A», 1968, v. 53, p. 137.
39. Gell-Mann M. «Phys. Rev.», 1958, v. 11, p. 362.
40. Сакураи Дж. Токи и мезоны. Пер. с англ. М., Атомиздат, 1972.
41. Gell-Mann M., Sharp D., Wagner W. G. «Phys. Rev. Lett.», 1962, v. 8, p. 262.
42. Kotlewski A. e.a. «Phys. Rev. D», 1973, v. 8, p. 348; Böhm A., Nilson J. S. «Phys. Rev. D», 1973, v. 8, p. 207.
- 43a. Gobbib e.a. «Phys. Rev. Lett.», 1974, v. 33, p. 1450.
- 43b. Carithers W. C. e.a. «Phys. Rev. Lett.», 1975, v. 35, p. 349.
- 44a. Okubo S. «Phys. Lett.», 1963, v. 5, p. 165; Sakurai J. J. «Phys. Rev.», 1963, v. 132, p. 434.
- 44b. Coleman S., Schnitzer H. J. «Phys. Rev. B», 1964, v. 134, p. 863.
45. Ivanov E. A. Preprint JINR, E2-9430, Dubna, 1976.
46. Carron N. J., Shult R. L. «Phys. Rev. D», 1970, v. 1, p. 3171.
47. Ademollo M., Gatto R. «Phys. Rev. Lett.», 1964, v. 13, p. 264.
48. Kimel I. «Phys. Rev. Lett.», 1968, v. 21, p. 177; Kang K. «Phys. Rev.», 1969, v. 177, p. 2439; Gottlieb H. P. W. «Nucl. Phys. B», 1971, v. 39, p. 400.
49. Neuhofer G. e.a. «Phys. Lett. B», 1972, v. 41, p. 642; Donaldson G. e.a. «Phys. Rev. Lett.», 1973, v. 31, p. 337; «Phys. Rev. D», 1974, v. 9, p. 2960; Brandenburg G. W. e.a. «Phys. Rev. D», 1973, v. 8, p. 1978; Arnold C. L. e.a. «Phys. Rev. D», 1974, v. 10, p. 2156; Braun H. e.a. «Phys. Lett. B», 1974, v. 51, p. 993.
50. Das T., Mathur V., Okubo S. «Phys. Rev. Lett.», 1967, v. 19, p. 470.
51. Brown L. M., Munczek H., Singer P. «Phys. Rev. Lett.», 1968, v. 21, p. 707.
52. Газирович С. Физика элементарных частиц. Пер. с англ. М., «Наука», 1969; Okubo S. «Phys. Lett.», 1968, v. 5, p. 165.
53. Nambu Y. «Phys. Rev. Lett.», 1960, v. 4, p. 380; Gell-Mann M., Levy M. «Nuovo cimento», 1960, v. 16, p. 705.
54. Адлер С., Дащен Р. Алгебры токов и их применение в физике частиц. Пер. с англ. М., «Мир», 1970.
55. Weinberg S. «Phys. Rev.», 1969, v. 177, p. 2604.
56. Weinberg S. «Phys. Rev. Lett.», 1966, v. 16, p. 879.
57. Callan C. L., Treiman S. B. «Phys. Rev. Lett.», 1969, v. 16, p. 153.

58. Вайнштейн А. И., Захаров В. И. «УФН», 1970, т. 100, с. 225.
59. Adler S. L., Dothan Y. «Phys. Rev.», 1966, v. 151, p. 1267.
60. Мусаханов М. М. «Ядерная физика», 1970, т. 12, с. 1243.
61. Schek E., Wulfschleger A. «Nucl. Phys. B», 1973, v. 67, p. 504.
62. Vaishya J. S. «Phys. Rev.», 1968, v. 173, p. 1757.
63. Brown S. G., West G. B. «Phys. Rev.», 1968, v. 168, p. 1605.
64. Konetschy W., Kummer W. «Nuovo cimento», 1970, v. 65, p. 745.
65. Fayyazuddin, Riazuddin. «Phys. Rev. Lett.», 1967, v. 18, p. 715; «Phys. Rev.», 1968, v. 171, p. 1428.
66. Lehman H. «Phys. Lett. B», 1972, v. 41, p. 529.
67. Волков М. К., Первушин В. Н. «Ядерная физика», 1974, т. 19, с. 652.
68. Волков М. К., Первушин В. Н. Препринт Р2-8165, Дубна (1974), «Ядерная физика», 1975, т. 22, с. 366; «Phys. Lett. B», 1975, v. 58, p. 74.
69. Schnitzer H. J., Weinberg S. «Phys. Rev.», 1967, v. 164, p. 1828.
70. Schwinger J. «Phys. Lett. B», 1967, v. 24, p. 473; Arnowitt R., Friedman M. H., Nath P. «Phys. Rev. Lett.», 1968, v. 20, p. 475.
71. Weinberg S. «Phys. Rev. Lett.», 1967, v. 18, p. 507.
72. Kawarabayashi K., Suzuki M. «Phys. Rev. Lett.», 1966, v. 16, p. 255; Riazuddin, Fayyazuddin. «Phys. Rev.», 1966, v. 147, p. 1071.
73. Geffen D. A. «Phys. Rev. Lett.», 1967, v. 19, p. 770; Brown S. G., West G. B. «Phys. Rev. Lett.», 1967, v. 19, p. 812.
74. Gasiorovicz S., Geffen D. A. «Rev. Mod. Phys.», 1969, v. 41, p. 531.
75. Ivanov E. A., Ogievetsky V. I. Preprint JINR, E2-8593, Dubna, 1975; «ТМФ», 1975, т. 25, с. 164.
76. Березинский В. С. «Ядерная физика», 1968, т. 8, с. 1208.
77. Gell-Mann M. «Physics», 1964, v. 1, p. 63.
78. Gerstein I. S., Schnitzer H. J., Weinberg S. «Phys. Rev.», 1968, v. 175, p. 1873; Gerstein I. S., Schnitzer H. J. «Phys. Rev.», 1968, v. 175, p. 1876.
79. Rockmore R. «Phys. Rev.», 1969, v. 177, p. 2573.
80. Gupta K. C., Vaishya J. S. «Phys. Rev.», 1968, v. 170, p. 1530.
81. Ueda Y. «Phys. Rev.», 1968, v. 174, p. 2082; «Phys. Rev.», 1969, v. 184, p. 1966.
82. Vaishya J. S., Gupta K. G. «Phys. Rev.», 1968, v. 165, p. 1696; Sarker A. Q. «Phys. Rev.», 1968, v. 173, p. 1749.
83. Kanazawa A., Sugawara M., Tanaka K. «Phys. Rev.», 1961, v. 122, p. 341.
84. Berman S. M., Chani A., Salmeron R. A. «Nuovo cimento», 1962, v. 25, p. 685.
85. Sciulli F. J. In: Invited talk given at the 1974 Intern. Conf. on Neutrino Physics and Astrophysics, April 1974, Dawningtown, Pennsylvania, 8.
86. Окуни Л., Понтецорво Б., Руббия К. «Ядерная физика», 1966, т. 4, с. 1202.
87. Beron B. L. e.a. «Phys. Rev. Lett.», 1974, v. 33, p. 11, 663.
88. Bardin D. Yu., Bilenky S. M., Pontecorvo B. «Phys. Lett. B», 1970, v. 32, p. 121.
- 89a. Ericson T., Glashow S. L. «Phys. Rev. B», 1964, v. 130, p. 133.
6. Ванжа А., Исаев А., Лапидус Л. «Ядерная физика», 1970, т. 12, с. 595.
90. Герштейн С. С., Фоломешкин В. Н. «Ядерная физика», 1972, т. 15, с. 534.
91. Cable C. D. e.a. «Phys. Lett. B», 1972, v. 40, p. 699.
92. Gervais J. L., Iliopoulos J., Kaplan J. M. «Phys. Lett.», 1966, v. 20, p. 432; MacDowell S. W. «Phys. Rev. Lett.», 1966, v. 17, p. 1116; «Phys. Rev. Lett.», 1967, v. 18, p. 227 (E).
93. Flagg W. «Phys. Rev.», 1969, v. 178, p. 2387.
94. Holstein B. R. «Nuovo cimento», 1970, v. 68, p. 369.
95. Сафонов А. Н. «Ядерная физика», 1970, т. 11, с. 641.
96. Филиппов А. Т. «Ядерная физика», 1968, т. 8, с. 197.
97. Вайнштейн А. И., Иоффе Б. Л. «Письма в ЖЭТФ», 1966, т. 3, с. 333.
98. Бардин Д. Ю., Мицельмахер Г. В., Шумейко Н. М. Сообщения ОИЯИ, Р2-7348, Дубна, 1974.