

«ФИЗИКА ЭЛЕМЕНТАРНЫХ ЧАСТИЦ И АТОМНОГО ЯДРА»,
1979, ТОМ 10, ВЫП. 6

УДК 539.149

СВЯЗЬ КОЛЛЕКТИВНОГО И ОДНОЧАСТИЧНОГО ДВИЖЕНИЙ В ПЕРЕХОДНЫХ ЯДРАХ

Ф. Дэнау, Х. Райнхардт

Объединенный институт ядерных исследований, Дубна

Обсуждается нынешнее состояние феноменологической модели, описывающей связь нечетного нуклона с колебаниями остова. В атомных ядрах с относительно малой средней деформацией наблюдаемые явления можно описать как следствия связи движения квазичастицы в сферическом среднем потенциале с колебаниями среднего поля. Для больших флуктуаций формы должна применяться более общая модель, корректно описывающая частично-дырочную структуру состояний в переходных ядрах. В рамках теории ядерного поля, которая является теорией систем многих частиц, точно учитывавшей взаимосвязь одночастичных и коллективных степеней свободы, дано микроскопическое обоснование концепции связи частицы с колебаниями остова.

The current stage of the phenomenologically introduced core-particle coupling model is presented.

In nuclear systems with relatively small average deformation the observed phenomena can be described by coupling of spherical quasiparticles to quadrupole vibrational modes. In case of large shape fluctuation a more general model which accounts correctly for the particle-hole composition of the states in transitional nuclei has to be applied. Gives a microscopic foundation of the core-particle conception in the frame-work of the nuclear-field-theory being an exact many body theory for treating the mutual interweaving of s.p. and collective degrees of freedom.

ВВЕДЕНИЕ

В последние годы в ядерной спектроскопии были получены интересные результаты, относящиеся к ядрам переходных областей. Эти результаты открыли новые и интересные возможности для проверки теоретических моделей. Изучение высокоспиновых состояний показало, что для описания наблюдаемых явлений необходимо учитывать коллективные и одночастичные степени свободы. Механизм связи этих элементарных мод можно исследовать и в четных ядрах, например, при изучении явления «обратного загиба». Однако обе моды с неизбежностью присутствуют

в нечетных атомных ядрах, так как в них нечетная частица естественным образом отделена от основной массы нуклонов, участвующих в коллективном движении. Таким образом, нечетные переходные ядра наиболее подходящи для рассмотрения одночастичной и коллективной мод и их связи. Рассмотрение, по крайней мере, в части, касающейся связи нечетной частицы с колебаниями остова, ограничено учетом только коллективного движения, связанного с квадрупольной деформацией ядра, которое является наиболее важным для переходных ядер.

Удобно разделить нечетные ядра на ядра с «малой» деформацией ($\sqrt{\beta^2} \leq 0,2$) и ядра с большой деформацией. Это связано с тем, что слабодеформированные ядра можно рассматривать в рамках модели, учитывающей связь квазичастиц в сферическом среднем потенциале с квадрупольными колебаниями, как это сделано в разд. 3. В ядрах со стабильной деформацией среднего поля такой подход не применим. Для аксиально-деформированных ядер необходимо учитывать связь одночастичного движения с коллективным вращением. В этом случае удобнее использовать деформированный одночастичный базис, в котором уже учтена статическая квадрупольная деформация среднего поля. На основе такого базиса внутренних состояний получаются обнадеживающие результаты при описании связи ротационно-вибрационных и одночастичных степеней свободы [1]. Как правило, наше представление основывается на сферическом одночастичном базисе также и для ядер, имеющих стабильные деформации. Однако общая модель, представленная в разд. 5, обеспечивает нас внутренним квазичастичным базисом, отвечающим данному коллективному движению. Таким образом, можно корректно учесть частично-дырочную структуру возбуждений, что особенно важно для больших флуктуаций формы, где нельзя использовать традиционные методы.

В разд. 6 на основе теории ядерного поля дано микроскопическое обоснование концепции связи частицы с остовом. В начале дано краткое введение в эту теорию. Обсуждены ее основные моменты. Показано, как в теории ядерного поля преодолеваются трудности, обычно возникающие при одновременном рассмотрении одночастичных и коллективных степеней свободы: устранение переполненности базиса, корректный учет принципа Паули и т. п. Затем исследуется влияние принципа Паули на механизм связи частицы с остовом. Показано, что так называемая $j=1$ -аномалия (см. разд. 6) непосредственно связана с принципом Паули, действующим между нечетным нуклоном и нуклонами остова. Дан анализ модели связи частицы остовом, изложенный в разд. 3 и 4, в терминах диаграмм Фейнмана (разд. 6), что ясно показывает, какого вида процессы взаимодействия (многочастичные корреляции) включаются в феноменологически вводимые модели связи частицы с остовом.

1. СВЯЗЬ ДВИЖЕНИЯ НЕЧЕТНОЙ ЧАСТИЦЫ С КОЛЕБАНИЯМИ (*PVC*)

Вопросы связи коллективных мод с одночастичным движением естественным образом возникают, когда учитывается то обстоятельство, что коллективные моды возбуждения построены из степеней свободы отдельных нуклонов. С квазиклассической точки зрения коллективное движение можно интерпретировать как изменение во времени плотности распределения нуклонов, которая определяет средний ядерный одночастичный потенциал [2]. Следовательно, коллективное движение вызывает изменение среднего одночастичного потенциала $V(r)$, которое для поверхностных колебаний мультипольности λ в нижайшем порядке дается выражением [2]:

$$H_{PVC} = -k(r) \sum_{\mu} \alpha_{\lambda\mu} Y_{\lambda\mu}^*(\theta, \varphi), \quad (1)$$

где форм-фактор $k(r) = r\partial V(r)/\partial r$ имеет резкий максимум на поверхности ядра.

Полный гамильтониан общепринятой модели, описывающей связь частицы с остовом, имеет вид:

$$H = H_{sp} + H_{vib} + H_{PVC}. \quad (2)$$

Ранее гамильтониан (2) интенсивно использовался при описании нечетных ядер [3, 4, 5]. Модельный гамильтониан, аналогичный (2), был получен также в рамках микроскопической теории с парными и мультипольными силами (см. ниже). Систематические исследования выполнены Кислингером, Соренсеном [3], Риалом [4] и Борсэ [5] (см. также [6—9]). Однако первоначально *PVC*-модель не давала удовлетворительных результатов, что было связано с двумя основными причинами. Во-первых, во многих случаях спектры вибрационных состояний соседних с нечетными четно-четных ядер сильно ангармоничны. В противоположность этому при теоретическом рассмотрении четные ядра рассматривались в гармоническом приближении, что в микроскопических вычислениях отвечает *RPA*. Более поздние исследования [10, 11] показали, однако, что результаты, полученные в рамках *PVC*-модели для нечетных ядер, оказались очень чувствительными к выбору волновых функций вибрационных состояний четно-четных ядер. Действительно, в рамках модели, описывающей связь нечетной частицы с колебаниями остова, получено [12] хорошее согласие с экспериментальными данными в тех случаях, когда данные о состояниях остова брались непосредственно из эксперимента. В последние годы, при правильном описании состояний остова, хорошие результаты получены и для высокоспиновых состояний в переходных ядрах [10].

Вторая причина первоначального неудовлетворительного согласия результатов *PVC*-модели с экспериментальными данными связана с полным пренебрежением принципом Паули между валентным нуклоном и нуклонами остова. В обычно выполняемой диагонализации модельного гамильтониана (2) в базисе $|j, (n) R; IM\rangle$, построенном из n -фононных состояний остова с полным спином R и состояний $|jm\rangle$ — нечетного нуклона, трудно учесть принцип Паули. Однако его можно точно учесть в несколько видоизмененной трактовке связи (1) в рамках теории ядерного поля, представленной в разд. 6. Как будет показано там, при учете принципа Паули *PVC*-механизм объясняет также возникновение $(j = 1)$ -аномалии (разд. 4 и 6). В разд. 2 дан обзор основных положений модели связи частицы с остовом. Особое внимание удалено деталям модели, развитой в [10]. Специфической чертой этой модели, что и обеспечило ее успех, явился учет принципа Паули между нечетной валентной частицей и нуклонами остова.

2. ГАМИЛЬТОНИАН, ОПИСЫВАЮЩИЙ СВЯЗЬ НЕЧЕТНОЙ ЧАСТИЦЫ С ОСТОВОМ

Начнем рассмотрение с микроскопической модели, учитывающей парные и мультипольные остаточные силы, так как эта модель уже хорошо зарекомендовала себя при описании сферических и деформированных ядер и можно надеяться, что удастся описать и основные свойства переходных ядер:

$$H = \sum_{jm} e_j a_{jm}^\dagger a_{jm} - \frac{\kappa}{4} \sum_\mu Q_\mu \bar{Q}_\mu - \frac{G}{4} P^+ P; \quad (3a)$$

$$Q_\mu = \frac{1}{\sqrt{5}} \sum_{jj'} \langle j \parallel r^2 Y_2 \parallel j' \rangle (a_j^\dagger \bar{a}_{j'})_{2\mu}; \quad (3b)$$

$$P^+ = \sum_{jm} a_{jm}^\dagger \bar{a}_{jm}^\dagger. \quad (3v)$$

Здесь jm — краткая запись набора квантовых чисел $(nljm)$, характеризующего сферическое одиночестичное состояние. Кроме того, черта сверху означает сопряжение во времени, т. е. $\bar{a}_{jm} = (-)^{j+m} a_{j-m}$ и т. п.

Модель связи частицы с остовом основана на следующих предположениях:

1) существуют коллективные моды, связанные с когерентным движением основной массы нуклонов в системе, обычно называемой четно-четным остовом;

2) с хорошей точностью можно считать, что коллективные моды действуют на валентные нуклоны как динамическое поле и могут перестраивать движение частиц, которые, как первона-

чально предполагалось, движутся по орбитам в сферическом среднем потенциале;

3) пренебрегается обратным воздействием валентных нуклонов на коллективные моды.

Согласно этим приближениям квадрупольный оператор (36) для системы частица — остов расщепляется на два члена:

$$Q_\mu = Q_\mu^c + q_\mu, \quad (4)$$

где Q_μ — коллективный квадрупольный оператор; q_μ — квадрупольный оператор валентной частицы. Поэтому гамильтониан (1) можно расщепить на три части — коллективную, одночастичную и взаимодействие частицы с остовом:

$$H = H_c + h_{sp} - \frac{\kappa}{2} \sum_\mu q_\mu \bar{Q}_\mu^c - \frac{\Delta}{2} (P^+ + P), \quad (5)$$

где последний член получается из парного гамильтониана при тех же предположениях, что и сформулированные выше. Параметр щели Δ характеризует связь парного поля остова с одночастичными модами. Более детальный вывод гамильтониана (5) дан в [13, 14]. Не будем касаться здесь вопросов самосогласования между коллективным полем и одночастичным движением, которые играют центральную роль в полностью микроскопической теории связи частицы с остовом. Эти вопросы рассмотрены в разд. 6. Следует подчеркнуть, что коллективный квадрупольный оператор Q_μ^c , появившийся в (5), содержит и эффекты ангармоничности в противоположность обычной PVC-модели [3, 4]. В сформулированной в [10] модели связи частицы с остовом, результаты которой представлены ниже, коллективный квадрупольный оператор дается следующим выражением:

$$Q_\mu^c = F \{ b_\mu^\dagger V \sqrt{N - \hat{n}} + V \sqrt{N - \hat{n}} \bar{b}_\mu + V \sqrt{7/4} |(b^+ \bar{b})_{2\mu}| \}, \quad (5a)$$

где b_μ^\dagger , \bar{b}_μ — фононные операторы; \hat{n} — оператор числа фононов; F и N — константы, определенные в [10].

Цель последующего рассмотрения — исследование физических явлений, которые можно описать с помощью гамильтониана (5). Присутствие парных сил усложняет проблему, так как парные операторы P^+ и P (3в) могут генерировать частичные состояния из дырочных, и наоборот, что порождает связь частичных и дырочных состояний в дополнение к связи частиц с коллективным полем остова. В двух предельных случаях слабо деформированных и сильно деформированных систем преобразование Боголюбова является хорошим приближением при диагонализации вклада парных сил. В этих случаях всегда можно ввести статическое среднее поле и определить отвечающие ему квазичастицы. Подход к решению проблемы в общем случае изложен в разд. 5. Для

многих приложений, однако, коллективное поле может рассматриваться как малое возмущение к среднему сферическому потенциалу. В этих случаях парные силы можно учесть с помощью преобразования сферических операторов частиц к операторам квазичастиц. Ниже рассмотрение будет ограничено этим важным случаем.

3. СВЯЗЬ ЧАСТИЦЫ С ОСТОВОМ В ПЕРЕХОДНЫХ ЯДРАХ С МАЛОЙ СРЕДНЕЙ ДЕФОРМАЦИЕЙ

Уравнение для собственных значений. Для слабо деформированных систем можно пренебречь квадрупольным взаимодействием в нижайшем приближении, т. е. при определении одночастичного базиса, и, следовательно, диагонализовать парный гамильтониан с помощью сохраняющего сферическую симметрию преобразования к операторам квазичастиц. Эта процедура вносит незначительные изменения в гамильтониан (5). Вместо одночастичного члена h_{sp} появляется квазичастичный член

$$h_{qp} = \sum_{jm} \tilde{e}_j \alpha_{jm}^+ \alpha_{jm}, \quad (6)$$

включающий квазичастичные энергии

$$\tilde{e}_j = V \sqrt{(e_j - \lambda)^2 + \Delta^2} \quad (7)$$

где λ — химический потенциал.

Кроме того, в одночастичном квадрупольном операторе появляется хорошо известный *BCS*-фактор заполнения:

$$q_\mu \rightarrow \tilde{q}_\mu = \frac{1}{\sqrt{5}} \sum_{jj'} (u_j u_{j'} - v_j v_{j'}) \langle j \parallel r^2 Y_2 \parallel j' \rangle (\alpha_{j'}^+ \bar{\alpha}_{j'})_{2\mu}, \quad (8)$$

где скобки обозначают векторную связь квазичастичных операторов с моментами j и j' на момент 2. Амплитуды u_j и v_j , определяющие квазичастичные операторы α_{jm}^+ и $\bar{\alpha}_{jm}$, даются хорошо известными выражениями для сферических одночастичных состояний [15].

Сейчас гамильтониан системы частица — остов принимает вид

$$H = H_c + h_{qp} - \frac{\kappa}{2} \sum_\mu \tilde{q}_\mu \tilde{Q}_\mu^c. \quad (9)$$

Естественный базис для диагонализации этого гамильтониана формирует состояния

$$|j, R; IM\rangle = \sum_{m, M_R} \langle jm, RM_R | IM \rangle \alpha_{jm}^+ |0\rangle |RM_R\rangle, \quad (10)$$

где $|0\rangle$ — квазичастичный вакуум; $|RM_R\rangle$ — состояния остова, характеризуемые угловым моментом, к которому должны быть

добавлены в общем случае другие квантовые числа. Векторная связь угловых моментов j и R обеспечивает ротационную инвариантность ядерного гамильтониана. Собственные состояния гамильтониана

$$|j, IM\rangle = \sum_{jR} C_I^{(i)}(jR) |j, R; IM\rangle \quad (11)$$

получаются решением следующего уравнения:

$$\begin{aligned} & \sum_{jR} \left\{ E_R + \tilde{e}_j \right\} \delta_{jj'} \delta_{RR'} - \frac{\kappa}{2} (-)^{j'+R+I} \times \\ & \times (u_j u_{j'} - v_j v_{j'}) \langle j || r^2 Y_2 || j' \rangle \times \\ & \times \langle R || Q^c || R' \rangle \begin{Bmatrix} j & j' & 2 \\ R' & R & I \end{Bmatrix} C_I^{(i)}(j'R') = E_I^{(i)} C_I^{(i)}(jR), \quad (12) \end{aligned}$$

где индекс j различает решения этой системы. Коллективные свойства остава включены в энергии E_R состояний остава и матричные элементы $\langle R || Q^c || R' \rangle$ коллективного квадрупольного оператора. В модели частица — остав эти величины рассматриваются как входные параметры, которые можно вычислить в рамках различных коллективных моделей. В этом смысле остав является внешним полем, влияющим на движение нечетной частицы. Для получения подходящего набора величин, характеризующих остав, феноменологическое описание оказывается очень эффективным. Так, был с успехом использован ангармонический бозонный гамильтониан [16], полученный при учете алгебраической структуры фермионных операторов. Близкой к первоначальной концепции коллективного квадрупольного движения Бора — Мотельсона является параметризация коллективного гамильтониана, использованная Леандером [17]. Эти модели позволяют учесть все пять квадрупольных степеней свободы, описывающих взаимосвязь вращения и σ - и γ -колебаний. Характеристики остава, полученные таким путем, являются более реалистичными входными параметрами, чем полученные в гармоническом приближении в ранних публикациях [6—9] по модели связи частица — остав. Было найдено [10, 11], что особенно важную роль играют диагональные матричные элементы $\langle R || Q^c || R \rangle$. Они существенным образом влияют на схему связи частицы с коллективным полем. В гармоническом приближении они равны нулю и, следовательно, обсуждение этого вопроса не может основываться на столь упрощенной модели. Необходимо, однако, отметить, что рассмотрение в рамках теории ядерного поля, представленное в разд. 6, также основывается на гармоническом приближении для коллективных мод. Но используемое в теории ядерного поля разложение по степеням возмущения существенно отличается от прямой диагонализации.

зации (12) гамильтониана системы частица — оствов. Таким образом, сделанное выше утверждение не точно для рассмотрения в рамках теории ядерного поля.

Схемы связи. В нечетных переходных ядрах, таких, как Pd, Cd, Sb и I, были найдены квазиротационные полосы по выделенным $E2$ -переходам, связывающим состояния этих полос. Были обнаружены квазиротационные последовательности состояний, характеризуемые изменением спина $\Delta I = 1$, так же как и хорошо известные «развязанные» полосы с $\Delta I = 2$. Появление $\Delta I = 2$ квазиротационных полос, основанных на состояниях «противоположной» четности, подобных $h_{11/2}$, можно интерпретировать, как реализацию «выстроенной» схемы связи, введенной Стивенсом и др. [18]. В адиабатическом пределе (сильная связь) частица следует за вращающимся деформированным оством, и угловой момент частицы квантуется относительно оси симметрии. Во вращающейся системе адиабатическое движение частицы возмущается кориолисовым взаимодействием, которое стремится направить угловой момент частицы вдоль углового момента оства. Разрыв связи частицы с полем деформации и наблюдается как появление $\Delta I = 2$ полос. Однако это рассуждение основано на предположении о сильно деформированном поле и его нельзя применить к переходным ядрам, где деформация не стабильна.

Анализ структуры полос в рамках модели частица — оствов показал, что схема связи (сильная связь или выстраивание) может использоваться и в нечетных переходных ядрах, если рассматриваются свойства ираст-состояний (нижайших состояний на $E - I$ -диаграммах). Это происходит потому, что ираст-состояния более, чем оставальные состояния, отражают коллективную природу состояний оства, которые дают когерентный вклад в их структуру. Как типичный пример, рассмотрим схему уровней, получающуюся при связи квазичастицы в состоянии $h_{11/2}$ с оством ^{106}Cd . Характеристики состояний оства были найдены с помощью ангармонического бозонного гамильтониана [16].

На рис. 1 приведены энергии состояний мультиплетов $h_{11/2}$ плюс возбуждения оства в зависимости от эффективного параметра связи:

$$A_j = \frac{\chi}{4} (u_j^2 - v_j^2) \langle j \parallel r^2 Y_2 \parallel j \rangle \langle 2_1^+ \parallel Q^c \parallel 2_1^+ \rangle \quad (13)$$

для уровня $j = 11/2$.

Эта константа связи A_j содержит диагональный матричный элемент коллективного квадрупольного оператора для первого 2^+ -состояния и фактор заполнения j -состояния, на котором основывается полоса. Эти параметры определяют структуру формирующихся полос. Переходя на рис. 1 от положительных к отрицательным значениям $A_{11/2}$, получаем постепенный переход

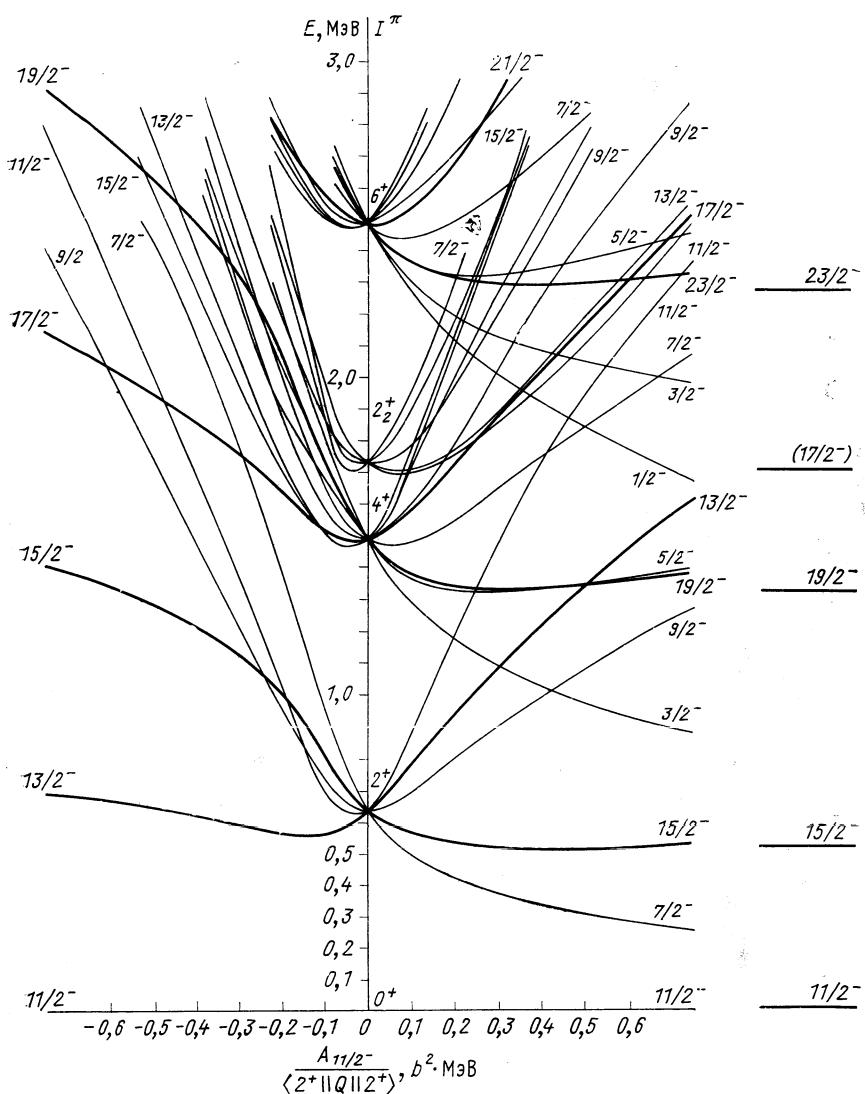


Рис. 1. Зависимость расщепления мультиплета, сформированного квазичастицей в состоянии $h_{11/2}^+$ и возбуждениями остова, от $A_{11/2}^- < 2_1^+ \parallel Q^c \parallel 2_1^+ >$. Справа приведена полоса, основанная на состоянии $11/2^-$ и экспериментально обнаруженная в ^{107}Cd . Параметр осцилляторной длины $b^2 = 1,01 \cdot A^{1/3}$ Ферми $^{-2}$

в порядке уровней от схемы сильной связи ($\Delta I = 1$) полосы к выстроенным ($\Delta I = 2$) полосам, проходя при $A_{11/2} \approx 0$ через промежуточную схему связи с дублетной структурой. Этот рисунок полностью аналогичен тому, что было получено Стивенсом и др. [18] в подходе, учитывающем криолитово смешивание, где деформация β играет ту же роль, что и константа связи A_j .

Ожидаемый тип структуры полосы можно определить с помощью следующих правил:

- | | | | |
|----|-------------------------------|--|---|
| 1) | $A_j > 0, \quad \Delta I = 1$ | последовательность (сильная связь); | } |
| 2) | $A_j < 0, \quad \Delta I = 2$ | последовательность (выстроенные полосы); | |
| 3) | $ A_j \ll 1,$ | дублетная структура (промежуточная связь). | |
- (14)

Эти правила касаются структуры уровней, связанных сильными $E2$ ($M1$)-переходами, т. е. принадлежащих ираст-каскадам. Из рис. 1 видно, что развязанная полоса ($11/2, 15/2, \dots$) не очень чувствительна к вариациям константы связи. Это общий результат, характерный для любой модели остова, тогда как уровни, не принадлежащие ираст-полосе (например, первое $17/2$ -состояние на рис. 1), зависят от значения A_j , так же как и от деталей матричных элементов остова. Правила (14) можно получить уже в первом порядке теории возмущений по взаимодействию частицы с остовом [см. (12)], как это подчеркивалось в работе [11]. Следует отметить, что сформированный тип структуры полосы не зависит от того, является ли коллективное движение в остове ротационным или вибрационным. Следующее замечание касается случая исчезновения диагонального элемента $\langle 2_1^+ \parallel Q^\nu \parallel 2_1^+ \rangle$, когда правила (14) нельзя применить. В этом крайнем случае средняя деформация равна нулю и, следовательно, схему сильной связи ($\Delta I = 1$ последовательность) нельзя реализовать. Таким образом, система остов—частица всегда стремится к ситуации с развязанными полосами. Анализ экспериментальной структуры полос с помощью правил (14) дает информацию о факторе заполнения ($u_j^2 - v_j^2$)-состояния, на котором построена полоса. Это связано с тем, что фактор заполнения существенно определяет знак константы связи A_j (13) и следовательно тип связи. Согласно соотношению

$$u_j^2 - v_j^2 = (e_j - \lambda) \sqrt{(e_j - \lambda)^2 + \Delta^2} \quad (15)$$

получаем таким образом информацию о положении химического потенциала λ относительно рассматриваемого j -уровня. Эта возможность была проверена при анализе структуры полос в $^{101, 103, 105}\text{Pd}$ (рис. 2). Наиболее интересными являются полосы, построенные на $4d_{5/2}^-$ и $4g_{7/2}^-$ одиночественных нейтронных состояниях. Расчеты в рам-

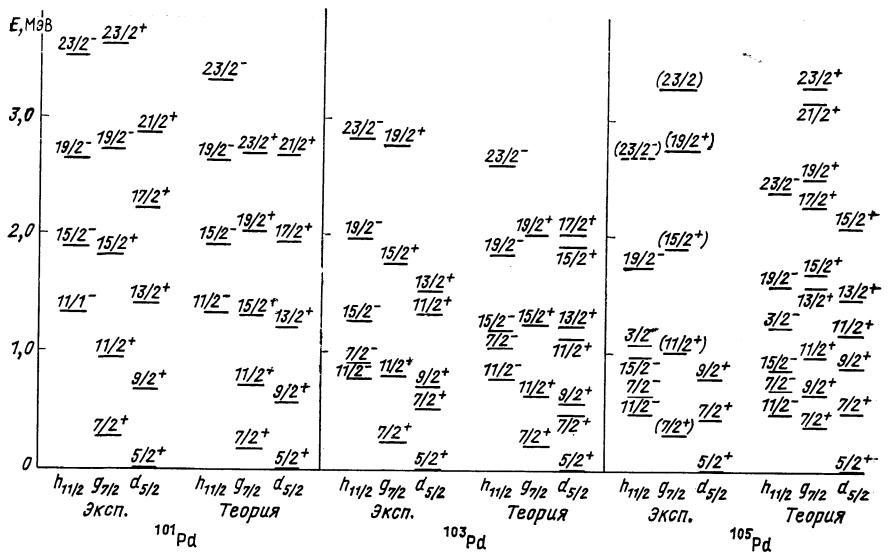


Рис. 2. Теоретические и экспериментальные значения энергий ряда и расстояний $^{101}, ^{103}, ^{105}\text{Pd}$, которые принадлежат мультиплетам, сформированным квазичастицей в $d_{5/2}^-$, $g_{7/2}^-$ и $h_{11/2}$ -состояниях и возбуждениями остова

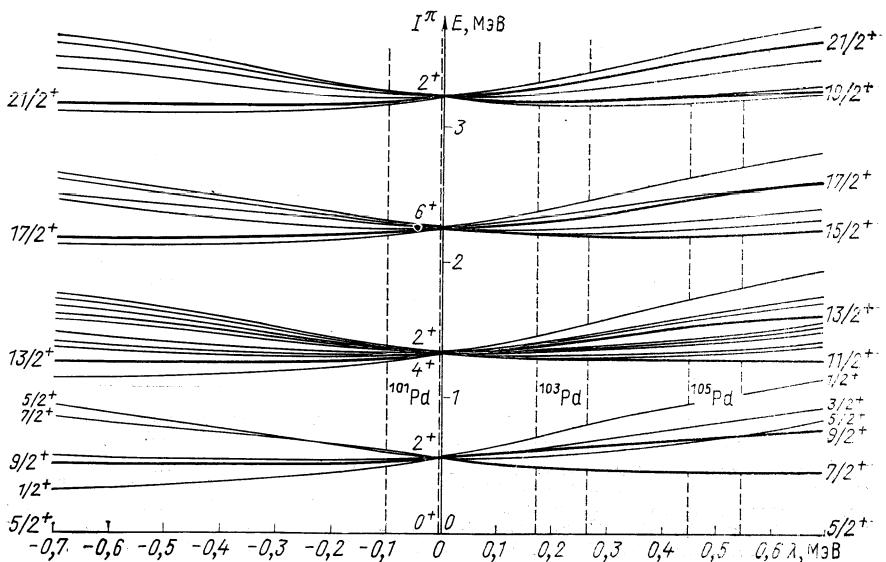


Рис. 3. Зависимость расщепления мультиплета (квазичастица в $d_{5/2}$ -состоянии и вибрационные состояния Pd) от химического потенциала λ :
Отмечено расположение состояний $5/2$ в различных нечетных изотопах Pd

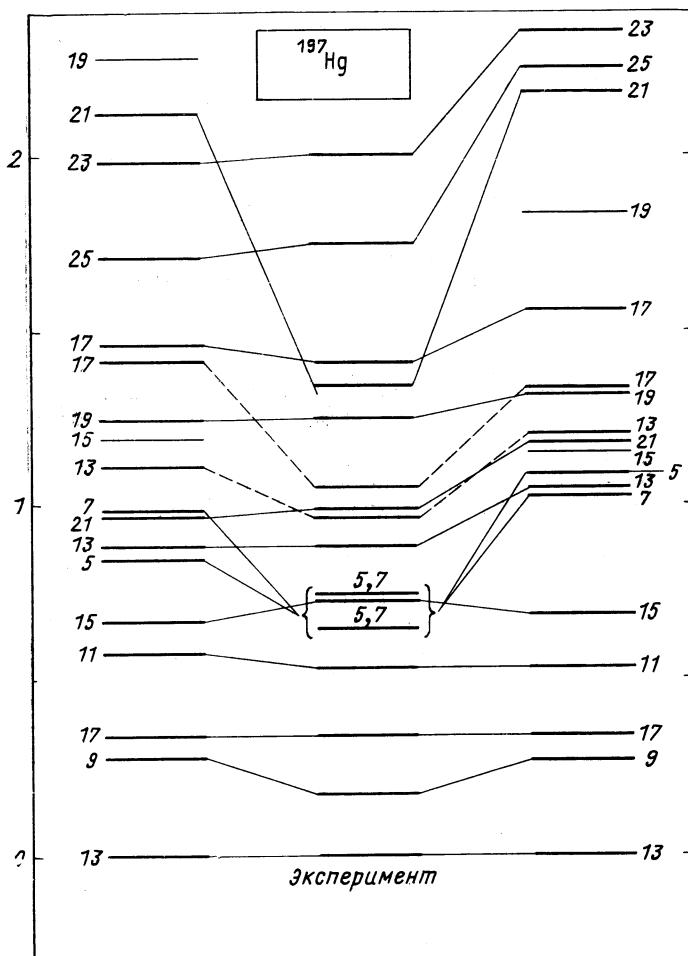


Рис. 4. Сравнение теоретических и экспериментальных значений энергий возбуждения состояний положительной четности в ^{197}Hg :

Приведены значения удвоенного спина уровней и энергий возбуждения относительно изомерного состояния $I = 13/2$. В расчетах, основанных на модели ангармонического вибратора, использовалось значение константы связи $\kappa = 160A^{-5/3}$ МэВ· b^{-2} и экспериментальные энергии возбуждения ^{198}Hg . В расчетах, основанных на ротационной модели, использовались параметры $\beta = 0,14$; $\gamma = 38^\circ$; $\Delta = 0,7$ МэВ и $\tilde{\lambda}_F = 0,5$ МэВ [25]

ках BCS -приближения показывают, что в ^{101}Pd химический потенциал лежит несколько ниже $d_{5/2}$ -состояния ($e_{d_{5/2}} - \lambda > 0$), тогда как в ^{103}Pd и ^{105}Pd он расположен выше $d_{5/2}$ ($e_{d_{5/2}} - \lambda < 0$) благодаря дополнительным парам нейтронов. Помня, что матричный элемент $\langle 2\downarrow || Q^c || 2\downarrow \rangle$ отрицателен в соответствующих изотопах Pd , последовательность состояний полосы в ^{101}Pd должна быть $\Delta I = 2$ (развязанная полоса), но в ^{103}Pd должна реализоваться дублетная структура, и наконец, в ^{105}Pd должна появиться квазиротационная структура ($\Delta I = 1$). Такое изменение типа полосы действительно наблюдается. Расщепление мультиплетов, возникающих при связи квазичастицы в $d_{5/2}$ -состоянии с ангармоническими колебаниями остова, в зависимости от величины ($\lambda - e_{d_{5/2}}$) приведено на рис. 3. Для сравнения на оси абсцисс отмечено положение ядер ^{101}Pd , ^{103}Pd и ^{105}Pd . Систематическое изучение структуры полос в рамках модели частица — остов может дать ценную информацию об относительном положении одночастичных уровней.

Из успешного описания свойств данного нечетного ядра не всегда можно делать однозначные выводы о форме соседних с нечетным четно-четных ядер, данные о которых используются в модели ^{197}Hg . Экспериментальная схема уровней, включающая состояния, основанные на $i_{13/2}$, а также предсказания моделей: частица — трехаксиальный ротор (колонка *a*) и частица — ангармонический вибратор (колонка *b*) [20], приведена на рис. 4. Видно, что теоретические схемы уровней для таких столь различающихся моделей остова, как жесткий трехаксиальный и неустойчивый по отношению к γ -колебаниям, качественно в равной степени согласуются с экспериментальными данными. Точно так же результаты расчетов $B(M1)$ - и $B(E2)$ -вероятностей переходов не позволяют сделать выбора между этими моделями. Очевидно, матричные элементы остова усредняются в модели частица — остов, так что не проявляются их специфические черты. Необходимо найти такие переходы или детали в схеме уровней, которые позволили бы сделать выбор между двумя конкурирующими моделями. Однако обычно ни экспериментальные данные, ни теоретические расчеты (сходимость вычислений по отношению к обрезанию базиса состояний) не являются достаточно точными, чтобы провести такую программу.

4. ЭФФЕКТЫ АНТИСИММЕТРИЗАЦИИ

Обсудим здесь проблему учета антисимметризации между внешним нуклоном и нуклонами остова. Конечно, такое рассмотрение выводит нас за рамки первоначально сформулированной феноменологической модели связи частицы остовом, в которой остов является

внешним динамическим полем. Точная трактовка проблемы антисимметризации в рамках теории ядерного поля дана в разд. 6. В модели частица — остов такие называемые *кинематическими* эффекты можно приближенно учесть, если коллективную волновую функцию записать в терминах фононов, микроскопическая структура которых известна (*RPA*- или *TD*-фононы). В последующем изложении предполагается, что коллективная волновая функция $|RM_R\rangle$ является суперпозицией многофононных состояний $|n\rangle RM_R$, где n — число фононов.

Большие обменные вклады следует ожидать из квадрупольного взаимодействия, которое содержит большие коллективные матричные элементы. Наиболее существенные матричные элементы, записанные в базисе $\alpha_{jm}^+ |(n) RM_R\rangle$, имеют вид

$$V_{qQ} = -\frac{\kappa}{2} \sum_{\mu} \langle jm, (n) RM_R | q_{\mu} \bar{Q}_{\mu}^c | j'm', (n') R'M'_R \rangle. \quad (16)$$

Используя полноту базиса и тот факт, что коллективный квадрупольный оператор Q_{μ}^c не зависит от одночастичных состояний, соотношение (16) перепишется так:

$$\begin{aligned} V_{qQ} = & -\frac{\kappa}{2} \sum_{\substack{\mu n'' \\ R''M''_R}} \langle jm, (n) RM_R | q_{\mu} | j'm', (n'') R''M''_R \rangle \times \\ & \times \langle (n'') R''M''_R | \bar{Q}_{\mu}^c | (n') R'M'_R \rangle. \end{aligned} \quad (17)$$

Сосредоточим внимание на матричных элементах оператора q_{μ} . В квазичастичном представлении этот оператор имеет вид

$$q_{\mu} = \frac{1}{\sqrt{5}} \sum_{KK'} \{ f_{KK'}^{(-)} (\alpha_K^+ \alpha_{K'}^-)_{2\mu} + f_{KK'}^{(+)} [(\alpha_K^+ \alpha_{K'}^+)_{2\mu} + (\bar{\alpha}_{K'}^- \bar{\alpha}_K^-)_{2\mu}] \}, \quad (18)$$

где

$$f_{KK'}^{(-)} = (u_K u_{K'} - v_K v_{K'}) \langle K \parallel r^2 Y_2 \parallel K' \rangle; \quad (19)$$

$$f_{KK'}^{(+)} = (u_K v_{K'} + u_{K'} v_K) \langle K \parallel r^2 Y_2 \parallel K' \rangle. \quad (20)$$

Если фермионная структура коллективной волновой функции не учтена, тогда только так называемый *член рассеивания*, пропорциональный $f_{KK'}^{(-)}$, даст вклад в матричный элемент (17). В этом случае получается общая факторизованная форма, использованная при выводе уравнения (12)

$$V_{qQ}^{\text{факт}} = -\frac{\kappa}{2 \sqrt{5}} \sum_{\mu} f_{jj'}^{(-)} \langle jm, j'm' | 2\mu \rangle \langle (n) RM_R | \bar{Q}_{\mu}^c | (n') R'M'_R \rangle. \quad (21)$$

Это связано с тем, что парный член, пропорциональный $f_{KK'}^{(+)}$, не сохраняет числа квазичастиц. Он дает неисчезающий вклад

только в том случае, когда коллективная волновая функция включает квазичастичные операторы. Предположим, что многофононное состояние $| (n) RM_R \rangle$ построено из фононов, определенных в RPA , т. е. является полиномом от операторов рождения коллективных фононов:

$$b_{2\rho}^{\pm} = \sum_{ii'} [r_{ii'} (\alpha_i^+ \alpha_{i'}^-)_{2\rho} + s_{ii'}] (\bar{\alpha}_i \bar{\alpha}_{i'})_{2\rho}, \quad \rho = 0, \pm 1, \pm 2. \quad (22)$$

Так как парный член в q_{μ} может аннигилировать и не более чем с одним фононом, для нахождения обменного вклада нужно учесть квазичастичную структуру только одного из фононных операторов, включенных в промежуточное состояние $| (n') R'' M'_R \rangle$. Следовательно, нужно выделить один фонон из состояния $| (n') R'' M'_R \rangle$, используя хорошо известную технику генеалогических коэффициентов [21]:

$$\begin{aligned} | (n') R'' M'_R \rangle &= \sum_{\rho \tilde{R} \tilde{M}_R} \langle (n' - 1) \tilde{R} | \} (n') R'' \rangle \times \\ &\quad \times \langle \tilde{R} \tilde{M}_R, 2\rho | R'' M'_R \rangle b_{2\rho}^{\pm} | (n' - 1) \tilde{R} \tilde{M}_R \rangle. \end{aligned} \quad (23)$$

Оставшиеся $(n' - 1)$ фононов трактуются как чистая коллективная мода, тогда как отделенный фонон участвует в обмене внешнего нуклона с нуклонами фонона (22). Подставляя (22) и (23) в (17), получаем следующее выражение для обменного члена:

$$\begin{aligned} V_{qQ}^{\text{exch}} &= -\frac{\kappa}{2\sqrt{5}} \sum_{ii' KK'R} f_{KK'}^{(+)} \langle (n) | (n+1) R'' \rangle \times \\ &\quad \times \langle RM_R, 2\rho | R'' M'_R \rangle \langle 0 | \alpha_{jm} [(\alpha_K^+ \alpha_{K'}^-)_{2\mu} + \\ &\quad + (\bar{\alpha}_K^- \bar{\alpha}_K)_{2\mu}] \alpha_{j'm}^{\pm} [r_{ii'} (\alpha_i^+ \alpha_{i'}^-)_{2\rho} + s_{ii'} (\bar{\alpha}_i^- \bar{\alpha}_i)_{2\rho}] | 0 \rangle \times \\ &\quad \times \langle (n+1) R'' M'_R | Q_{\mu}^c | (n') R' M'_R \rangle. \end{aligned} \quad (24)$$

Для простоты предположим, что RPA -вакуум является одновременно и вакуумом квазичастиц, т. е будем пренебречь корреляциями в основном состоянии. Это предположение неявно используется при выводе уравнений RPA в общепринятой форме (см., например, [22]).

Таким образом, после всех вычислений получаем для обменного матричного элемента:

$$\begin{aligned} V_{qQ}^{\text{exch}} &= -\frac{\kappa}{\sqrt{5}} \sum_{KR} \langle (n) R | \} (n+1) R'' \rangle \times \\ &\quad \times \langle (n+1) R'' M'_R | Q_{\mu}^c | (n) RM_R \rangle \times \\ &\quad \times \langle RM_R, 2\rho | R'' M'_R \rangle \langle km_k, j'm' | 2\mu \rangle \langle km_k, jm | 2\rho \rangle f_{kj}^{(+)} r_{kj}. \end{aligned} \quad (25)$$

Этот матричный элемент можно изобразить схематически с помощью диаграммы

$$\begin{array}{c}
 \text{---} \\
 \begin{matrix} (n)RM_R & (n+1)R'' & (n')R'M_R \end{matrix} \\
 \text{---} \\
 V_{qQ}^{\text{exch}} \sim \sum_{kR''} \quad \left\{ \begin{matrix} 2 \\ k \end{matrix} \right\} \quad \left\{ \begin{matrix} 2 \\ j'm' \end{matrix} \right\} \quad f_{kj}^{(+)} r_{kj} \langle (n+1)R'' || Q^c || (n')R' \rangle. \quad (26)
 \end{array}$$

Элементарный процесс, включенный в этот обменный член, уже описан Моттельсоном [23]: фононная линия, отделенная от промежуточного состояния R'' , распадается на две квазичастицы, одна из которых, квазичастица k , образует вместе с внешней квазичастицей j' новый фонон, тогда как другая становится внешней квазичастицей с квантовым числом j . Конечно, диаграмму можно интерпретировать аналогичным образом, если поменять ролями j и j' .

Таким образом, фермионная структура базисных фононов является причиной дополнительного вклада квадрупольного взаимодействия в эффективное взаимодействие частицы с остовом. Не будем обсуждать здесь проблему того, как фермионная структура влияет на нормировку и ортогональность коллективных состояний. Эти эффекты изучены в работе [24]. В [25] показано, что отмеченное выше обменное взаимодействие можно получить с помощью преобразования Дайсона от фермионного пространства к бозонному. Это представление не будем использовать, так как прямой путь, выбранный выше, должен быть применим также и для случая, когда коллективную волновую функцию нельзя написать в виде разложения по степеням фононных операторов.

В отличие от обычного нуклон-фононного взаимодействия обменное взаимодействие (23) имеет отличные от нуля диагональные матричные элементы, которые имеют важное значение при описании так называемых состояний с аномальной связью. В нечетных сферических ядрах, где состояния «противоположной» четности частично заполнены, как, например, в Te, Rb, Ag, Se, Ba, наблюдается конкуренция между $(I = j)$ - и $(I = j - 1)$ -состояниями. Это явление, получившее название $(j - 1)$ -аномалии, можно качественно объяснить влиянием обменного взаимодействия на энергию состояний мультиплета, построенного из фонона и квазичастицы в j -состоянии.

Появление $j - 1$ -аномалии, как следствие принципа Паули, объяснено в разд. 6 в рамках теории ядерного поля.

5. ОБОБЩЕННАЯ МОДЕЛЬ СВЯЗИ КВАЗИЧАСТИЦЫ С ОСТОВОМ

Частично-дырочная структура волновой функции. Необходимое в модели частица — остав предположение, которое частично формулируется явно, касается информации о заполнении одночастичных состояний в оставе. Ясно, что дополнительная частица может занимать только свободные одночастичные состояния. Альтернативный базис для нечетного ядра можно построить возбуждением дырки в занятых состояниях. И частицеподобные, и дырочные состояния наблюдаются как физические возбуждения. Благодаря парным силам эти моды связаны друг с другом. В общепринятых рассмотрениях, использующих модель частица — остава, как правило, начинают со среднего ядерного потенциала, с помощью которого либо непосредственно получают необходимую информацию о числах заполнения, зная последовательность заполнения одночастичных состояний, либо после выполнения преобразования Боголюбова, в тех случаях, когда важны парные силы. В последнем случае получается квазичастичный базис, являющийся специальным случаем частично-дырочного суперпозиции, отнесенной с помощью химического потенциала к заданному числу частиц. В разд. 2, например, мы начинали со сферического среднего потенциала и использовали соответственно сферические квазичастицы, чтобы сформировать базис состояний для диагонализации гамильтониана модели частица — остава. В сильнодеформированных ядрах конструируем квазичастицы в деформированном поле, учитывая тем самым влияние квадрупольных сил уже в среднем потенциале. Но по отношению к частично-дырочной структуре фактически используются те же предположения, что и для сферического среднего потенциала.

Строго говоря, в переходных ядрах нет хорошо определенного статического среднего потенциала. Это связано с сильной флуктуацией формы таких ядер. Если рассматриваемые одночастичные орбиты близки к поверхности Ферми, то частично-дырочная структура состояния определяется динамикой, а не основывается на статическом потенциале. Проиллюстрируем эту ситуацию, рассматривая деформированные одночастичные орбиты при фиксированной деформации β , но переменном параметре неаксиальности γ , изменяющемся от $\gamma = 0^\circ$ (вытянутая форма) до $\gamma = 60^\circ$ (сплюснутая форма). На рис. 5 показано семейство состояний подоболочки $h_{11/2}$ в таком неаксиальном деформированном потенциале. В граничных точках, в которых ядра принимают аксиальную форму, уровни $v = 1, 2, \dots, 6$ отмечены также соответствующими значениями K , являющимися в этом случае хорошими квантовыми числами. Пусть поверхность Ферми расположена несколько ниже $\epsilon = 0$. Когда форма остава флуктуирует между $\gamma = 0$ и 60° , что действительно может иметь место в пере-

ходных ядрах, частичные состояния при вытянутой форме переходят в дырочные состояния при сплюснутой форме вследствие полной инверсии последовательности K -уровней. Ясно, что для

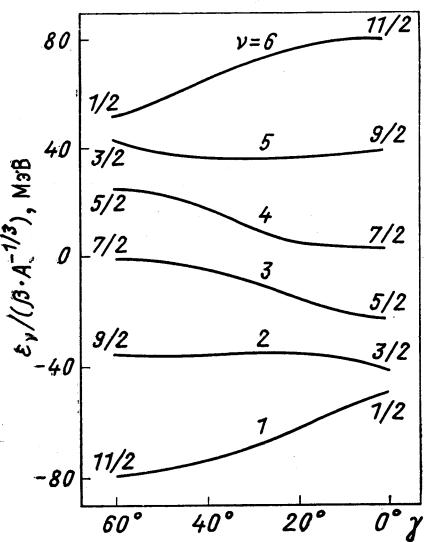


Рис. 5. Зависимость энергии ϵ_v одиноччастичных состояний подоболочки $j = 11/2$ в трехосном деформированном потенциале ($\beta = \text{const}$) от параметра γ :

В предельных случаях $\gamma = 0$ и 60° указанные соответствующие значения проекций момента $K = 1/2, \dots, 11/2$, которые в этом случае являются хорошими квантовыми числами

тических состояний четно-четных ядер, соседних с исследуемым нечетным A ядром; $u_I(jR)$ и $v_I(jR)$ — амплитуды вероятности того, что состояние $\Psi_{IM}^{(A)}$ построено из частицы, связанной с коллективным состоянием $\Phi_{RM_R}^{(A-1)}$ остова из $(A-1)$ нуклонов, или дырки, связанной с коллективным состоянием более тяжелого остова из $A+1$ нуклонов. Эти амплитуды определяют, как и в общей BCS -теории, частично-дырочную структуру квазичастичных возбуждений. Однако пробная функция (27) является более общей как стартовая точка обобщенной модели частица — остов, так как частично-дырочная структура определяется при диагонализации полного гамильтониана, а не дается статическим потенциалом.

Ряд авторов [26, 27] получили замкнутую систему уравнений для u - и v -амплитуд. При этом использовалось то обстоятельство,

что для таких колебаний остова обычное определение статической частично-дырочной суперпозиции, отвечающее BCS -методу, не может использоваться. Идея обобщенной модели связи квазичастицы с остовом состоит в определении частично-дырочной структуры по заданным свойствам остова, а не по статическому среднему потенциальному.

Уравнение для собственных значений. Обобщенная модель связи частицы с остовом основывается на следующем выражении для волновой функции:

$$\begin{aligned} \Psi_{IM}^{(A)} = & \nabla_{jR} \langle jm, RM_R | IM \rangle \times \\ & \times [u_I(jR) a_{jm}^+ \Phi_{RM_R}^{(A-1)} + \\ & + v_I(jR) \bar{a}_{jm}^- \Phi_{RM_R}^{(A+1)}]. \quad (27) \end{aligned}$$

Здесь a_{jm}^+ (a_{jm}) — операторы рождения (уничтожения) частиц в сферических одночастичных состояниях; индексы $A \pm 1$ указывают, что состояния RM принадлежат семействам коллек-

что состояние R имеет коллективную природу, и отбрасывались все члены, не дающие когерентного вклада. Для гамильтониана (5) при этом получаются следующие уравнения:

$$(H) \begin{bmatrix} u \\ v \end{bmatrix}_I = E_I \begin{bmatrix} u \\ v \end{bmatrix}_I, \quad (28)$$

где амплитуды $u_I(jR)$ и $v_I(jR)$ образуют вектор. Матрица (H) дается выражением

$$(H) = (H_{\text{sp}}) + (H_c) + (H_{\text{int}}), \quad (28a)$$

где

$$\begin{aligned} (H_{\text{sp}}) &= \begin{pmatrix} e - \lambda & 0 \\ 0 & -e + \lambda \end{pmatrix}; \quad (H_c) = \begin{pmatrix} E_c^{(A-1)} & 0 \\ 0 & E_c^{(A+1)} \end{pmatrix}; \quad (H_{\text{int}}) = \\ &= \begin{pmatrix} \Gamma^{(A-1)} & \Delta \\ \Delta & \Gamma^{(A+1)} \end{pmatrix}. \end{aligned} \quad (28b)$$

Диагональные матрицы содержат $(e - \lambda) = \delta_{jj'} \delta_{RR'} (e_j - \lambda)$, $(\Delta) = \delta_{jj'} \delta_{RR'} \Delta$ и $(E_i^{(A\pm 1)}) = \delta_{jj'} \delta_{RR'} E_R^{(A\pm 1)}$ — одночастичные энергии сферических состояний, параметры парных корреляций λ и Δ и энергии состояний остова. Значение λ определяется средним числом частиц с помощью условия:

$$N(\lambda) = \langle (A+1)_{g.s.} | \hat{N} | (A+1)_{g.s.} \rangle = \sum_{jI} (2I+1) v_I^2(j, R=g.s.) + 1 \quad (29)$$

аналогично тому, которое получается в рамках общего BCS -подхода. Квадрупольное поле входит в недиагональные матричные элементы $\Gamma^{(A+1)}$, задаваемые выражениями:

$$\begin{aligned} \Gamma_{jR, j'R'}^{(A+1)} &= -\frac{\kappa}{2} (-1)^{j'+R+I} \left\{ \begin{array}{c} j \quad j' \quad 2 \\ R' \quad R \quad I \end{array} \right\} \times \\ &\times \langle R(A \pm 1) || Q^c || R'(A \pm 1) \rangle g_{jj'}. \end{aligned} \quad (30)$$

Диагональные блоки матриц (28) совпадают с теми, которые получаются при рассмотрении связи чистого частичного или дырочного состояния с коллективным состоянием R . Парное поле порождает связь частичных и дырочных блоков, делая в общем случае частично-дырочную структуру различной для разных состояний $\Psi_{IM}^{(A)}$.

Характеристики остова ($E_R^{(A\pm 1)}$, $\langle R(A \pm 1) || Q_c || H' | (A \pm 1) \rangle$ и Δ), играющие роль поля остова, как и прежде, считаются известными (см. разд. 2).

Использование уравнения (27) связано с трудностями, возникающими вследствие правильного рассмотрения в таком подходе частично-дырочной структуры состояний. Чтобы пояснить, в чем состоит трудность, рассмотрим простой случай, когда простран-

ство коллективных состояний включает только основные состояния $R = 0$ ядер ($A \pm 1$). Тогда матрицы $\Gamma^{(A \pm 1)}$ обращаются в нуль и решения уравнения (27) принимают вид

$$E_{I=j}^{\pm} = \pm \sqrt{(e_j - \lambda)^2 + \Delta^2}. \quad (31)$$

Положительное решение можно интерпретировать как обычную квазичастичную энергию. Рассматривая соответствующие амплитуды, находим, что

$$\begin{bmatrix} u^- \\ v^- \end{bmatrix}_j = \begin{bmatrix} -v^+ \\ u^+ \end{bmatrix}_j, \quad (32)$$

т. е. решения связаны частично-дырочным сопряжением. Таким образом, отрицательное решение определяет квазидырочное состояние с энергией $-E_{I=j}^+$. Квазичастичные возбуждения, которыми мы интересуемся, принадлежат положительным собственным значениям, тогда как квазидырочные возбуждения не нужны для наших целей.

К сожалению, в общем случае ситуация значительно более сложная, так как отсутствуют простые соотношения симметрии, подобные использованным в тривиальном случае (31), с помощью которых можно разделить собственные состояния уравнения (27) на два класса, а именно: описывающие реальные возбуждения в нечетной системе и лишние состояния. Однако можно сконструировать адекватный квазичастичный базис для заданного поля остава, который можно использовать также для формулировки правил отбора, позволяющих выделить одноквазичастичные возбуждения.

Построение квазичастичного базиса. Для простоты предположим, что остав из ($A + 1$) и остав из ($A - 1$) нуклонов имеют одинаковые характеристики. Общий случай рассмотрен ниже. Во-первых, введем адиабатический гамильтониан (обозначения прежние, индексы $A \pm 1$ опущены):

$$(H_{af}) = \begin{pmatrix} e - \lambda - \Gamma & \Delta \\ \Delta & -(e - \lambda + \Gamma) \end{pmatrix}. \quad (33)$$

Он получается из гамильтониана (H) [см. (28)] в пределе бесконечно большого массового параметра, т. е. когда все энергии состояний остава E_R стремятся к нулю. Это отвечает адиабатическому приближению, когда коллективное движение (частоты равны E_R/\hbar) предполагается медленным по сравнению с одночастичным.

Соответствующий квазичастичный базис для заданного поля остава определяется как множество решений с положительной энергией гамильтониана H_{af} , являющегося частью полного гамильтониана. В отличие от полной матрицы (H) матрица (H_{af}) обла-

дает важной симметрией — антисимметрична относительно преобразования:

$$\sigma = \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}; \quad 1 - \delta_{jj'} \delta_{RR'}, \quad (34)$$

т. е. $(\sigma H_{af}\sigma^+) = - (H_{af})$. Из вида пробной волновой функции (27) следует, что матрица σ отвечает частично-дырочному преобразованию $a_{jm}^+ \leftrightarrow a_{jm}$. Вследствие этой симметрии собственные значения (H_{af}) образуют пары, как и в простом случае (31). Адиабатический гамильтониан (H_{af}) можно диагонализовать в два этапа. Во-первых, для заданного спина I необходимо диагонализовать блок $(e + \Gamma)$ матрицы (33). Соответствующие собственные значения обозначим ε_{vI} , а амплитуды — $C_{vI}(jR)$. На следующем этапе матрица 2×2 (в преобразованном базисе)

$$(H_{af})_{vv'} = \begin{pmatrix} \varepsilon_{vI} - \lambda & \Delta \\ \Delta & -\varepsilon_{vI} + \lambda \end{pmatrix} \delta_{vv'} \quad (35)$$

диагонализуется, давая следующие пары собственных значений:

$$E_{vI}^{(\pm)} = \pm \sqrt{(\varepsilon_{vI} - \lambda)^2 + \Delta^2} \quad (36a)$$

и амплитуд:

$$\left. \begin{aligned} \begin{bmatrix} u_{vI}^+ \\ v_{vI}^+ \end{bmatrix} &= C_{vI}(jR) \left[{}^{1/2} \left(1 \pm \frac{\varepsilon_{vI} - \lambda}{E_{vI}^+} \right) \right]^{1/2}; \\ \begin{bmatrix} u_{vI}^- \\ v_{vI}^- \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} -v_{vI}^+ \\ u_{vI}^+ \end{bmatrix}. \end{aligned} \right\} \quad (36b)$$

Таким образом, положительные и отрицательные решения опять можно интерпретировать как квазичастичные и квазидырочные решения соответственно в поле остова, который характеризуется величинами Γ и Δ , как и в простом случае, рассмотренном выше.

Когда поле остова является, например, полем аксиального ротора, тогда получаются известные квазичастичные решения для аксиального деформированного потенциала и поле Γ равно

$$\begin{aligned} (\Gamma)_{jR, j'R'} &= -\hbar\omega_0\beta (-1)^{j'+R+I} \begin{Bmatrix} j & j' & 2 \\ R' & R & I \end{Bmatrix} \times \\ &\times \sqrt{(2R+1)(2R'+1)} \begin{pmatrix} R & R' & 2 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \bar{q}_{jj'}, \end{aligned} \quad (37)$$

где $\bar{q}_{jj'}$ — приведенный матричный элемент квадрупольного оператора в единицах осцилляторной длины. Заметим, что квазичастичные состояния, определяемые амплитудами (36), не являются внутренними состояниями деформированного ядра в обычном смысле. В нашем подходе коллективные и одночастичные степени

свободы трактуются одновременно и, следовательно, квазичастичные реперции (36) отвечают полной адиабатической волновой функции, т. е. в специальном случае функции

$$(D_{MK}^I \alpha_K^+ + (-1)^{I+K-1/2} D_{M-K}^I \alpha_{-K}^+) |BCS\rangle, \quad (38)$$

где оператор α_K^+ рождает деформированное (внутреннее) квазичастичное состояние. Тем не менее будем называть собственные состояния (H_{af}) квазичастичными состояниями, имея в виду, что они эквивалентны полной адиабатической волновой функции, в которой коллективные и одночастичные степени свободы переплетаются.

Неадиабатические эффекты. Отличные от нуля энергии состояний остова E_R , не включенные в адиабатический гамильтониан (33), приводят к смешиванию квазичастичных состояний (положительных решений), а при достаточно больших энергиях коллективных состояний к смешиванию квазичастичных и квазидырочных состояний (положительных и отрицательных решений). Для аксиального ротора, уже рассмотренного выше, влияние энергий состояний остова хорошо известно. В соответствии с

$$E_R = \frac{\hbar^2}{2\Im} \hat{R}^2 = \frac{\hbar^2}{2\Im} (\hat{I} - \hat{j})^2 = \frac{\hbar^2}{2\Im} (\hat{I}^2 + \hat{j}^{22}) - \frac{\hbar^2}{\Im} j l \quad (39)$$

они приводят к кориолисову взаимодействию, содержащемуся в члене $\hat{j}\hat{I}$.

Общая процедура трактовки этих сил следующая. В предположении, что существует деформированный квазичастичный вакуум, сохраняющийся при коллективном вращении системы, кориолисово взаимодействие будет приводить к смешиванию квазичастичных состояний (положительных решений), тогда как квазидырочные состояния должны быть опущены. Следовательно, основанный на учете кориолисова взаимодействия подход, если не принимать во внимание центробежный член \hat{j}^2 , фактически эквивалентен диагонализации гамильтониана (28) в подпространстве квазичастичных состояний (положительных решений) или проектированию гамильтониана модели частица — остов на это подпространство и последующему решению оставшихся уравнений на собственные значения. Такое приближение можно непосредственно использовать при рассмотрении связи нечетной частицы с произвольным полем остова, например, с трехаксиальным ротором, γ -нестабильным остовом [28] или с остовом, совершающим ангармонические колебания, с помощью базиса, введенного выше. Практически нужно представить часть гамильтониана, включающего энергии остова (H_c) [уравнение (28)], в квазичастичном представлении, используя амплитуды (36), и диагонализовать его после добавления диагональных квазичастичных энергий E_{VI}^+ (35).

Прежде чем проиллюстрировать метод на некоторых модельных примерах, вернемся к общей проблеме выбора решений. Проектированные решения, построенные по аналогии с трактовкой кориолисова взаимодействия, имеют четко выраженный квазичастичный характер. С этой точки зрения, все собственные состояния $\Psi_{TM}^{(A)}$, найденные при точной диагонализации гамильтониана (28), имеют примеси квазидырочных компонент. Следовательно, предположение, сделанное в кориолисовом подходе, а именно, существование вакуумного состояния, не является точным в общем случае. Однако проектируемые решения можно использовать для отбора интересующих нас точных собственных функций: мы рассматриваем каждое решение $\Psi_{TM}^{(A)}$, сильно перекрывающееся с одним из проектируемых решений как одноквазичастичное + коллективное состояние, которое прямо соответствует реальному возбуждению этого типа в нечетном ядре.

Ясно, что такая схема выбора решений может использоваться только в тех случаях, когда проектированные решения достаточно хорошо аппроксимируют точные решения $\Psi_M^{(A)}$, т. е. когда основные неадиабатические эффекты уже содержатся в проектированном гамильтониане.

Применения. Прежде всего сравним результаты кориолисовой трактовки аксиального ротора с результатами полной диагонализации и отбора физических решений с помощью критерия перекрывания.

Аксиальный деформированный остав характеризуется следующими параметрами: $\hbar\omega_0 = 230$ МэВ; $\beta = 0,28$; $\hbar^2/2\mathfrak{J} = 0,0133$ МэВ и $\Delta = 0,9$ МэВ. Рассматривается влияние вращения остава на движение нечетной частицы, находящейся в состоянии $i_{13/2}$. Химический потенциал λ расположен на 1,73 МэВ ниже сферического состояния $i_{13/2}$. Энергия различных возбужденных состояний (отсчитанные от энергий состояния $I = 11/2$) в зависимости от углового момента приведена на рис. 6.

Собственные значения для проектированных состояний (пунктирная линия) согласуются с результатами расчета кориолисова смешивания, включающими центробежный член. Физические решения (сплошная линия) отбирались с помощью критерия перекрывания проектными решениями (интеграл перекрытия должен быть больше 0,7). Адиабатический предел отвечает ротационным энергиям $\hbar^2/2\mathfrak{J}I(I+1)$. Энергия для полного решения систематически превышает результаты расчетов с кориолисовым смешиванием.

Наибольший эффект наблюдается для полосы, основанной на состоянии $K = 11/2$, наиболее близкой к поверхности Ферми, и убывает с удалением от нее. Такого рода ослабление связано с изменением квазичастичной структуры с ростом углового

момента: чтобы увеличивать коллективный угловой момент, нужно возбуждать остов и в этом случае квазичастицы будут опреде-

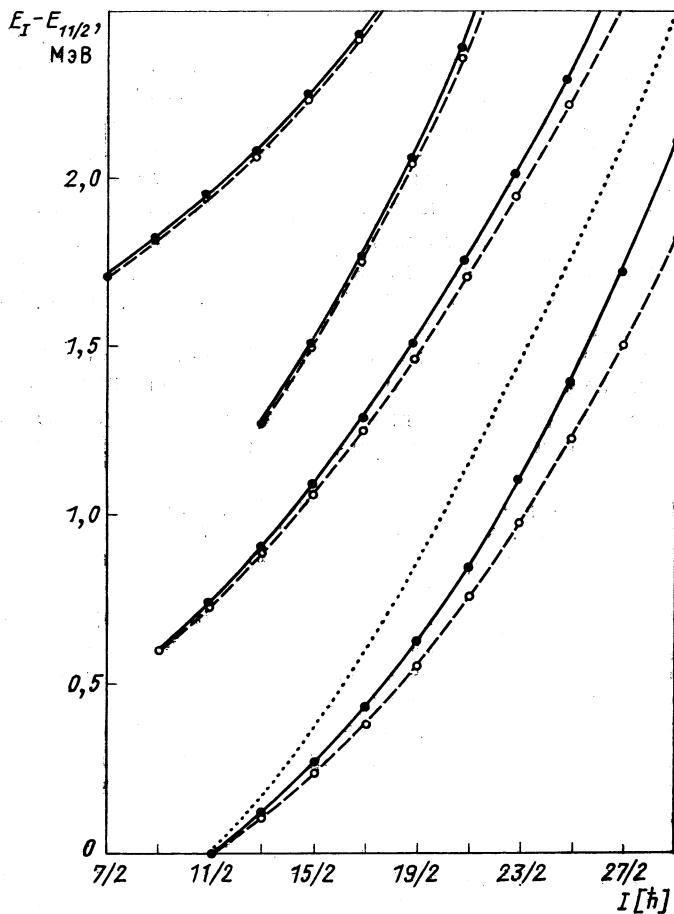


Рис. 6. Связь квазичастицы $i_{13/2}$ с жестким аксиальным ротатором. Показана зависимость энергии возбуждения (отсчитанной от энергии основного состояния $I = 11/2$) от углового момента:

Открытые кружки — энергии возбуждения, полученные с использованием одноквазичастичных решений. Полные кружки — результат диагонализации гамильтонiana H . Состояния, которые обычно группируются в полосы, соединены полными и пунктирными линиями соответственно

ляться по отношению к несколько измененному вакууму. Этот эффект проявляется в том, что примеси квазидырочных состояний (отрицательные решения) становятся все более и более зна-

чительными с ростом углового момента. Подобный механизм эффекта ослабления уже обсуждался в [29]. В наших вычислениях этот динамический эффект дает для ираст-состояний величину порядка 10% экспериментально наблюдаемой, что слишком мало, чтобы объяснить ослабление кориолисова смешивания в сильно деформированных ядрах [30].

Рассмотрим теперь две модели для поля остова, имеющие отношение к переходным ядрам. Сравним связь квазичастицы в состоянии $h_{11/2}$ с $\gamma = 30^\circ$ трехосным ротором со связью этой квазичастицы с γ -неустойчивым остовом. Поверхность потенциальной энергии для последнего случая показана на рис. 7. Мы проанализировали только энергии проектированных решений, так как общая модель частица — трехаксиальный ротор также основана на кориолисовом подходе [31]. Зависимость результирующих энергий возбуждения $E_I - E_{11/2}$ для ираст-состояний от положения ферми-поверхностей λ дана на рис. 8. Параметры вычислений приведены в подписи к рисунку. Так как спектр не зависит от знака λ , приведены только половины симметричных рисунков.

Связь квазичастиц с остовом приводит к близким результатам, особенно вблизи $\lambda = 0$. Различия в энергиях возбуждения в основном обусловлены энергиями состояний остова, которые для $\gamma = 30^\circ$ трехаксиального остова даются выражением (в единицах $\hbar^2/2J$):

$$E_{nR} = (3/4) [R(R+4) + 3n(I-n)], \quad (40)$$

где квантовое число полосы n ограничено условием: $(R - n)$ должно быть положительным целым числом, а для γ -неустойчивого остова $E_{nR} = (9/4)v(v+3)$, здесь $v = 0, 1, 2, \dots$ — сензориты фононных мультиплетов. Необычная инверсия $11/2$ и $9/2$ уровней встречается в обеих моделях и, следовательно, должна рассматриваться как указания на значительные отклонения от аксиальной формы, но не обязательно как следствие статической γ -деформации.

В области вблизи ^{190}Pt ожидаются большие отклонения от аксиальной формы. Было бы интересно использовать нечетную частицу для получения информации об этих формах. Мы исследовали связь $i_{13/2}$ квазинейтрона с двумя типами остовов, рассмотренными выше. На рис. 9 рассчитанные энергии сравниваются с экспериментальной схемой уровней положительной четности в ^{191}Pt [32]. Экспериментальные энергии возбуждения состояний

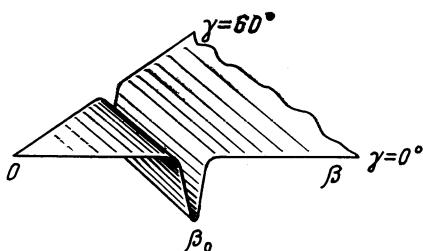


Рис. 7. Поверхность потенциальной энергии для γ -неустойчивого остова

с $R'' = 0^+, 2^+, 2^+, 2^+, 4^+, 4^+, 6^+, 6^+, 3^+, 8^+$ и 10^+ в ^{192}Pt взяты вместо теоретических значений энергий состояний остова, где они приписываются нижайшим возбуждением $\gamma = 30^\circ$ — ротора и γ -неустойчивого остова соответственно. Энергии остав-

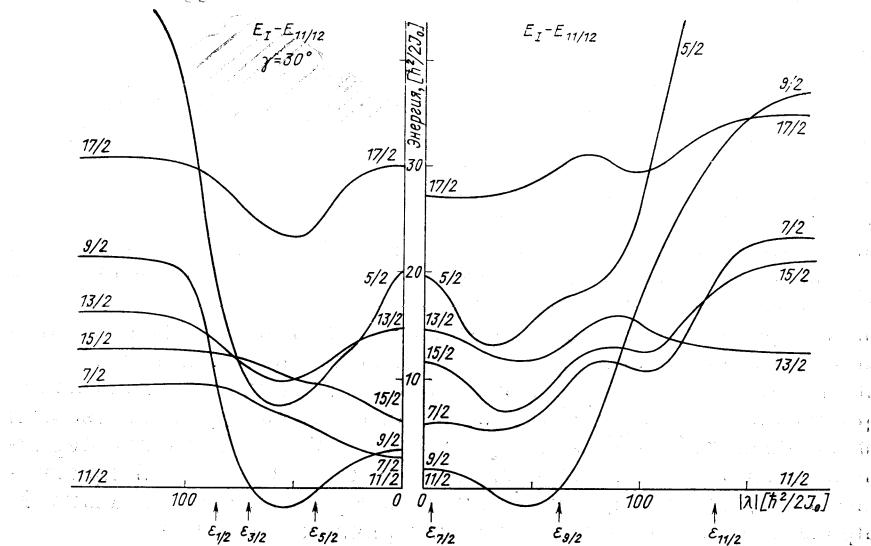


Рис. 8. Связь квазичастицы $h_{11/2}$ с $\gamma = 30^\circ$ трехосным остовом (слева) и γ -нестабильным остовом (справа). Показаны энергии возбуждения (относительно состояния $I\pi = 11/2^-$) в зависимости от химического потенциала ($e_{11/2} = 0$):

Энергии E_I зависят только от абсолютных значений $|\lambda|$ химического потенциала. Единица энергии $\hbar^2/2 = 204\beta^{-2}A^{-1/3}$ МэВ, параметр щели $\Delta = 135/A$ МэВ и деформации $\beta = 7,5A^{-2/3}$. Для сравнения на оси абсцисс отмечены положения Нильсоновских состояний e_K ($K = 1/2, \dots, 11/2$) при той же деформации β , но $\gamma = 0^\circ$.

шихся состояний с $R \leq 14$, которые также принимаются во внимание, берутся из соотношений (40) и (41) соответственно. Сила связи отвечает эффективной деформации $\beta = 0,2$. Энергетическая щель $\Delta = 0,9$ МэВ в обоих случаях. Учитываются $i_{13/2}$ и $g_{9/2}$ одиночественные уровни. Разность энергий $e_{9/2} - e_{13/2}$ принята равной 4,15 МэВ в соответствии со схемой Нильсона. Положение химического потенциала $\lambda = e_{13/2} + 0,6$ МэВ приближенно соответствует ожидаемому для ^{191}Pt . Вычисления для $\gamma = 30^\circ$ трехосного ротора находятся в частичном соответствии с результатами вычислений для связи частицы с мягким остовом [33], так как были подставлены экспериментальные значения энергии. И для трехосного ротора и для γ -неустойчивого остова получено хорошее согласие с экспериментальными данными. Форма спектра с определенностью

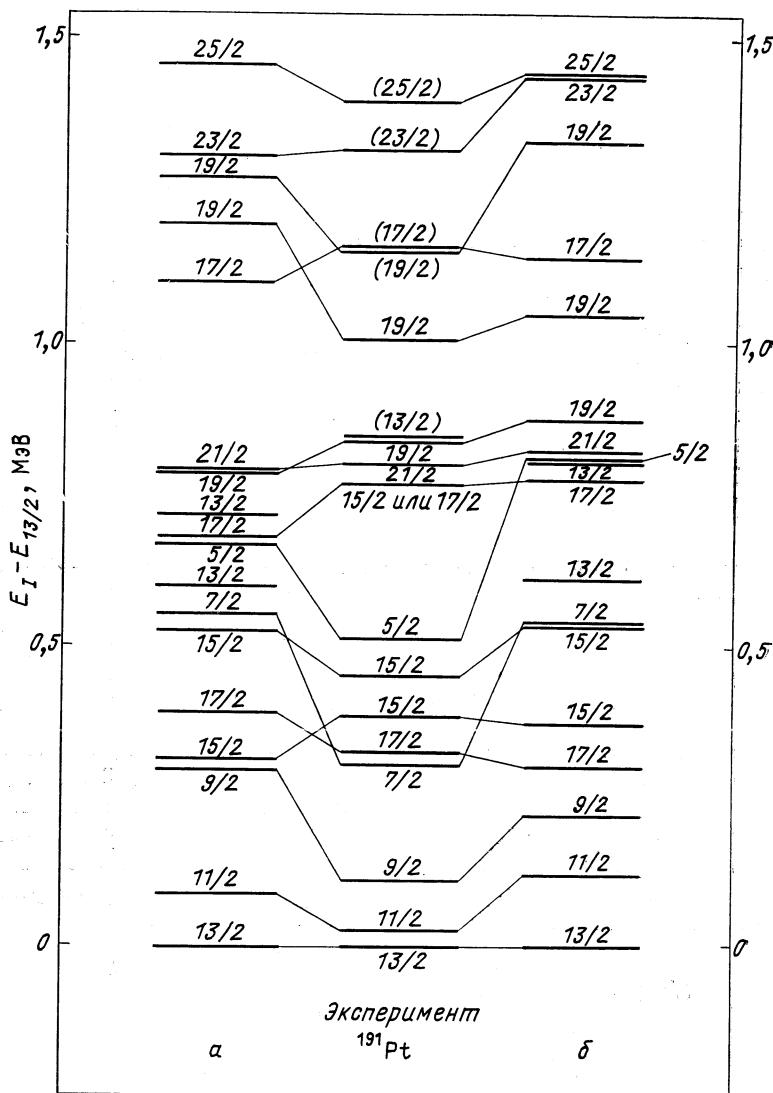


Рис. 9. Энергии возбуждения E_I состояний положительной четности в ^{191}Pt , вычисленные относительно $(13/2^+)_1$:

Рассчитанные энергии (а) и (б) получены с проектированным гамильтонианом с учетом одиноччастичных состояний $i_{13/2}^-(0 \text{ МэВ})$ и $g_{9/2}^+(4,15 \text{ МэВ})$ и состояний остова вплоть до знания колективного момента $R = 14$. Параметр цели тот же, что и на рис. 8. Схема (а) отвечает трехосному остову с $\gamma = 30^\circ$, тогда как схема (б) отвечает γ -нестабильному остову. В обоих случаях $\beta = 0,2$.

исключает возможность аксиальной формы для остива, однако трудно сказать, какая форма — трехосный ротор или γ -неустойчивый остив — является более реалистической. Таким образом, мы пришли к заключению, уже сделанному выше: только очень детальный анализ волновых функций с помощью спектроскопических факторов и вероятностей электромагнитных переходов, наиболее чувствительных к различиям квадрупольных матричных элементов обеих моделей, позволит ответить на этот вопрос.

Случай различных характеристик остивов с $A \pm 1$ нуклонами. Формальное распространение теории на случай, когда свойства остивов $A + 1$ и $A - 1$ существенно различаются, может быть легко выполнено. В этом случае гамильтониан необходимо расщепить на часть, симметричную относительно частично-дырочного сопряжения и на антисимметричную часть. Частично-дырочное сопряжение [см. (32)] осуществляется с помощью матрицы преобразования (36), т. е.

$$\sigma = \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \quad (41)$$

где 1 — единичная матрица $\delta_{jj'}\delta_{R'R'}$. Сейчас гамильтониан (28) запишется как

$$(H) = (H^-) + (H^+) \quad (42)$$

с

$$(H^\pm) = [(H) \pm \sigma(H)\sigma]/2; \quad \sigma(H^\pm)\sigma^+ = \pm(H^\pm). \quad (43)$$

По определению, антисимметричная часть $(H)^-$ имеет ту же симметрию, что и адиабатический гамильтониан (H_{af}) (33). Следовательно, то же рассмотрение, которое приведено выше, можно использовать и в более общем случае различных остивов. Вместо адиабатического гамильтониана нужно взять антисимметричную часть (H^-) , а гамильтониан остива (H_c) заменить симметричной частью (H^+) . Матрицы (H^\pm) даются выражениями:

$$(H^-) = \begin{pmatrix} e - \lambda + E_c^- + \Gamma^+ & \Delta \\ \Delta & -(e - \lambda + E_c^- + \Gamma^+) \end{pmatrix}; \quad (44)$$

$$(H^+) = \begin{pmatrix} E_c^+ + \Gamma^- & 0 \\ 0 & E_c^+ + \Gamma^- \end{pmatrix}, \quad (45)$$

где

$$E_c^\pm = \frac{1}{2}(E_c^{(A-1)} \pm E_c^{(A+1)}); \quad \Gamma^\pm = (\Gamma^{(A-1)} \pm \Gamma^{(A+1)})/2. \quad (46)$$

С физической точки зрения нецосредственное применение этого формализма проблематично. Модель частицы — остив основывается на предположении, что присутствие дополнительной частицы

не изменяет существенным образом коллективных свойств остава. Но как раз это предположение, очевидно, не выполняется в рассматриваемом случае, так как добавление двух частиц при переходе от остава с ($A = 1$) нуклонами к оставу с ($A + 1$) нуклонами заметно изменяет существенные величины. Механизм таких переходов можно понять с помощью метода Струтинского [34], когда учитывается влияние на свойства остава нечетной частицы. Например, при исследовании четных и нечетных изотопов Hg ($A = 185 - 187$) было найдено, что блокировка орбиты частицей ведет к кардинальному изменению равновесной формы системы. Такие эффекты динамической поляризации нельзя описать с помощью представленного выше формализма. Различные характеристики оставов $A \pm 1$ входят в модель в усредненном виде и, следовательно, результирующие свойства нечетной системы будут удерживаться в пределах, определенных оставами. Расчеты, выполненные в [33], показали, однако, что в некоторых случаях деформация может увеличиваться скачком или резко изменять знак, когда определенная орбита заполняется нечетной частицей. Этот случай находится, конечно, вне пределов, определенных характеристиками остава.

Рассмотрим, как модель частица — остав можно применить также и к рассмотрению этих отдельных случаев переходных ядер. Простейший путь учета эффектов динамической поляризации состоит в модификации матрицы Γ включением в квадрупольное взаимодействие остава с частицей эмпирических поляризационных факторов. С этой целью введем в уравнение (30) дополнительный фактор $(p_j + p_{j'})/2$, т. е.

$$\Gamma_{jR, j'R'}^{(A \pm 1)} \rightarrow (p_j + p_{j'}) \Gamma_{jR, j'R'}^{(A \pm 1)}/2, \quad (47)$$

где поляризуемости p_j являются параметрами, которые могут изменять значение и знак квадрупольных матричных элементов остава в зависимости от квантового числа j -одночастичной орбиты. На практике поляризуемости p_j должны быть выбраны в соответствии с результатами вычислений по методу Струтинского при блокированном одночастичном уровне j . Этот метод использовался при описании ^{123}I . Четно-четные соседи этого ядра — ^{122}Te и ^{124}Xe . Энергии нижайших 2^+ -состояний этих ядер — 564 кэВ и 354 кэВ соответственно — демонстрируют существенное различие в свойствах этих оставов. Из расчетов по методу Струтинского [36] для ^{123}I следует, что поляризационные эффекты играют важную роль. В соответствии с этим для одночастичных уровней $4g_{9/2}$, $4d_{5/2}$, $4g_{1/2}$, $4s_{1/2}$, $4d_{3/2}$ и $5h_{11/2}$, включенных в вычисления, поляризационные факторы взяты равными $p_j = -2, 1, 1, -1, -1$ и -1 соответственно. Рассчитанная схема уровней, приведенная на рис. 10 вместе с экспериментальными данными [36], демонстри-

рует прекрасное согласие теоретических результатов с экспериментальными.

Необходимо отметить, что обобщенная модель частица — остов содержит ряд новых возможностей по сравнению с традиционными подходами. В особенности эта модель позволяет рассматривать

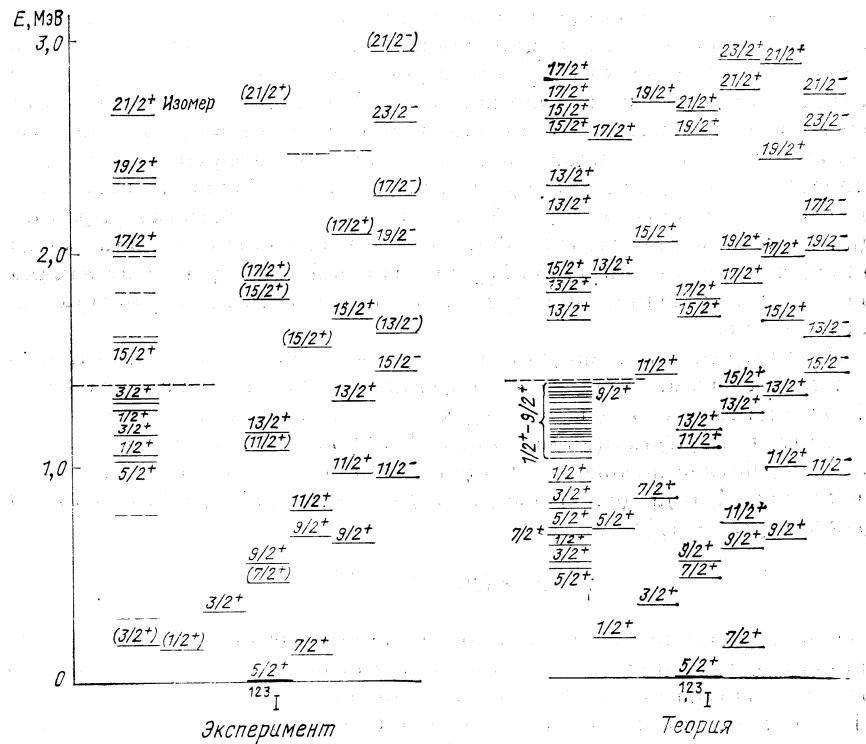


Рис. 10. Сравнение экспериментальной и теоретической схем уровней ^{123}I . В расчет включены коллективные состояния ^{122}Te (остов $A = 1$) и ^{124}Xe (остов $A + 1$)

случай больших флюктуаций формы, когда структура квазичастицы может меняться как в соответствии с формой ядра, меняющейся при колективном движении, так и вследствие конечности скорости колективного движения. Дальнейшее распространение формализма возможно в направлении исследования пересечения полос, проявившегося в явлении так называемого *обратного загиба*.

6. ТЕОРИЯ ЯДЕРНОГО ПОЛЯ

Цель данного раздела — дать микроскопическое обоснование модели частица — остатов, развитой в предыдущих разделах в основном на феноменологическом уровне. В микроскопической теории связи частицы с остатом обычно возникают две трудности, связанные с микроскопической структурой коллективной вибрационной моды (фонона). Одночастичные возбуждения и коллективные моды строятся из тех же самых нуклонных степеней свободы. Как следствие этого встречаемся со следующими двумя проблемами:

- 1) переполненность базиса, включающего одночастичные (квазичастичные) и коллективные (вибрационные) состояния;
- 2) тождественность нуклонов, участвующих в квазичастичных и в фононных возбуждениях (принцип Паули).

К счастью, можно показать, что обе проблемы решаются в так называемой *теории ядерного поля* [37—39]. Название теория ядерного поля было первоначально введено копенгагенской группой в серии статей (см. [39] и ссылки в этой статье), в которых рассматривалась связь частицы с колебаниями в рамках теории возмущений, основанной на диаграммной технике. Моттельсон первым указал в 1967 г. на возможность учета в таком рассмотрении принципа Паули между нечетным нуклоном и нуклонами, участвующими в коллективном движении [23]. Он показал, что эффекты принципа Паули очень важны при описании спектроскопических свойств слабовозбужденных состояний сферических и переходных нечетных ядер (см. ниже). Корректная трактовка принципа Паули — одно из основных достижений теории ядерного поля. Первоначально этот подход был развит копенгагенской группой для некоторых упрощенных, точно решаемых моделей [37, 39]. Обоснование подхода с точки зрения теории многих тел было дано в [38, 40]. Наконец, в [41, 42] был дан строгий вывод теории ядерного поля с помощью метода континуального интегрирования.

Идея, лежащая в основе теории ядерного поля, состоит в следующем. В спектре возбуждений ядер, кроме одночастичных возбуждений, имеется множество коллективных мод, т. е. поверхностных, парных, спиновых и изоспиновых колебаний. Таким образом, вполне естественно и в практических расчетах удобно описывать ядерную систему не исключительно в фермионном (фоковском) пространстве, а включить подходящим образом коллективные моды (фононы) в невозмущенный базис. Следовательно, в дополнение к степеням свободы отдельных нуклонов, находящихся в одночастичных (квазичастичных) состояниях $|\alpha\rangle = a_\alpha^+ |0\rangle$, в ядерной теории поля вводится коллективное поле. Кванты коллективного поля — фононы, подчиняющиеся статистике Бозе, характеризуются операторами рождения b_n^+ и уничтожения b_n фононов. На первом этапе (в нулевом приближении) одночастичные (квази-

частичные) возбуждения и фононы считаются независимыми модами возбуждения, т. е. $[a_\alpha^\dagger, b_n] = 0$ и т. д., и невозмущенный гамильтониан, даваемый выражением:

$$H_0 = H_{\text{sp}} + H_{\text{ph}}, \quad (48)$$

где

$$H_{\text{sp}} = \sum_{\beta} \tilde{e}_{\beta} a_{\beta}^\dagger a_{\beta}; \quad (49)$$

$$H_{\text{ph}} = \sum_n \omega_n b_n^\dagger b_n, \quad (50)$$

включает независимое движение квазичастиц и фононов соответственно. Однако, если эти дополнительно введенные фононы предназначены для описания коллективных возбуждений ядра, они должны быть построены из степеней свободы нуклонов. Но тогда оба типа элементарных мод возбуждения уже не будут независимыми и связь обеих мод, так называемая связь частиц с колебаниями:

$$H_{PVC} = -\frac{\kappa}{2} \sum_{\mu} Q_{\mu}^{ph} Q_{-\mu} (-1)^{\mu} \quad (51)$$

будет введена остаточным взаимодействием*

$$H_{QQ} = -\frac{\kappa}{4} \sum_{\mu} (-1)^{\mu} Q_{\mu} Q_{-\mu}. \quad (52)$$

Здесь $Q_{\mu} = q_{\mu}$ — массовый квадрупольный оператор в квазичастичном представлении, определенный уравнением (17), и Q_{μ}^{ph} — коллективная часть квадрупольного оператора, т. е. та часть, которую можно выразить через фононные операторы:

$$Q_{\mu}^{ph} = Q_{\mu}^{ph} (b^+, b). \quad (53)$$

Например, если коллективные вибрационные моды определены в приближении хаотических фаз (*RPA*), то коллективная часть квадрупольного оператора является просто линейной комбинацией операторов рождения и уничтожения фононов и записывается в виде

$$Q_{\mu}^{ph} = \sqrt{\frac{2}{\kappa}} \sum_n \Lambda_n (b_{n\mu}^+ + \bar{b}_{n\mu}), \quad (54)$$

* Из соображений простоты и соответствия с первой частью этой статьи (разд. 1—5) ограничимся здесь сепарабельным $Q - Q$ -взаимодействием. Но результаты также точны и для общего случая произвольного двухчастичного взаимодействия. Кроме того, обозначим одиночественный квадрупольный оператор через Q_{μ} , чтобы показать, что он действует на все нуклоны, включая и нуклоны остова.

где Λ_n — сила связи частиц с колебаниями, следующим образом выражаяющаяся через характеристики одночастичных состояний [41]:

$$\Lambda_n = \left[\frac{2}{5} \sum_{ab} \frac{(f_{ab}^+)^2 (\tilde{\epsilon}_a + \tilde{\epsilon}_b) \omega_n}{[(\tilde{\epsilon}_a + \tilde{\epsilon}_b)^2 - \omega_n^2]^2} \right]^{-1/2}. \quad (55)$$

Здесь ω_n — частота n -го корня RPA , получаемая из дисперсионного соотношения RPA :

$$f(\omega_j) = 1 \quad (56)$$

с

$$f(\omega) = \frac{\kappa}{10} \sum_{ab} \frac{f_{ab}^{(+)}{}^2 (\tilde{\epsilon}_a + \tilde{\epsilon}_b)}{(\tilde{\epsilon}_a + \tilde{\epsilon}_b)^2 - \omega_n^2}. \quad (57)$$

Полный гамильтониан теории ядерного поля дается суммой [41, 43, 44]:

$$H_{NFT} = H_{sp} + H_{ph} + H_{QQ} + H_{PVC}. \quad (58)$$

Он содержит кроме полного фермионного гамильтониана $H = H_{sp} + H_{QQ}$ свободный гамильтониан коллективных мод H_{ph} [уравнение (50)] и связь одночастичных (квазичастичных) и коллективных степеней свободы H_{PVC} [уравнение (51)]. (Строгий вывод гамильтониана (58) дан в работе [41].)

Гамильтониан (58) рассматривается в теории ядерного поля в рамках теории возмущений, использующей диаграммную технику, так, чтобы надлежащим образом учесть принцип Паули. Но такое рассмотрение, использующее теорию возмущений, не может выполняться обычным образом. Это связано с дополнительно введенными коллективными модами: во-первых, потому, что используемый базис, включающий одночастичные и коллективные состояния, сильно переполнен; во-вторых, при этом нарушается принцип Паули. Кроме того, в полном гамильтониане (58) корреляции, уже включенные в определение коллективных мод, учитываются дважды. Это видно уже из построения гамильтониана (58) и является прямым следствием переполненности используемого базиса. В теории ядерного поля переполненность базиса и двукратный учет корреляций, уже включенных в коллективные моды, устраняется с помощью определенных ограничений, налагаемых на диаграммы, которые образуются при рассмотрении H_{NFT} по теории возмущений (см. [37—41]). Эти ограничения отсутствуют при обычном применении техники диаграмм Фейнмана. Основные элементы диаграммного рассмотрения H_{NFT} (58) проиллюстрированы на рис. 11. Правила для построения диаграмм в теории ядерного поля следующие.

1. Вклад Хартри—Фока—Боголюбова исходного двухчастичного взаимодействия должен быть включен в одночастичный гамильтони-

ниан H_{sp} (49), что обеспечивает стабильность невозмущенного основного состояния. Например, для сверхтекучих ядер необходимо определить одночастичные состояния с помощью $u - v$ -преобразования Боголюбова. Это правило постулируется только для того, чтобы обеспечить быструю сходимость разложений в теории ядерного поля, но не является принципиально необходимым. Очевидно, мы не можем ожидать, что наши коллективные моды (построенные в RPA) будут хорошим нулевым приближением при описании точных вибрационных мод ядра, если выбранный нами одночастичный базис не является хорошим. В практических применениях это правило означает только, что наш одночастичный

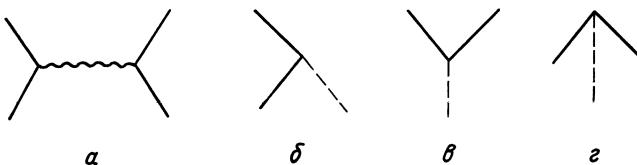


Рис. 11. Базисные вершины теории ядерного поля:

a — двухчастичное взаимодействие; *б* — квазичастичное рассеяние; *в* и *г* — рождение и аннигиляция пар; сплошная линия — квазичастича; пунктир — фонон, волнистая линия — двухчастичное взаимодействие (*a*). Соответствующие динамические вклады:

$$a = \kappa/2 f_{ca}^{(\pm)} f_{db}^{(\pm)}, \quad b = \Lambda f_{ab}^{(-)}, \quad \text{и } c = \Lambda f_{ab}^{(+)}.$$

базис должен быть хорошим нулевым приближением для возбуждений одночастичного типа.

2. Вибрационные моды (фононы) должны быть построены микроскопически из фермионных степеней свободы (например, в RPA). Это нужно для того, чтобы знать, какие корреляции включены в определение коллективных мод [см. правило (4)]. В теории ядерного поля, кроме того, можно использовать точные вибрационные моды ядра, т. е. частоты фононов ω_n и силы связи Λ_n можно взять из эксперимента*. В этом случае все фононные собственно энергетические диаграммы должны быть исключены.

3. Двухчастичное остаточное взаимодействие H_{QQ} (52) и гамильтониан связи частицы с колебаниями H_{PVC} (51) могут действовать во всех порядках, давая диаграммы различной сложности и порядка.

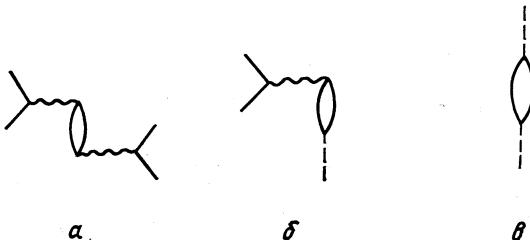
4. Чтобы избежать двойного учета, те диаграммы, которые уже включены в определение коллективных мод [правило (2)], не должны учитываться в теории ядерного поля. Например, если коллективные моды определены в RPA, петлевые диаграммы не должны учитываться (рис. 12). (Петлевые диаграммы описывают такие про-

* Константы связи Λ_n можно определить из экспериментальных значений $B(E\lambda; \lambda \rightarrow 0_1^+)$ [45].

цессы, в которых пара квазичастиц рождается и затем аннигилирует без участия в других взаимодействиях квазичастиц.)

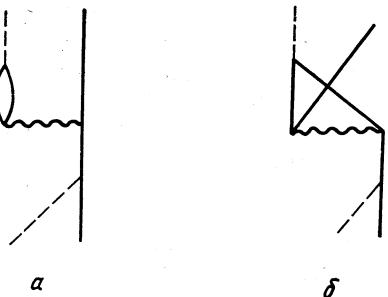
Таким образом, диаграммы на рис. 13, б являются разрешенными, тогда как диаграммы на рис. 13, а должны быть исключены из рассмотрения в теории ядерного поля. Необходимо отметить, что,

Рис. 12. Нижнейшая по порядку величины петлевая диаграмма (второй порядок), которую нужно исключить из числа диаграмм, рассматриваемых в теории ядерного поля



хотя *RPA* часто очень удобно, это не самый общий путь для определения коллективных вибрационных мод, используемых в теории ядерного поля. В том случае, когда используется более общее

Рис. 13. Запрещенные (а) и разрешенные (б) диаграммы, описывающие взаимодействие квазичастиц с фононами: Диаграмма а исключается из рассмотрения, так как содержит петлевую диаграмму, приведенную на рис. 12, б. Эта диаграмма включена в диаграмму, показанную на рис. 15, а. Диаграмма б, являющаяся обменной диаграммой, разрешена. (Эту диаграмму можно исключить из рассмотрения, если обменная часть QQ -сил включена в *RPA*.)



определение коллективных мод, необходимо исключить из рассмотрения в рамках теории ядерного поля более широкий, чем петлевые, класс диаграмм [см. также комментарий в конце правила (2)].

5. В начальном и конечном состояниях учитываемые в теории ядерного поля диаграммы, названные впоследствии *диаграммами Моттельсона*, могут включать фермионы и фононы, за исключением тех квазичастичных конфигураций, которые можно заменить комбинацией коллективных мод. (Например, если используем *RPA*-фононы, то никакие двухквазичастичные состояния, имеющие квантовые числа фононов *RPA*, не должны включаться в начальные и конечные состояния диаграмм Моттельсона.)

С учетом этих ограничений теория ядерного поля представляет собой точное многочастичное описание конечных ферми-систем,

более отвечающее физической ситуации, существующей в ядрах, чем обычное описание с помощью фейнмановских диаграмм, включающих только фермионные степени свободы. Фактически, именно эти ограничения делают описание в рамках теории ядерного поля более подходящим, чем обычную трактовку остаточных сил с помощью диаграммной теории возмущений. Например, значительная часть остаточного взаимодействия уже включена в определение коллективных мод, а соответствующие диаграммы, которые должны быть исключены из рассмотрения в теории ядерного поля (петлевые диаграммы), как раз являются наиболее расходящимися. Таким образом, разложение в теории ядерного поля должно сходиться значительно более быстро, чем соответствующее диаграммное разложение по степеням двухчастичного взаимодействия, которое во многих случаях даже становится бессмысленным. Так как теория ядерного поля использует разложения, возникает вопрос, что является малым параметром теории. Для некоторой схематической двухуровневой модели в [39, 46] было показано, что теория ядерного поля порождает разложение по степеням $1/\Omega$, где $2\Omega = 2j + 1$ — вырождение подоболочки. Этот результат нужно понимать следующим образом: если κ — константа взаимодействия, уравнения RPA (определенные коллективные моды) зависят только от константы $\rho = \kappa\Omega$, которая значительно меньше, чем расстояние между оболочками ε (иначе невозмущенное основное состояние было бы нестабильно). Следовательно, по отношению к RPA -модам (невозмущенным) остаточное взаимодействие имеет порядок

$$\kappa = \rho/\Omega = O(1/\Omega). \quad (59)$$

Далее можно показать [39, 46], что константа связи частицы с фононом Λ имеет порядок величины:

$$\Lambda = O(1/\Omega^{1/2}). \quad (60)$$

В дополнение в фейнмановских диаграммах каждая замкнутая фермионная петля предполагает свободное (независимое) суммирование по всем фермионным состояниям петли. Это дает фактор Ω в величину диаграммы. Действительно, с помощью уравнений (59), (60) легко видеть, что петлевые диаграммы (см. рис. 2), которые уже включены в невозмущенный базис, имеют порядок величины $O(1)$ и поправки первого порядка к энергии имеют порядок величины $1/\Omega$. В общем случае Ω должно рассматриваться как среднее вырождение подоболочки $(2j + 1)$. Во многих случаях вырождения подоболочек таковы, что поправки порядка $1/\Omega$ уже дают качественное, а часто и количественное описание спектра низколежащих возбужденных состояний ядер [39, 43, 47]. Описанный выше подход не ограничен использованием только сепарабельных сил. В работах [38, 40, 41] теория ядерного поля

была развита для ферми-систем с общим двухчастичным взаимодействием. Гамильтониан теории ядерного поля (58) и соответствующие правила для построения диаграмм (1), ..., (5) можно строго вывести [41, 42] с помощью техники функционального интегрирования. Для ознакомления с деталями отсылаем читателя к работам [38—41].

Подведем итоги: теория ядерного поля представляет собой точное многочастичное описание, адекватное физической ситуации, существующей в ядрах.

Эта теория не ограничена рас-
сматриванием нечетных ядер, а
дает единое описание четных и
нечетных ядер. Примененная к
четно-четным ядрам теория ядер-
ного поля показывает, что ан-
гармоничность порождается в

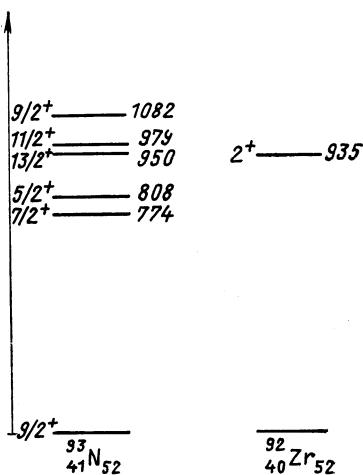


Рис. 14. Типичный спектр низколежащих возбужденных состояний нечетных вибрационных ядер:

Ясно видна мультиплетная структура. Заметно характерное снижение $I = j - 1$ состояния относительно других членов мультиплета квазичастица — фонон. Для сравнения приведена энергия 2_1^+ состояния соседнего четно-четного ядра ^{92}Zr . Экспериментальные энергии взяты из [50] (^{93}Nb) и [51] (^{92}Zr)

значительной степени связью частиц с колебаниями [43, 48]. Таким образом, связь частиц с колебаниями играет важную роль во всех ядрах.

Ниже в рамках теории ядерного поля изучается механизм связи частицы с остовом, феноменологически введенный в разд. 2. Кроме того, будет показано, что в некоторых случаях уже ведущий по порядку величины член разложения в теории ядерного поля описывает основные черты спектра низколежащих возбужденных состояний ядер.

(j — 1)-Аномалия. Начнем с обсуждения свойств мультиплета квазичастица — фонон.

Во многих вибрационных ядрах наблюдается семейство колективных состояний с энергией возбуждения, приблизительно равной энергии квадрупольной вибрационной моды соседних четно-четных ядер [1, 2]. Типичный пример показан на рис. 14. Ведущие по порядку величины [$O(1/\Omega)$] диаграммы, описывающие в теории ядерного поля связь квазичастицы с фононом, показаны на рис. 15 и 16. Рассмотрим прежде всего эти диаграммы. В обычных микроскопических вычислениях связь частицы с колебания-

ми рассматриваются только диаграммы, изображенные на рис. 15, *a* и *b*, включающие лишь вершину, отвечающую рассеиванию (см. рис. 11, *e*). Однако обменные диаграммы (рис. 15, *b* и *g*) в сверхтекущих ядрах оказываются даже более важными. Это связано с тем,

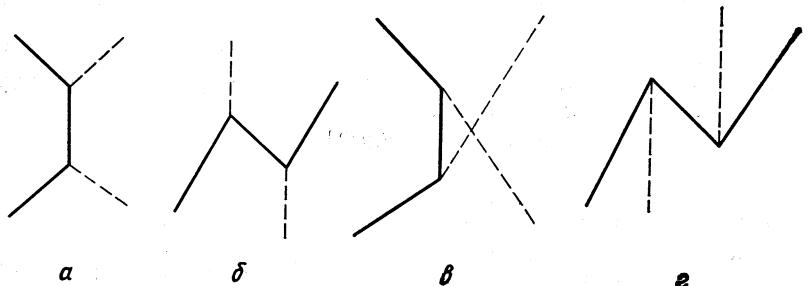


Рис. 15. Диаграммы Моттельсона, дающие вклад $\sim 1/\Omega$ в расщепление мультиплета квазичастица — фонон

что их вклад пропорционален $(f_{ab}^{(+)})^2$, тогда как вклад прямых диаграмм на рис. 15, *a* и *c* пропорционален $(f_{a,b}^{(-)})^2$. Но для состояний *a* и *b* вблизи поверхности Ферми

$$|f_{ab}^{(+)}| \gg |f_{a,b}^{(-)}|. \quad (61)$$

Диаграммы, показанные на рис. 15, *b* и *g*, описывают эффект принципа Паули и обеспечивают с точностью порядка $1/\Omega$ антисимметризацию между нечетной квазичастицей и нуклонами, формирующими вибрационную моду. В феноменологических моделях, представленных в разд. 3,4, эти процессы неявно включены в так называемое кинематическое взаимодействие (см. разд. 4 и работу [25]). Моттельсон первым указал на то, что обменные диаграммы рис. 15, *b* и *g* имеют важное значение для объяснения расположения уровней в мультиплете частица — фонон [2,23].

В случае, когда химический потенциал лежит вблизи состояния с большим угловым моментом и «противоположной» четностью ($j \gg 1$, $\varepsilon_j \approx \lambda$) динамика ядерной системы при низких энергиях возбуждения в основном определяется этим выделенным j -уровнем. В этом случае основной вклад ΔE_I в расщепление мультиплета квазичастица-фонон дают обменные диаграммы*:

$$\Delta E_I = \Lambda^2 (f_{jj}^{(+)})^2 \left(\frac{\delta_{Ij}}{(2I+1)^2} \frac{1}{\omega + 2\varepsilon_j} - \left\{ \begin{matrix} j & j & 2 \\ j & I & 2 \end{matrix} \right\} \frac{1}{2\varepsilon_j - \omega} \right), \quad (62)$$

так как вершина рассеивания $f_{jj}^{(-)} \sim (\varepsilon_j - \lambda) \approx 0$ и может не рассматриваться в этом случае. Для $j = j$ -символа с $j > 2$ имеет

* Ниже будем опускать фононный индекс n , так как будем иметь дело только с одной коллективной модой.

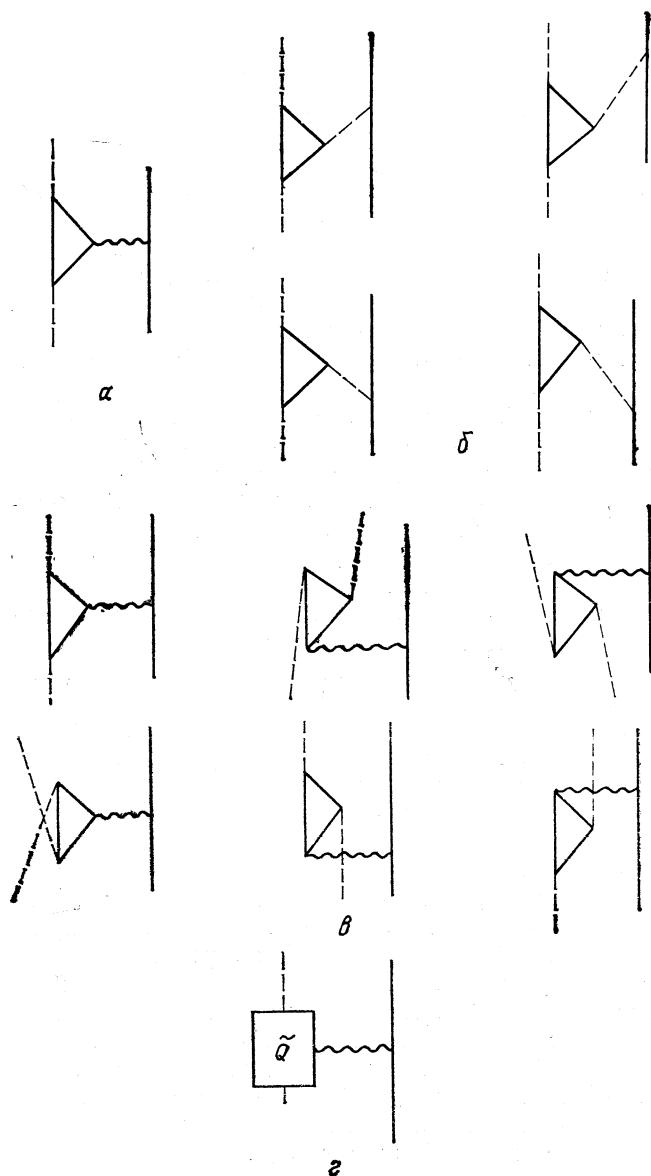


Рис. 16. Диаграммы, описывающие взаимодействие нечетного нуклона с ангармоническим остатком соседних четно-четных ядер:

а — процесс прямого взаимодействия через $Q\bar{Q}$ -силы; б — соответствующий колективный процесс (через обмен фононом); в — шесть различных треугольных диаграмм, описывающих прямой процесс; г — схематическое представление диаграмм, описывающих взаимодействие нечетного нуклона с массовым квадрупольным моментом четного остатка

место следующее правило знаков:

$$\begin{cases} \{j \ j \ 2\} > 0, & I = j - 1; \\ \{j \ I \ 2\} < 0, & I \neq j - 1. \end{cases} \quad (63)$$

Таким образом, в рассматриваемом случае состояние с $I = j - 1$ является единственным, которое заметно опускается взаимодействием квазичастицы с колебаниями. Это состояние часто называется состоянием с аномальной связью. Для очень сильной связи частиц с колебаниями, как, например, в «мягких» по отношению к изменению формы переходных ядрах, состояния с аномальной связью могут опускаться ниже одноквазичастичных состояний и становиться основными. Действительно, в ряде ядер, в которых одночастичное состояние с большим угловым моментом и «противоположной» четностью частично заполнено, основными являются состояния со спином $I = j - 1$. Примерами служат изотопы $^{77-81}\text{Se}$, ^{103}Rh , $^{107-111}\text{Ag}$ и $^{125, 127}\text{Xe}$ [27].

В общем случае, когда несколько j -состояний дают вклад в состояния, возникающие в результате связи квазичастицы с фононами, эффект антисимметризации становится менее важным. Это связано с тем, что отдельный j -уровень дает лишь малый вклад в коллективное состояние. Кроме того, при суммировании по промежуточным состояниям диаграммы из-за различия фаз геометрических коэффициентов вклады различных одночастичных j -состояний компенсируют друг друга. Однако это утверждение должно быть тщательно проверено, так как иногда последовательность состояний существенно влияет на величину обменного вклада [11].

Кроме рассмотренных выше диаграмм (см. рис. 15), есть другой набор диаграмм ведущего порядка ($1/\Omega$), показанных на рис. 16, которыми полностью пренебрегают в обычных спектроскопических расчетах связи частицы с остовом [3, 4]. Это связано с тем, что в обычном микроскопическом подходе колебательные моды соседних четно-четных ядер рассматриваются в гармоническом приближении (RPA) [6—9, 3, 4]. В то время как диаграммы на рис. 15 существуют и для гармонических колебаний, процессы, показанные на рис. 16, вызваны только ангармоничностью в коллективном движении. Их можно интерпретировать как взаимодействие нечетной квазичастицы с квадрупольным моментом четного остова. В феноменологической модели, рассмотренной в разд. 3, эти процессы учитывались включением ангармоничности в коллективный квадрупольный оператор (5а) и в фононные состояния. Мы покажем ниже, что диаграммы, главные из которых приведены на рис. 16, действительно порождают связь квазичастиц с ангармоническим остовом, феноменологически введенную уравнением (9).

В этих диаграммах нечетная квазичастица может непосредственно взаимодействовать с квазичастицами, формирующими фо-

нон, через $Q - Q$ -силы (прямые процессы) (см. рис. 16,а) или через обмен фононами (коллективный процесс) (см. рис. 16,б). Прямой процесс дается шестью различными диаграммами, приведенными на рис. 16,в. Каждой из них соответствуют четыре диаграммы с обменом фононами, которые различаются только временной последовательностью вершинных частей. Таким образом, имеем всего $6 \cdot (1 + 4) = 30$ треугольных диаграмм. Применяя теорему о факторизации [49], можно показать, что четыре диаграммы с фононным обменом ведут к перенормировке $Q - Q$ -взаимодействия в соответствующих прямых процессах (см. рис. 16), что дает эффективную константу квадрупольного взаимодействия [43]:

$$\tilde{\kappa}(E) = \kappa - 2\Lambda^2 D(E), \quad (64)$$

где

$$D(E) = 2\omega/(E^2 - \omega^2) \quad (65)$$

— фононный пропагатор; E — энергия, на которую вершинная часть внешней (нечетной) квазичастицы выводится за массовую поверхность [43]. В данном случае, когда фонон имеет ту же самую энергию в начальном и конечном состояниях, E дается разностью энергий нечетного нуклона в начальном и конечном состояниях: $E = E_i - E_f$. Для заданной вибрационной полосы нечетная квазичастица находится приблизительно в том же состоянии ($i \approx f$) и $E = 0$ независимо от квазичастичного состояния нечетного нуклона. Заметим, что перенормировка квадрупольной константы, вызванная фононным обменом (коллективным процессом, как это описано выше) не ограничивается треугольными диаграммами, а имеет место для всего разложения в теории ядерного поля.

Следовательно, можно определить эффективную (ангармоническую) связь квазичастицы с остовом

$$H_{\text{coup1}} = -\frac{\kappa}{2} \sum Q_\mu^c \tilde{Q}_{-\mu} (-1)^\mu \quad (66)$$

с $Q_\mu^c = Q_\mu^{ph} + Q_\mu^{anh}$ и $Q_\mu^{anh} = \sqrt{15} Q (b^+ b)_{2\mu}$, где \tilde{Q} — вклады всех диаграмм, участвующих в формировании массового квадрупольного момента $2\ddagger$ -состояния (см. рис. 16). Предполагая однородное массовое и зарядовое распределение в ядре, можно взять матричные элементы \tilde{Q} также из экспериментальных данных по электрическим квадрупольным моментам.

Таким образом, анализируя диаграммы в теории ядерного поля, получаем микроскопическое обоснование модели частицы — ангармонический остов (разд. 2). Более точно \tilde{Q} определяет коэффициент перед ангармоническим членом $\sim b^+ b$ в коллективном квадрупольном операторе, определенном уравнением (5а).

В ведущем порядке разложения в теории ядерного поля ($\sim 1/\Omega$) ангармонический член связи \tilde{Q} дается вкладом треугольных диаграмм, вычисленным на «массовой поверхности» по отношению к промежуточной вершине (рис. 17):

$$\tilde{Q} = \frac{\tilde{x}(E=0)}{\pi} \Lambda^2 \sum_{abc} f_{ca}^{(+)} f_{ab}^{(-)} f_{bc}^{(+)} \begin{Bmatrix} 2 & 2 & 2 \\ a & b & c \end{Bmatrix} E_0(\varepsilon_a \varepsilon_b \varepsilon_c), \quad (67)$$

где $E_0(\varepsilon_a, \varepsilon_b, \varepsilon_c)$ — сумма энергетических знаменателей шести треугольных диаграмм, показанных на рис. 17, а.

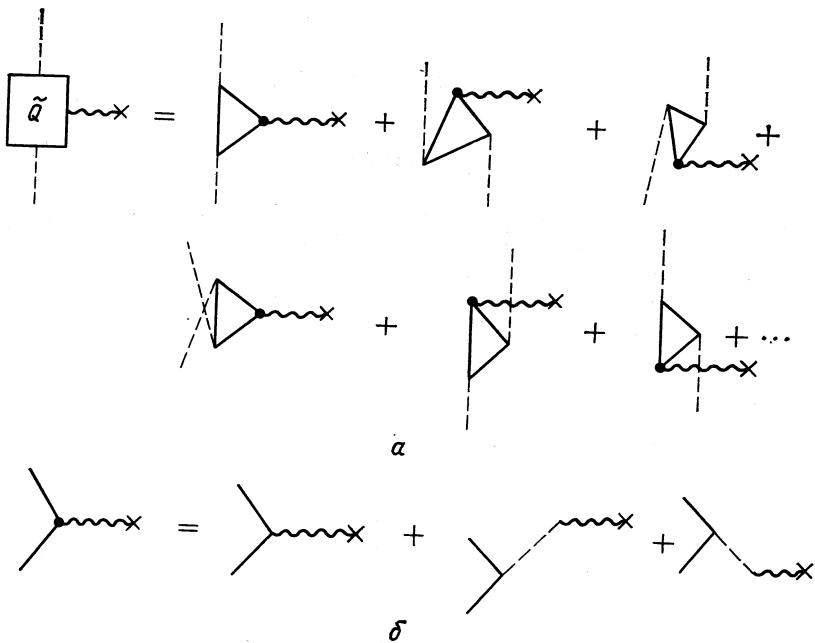


Рис. 17. Диаграммы ведущего порядка для эффективного квадрупольного момента остова \tilde{Q} (а). Одночастичный квадрупольный оператор представлен волнистой линией со звездочкой. Эффективный одночастичный квадрупольный оператор, появляющийся после применения теоремы о факторизации (б)

Перейдем к анализу «квазигармонического» члена в коллективном квадрупольном операторе (5а):

$$Q_\mu^h = F \left(b^+ \sqrt{N - \hat{n}} + \text{h. c.} \right). \quad (68)$$

Мы используем термин *квазигармонический*, поскольку этот член соответствует гармоническому приближению для коллективного квадрупольного оператора (рис. 18, а), если не учитывать квадрат-

ный корень. Квадратный корень феноменологически учитывает эффект принципа Паули в многофононных состояниях, связанный с микроскопической структурой ядерной вибрационной моды*. Заметим, что корень не влияет на переход $B (E2; 2_1^+ \rightarrow 0_1^+)$. Среди диаграмм в теории ядерного поля порядка $1/\Omega^2$ эти эффекты содержатся в обменных диаграммах, типичная из которых показана на рис. 18,а для матричного элемента квадрупольного оператора между $n = 2$ и $n = 1$ фононными состояниями. Они действительно дают вклад противоположного знака по отношению к нулевому порядку (гармоническому приближению) переходных матричных

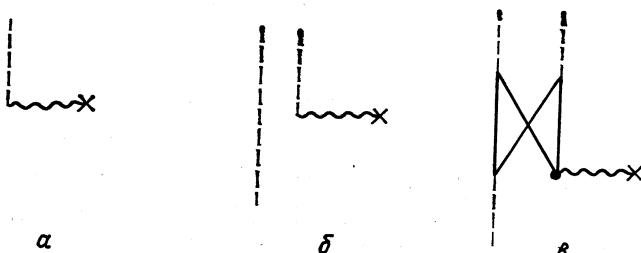


Рис. 18. Диаграммное представление коллективного квадрупольного оператора Q_{μ}^{ph} (54) в гармоническом приближении (а) и поправка на принцип Паули к матричному элементу в нулевом приближении (б), показанному на (а)

элементов, проиллюстрированных на рис. 18,б, и, таким образом, эффективно уменьшают матричный элемент перехода $\langle n = 2 | \hat{Q} | n = 1 \rangle$ по сравнению с его значением в гармоническом приближении $\sqrt{2} \langle n = 1 | Q | n = 0 \rangle$. Конечно, с увеличением числа фононов возрастает и эффект принципа Паули, что значительно уменьшает коллективность многофононных состояний. В феноменологических моделях (см. разд. 2—4) уменьшение квадрупольных переходов в многофононные состояния, обусловленное принципом Паули, неявно учитывается «корневой» зависимостью от оператора числа фононов в уравнении (5а).

В заключение необходимо подчеркнуть следующее. Хотя член связи частиц с вибрациями H_{PVC} (57), содержащийся в гамильтониане теории ядерного поля (59), формально имеет такую же структуру, как и член связи квазичастицы с остовом в гамильтониане феноменологической модели (9), между ними имеется большая разница. В (9) одночастичный квадрупольный оператор \tilde{q}_{μ} дается рассеивательным членом ($\sim f_{ab}^{-1}$) и действует только

* Квадратный корень можно также связать с обобщением бозонного преобразования Холстейне — Примакова [5].

на нечетный нуклон. В противоположность этому в H_{PVC} (58) появляется полный квадрупольный оператор Q_μ , который действует на все нуклоны, включая и нуклоны остова, но коллективный квадрупольный оператор Q_μ^{ph} дается гармоническим приближением. Тем не менее выполненный выше анализ диаграмм показал, что, стартуя с гамильтониана теории ядерного поля, точного с учетом правил (1)–(5), можно получить эффективный гамильтониан связи, где одночастичный оператор действует только на нечетный нуклон. В этом случае коллективный квадрупольный оператор должен включать ангармонические члены, что является следствием исключения нуклонов остова из фермионного пространства.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Соловьев В. Г. Теория сложных ядер. М., Наука, 1971.
2. Bohr A., Mottelson B. — Nuclear Structure. V. 1, II. N.Y., Amsterdam, W. A. Benjamin Inc., 1969, 1975.
3. Kisslinger L. S., Sorensen R. A. — Rev. Mod. Phys., 1963, v. 35, p. 853.
4. Reehal B. S., Sorensen R. A. — Phys. Rev. C, 1970, v. 2, p. 819.
5. Borse G. J. — Nucl. Phys. A, 1973, v. 204, p. 149.
6. Choudhury D. C., Kuyanski E. — Phys. Rev., 1966, v. 144, p. 1013.
7. Heyde K., Brussard P. J. — Nucl. Phys. A, 1967, v. 104, p. 81.
8. Glendenning N. K. — Phys. Rev., 1960, v. 119, p. 213.
9. De Pinho A. G. e.a. — Phys. Rev. C, 1970, v. 2, p. 19.
10. Dönau F., Hagemann U. — Nucl. Phys. A, 1976, v. 256, p. 27.
11. Alaga G., Paar V. — Phys. Lett. B, 1976, v. 61, p. 129.
12. De Jager J. L., Boeker E. — Nucl. Phys. A, 1973, v. 216, p. 349.
13. Choudhury D. C. — Mat. Fys. Medd. Dan. Vid. Selsk., 1954, Bd 28, S. 4.
14. Eisenberg M., Greiner W. Nuclear Theory. Amsterdam—L., North-Holland Publ. Comp. 1970.
15. Kisslinger L. S., Sorensen R. A. — Rev. Mod. Phys., 1963, v. 35, p. 853.
16. Janssen D. e.a. — Nucl. Phys. A, 1971, v. 172, p. 145; 1974, v. 224, p. 93; Jolos R. V. e.a. — TMF, 1974, v. 20, p. 112; 1975, v. 23, p. 374.
17. Leander G. — Nucl. Phys. A, 1976, v. 273, p. 286.
18. Stephens F. S. e.a. — Phys. Rev. Lett., 1972, v. 29, p. 438; Nucl. Phys. A, 1973, v. 213, p. 1.
19. Hagemann U., Dönau F. — Phys. Lett. B, 1975, v. 59, p. 321.
20. Kemnitz P. e.a. — Nucl. Phys. A, 1977, v. 293, p. 314.
21. Bayman B. F., Lande A. — Nucl. Phys., 1966, v. 77, p. 1.
22. Brown G. E. Unified Theory of Nuclear Models and Forces. Amsterdam, North-Holland Publishing Company, 1967.
23. Mottelson B. — J. Phys. Soc. Jap. Suppl., 1968, v. 24, p. 87.
24. Suzuki T. e.a. — Report Kyoto Univ. KUNS 394, 1977.
25. Dönau F., Janssen D. — Nucl. Phys. A, 1973, v. 209, p. 109.
26. Klein A. e.a. — Phys. Rev. B, 1965, v. 140, p. 245.
Dreizler R. M. e.a. — Phys. Rev. B, 1967, v. 150, p. 1167;
Dreizler R. M. e.a. — Phys. Rev. C, 1971, v. 3, p. 2412,
27. Jolos R. V. Preprint JINR P4-7967, Dubna, 1974.
28. Wilets J., Jean M. — Phys. Rev. A, 1967, v. 92, p. 608.
29. Baznat M. I., Pjatov N. I., Chernei M. I. — Phys. Scripta, 1972, v. 6, p. 227;
Mikhailov I. N., Karadjow K., Shaker N. O. — Phys. Scripta, 1972, v. 6, p. 285; Müchov L., May F. R. Preprint E4-9331, Dubna, 1975.

30. Hjort S. A. e.a. — Nucl. Phys. A, 1972, v. 184, p. 113.
31. Meuer-ter-Vehn J. — Ibid., 1975, v. 249, p. 111.
32. Will E. e.a. — In: Proc. Int Conf. Nucl. Spectroscopy and Theory. Dubna, 1975, B6-8846, p. 143; Khoo T. L. e.a. — Phys. Lett. B, 1976, v. 60, p. 346.
33. Faessler A., Toki H. — Phys. Lett. B, 1975, v. 59, p. 211.
34. Strutinsky V. M. — Nucl. Phys. A, 1967, v. 95, p. 420; Brack M. e.a. — Rev. Mod. Phys., 1972, v. 44, p. 320.
35. Frauendorf S., Pashkevich V. V. — Phys. Lett. B, 1975, v. 55, p. 365.
36. Hagemann U. e.a. — Nucl. Phys. A, 1977, v. 289, p. 292.
37. Bes D. R. e.a. — Phys. Lett. B, 1974, v. 52, p. 253.
38. Reinhardt H. — Nucl. Phys. A, 1975, v. 251, p. 317; Doctoral thesis, Akademie der Wissenschaften der DDR, 1975.
39. Bortignon P. F. e.a. — Phys. Reports C, 1977, v. 30, p. 305, and references therein.
40. Bes D. R. e.a. — Nucl. Phys. A, 1976, v. 260, p. 77.
41. Reinhardt H. — Nucl. Phys. A, 1978, v. 298, p. 77.
42. Reinhardt H. — Nucl. Phys. A, in print.
43. Reinhardt H. — Nucl. Phys. A, 1976, v. 262, p. 231.
44. Bes D. R., Broglia R. A. — In: Topical Conference on Problems of Vibrational Nuclei. Zagreb, Sept. 1974. Eds. G. Alaga, V. Paar and L. Sips. Amsterdam, North Holland, 1975, p. 1.
45. Bes D. R. e.a. — Phys. Report C, 1975, v. 16, p. 1.
46. Ebert D., Reinhardt H. — Nucl. Phys. A, 1978, v. 298, p. 60.
47. Bortignon P. E. e.a. — Phys. Lett. B, 1976, v. 64, p. 24; Civitarese O. e.a. — Phys. Lett. B, 1977, v. 72, p. 45; Liotta R. J., Silvestre Brac B. A. Submitted to Nucl. Phys. A.
48. Bortignon P. F. e.a. — Phys. Lett., 1978, v. 76, p. 153; Paar V. — Nucl. Phys. A, 1976, v. 166, p. 341; Broglia R. A. e.a. — Phys. Lett. B, 1971, v. 37, p. 159, 247; 1972, v. 38, p. 480.
49. Brandow B. H. — Rev. Mod. Phys., 1967, v. 39, p. 771.
50. Stelson P. H. e.a. — Bull. Amer. Phys. Soc., 1971, v. 16, p. 619.
51. Sheline R. K. e.a. — Phys. Lett. B, 1972, v. 41, p. 115.
52. Döbau F., Hagemann U., to be published.