

КВАЗИЧАСТИЧНО-ФОНОННАЯ МОДЕЛЬ ЯДРА.

III. ОДНОФОНОННЫЕ СОСТОЯНИЯ В СФЕРИЧЕСКИХ ЯДРАХ

А. И. Вдовин, В. Г. Соловьев

Объединенный институт ядерных исследований, Дубна

Обсуждены физические основания и общая структура гамильтониана квазичастично-фононной модели ядра применительно к ядрам сферической формы. Получены уравнения для энергии и структуры однофононных состояний с учетом различных компонент эффективных межнуклонных сил (сепарабельных мультипольных, спин-мультипольных, спин-изоспин-мультипольных и т. д.). Детально обсуждены свойства однофононных возбуждений и некоторые общие свойства ядерных спектров. Сравниваются результаты расчетов, выполненных с разными радиальными зависимостями эффективных сепарабельных сил. Исследована точность приближения случайной фазы в сферических ядрах.

The basic physical ideas of the quasiparticle-phonon nuclear model for the spherical nuclei and the whole structure of model Hamiltonian are discussed. The equations for excitation energy and structure of one-phonon states are derived taking into account the different types of effective forces (separable multipole, spin-multipole, spin-isospin-multipole etc.). The properties of one-phonon excitations and some gross-characteristics of nuclear spectra are discussed in detail. The results of calculations with different radial dependences of the separable effective forces are compared. We discuss also the accuracy of random phase approximation in spherical nuclei.

ВВЕДЕНИЕ

Одним из очевидных достижений интенсивного изучения структуры атомных ядер на протяжении последних двух десятилетий явилось утверждение таких моделей структуры ядра, которые существенно опираются на представления о ядре как о системе взаимодействующих нуклонов, движущихся в некоем общем для них самосогласованном среднем потенциале. В том или ином конкретном варианте, с теми или иными приемами построения самого среднего потенциала и соответствующих ему эффективных межнуклонных сил в ядре такие модели в настоящее время широчайшим образом используются для анализа и интерпретации экспериментальных данных. По существу развитию именно этого направления в теории ядерной

структуре мы обязаны тем, что реальностью стало детальное количественное описание огромного многообразия ядерных спектров, по крайней мере, до энергий возбуждения 2—3 МэВ. Важным моментом в утверждении таких ядерных моделей * стало их успешное применение для описания свойств ядер и при энергиях возбуждения в области сплошного спектра — от энергии связи нейтрона и выше до нескольких десятков мегаэлектронвольт. Момент этот важен потому, что возникли полумикроскопические модели в процессе теоретического осмысливания свойств низколежащих ядерных возбуждений и применялись на начальном этапе для анализа возбужденных состояний ядер, лежащих в так называемой *спектрископической области*. Существенное расширение области применения полумикроскопических моделей продемонстрировало прочность положенных в их основание физических принципов, а также, что немаловажно в количественных расчетах, их практическость.

Квазичастично-фононная модель (КФМ) ядра — одна из полумикроскопических моделей. Она является «наследницей» сверхтекущей модели ядра, которую в 60-х — начале 70-х годов широко использовали для анализа низколежащей части спектров главным образом деформированных ядер [1, 2]. Квазичастично-фононная модель позволяет в принципе анализировать широкий круг свойств возбужденных состояний атомных ядер. Однако основная область применения КФМ до настоящего времени — область промежуточных и высоких энергий возбуждения — от B_n до 20—30 МэВ в сплошном спектре [3—6].

Все изучавшиеся в рамках КФМ характеристики ядерных возбужденных состояний объединяет одна существенная черта. Они связаны с распределением по спектру ядерных возбуждений силы простейших конфигураций (одно-, двух- или трехквазичастичных). Распределение силы простых конфигураций, или, иными словами, их фрагментация, определяет многие наблюдаемые эффекты — spreading-ширины гигантских резонансов и глубоких дырочных состояний, нейтронные и радиационные силовые функции и др.

Причина фрагментации в принципе ясна — это взаимодействие простых конфигураций с более сложными. Однако от простого понимания этого факта до количественных расчетов, в которых учитывается взаимодействие простых конфигураций при энергиях возбуждения 10—20 МэВ с окружающим их морем более сложных состояний, — очень длинный и нелегкий путь. Технически такая задача чрезвычайно сложна, а прямолинейное ее решение непосредственной диагонализацией матриц гигантских размерностей попросту нереально. Необходимо выделить наиболее существенную часть из

* Эти модели часто называют *микроскопическими*, реже — *полумикроскопическими*. Последний термин более точен, его и будем применять в статье.

всего обилия сложных конфигураций. В их число должны входить коллективные состояния, поскольку именно они взаимодействуют с другими конфигурациями наиболее сильно. На эту отличительную черту коллективных вибрационных возбуждений указывали давно [7]. Однако нельзя полностью пренебречь и влиянием большого числа слабовзаимодействующих состояний, поскольку именно из-за взаимодействия с ними сглаживается и размывается та гросс-структура распределения, которая задается взаимодействием с коллективными возбуждениями.

В КФМ эта проблема решается переходом к фононному базису, т. е. фононные возбуждения, являющиеся суперпозицией двухквазичастичных возбуждений, используются в качестве элементарных блоков, из которых строятся ядерные возбуждения и более сложной структуры. Целесообразность применения фононов в качестве элементарных кирпичиков при анализе ядерных спектров сейчас признана многими. Квадрупольные, октупольные и парные фононы — традиционный инструмент при описании низколежащих ядерных возбуждений. Фононные возбуждения широко используются теорией ядерных полей [8], в некоторых случаях их феноменологически вводят в микроскопические схемы при изучении высоколежащих возбуждений (см., например, [9]). Квазичастично-фононная модель идет в этом направлении дальше всех, включая в фононный базис не только нижайшие по энергии квадрупольные и октупольные вибрации, но фононы всевозможных моментов и четностей (на практике с λ^π от 1^\pm до 7^\pm) и, кроме того, фононы из очень широкого интервала энергий возбуждения $E_x \leqslant 25 \div 30$ МэВ. Структура фононов рассчитывается микроскопически, в приближении хаотических фаз, а взаимодействие фононов между собой или с нечетной квазичастичей в нечетном ядре определяется уже структурой фононов. В четно-четных ядрах наряду с простейшими однофононными возбуждениями рассматриваются двух-, трехфононные и т. д., в нечетных ядрах возникает следующая иерархия состояний: одноквазичастичные, «квазичастица + фонон», «квазичастица + два фонона» и т. п. Чем удобен фононный базис? Основное его достоинство в том, что он позволяет автоматически учсть как коллективные, так и неколлективные ядерные возбуждения. Фононный базис включает и коллективные состояния промежуточных и высоких энергий возбуждения, отвечающие разного типа электрическим и магнитным резонансам. Не последним достоинством фононного базиса является и существенное упрощение численных расчетов.

Легко можно видеть, однако, что преимущества, которые возникают при переходе к фононному базису, сопровождаются и рядом недостатков. Самый очевидный из них заключается в том, что, считая фононные возбуждения подчиняющимися статистике Бозе, мы игнорируем их фермионную структуру и нарушаем принцип Паули в многофононных состояниях. Корректный же учет принципа Паули заметно усложняет задачу уже на уровне двухфононных или «квази-

частица + фонон» состояний [10]. Вторая проблема — переопределенность «многофононного» базиса по сравнению с аналогичным по сложности и правильно симметризованным «многоквазичастичным», т. е., например, полное число состояний типа «квазичастица + + фонон» с данным спином больше полного числа трехквазичастичных состояний с тем же спином. Это отчасти связано с упомянутым выше нарушением принципа Паули, но существует и другая причина — пересвязка квазичастиц, которые входят в фононы, образующие многофононные состояния. Совокупное действие этих факторов ведет к тому, что прямолинейное распространение идей фононного базиса на все более и более сложные конфигурации неизбежно приведет или к большим погрешностям, или к большим усложнениям при попытках от них избавиться.

Настоящая работа является составной частью серии публикаций, в которых систематически излагаются аппарат квазичастично-фононной модели и полученные в ее рамках результаты. В этом смысле она является продолжением работ [4, 5], в которых рассматривались деформированные ядра. Здесь мы рассмотрим однофононные состояния сферических ядер, их структуру и свойства, поскольку они во многом определяют характерные черты спектров как четно-четных, так и нечетных ядер.

1. ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА ГАМИЛЬТОНИАНА КВАЗИЧАСТИЧНО-ФОНОННОЙ МОДЕЛИ

Суммируя результаты обсуждений, содержащиеся в различных работах, которые выполнены в рамках КФМ, наиболее общий вид модельного гамильтониана следует записать следующим образом:

$$H = H_{SP} + H_{PAIR} + H_M^{ph} + H_{SM}^{ph} + H_M^{pp}, \quad (1)$$

где $H_{SP} = H_{SP}^p + H_{SP}^n$ описывает независимое движение протонов и нейтронов в их средних потенциалах; $H_{PAIR} = H_{PAIR}^p + H_{PAIR}^n$ — монопольные силы спаривания, действующие только между нейтронами и между протонами; H_M^{ph} — сумма изоскалярных и изовекторных сепарабельных мультипольных взаимодействий в канале частица — дырка; H_{SM}^{ph} — сумма изоскалярных и изовекторных сепарабельных спин-мультипольных взаимодействий в канале частица — дырка; H_M^{pp} — сумма сепарабельных мультипольных взаимодействий в канале частица — частица (мультипольное спаривание).

В представлении вторичного квантования эти слагаемые записываются следующим образом:

$$H_{\text{SP}}^n + H_{\text{PAIR}}^n = \sum_{jm} E_j a_{jm}^\dagger a_{jm} - \frac{G_n}{4} \sum_{jj'}^n \sum_{mm'} (-1)^{j-m} (-1)^{j'-m'} \times \\ \times a_{jm}^\dagger a_{j-m}^\dagger a_{j'-m'} a_{j'm'}; \quad (2)$$

$$\left. \begin{aligned} H_M^{ph} &= -\frac{1}{2} \sum_{\lambda} (\kappa_0^{(\lambda)} + \kappa_1^{(\lambda)} \tau_1 \tau_2) \sum_{\mu} M_{\lambda\mu}^\dagger M_{\lambda\mu}; \\ M_{\lambda\mu}^\dagger &= \sum_{jj'} \sum_{mm'} \langle jm | i^\lambda R_\lambda(r) Y_{\lambda\mu} | j'm' \rangle a_{jm}^\dagger a_{j'm'}; \end{aligned} \right\} \quad (3)$$

$$\left. \begin{aligned} H_{SM}^{ph} &= -\frac{1}{2} \sum_{\lambda} \sum_{L=\lambda, \lambda \pm 1} (\kappa_0^{(\lambda L)} + \kappa_1^{(\lambda L)} \tau_1 \tau_2) \sum_M (S_{LM}^\lambda)^+ S_{LM}^\lambda; \\ (S_{LM}^\lambda)^+ &= \sum_{jj'} \sum_{mm'} \langle jm | i^\lambda R_\lambda(r) [\sigma Y_{\lambda\mu}(\Omega)]_{LM} | j'm' \rangle a_{jm}^\dagger a_{j'm'}; \\ [\sigma Y_{\lambda\mu}(\Omega)]_{LM} &= \sum_{v\mu} \langle 1v\lambda\mu | LM \rangle \sigma_v Y_{\lambda\mu}(\Omega); \end{aligned} \right\} \quad (4)$$

$$\left. \begin{aligned} H_M^{pp} &= -\frac{1}{2} \sum_{\lambda\mu} [G_n^{(\lambda)} P_{\lambda\mu}^+(n) P_{\lambda\mu}(n) + G_p^{(\lambda)} P_{\lambda\mu}^+(p) P_{\lambda\mu}(p) + \\ &+ G_{np}^{(\lambda)} (P_{\lambda\mu}^+(n) P_{\lambda\mu}(p) + P_{\lambda\mu}^+(p) P_{\lambda\mu}(n))]; \\ P_{\lambda\mu}^+(n) &= \sum_{jj'}^n \sum_{mm'} \langle jm | i^\lambda R_\lambda(r) Y_{\lambda\mu} | j'm' \rangle (-1)^{j'-m'} a_{jm}^\dagger a_{j-m'} \end{aligned} \right\} \quad (5)$$

В формулах (2)–(5) a_{jm}^\dagger , a_{jm} — операторы рождения и уничтожения нуклона на уровне среднего поля с квантовыми числами (n , l , j) $\equiv j$ и проекцией полного момента $j - m$ (если нет специальных обозначений, то суммирование по j одновременно означает и суммирование по изотопическому индексу $\tau = n, p$); E_j — одночастичные энергии; G_n , G_p — константы монопольного спаривания; $G_n^{(\lambda)}$, $G_p^{(\lambda)}$, $G_{np}^{(\lambda)}$ — константы мультипольного спаривания ($\lambda \neq 0$), $\kappa_0^{(\lambda)}$, $\kappa_1^{(\lambda)}$ — изоскалярная и изовекторная константы мультипольного $p - h$ -взаимодействия; $\kappa_0^{(\lambda L)}$, $\kappa_1^{(\lambda L)}$ — изоскалярные и изовекторные константы спин-мультипольного взаимодействия.

Гамильтониан (1)–(5) содержит большое число параметров. Их определение — задача непростая и в известном смысле до конца неразрешимая. Причина в том, что гамильтониан H — эффективный. Под термином «эффективный» будем понимать, что гамильтониан H не построен на основе каких-то «первых принципов» посредством строго обоснованной процедуры. И хотя существуют веские — как чисто теоретические, так и экспериментальные — основания надеяться,

что многие важные черты ядерных спектров можно описать с помощью такого гамильтониана, следует полностью отдавать себе отчет в том, что конкретная параметризация среднего поля, остаточных сил и т. п. строго не обоснована и может быть оправдана лишь при анализе экспериментальных данных (в широком смысле).

Эффективность гамильтониана привносит с собой и зависимость параметров от обрезания используемого базиса. Под базисом будем понимать не только базис одночастичных состояний, но и пространство модельных базисных состояний, в котором ищутся собственные векторы и собственные значения гамильтониана H . Например, оно может состоять только из $1p - 1h$ -конфигураций (как в приближении случайной фазы), или $1p - 1h$ и $2p - 2h$ и т. д. Любое изменение такого базиса, преодоление тех или иных физических или даже вычислительных ограничений может, а строго говоря, должно, привести к пересмотру параметров гамильтониана, функционального вида сил и т. п. Таким образом, параметры гамильтониана (1)–(5) имеют смысл лишь в рамках заданной совокупности приближений и оправдываются тем, насколько широк круг явлений, которые можно в этом приближении описать.

Начнем обсуждение с параметров одночастичного потенциала. В настоящее время наиболее широко используется потенциал Вудса — Саксона:

$$V(r) + V_{ls}(r) = \frac{V_0^{n,p}}{1 + \exp[\alpha(r-R)]} - \frac{1}{r} \frac{d}{dr} \frac{V_{ls}^{n,p}}{1 + \exp[\alpha_{ls}(r-R_{ls})]} (ls), \quad (6)$$

где $V_0^{n,p}$ ($V_{ls}^{n,p}$), α (α_{ls}) и $R = r_0 A^{1/3}$ ($R_{ls} = r_{ls} A^{1/3}$) — параметры глубины, диффузности и радиуса центральной (спин-орбитальной) части потенциала соответственно. К потенциальному для протонов добавляется также кулоновский член, представляющий собой кулоновский потенциал заряженной сферы радиуса R . Преимущества потенциала Вудса — Саксона, связанные с его конечной глубиной и правильной асимптотикой одночастичных волновых функций, общеизвестны. Нельзя, однако, сказать, чтобы существовал общепризнанный набор параметров этого потенциала. В разных работах применяется своя параметризация. Формула (6) предполагает возможность несовпадения параметров радиуса и диффузности центральной и спин-орбитальной частей. Так был параметризован потенциал Вудса — Саксона группой из Юлиха [11]. В отечественной литературе используется, как правило, параметризация Чепурнова [12], в которой $\alpha = \alpha_{ls}$, $r_0 = r_{ls}$ и

$$\kappa = V_{ls}^{n,p}/V_0^{n,p} = 0,263 [1 - 2(n-p)/A].$$

В параметризации, предложенной в [13] для нейтронного потенциала, величины V_0^n , V_{ls}^n и $\alpha = \alpha_{ls}$ не зависят от A , n и p , но зависимость от A радиуса изменена $R = r_0 A^{1/3} + r_1$, что эффективно означает увеличение r_0 для легких ядер. Две последние параметризации используются в работах, выполненных в рамках КФМ для сферических ядер.

Еще один важный аспект, связанный с одночастичной частью гамильтониана — вопрос о полноте одночастичного базиса. Он особенно важен для высоковозбужденных состояний, так как в потенциале конечной глубины существует непрерывная часть спектра. Метод корректного учета непрерывной части одночастичного базиса разработан пока лишь в рамках приближения случайной фазы (ПСФ) для ядер, в которых нет спаривания [14]. Задача об учете полного одночастичного базиса в приближениях, выходящих за рамки ПСФ, еще не решена.

В существующем варианте КФМ ставит своей задачей изучение влияния взаимодействия простых конфигураций со сложными на свойства состояний промежуточной и высокой энергии возбуждения и существенно использует дискретность одночастичного спектра. При этом одночастичный базис включает дискретные и квазидискретные состояния, существование которых связано с центробежным и кулоновским барьераами. Реализованный в программе REDMEL [15] численный метод решения уравнения Шредингера со сферически-симметричным потенциалом [16] позволяет находить энергии и волновые функции квазисвязанных состояний с малой шириной $\Gamma \ll E_{nlj}$. Поскольку высота центробежного барьера пропорциональна l^2 , то среди рассчитанных таким образом квазидискретных состояний преобладают состояния с большими угловыми моментами, а из-за влияния кулоновского барьера число протонных квазисвязанных состояний получается больше, чем нейтронных. Разные варианты одночастичной схемы уровней для массового числа $A = 90$ приведены на рис. 1 [11, 17, 18].

Ограничение одночастичного базиса дискретными и квазидискретными уровнями является, по-видимому, удовлетворительным приближением для описания характеристик состояний, существенно зависящих от полноты базиса (вероятности $E\lambda$ -переходов, вклад в правило сумм) до энергий 15–20 МэВ в тяжелых ядрах. Во всяком случае, если сравнить результаты расчетов в ПСФ, выполненных для состояний ^{208}Pb с полным базисом [19] и с учетом только связанных и квазисвязанных уровней [20], то близкие результаты получаются как для нижайших состояний ($2_1^+, 3_1^-, 4_1^+, 5_1^-, 6_1^+$), так и для изовекторного $E1^-$ - и изоскалярных $E2^-$ и $E3^-$ -резонансов. Влияние сплошной части одночастичного спектра будет возрастать для резонансов высокой мультипольности и в ядрах с $A < 100$. При этом, конечно, надо иметь в виду, что существуют такие характеристики высоковозбужденных состояний (например, escape-ширины), на описание которых без учета сплошного спектра нельзя претендовать.

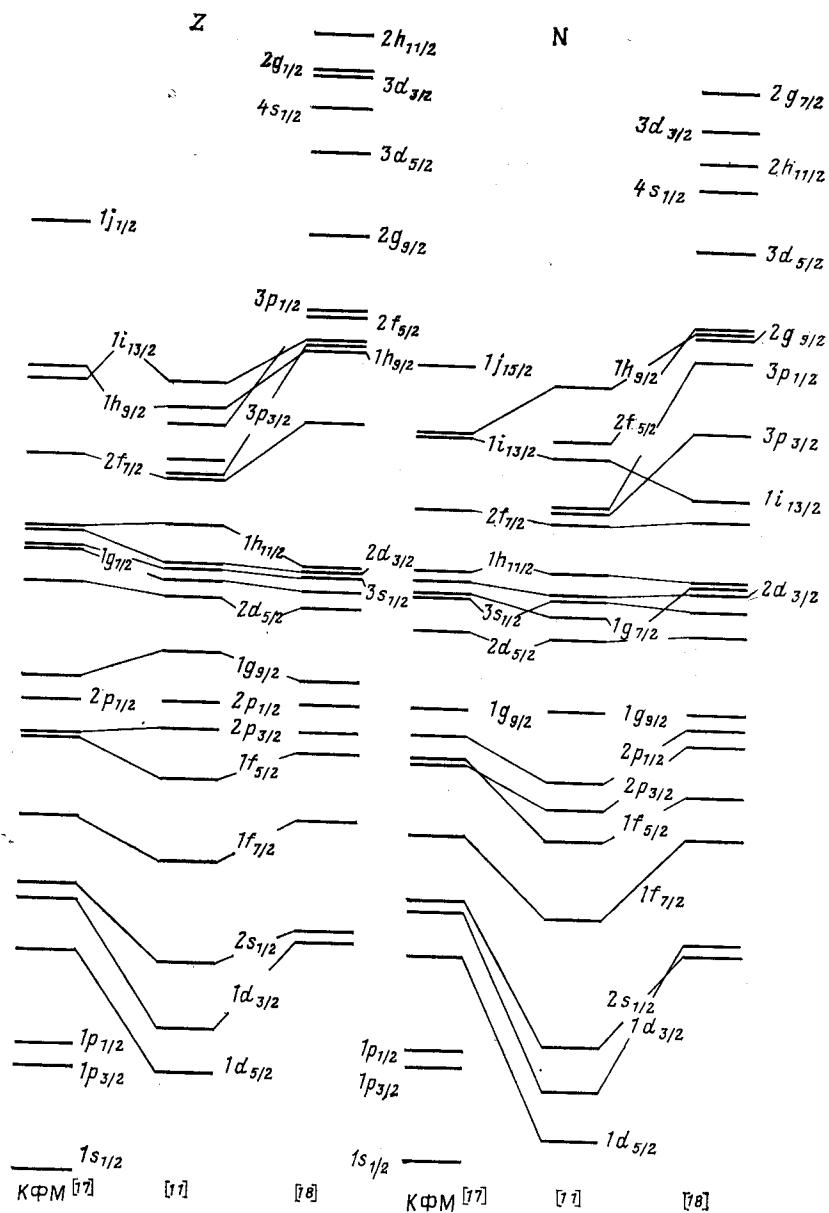


Рис. 1. Различные варианты одночастичных протонной и нейтронной схем для массового числа $A = 90$ [11, 17, 18]

На параметризации спаривательного монопольного взаимодействия нет смысла подробно останавливаться, так как она изучена детально [21]. При включении в одночастичный базис связанных и квазисвязанных состояний значения G_n и G_p , определенные по четно-нечетным разностям масс ядер, колеблются в пределах $G_n A = -15,5 \div 16,5$ МэВ; $G_p A = 16,5 \div 17,5$ МэВ.

Более подробного обсуждения заслуживают члены H_M^{ph} и H_{SM}^{ph} . Здесь существуют две проблемы: о возможности использования сепарабельного взаимодействия и о выборе конкретного вида радиальной зависимости сил $R_\lambda(r)$. В расчетах ядерной структуры применяется большое количество разного вида эффективных межнуклонных взаимодействий — это общеизвестный факт. Также общеизвестно, что при соответствующим образом подобранных параметрах большинство взаимодействий воспроизводят спектры ядерных возбуждений с более или менее равным успехом. Причина скрыта в уже обсуждавшемся нами ранее обрезании базиса. Использование неполного набора одночастичных волновых функций приводит к тому, что двухчастичный матричный элемент эффективных сил нечувствителен к общему поведению взаимодействия. Одночастичные волновые функции как бы отфильтровывают, вырезают небольшую часть взаимодействия. Анализ, проведенный в [22], показал, что заметную роль играет фурье-образ эффективного взаимодействия в узком интервале импульсов, ширина которого $\Delta q \sim A^{-1/3}$. В этой же работе показано, что можно построить сепарабельное двухнуклонное взаимодействие, матричные элементы которого будут совпадать с матричными элементами более сложных, «более реалистических» сил. Таким образом, возможность применения сепарабельных межнуклонных сил связана со все той же эффективностью модельного гамильтониана, т. е. нашим неумением построить «истинные» нуклон-нуклонные силы в ядре и использованием в расчетах ограниченного набора базисных конфигураций. Эти два фактора как бы уравнивают между собой большинство типов эффективных сил. В то же время при прочих равных условиях предпочтительнее сепарабельные силы, поскольку расчеты с ними много проще.

Перейдем к обсуждению вопроса о радиальной зависимости сил. Давнюю историческую традицию имеет использование $R_\lambda(r) = r^\lambda$ [23, 24]. Правда, речь, как правило, идет лишь о мультипольностях $\lambda \leqslant 3$, что связано с хорошей изученностью низколежащих вибрационных $2\pm$, $3\mp$ -состояний, гигантского изовекторного $E1$ -резонанса и изоскалярных $E2$ - и $E3$ -резонансов. Силы $r_1^\lambda Y_{\lambda\mu}(\Omega_1) r_2^\lambda Y_{\lambda\mu}(\Omega_2)$ автоматически обеспечивают когерентное усиление $E\lambda$ -перехода с коллективного состояния с $J, \pi = \lambda, (-1)^\lambda$ на основное состояние ядра. Но такое же усиление можно получить с любыми силами, имеющими максимум на поверхности ядра. Часто используется радиальная зависимость, не зависящая от λ : $R_\lambda(r) \sim \partial V / \partial r$, где V — центральная часть одночастичного потенциала (6). Авторы работ [25] сравнивали некоторые характеристики ядерных возбуждений,

рассчитанные с этими двумя типами сил. Результаты получились весьма близкими. Более подробно этот вопрос будет рассмотрен ниже.

В рамках КФМ выбор констант эффективных мультипольных сил основан на экспериментальных данных (в первую очередь о низколежащих состояниях) и качественных оценках. В [24] приведены оценки для мультипольных констант $\kappa_0^{(\lambda)}$ и $\kappa_1^{(\lambda)}$ сил с $R_\lambda(r) = r^\lambda$ в потенциале гармонического осциллятора. Они основаны на условии пропорциональности малых колебаний одночастичной плотности и одночастичного потенциала ядра (см. также [26]):

$$\kappa_0^{(\lambda)} = -\frac{4\pi}{2\lambda+1} \frac{m\omega_0^2}{A(r^{2\lambda-2})}, \quad q = \kappa_1^{(\lambda)}/\kappa_0^{(\lambda)} = -0,5(2\lambda+3). \quad (7)$$

Конечно, эти оценки грубы и не годятся для определения энергий $2\frac{1}{2}$ - и $3\frac{1}{2}$ -уровней сферических ядер, которые очень чувствительны к константе $\kappa_0^{(\lambda)}$. Завышенной получается и величина q , которая, например, не позволяет воспроизвести положение изовекторного $E2$ -резонанса. При определении констант $\kappa_0^{(2)}$ и $\kappa_0^{(3)}$ лучше всего опираться на экспериментальные энергии $2\frac{1}{2}$ -, $3\frac{1}{2}$ -уровней, а для константы $\kappa_1^{(1)}$ — на положение максимума $E1$ -резонанса. Для исключения примеси духового 1^- -состояния, связанного с нарушением трансляционной инвариантности, проще всего воспользоваться методом [27], т. е. выбрать константу $\kappa_0^{(1)}$ такой, чтобы энергия нижайшего 1^- -состояния в ПСФ обратилась в нуль. Правда, этот метод не вполне корректен, когда дипольные силы имеют радиальную зависимость $R_\lambda(r) = r$, а среднее поле описывается потенциалом Вудса — Саксона (возникающие погрешности составляют 10—15 % для 1^- -состояний, находящихся ниже резонанса, при энергии $E_x \leq 7 \div 10$ МэВ [28]). Определить константы $\kappa_0^{(\lambda)}$ для более высоких мультипольностей по экспериментальным данным затруднительно, так как данных о возбуждениях с $\lambda > 3$, имеющих простую однофононную (или частично-дырочную) структуру, практически нет (за исключением, быть может, ^{208}Pb). В сферических ядрах с развитым спариванием нижайшие $4\frac{1}{2}$ -, $5\frac{1}{2}$ -, $6\frac{1}{2}$ -состояния содержат существенную примесь сложных (двух-, трехфононных) компонент. Следовательно, значение $\kappa_0^{(\lambda)}$ при $\lambda > 3$ приходится выбирать на основе анализа экспериментальной ситуации в конкретном ядре в приближении, выходящем за рамки ПСФ. При этом учитываются и оценки (7).

По всей видимости, использование $R_\lambda(r) = \partial V/\partial r$ более предпочтительно. С этими силами корректно исключается духовое 1^- -состояние. Одночастичные матричные элементы $\langle j | \partial V/\partial r | j' \rangle$ между квазистационарными состояниями не зависят от верхнего предела интегрирования, как матричные элементы $\langle j | r^\lambda | j' \rangle$ при больших λ . Расчеты, выполненные в ПСФ с полным одночастичным базисом для

^{208}Pb [19], показывают, что константы $\kappa_{0,1}^{(\lambda)}$, определенные из условий самосогласования для $E1$ -возбуждений, позволяют неплохо описать однофононные состояния и других мультипольностей, как низко-лежащие, так и резонансные. Конечно, для обрезанного одночастичного базиса константы $\kappa_{0,1}^{(\lambda)}$ будут зависеть от λ , но значения их для разных λ получаются сравнительно близкими.

Для изучения спиновых и спин-изоспиновых возбуждений в ядрах сепарабельные силы широко не использовались. Помимо работ, выполненных в КФМ, можно указать лишь несколько, принадлежащих в основном копенгагенской школе [18, 29, 30]. В [29] приведена формула для констант $\kappa_{0,1}^{(\lambda L)}$, когда $R_\lambda(r) = r^\lambda$:

$$\kappa_0^{(\lambda L)} = \kappa_1^{(\lambda L)} = -\frac{4\pi \cdot 25}{A \langle r^{2\lambda} \rangle}, \quad (8)$$

здесь $\kappa_0^{(\lambda L)}$ измеряется в МэВ/фм $^{2\lambda}$.

Коэффициент пропорциональности перед зависимостью от A и $\langle r^{2\lambda} \rangle$ был выбран на основе данных об $M1$ -резонансе в ^{208}Pb . Конечно, он зависит от того, в каком потенциале рассчитаны одночастичные волновые функции, от конкретной схемы одночастичных уровней и пр. Кроме того, известно, что с $M1$ -резонансом в последние годы сложилась неопределенная ситуация, старые экспериментальные данные пересмотрены и частично опровергнуты [31]. Но значения $\kappa_1^{(\lambda L)}$, полученные в результате анализа широкого набора данных в рамках КФМ [32, 33], оказываются близкими к (8).

Если обратиться к формулам (3) и (4) для мультипольного и спин-мультипольного взаимодействий в канале частица — дырка, то легко заметить, что эти взаимодействия должны определять также и свойства зарядово-обменных возбуждений, а значения констант $\kappa_0^{(\lambda)}$ и $\kappa_1^{(\lambda L)}$ должны иметь те же значения, что мы обсуждали выше. Это будет служить их дополнительной проверкой. Заметим, что в последние годы наши представления о свойствах и структуре магнитных и зарядово-обменных возбуждений углубились. В свете последних исследований нельзя исключить такую возможность, что именно для спинового и спин-изоспинового каналов мы столкнемся с принципиальной ограниченностью сепарабельного эффективного взаимодействия.

Ниже обсудим член H_M^{pp} . Впервые, по-видимому, вопрос о включении в эффективный ядерный гамильтониан сил в канале частица — частица с отличным от нуля моментом был поставлен в [34]. Как основание выдвигалось требование градиентной инвариантности межнуклонного взаимодействия. На его основе в предположении сепарабельности новых сил с радиальной зависимостью $R_\lambda(r) = r^\lambda$ были получены оценки для их констант

$$G_{n,p}^{(\lambda)} \approx G_{n,p}/2 \langle Q_\lambda^2 \rangle. \quad (9)$$

Позднее влияние мультипольного спаривания в сферических ядрах исследовалось в [35—40], в том числе и в рамках КФМ [38—40]. В [35—40] оно было включено в модельный гамильтониан независимо от монопольного спаривания. Константы $G_{n,p}$ и $G_{n,p}^{(\lambda)}$ никак друг с другом не связывались, кроме того, предполагалось существованиенейтрон-протонных мультипольных спаривательных сил ($G_{nn}^{(\lambda)} = G_{pp}^{(\lambda)} = G_{np}^{(\lambda)}$). Мультипольные силы в канале частица — частица заметно влияют на сечения реакций двухнуклонной передачи, и в [36] предлагалось даже выбирать их константы на основе правильного описания сечений (p, t)-реакции.

В заключение следует указать, что в теории имеются и другие параметры, возникающие в расчетах конкретных ядерных процессов — типа эффективных зарядов. Они будут обсуждаться там, где речь пойдет об описании конкретных ядерных характеристик, с ними связанных.

Перейдем к обсуждению роли различных компонент гамильтониана и их влияния на свойства однофононных возбуждений сферических ядер.

2. ОДНОФОНОННЫЕ СОСТОЯНИЯ ЭЛЕКТРИЧЕСКОГО ТИПА

Структура однофононных состояний электрического типа мультипольности λ определяется следующим гамильтонианом:

$$\begin{aligned} \mathcal{H}_I = & H_{SP} + H_{PAIR} - \frac{1}{2} (\kappa_0^{(\lambda)} + \kappa_1^{(\lambda)} \tau_1 \tau_2) \sum_{\mu} M_{\lambda\mu}^+ M_{\lambda\mu}^- - \\ & - \frac{1}{2} (\kappa_0^{(\lambda\lambda)} + \kappa_1^{(\lambda\lambda)} \tau_1 \tau_2) \sum_{\mu} (S_{\lambda\mu}^{\lambda})^+ S_{\lambda\mu}^{\lambda} - \\ & - \frac{1}{2} \sum_{\mu} [G_n^{(\lambda)} P_{\lambda\mu}^+(n) P_{\lambda\mu}^-(n) + G_p^{(\lambda)} P_{\lambda\mu}^+(p) P_{\lambda\mu}^-(p) + \\ & + G_{np}^{(\lambda)} (P_{\lambda\mu}^+(n) P_{\lambda\mu}^-(p) + P_{\lambda\mu}^+(p) P_{\lambda\mu}^-(n))]. \end{aligned} \quad (10)$$

В настоящем параграфе мы не будем рассматривать мультипольное спаривание, и в (10) сохраняются только первые четыре члена. После преобразования Боголюбова к операторам рождения и уничтожения квазичастиц $\alpha_{jm}^+, \alpha_{jm}$:

$$a_{jm} = u_j \alpha_{jm} + (-1)^{j-m} \alpha_{j-m}^+ v_j,$$

где u_j, v_j выбираются так, чтобы минимизировать энергию основного

состояния для гамильтонианов $H_{\text{SP}}^n + H_{\text{PAIR}}^p$ и $H_{\text{SP}}^p + H_{\text{PAIR}}^p$, мы получим для $H_{\text{SP}} + H_{\text{PAIR}}$ следующее выражение:

$$\begin{aligned} H_{\text{SP}} + H_{\text{PAIR}} = & \sum_{jm} \varepsilon_j \alpha_{jm}^\dagger \alpha_{jm} - \frac{1}{4} \sum_\tau G_\tau \sum_{jj'} \hat{j} \hat{j}' \{ u_j^2 A^+(j) - v_j^2 A(j) \} \times \\ & \times \{ u_{j'}^2 A(j') - v_{j'}^2 A^+(j') \} + \\ & + \frac{1}{2} \sum_\tau G_\tau \sum_{jj'} \hat{j} u_{j'} v_j \{ [u_j^2 A^+(j) - v_j^2 A(j)] B(j') + \text{h. c.} \}, \end{aligned} \quad (14)$$

где

$$\begin{aligned} A(j) = & \frac{1}{\sqrt{2}} \sum_m \frac{(-1)^{j-m}}{\hat{j}} \alpha_{j-m} \alpha_{jm}; \quad B(j) = \sum_m \alpha_{jm}^\dagger \alpha_{jm}; \quad \hat{j} = \sqrt{2j+1}; \\ H_M^{ph}(\lambda) + H_{SM}^{ph}(\lambda) = & -\frac{1}{2} \sum_\mu (\kappa_0^{(\lambda)} + \kappa_1^{(\lambda)}) [M_{\lambda\mu}^+(n) M_{\lambda\mu}(n) + \\ & + M_{\lambda\mu}^+(p) M_{\lambda\mu}(p)] + (\kappa_0^{(\lambda)} - \kappa_1^{(\lambda)}) [M_{\lambda\mu}^+(n) M_{\lambda\mu}(p) + M_{\lambda\mu}^+(p) M_{\lambda\mu}(n)] - \\ & - \frac{1}{2} \sum_\mu (\kappa_0^{(\lambda\lambda)} + \kappa_1^{(\lambda\lambda)}) [(S_{\lambda\mu}^\lambda(n))^+ S_{\lambda\mu}^\lambda(n) + (S_{\lambda\mu}^\lambda(p))^+ S_{\lambda\mu}^\lambda(p)] + \\ & + (\kappa_0^{(\lambda\lambda)} - \kappa_1^{(\lambda\lambda)}) [(S_{\lambda\mu}^\lambda(n))^+ S_{\lambda\mu}^\lambda(p) + (S_{\lambda\mu}^\lambda(p))^+ S_{\lambda\mu}^\lambda(n)], \end{aligned} \quad (12)$$

где $M_{\lambda\mu}^+ = M_{\lambda\mu}^+(n) + M_{\lambda\mu}^+(p)$ (аналогично $(S_{\lambda\mu}^\lambda)^+$). Операторы $M_{\lambda\mu}^+(n)$ и $(S_{\lambda\mu}^\lambda(n))^+$, выраженные α_{jm}^\dagger , α_{jm} , имеют следующий (для $M_{\lambda\mu}^+(p)$, $(S_{\lambda\mu}^\lambda(p))^+$ аналогично) вид:

$$\begin{aligned} M_{\lambda\mu}^+(n) = & \frac{1}{\hat{\lambda}} \sum_{jj'}^n f_{jj'}^{(\lambda)} \left\{ \frac{1}{2} u_{jj'}^{(+)} [A^+(jj'\lambda\mu) + \right. \\ & \left. + (-)^{\lambda-\mu} A(jj'\lambda-\mu)] + v_{jj'}^{(-)} B(jj'\lambda\mu) \right\}; \\ (S_{LM}^\lambda(n))^+ = & \frac{1}{\hat{\lambda}} \sum_{jj'}^n f_{jj'}^{(\lambda L)} \left\{ \frac{1}{2} u_{jj'}^{(-)} [A^+(jj'L M) - \right. \\ & \left. - (-)^{L-M} A(jj'L-M)] + v_{jj'}^{(+)} B(jj'L M) \right\}. \end{aligned} \quad (13)$$

В (13) введены следующие обозначения:

$$A^+(jj'\lambda\mu) = \sum_{mm'} \langle jm j'm' | \lambda\mu \rangle \alpha_{jm}^\dagger \alpha_{j'm'}^\dagger;$$

$$B(jj'\lambda\mu) = \sum_{mm'} (-1)^{j'+m'} \langle jm j'm' | \lambda\mu \rangle \alpha_{jm}^\dagger \alpha_{j'-m'}^\dagger;$$

$$u_{jj'}^{(\pm)} = u_j v_{j'} \pm u_{j'} v_j; \quad v_{jj'}^{(\pm)} = u_j u_{j'} \pm v_j v_{j'};$$

$$f_{jj'}^{(\lambda)} = \langle j || R_\lambda(r) i^\lambda Y_{\lambda\mu} || j' \rangle; \quad f_{jj'}^{(\lambda L)} = \langle j || R_\lambda(r) i^\lambda \{\sigma Y_{\lambda\mu}\}_{LM} || j' \rangle.$$

Второе слагаемое в формуле (11) в дальнейшем будет опущено, так как оно дает вклад лишь в 0^+ -состояния. Выпишем коммутатор операторов $A(jj'\lambda\mu)$ и $A^+(jj'\lambda\mu)$:

$$\begin{aligned} [A(j_1 j_2 \lambda \mu), A^+(j'_1 j'_2 \lambda' \mu')] = & \delta_{\lambda \lambda'} \delta_{\mu \mu'} (\delta_{j_1 j'_1} \delta_{j_2 j'_2} + (-)^{j_2 - j_1 + \lambda} \delta_{j_1 j'_2} \delta_{j_2 j'_1}) - \\ & - \sum_{\substack{m_1 m'_1 \\ m'_1 m'_2}} \langle j_1 m_1 j_2 m_2 | \lambda \mu \rangle \langle j'_1 m'_1 j'_2 m'_2 | \lambda' \mu' \rangle [\delta_{j'_1 j_1} \delta_{m'_1 m_1} \alpha_{j'_2 m'_2}^\dagger \alpha_{j_2 m_2} + \\ & + \delta_{j'_2 j_2} \delta_{m'_2 m_2} \alpha_{j'_1 m'_1}^\dagger \alpha_{j_1 m_1} - \delta_{j_2 j'_1} \delta_{m_2 m'_1} \alpha_{j'_2 m'_2}^\dagger \alpha_{j_1 m_1} - \delta_{j_1 j'_2} \delta_{m_1 m'_2} \alpha_{j'_1 m'_1}^\dagger \alpha_{j_2 m_2}]. \end{aligned} \quad (14)$$

С точностью до членов $\sim \alpha^+ \alpha$ операторы $A(j_1 j_2 \lambda \mu)$ и $A^+(j'_1 j'_2 \lambda' \mu')$ коммутируют как бозонные операторы. Совершим теперь линейное преобразование от операторов $A^+(jj'\lambda\mu)$ и $A(jj'\lambda\mu)$ к операторам рождения и уничтожения фононов:

$$Q_{\lambda \mu i}^+ = \frac{1}{2} \sum_{jj'} [\Psi_{jj'}^{\lambda i} A^+(jj'\lambda\mu) - (-1)^{\lambda - \mu} \Phi_{jj'}^{\lambda i} A(jj'\lambda - \mu)]. \quad (15)$$

Коммутатор фононных операторов будет иметь следующий вид:

$$\begin{aligned} [Q_{\lambda' \mu' i'}, Q_{\lambda \mu i}^+] = & \delta_{\lambda \lambda'} \delta_{\mu \mu'} \sum_{jj'} (\Psi_{jj'}^{\lambda i} \Psi_{jj'}^{\lambda' i'} - \Phi_{jj'}^{\lambda i} \Phi_{jj'}^{\lambda' i'}) - \\ & - \sum_{jj'} \sum_{\substack{mm' \\ m_2}} \{ \Psi_{j_1 j_2}^{\lambda i} \Psi_{j'_1 j'_2}^{\lambda' i'} \langle j' m' j_2 m_2 | \lambda \mu \rangle \times \\ & \times \langle jm j_2 m_2 | \lambda' \mu' \rangle - (-1)^{\lambda + \lambda' - \mu - \mu'} \Phi_{j_1 j_2}^{\lambda i} \Phi_{j'_1 j'_2}^{\lambda' i'} \times \\ & \times \langle jm j_2 m_2 | \lambda - \mu \rangle \langle j' m' j_2 m_2 | \lambda' - \mu' \rangle \} \alpha_{jm}^\dagger \alpha_{j'm'}. \end{aligned} \quad (16)$$

Полагая теперь, что основное состояние четно-четного ядра Ψ_0 — фононный вакуум, а возбужденные состояния получаются действием на Ψ_0 операторами рождения фононов ($\Psi_{\lambda \mu i} = Q_{\lambda \mu i}^+ \Psi_0$), рассмотрим формулу (16) с точки зрения ограничений, налагаемых на коэффициенты преобразования (15). Разные однофононныe возбужденные состояния должны быть ортогональны и нормированы. Это означает, что $\langle \Psi_0 \alpha_{jm}^\dagger \alpha_{jm} \Psi_0 \rangle \approx 0$, а

$$\sum_{jj'} \Psi_{jj'}^{\lambda i} \Psi_{jj'}^{\lambda' i'} - \Phi_{jj'}^{\lambda i} \Phi_{jj'}^{\lambda' i'} = 2\delta_{ii'}. \quad (17)$$

Требование малости числа квазичастиц в основном состоянии ядра является основным предположением в методе случайной фазы. Структура фононов — базисных состояний КФМ — рассчитывается именно в этом приближении.

В таких предположениях гамильтониан (12) будет иметь вид:

$$\begin{aligned} \mathcal{H}_I = & \sum_{jm} e_j \alpha_{jm}^+ \alpha_{jm} - \frac{1}{8} \frac{1}{\lambda^2} \sum_{\mu} \sum_{ii'} \{ (\kappa_0^{(\lambda)} + \kappa_1^{(\lambda)}) [D_n^{\lambda i} D_n^{\lambda i'} + D_p^{\lambda i} D_p^{\lambda i'}] + \\ & + (\kappa_0^{(\lambda)} - \kappa_1^{(\lambda)}) [D_n^{\lambda i} D_p^{\lambda i'} + D_n^{\lambda i'} D_p^{\lambda i}] + (\kappa_0^{(\lambda\lambda)} + \kappa_1^{(\lambda\lambda)}) \times \\ & \times [\mathcal{D}_n^{(\lambda, \lambda)i} \mathcal{D}_n^{(\lambda, \lambda)i'} + \mathcal{D}_p^{(\lambda, \lambda)i} \mathcal{D}_p^{(\lambda, \lambda)i'}] + \\ & + (\kappa_0^{(\lambda\lambda)} - \kappa_1^{(\lambda\lambda)}) (\mathcal{D}_n^{(\lambda, \lambda)i} \mathcal{D}_p^{(\lambda, \lambda)i'} + \mathcal{D}_p^{(\lambda, \lambda)i} \mathcal{D}_n^{(\lambda, \lambda)i'}) \} \times \\ & \times (Q_{\lambda\mu i}^+ + (-)^{\lambda-\mu} Q_{\lambda-\mu i}) (Q_{\lambda-\mu i'}^+ + (-)^{\lambda-\mu} Q_{\lambda\mu i'}), \end{aligned} \quad (18)$$

где введены следующие обозначения:

$$\left. \begin{aligned} D_n^{\lambda i(p)} &= \sum_{jj'}^{n(p)} u_{jj'}^{(+)} f_{jj'}^{(\lambda)} (\psi_{jj'}^{\lambda i} + \varphi_{jj'}^{\lambda i}) = \sum_{jj'}^{n(p)} u_{jj'}^{(+)} f_{jj'}^{(\lambda)} g_{jj'}^{\lambda i}; \\ \mathcal{D}_n^{(\lambda L)i} &= \sum_{jj'}^{n(p)} u_{jj'}^{(-)} f_{jj'}^{(\lambda L)} (\psi_{jj'}^{Li} - \varphi_{jj'}^{Li}) = \sum_{jj'}^{n(p)} u_{jj'}^{(-)} f_{jj'}^{(\lambda L)} w_{jj'}^{Li}. \end{aligned} \right\} \quad (19)$$

Энергию $\omega_{\lambda i}$ однофононного состояния $Q_{\lambda\mu i}^+ \Psi_0$ можно найти минимизацией среднего значения гамильтониана (18) по этому состоянию при условии (17), которое можно переписать в виде

$$\sum_{jj'} g_{jj'}^{\lambda i} w_{jj'}^{\lambda i} = 2\delta_{ii'}. \quad (20)$$

Итак, имеем:

$$\begin{aligned} \langle \Psi_0 | Q_{\lambda\mu i} \mathcal{H}_I Q_{\lambda\mu i}^+ | \Psi_0 \rangle = & \frac{1}{4} \sum_{jj'} (e_j + e_{j'}) [(g_{jj'}^{\lambda i})^2 + (w_{jj'}^{\lambda i})^2] - \\ & - \frac{1}{4} \frac{1}{\lambda^2} \{ (\kappa_0^{(\lambda)} + \kappa_1^{(\lambda)}) [(D_n^{\lambda i})^2 + (D_p^{\lambda i})^2] + \\ & + (\kappa_0^{(\lambda\lambda)} + \kappa_1^{(\lambda\lambda)}) [(\mathcal{D}_n^{(\lambda\lambda)i})^2 + (\mathcal{D}_p^{(\lambda\lambda)i})^2] + 2(\kappa_0^{(\lambda)} - \kappa_1^{(\lambda)}) D_n^{\lambda i} D_p^{\lambda i} + \\ & + 2(\kappa_0^{(\lambda\lambda)} - \kappa_1^{(\lambda\lambda)}) \mathcal{D}_n^{(\lambda\lambda)i} \mathcal{D}_p^{(\lambda\lambda)i} \}. \end{aligned} \quad (21)$$

В результате варьирования (21) по $g_{jj'}^{\lambda i}$ и $w_{jj'}^{\lambda i}$ при условии (20) получается система линейных однородных уравнений для функций $D_n^{\lambda i(p)}$ и $\mathcal{D}_n^{(\lambda\lambda)i}$, нетривиальное решение которой существует при условии:

$$\begin{vmatrix} X_M(n)(\kappa_0^{(\lambda)} + \kappa_1^{(\lambda)}) - 1 X_M(n)(\kappa_0^{(\lambda)} - \kappa_1^{(\lambda)}) & X_{MS}(n)(\kappa_0^{(\lambda\lambda)} + \kappa_1^{(\lambda\lambda)}) & X_{MS}(n)(\kappa_0^{(\lambda\lambda)} - \kappa_1^{(\lambda\lambda)}) \\ X_M(p)(\kappa_0^{(\lambda)} - \kappa_1^{(\lambda)}) & X_M(p)(\kappa_0^{(\lambda)} + \kappa_1^{(\lambda)}) - 1 X_{MS}(p)(\kappa_0^{(\lambda\lambda)} - \kappa_1^{(\lambda\lambda)}) & X_{MS}(p)(\kappa_0^{(\lambda\lambda)} + \kappa_1^{(\lambda\lambda)}) \\ X_{MS}(n)(\kappa_0^{(\lambda)} + \kappa_1^{(\lambda)}) & X_{MS}(n)(\kappa_0^{(\lambda)} - \kappa_1^{(\lambda)}) & X_S(n)(\kappa_0^{(\lambda\lambda)} + \kappa_1^{(\lambda\lambda)}) - 1 X_S(n)(\kappa_0^{(\lambda\lambda)} - \kappa_1^{(\lambda\lambda)}) \\ X_{MS}(p)(\kappa_0^{(\lambda)} - \kappa_1^{(\lambda)}) & X_{MS}(p)(\kappa_0^{(\lambda)} + \kappa_1^{(\lambda)}) & X_S(p)(\kappa_0^{(\lambda\lambda)} - \kappa_1^{(\lambda\lambda)}) & X_S(p)(\kappa_0^{(\lambda\lambda)} + \kappa_1^{(\lambda\lambda)}) - 1 \end{vmatrix}, \quad (22)$$

где

$$\left. \begin{aligned} X_M(n, p) &= \frac{1}{\lambda^2} \sum_{jj'}^{n, p} \frac{(u_{jj'}^{(+)} f_{jj'}^{(\lambda)})^2 e_{jj'}}{e_{jj'}^2 - \omega_{\lambda i}^2}; \\ X_S(n, p) &= \frac{1}{\lambda^2} \sum_{j, j'}^{n, p} \frac{(u_{jj'}^{(-)} f_{jj'}^{(\lambda\lambda)})^2 e_{jj'}}{e_{jj'}^2 - \omega_{\lambda i}^2}; \\ X_{MS}(n, p) &= \frac{1}{\lambda^2} \sum_{jj'}^{n, p} \frac{u_{jj'}^{(+)} u_{jj'}^{(-)} f_{jj'}^{(\lambda)} f_{jj'}^{(\lambda\lambda)} \omega_{\lambda i}}{e_{jj'}^2 - \omega_{\lambda i}^2}. \end{aligned} \right\} \quad (23)$$

Для нейтронных амплитуд $\psi_{j_n j'_n}^{\lambda i}$ и $\varphi_{j_n j'_n}^{\lambda i}$ имеем следующие выражения:

$$\left. \begin{aligned} \psi_{j_n j'_n}^{\lambda i} &= \frac{\mathcal{N}}{e_{j_n j'_n} - \omega_{\lambda i}} \{ f_{j_n j'_n}^{(\lambda)} u_{j_n j'_n}^{(+)} [(\kappa_0^{(\lambda)} + \kappa_1^{(\lambda)}) A_{41} + \\ &\quad + (\kappa_0^{(\lambda)} - \kappa_1^{(\lambda)}) A_{42}] + f_{j_n j'_n}^{(\lambda\lambda)} u_{j_n j'_n}^{(-)} [(\kappa_0^{(\lambda\lambda)} + \kappa_1^{(\lambda\lambda)}) A_{43} + \\ &\quad + (\kappa_0^{(\lambda\lambda)} - \kappa_1^{(\lambda\lambda)}) A_{44}] \}; \\ \varphi_{j_n j'_n}^{\lambda i} &= \frac{e_{j_n j'_n} - \omega_{\lambda i}}{e_{j_n j'_n} + \omega_{\lambda i}} \psi_{j_n j'_n}^{\lambda i}; \end{aligned} \right\} \quad (24)$$

здесь A_{ik} — миноры матрицы, входящей в уравнение (22); нормировочный коэффициент \mathcal{N} находится из условия (20). Уравнение (22) получено в [41].

Если не учитывать спин-мультипольное взаимодействие ($\kappa_0^{(\lambda\lambda)} = \kappa_1^{(\lambda\lambda)} = 0$), то из (22) и (24) вытекают известные формулы для энергий однофононных состояний электрического типа, генерируемых сепарабельными мультипольными силами с константами $\kappa_{nn}^{(\lambda)} = \kappa_{pp}^{(\lambda)} = \kappa_0^{(\lambda)} + \kappa_1^{(\lambda)}$, $\kappa_{np}^{(\lambda)} = \kappa_0^{(\lambda)} - \kappa_1^{(\lambda)}$ [1, 4]:

$$\left. \begin{aligned} [X_M(n) + X_M(p)] (\kappa_0^{(\lambda)} + \kappa_1^{(\lambda)}) - 4\kappa_0^{(\lambda)} \kappa_1^{(\lambda)} X_M(n) X_M(p) &= 1; \\ \psi_{j_n j'_n}^{\lambda i} &= \frac{1}{\sqrt{2\mathcal{Y}_n^{\lambda i}}} \frac{u_{j_n j'_n}^{(+)} f_{j_n j'_n}^{(\lambda)}}{e_{j_n j'_n} - \omega_{\lambda i}}; \\ \mathcal{Y}_n^{\lambda i} &= Y_n^{\lambda i} + Y_p^{\lambda i} \left\{ \frac{1 - (\kappa_0^{(\lambda)} + \kappa_1^{(\lambda)}) X_M(n)}{(\kappa_0^{(\lambda)} - \kappa_1^{(\lambda)}) X_M(p)} \right\}^2; \\ Y_n^{\lambda i} &= \frac{1}{2} \frac{\partial}{\partial \omega} X_M(n) \Big|_{\omega=\omega_{\lambda i}} = \\ &= - \frac{1}{\lambda^2} \sum_{jj'}^n \frac{(u_{jj'}^{(+)} f_{jj'}^{(\lambda)})^2 e_{jj'} \omega_{\lambda i}}{(e_{jj'}^2 - \omega_{\lambda i}^2)^2}. \end{aligned} \right\} \quad (25)$$

Аналогично выглядят формулы для протонных компонент.

Однофононные состояния электрического типа наиболее детально изучены теоретически. Имеются многочисленные расчеты и с сепаральным взаимодействием [1, 2, 5, 19, 22–26, 28]. Так что их свойства относительно хорошо известны. С другой стороны, мы не предполагаем проводить в настоящей работе сравнения с экспериментом. Поэтому в обсуждении свойств состояний электрического типа мы ограничимся одним примером, аккумулирующим наиболее типичные черты спектра однофононных возбуждений. Более подробные обсуждения свойств $E1$ -, $E2$ - и $E3$ -резонансов можно найти в [17, 20, 42, 43].

Рассмотрим октупольные однофононные возбуждения ядра ^{140}Ce . Расчеты выполнены с силами $R_3(r) = r^3$; константы $\kappa_0^{(3)}$ и $\kappa_1^{(3)}$ определены по экспериментальной энергии 3^- -уровня и отношению [32]

$$\kappa_1^{(\lambda)} / \kappa_0^{(\lambda)} = q = -0.2(2\lambda + 3), \quad (26)$$

которое для $\lambda = 3$ дает $q = -1.8$. На рис. 2 приведены гистограмма плотности двухквазичастичных состояний с $\lambda^\pi = 3^-$ и однофононные состояния с наибольшими значениями $B(E3, 0_{\text{g.s.}}^+ \rightarrow 3_i^-)$. Одночастичный базис включал все связанные состояния и квазисвязанные состояния с относительно малой шириной протонной и нейтронной систем. Полное число двухквазичастичных (а, значит, и однофононных) состояний с $\lambda^\pi = 3^-$ до энергии $E_x = 35$ МэВ около 130. На рис. 2, а хорошо выделяются два пика в плотности двухквазичастичных состояний, которые соответствуют переходам через одну и через три оболочки. Сравнение рис. 2, а и б показывает, как взаимодействие перераспределяет силу $E3$ -переходов, выталкивая ее в область малой плотности двухквазичастичных состояний. При этом изоскалярная часть взаимодействия выталкивает силу $E3$ -переходов в сторону меньших энергий возбуждения, а изовекторная — в сторону больших, лежащих выше области концентрации одночастичных переходов [44]. Однако изовекторная компонента мультипольного взаимодействия оказывает заметное влияние и на низколежащие состояния, особенно в полумагнитических ядрах.

Это наиболее ярко можно продемонстрировать на примере 2_1^+ -состояний сферических ядер. Экспериментальные и рассчитанные

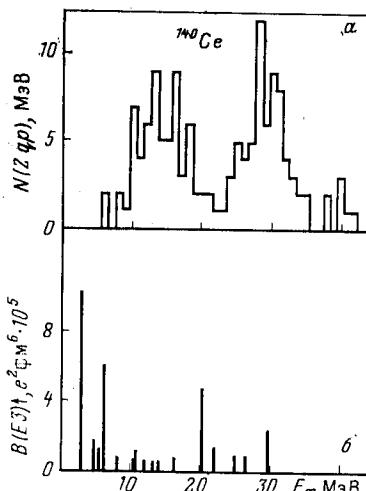


Рис. 2. Гистограмма числа двухквазичастичных полюсов с $\lambda^\pi = 3^-$ на интервале 1 МэВ в ^{140}Ce и распределение вероятностей $B(E3, 0_{\text{g.s.}}^+ \rightarrow 3_i^-)$ на однофононные состояния $\lambda_i^\pi = 3_i^-$ в спектре ^{140}Ce

При этом изоскалярная часть взаимодействия выталкивает силу $E3$ -переходов в сторону меньших энергий возбуждения, а изовекторная — в сторону больших, лежащих выше области концентрации одночастичных переходов [44]. Однако изовекторная компонента мультипольного взаимодействия оказывает заметное влияние и на низколежащие состояния, особенно в полумагнитических ядрах.

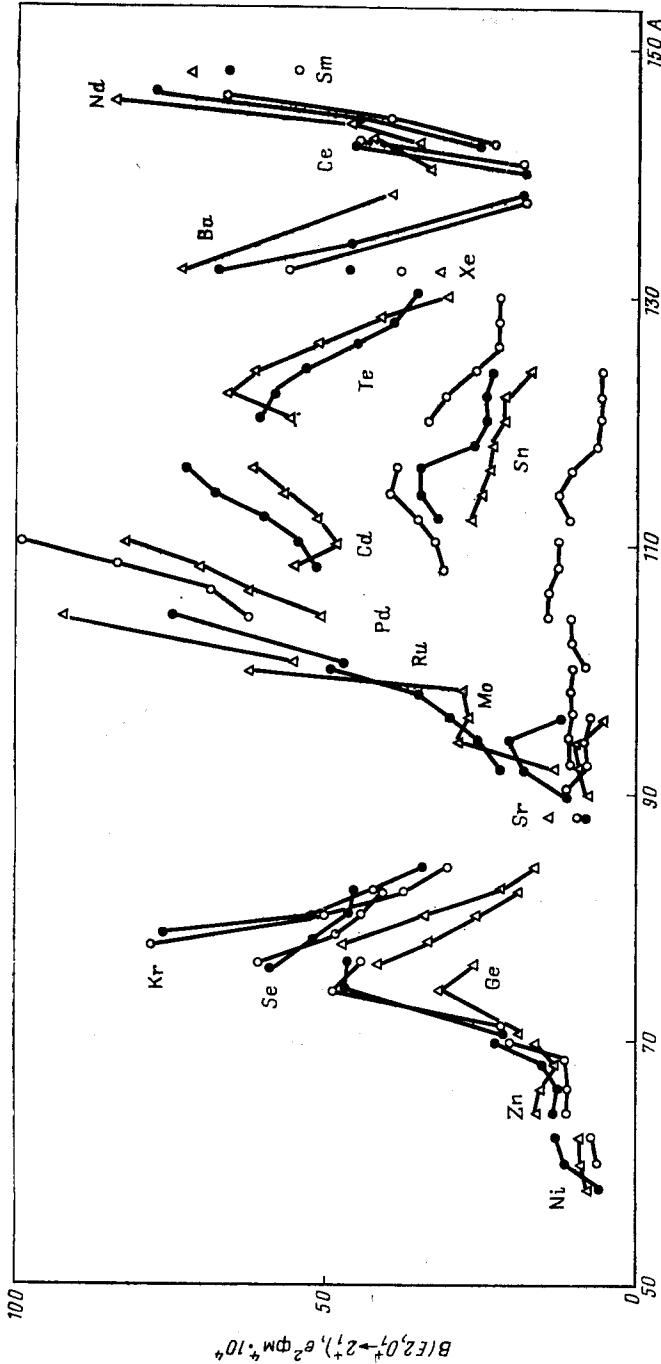


Рис. 3. Вероятности $B(E2, 0^+_1 \rightarrow 2^+_1)$ в сферических ядрах $60 < A < 150$:
 Δ — экспериментальные значения; \circ — расчет с изоскалярным мультипольно-мультипольным взаимодействием; \bullet — расчет с изоскалярным и изовекторным мультипольно-мультипольными взаимодействиями. В обоих случаях $\phi(2^+_1) = E(2^+_1) / 10^4$

значения $B(E2, 0_{\text{g.s.}}^+ \rightarrow 2_1^+)$ для большого числа сферических ядер приведены на рис. 3. Расчеты выполнены с эффективным зарядом, имеющим вакуумное значение (единица для протонов и нуль для нейtronов) с чисто изоскалярным квадрупольным взаимодействием и с учетом изовекторной составляющей. В обоих случаях выполнялось условие $\omega(2_1^+) = E(2_1^+)_{\text{эксп.}}$. Значения $B(E2)$, рассчитанные с $\chi_1^{(2)} \neq 0$, существенно превосходят значения, вычисленные только с изоскалярным взаимодействием; превосходят они, как правило, и экспериментальные значения. В ядрах с замкнутой протонной оболочкой ($Z = 50; 82$) расчеты с $\chi_1^{(2)} = 0$ давали заниженные по отношению к эксперименту значения $B(E2)$. Изовекторная составляющая привела к резкому увеличению вклада протонных компонент в структуру 2_1^+ -состояний этих ядер, в результате чего и возросли значения $B(E2)$.

Вернемся к обсуждению распределения величины $B(E3)$ в ^{140}Ce . Действие остаточных мультипольных сил приводит к концентрации силы $E3$ -переходов на небольшом числе коллективных состояний. Используя термин *коллективный*, подразумеваем здесь такие однофононные состояния, в структуру которых дает заметный вклад большое число двухквазичастичных компонент. Довольно часто в литературе встречается другое понимание этого термина — под коллективными подразумеваются состояния с большими вероятностями $E\lambda$ - или $M\lambda$ -переходов. Подчас эти два определения совпадают, но так бывает далеко не всегда. С одной стороны, усиление, например, вероятности $E\lambda$ -перехода может быть связано не с когерентным вкладом многих компонент, а просто с большим значением одночастичного матричного элемента. С другой стороны, «структурная» коллективность состояния может проявляться в одних процессах и не проявляться в других.

На рис. 2, б ясно выделяются однофононные состояния с большими $B(E3)$, которые соответствуют 3_1^- -уровню, низколежащему ($1\hbar\omega$) изоскалярному $E3$ -резонансу, высоколежащему ($3\hbar\omega$) изоскалярному $E3$ -резонансу и высоколежащему ($3\hbar\omega$) изовекторному $E3$ -резонансу. Как отмечалось в [45], мог бы существовать еще и низколежащий ($1\hbar\omega$) изовекторный $E3$ -резонанс. На рис. 2, б ему можно сопоставить несколько однофононных состояний с не очень большими, но заметными $B(E3)$ в интервале 10—15 МэВ. В связи с этим остановимся на изотопической структуре однофононных $E3$ -состояний. Хотя мультипольное взаимодействие изотопически инвариантно, для модельного гамильтонiana в целом это не так. Помимо кулоновского члена в среднем потенциале, мы используем разные параметры потенциала Вудса — Саксона для нейтронов и протонов, а также изотопически неинвариантное монопольное спаривание. Тем не менее в структуре однофононных состояний в заметной степени сохраняется изотопическая симметрия. Об этом свидетельствует рис. 4, на котором изображены как функции E_x , просуммированные по интервалу 1 МэВ, приведенные вероятности электромагнитных $E3$ -переходов,

изоскалярных $E3$ -переходов и изовекторных $E3$ -переходов. Иными словами, приведены просуммированные по интервалу 1 МэВ квадраты приведенных матричных элементов между основным и однофононными 3^- -состояниями от следующих операторов:

$$\left. \begin{aligned} \mathfrak{M}(E3) &= e \sum_i^p r_i^3 Y_{3\mu}(\Omega_i); \\ \mathfrak{M}(IS, 3) &= \frac{e}{2} \left\{ \sum_i^p r_i^3 Y_{3\mu}(\Omega_i) + \sum_i^n r_i^3 Y_{3\mu}(\Omega_i) \right\}; \\ \mathfrak{M}(IV, 3) &= \frac{e}{2} \left\{ \sum_i^p r_i^3 Y_{3\mu}(\Omega_i) - \sum_i^n r_i^3 Y_{3\mu}(\Omega_i) \right\}. \end{aligned} \right\} \quad (27)$$

Максимумы распределения изоскалярных $E3$ -переходов находятся как раз там, где расположены 3^- -уровень и $1\hbar\omega$ - и $3\hbar\omega$ -изоскалярные

$E3$ -резонансы. И как раз для этих состояний сила изовекторных переходов практически равна нулю. Следовательно, протоны и нейтроны дают в их структуру когерентный вклад. Для $3\hbar\omega$ -изовекторного $E3$ -резонанса осуществляется обратная ситуация. В то же время коллективные состояния, расположенные в области $10 < E_x < 15$ МэВ, имеют вероятности изоскалярных и изовекторных переходов одного порядка величины.

Изотопическая структура однофононных состояний видна в поведении их переходных плотностей. Переходные плотности — важные характеристики состояний ядра; они определяют вероятности их воз-

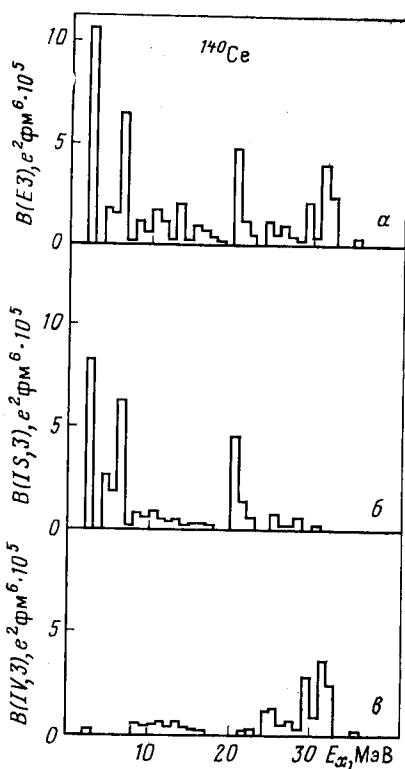


Рис. 4. Гистограммы распределения приведенных вероятностей электромагнитных (a), изоскалярных (b) и изовекторных (c) $E3$ -переходов в ^{140}Ce [см. формулы (27)]. Интервал суммирования 1 МэВ

буждения в различных ядерных реакциях. Зарядовая ρ (г) и токовая J (г) переходные плотности ядра между начальным состоянием Ψ_i

и конечным Ψ_f ядра определяются следующим образом:

$$\left. \begin{aligned} \rho(\mathbf{r}) &= e \sum_k \delta(\mathbf{r} - \mathbf{r}_k) \{\Psi_f^* \Psi_i\} g_l^k; \quad \mathbf{J}(\mathbf{r}) = \mathbf{J}^c(\mathbf{r}) + \mathbf{J}^m(\mathbf{r}) = \\ &= \frac{e\hbar}{2m} \left[\sum_k \delta(\mathbf{r} - \mathbf{r}_k) g_l^k \{\Psi_f^* \nabla_k \Psi_i - \Psi_i \nabla_k \Psi_f\} + \right. \\ &\quad \left. + \sum_k \delta(\mathbf{r} - \mathbf{r}_k) \mu_s^k \nabla_k \{\Psi_f^* \sigma_k \Psi_i\} \right]. \end{aligned} \right\} \quad (28)$$

Фигурные скобки в формулах (28) означают интегрирование по координатам всех нуклонов, кроме k -го; m — масса нуклона; μ_s^k — собственный магнитный момент нуклона; g_l^k — орбитальный нуклонный фактор, равный нулю для нейтрона и единице для протона. В выражении для $\mathbf{J}(\mathbf{r})$ опущена обменная составляющая ядерного тока, что подразумевает необходимость использования эффективных значений магнитных моментов нуклонов. Функции $\mathbf{J}(\mathbf{r})$ и $\rho(\mathbf{r})$ удобно записать в виде разложения по парциальным плотностям $\rho_\lambda(r)$ и $\rho_{\lambda L}(r)$:

$$\left. \begin{aligned} \rho(\mathbf{r}) &= e \sum_{\lambda\mu} (-1)^\lambda \langle J_i M_i \lambda \mu | J_f M_f \rangle \rho_\lambda(r) Y_{\lambda\mu}^*(\Omega); \\ \mathbf{J}^{c,m}(\mathbf{r}) &= e c \sum_{\lambda L \mu} (-i)^L \langle J_i M_i \lambda \mu | J_f M_f \rangle \rho_{\lambda L}^{c,m}(r) Y_{\lambda L}^\mu(\Omega). \end{aligned} \right\} \quad (29)$$

Сейчас нас интересует только зарядовая переходная плотность однофононного состояния [46]:

$$\left. \begin{aligned} \rho_\lambda(r) &= \sum_{j>j'}^{n,p} \frac{u_{jj'}^{(+)}}{1+\delta_{jj'}} g_{jj'}^{\lambda j} \rho_{jj'}^{(\lambda)}(r); \\ \rho_{jj'}^{(\lambda)}(r) &= -\{1+(-)^{l+l'+\lambda}\} (-)^{j+\lambda+1/2} \times \\ &\quad \times \frac{\hat{j} \hat{j'}}{\hat{\lambda} \sqrt{4\pi}} (j^{1/2} j' - 1/2 |\lambda 0) u_j^*(r) u_{j'}(r) (i)^{l'-l+\lambda}. \end{aligned} \right\} \quad (30)$$

Обозначение $j > j'$ означает, что в сумме (j, j') -состояния дважды вместе не встречаются; $u_j(r)$ — радиальная часть одиночичной волновой функции nlj -состояния.

Зарядовые переходные плотности некоторых коллективных 3^- -состояний изображены на рис. 5. Все они, за исключением зарядовой переходной плотности состояния с $E_x = 12,4$ МэВ, имеют ярко выраженный поверхностный пик. На рисунке изображены также

переходные плотности, соответствующие нейтронной компоненте этих состояний (в зарядовую переходную плотность дают вклад только протонные компоненты, так как эффективный заряд для нейтронов равен нулю). Для состояний, которые ранее уже были названы изоскалярными, протонная и нейтронная переходные плотности как функции радиуса r меняются в фазе, во всяком случае, на поверхности ядра. У состояния с $E_x = 29,8$ МэВ (изовекторный $3\hbar\omega E3$ -резонанс) протонная и нейтронная переходные плотности меняются

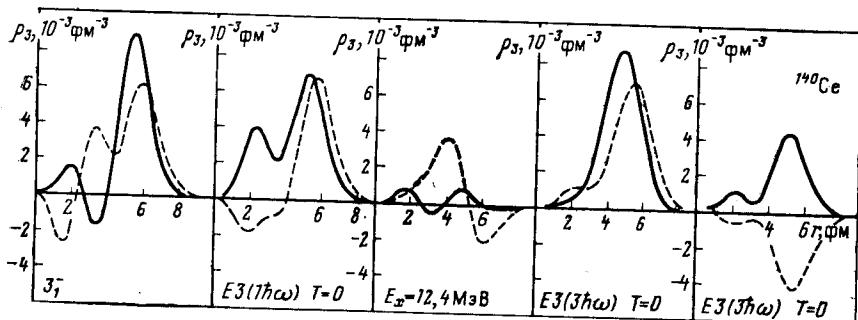


Рис. 5. Зарядовые (сплошные) и нейтронные (штриховые) переходные плотности некоторых однофононных состояний с $\lambda^\pi = 3^-$. Состояние с энергией $E_x = 12,4$ МэВ находится в области изовекторного $1\hbar\omega E3$ -резонанса

в противофазе. Среди состояний из интервала $\Delta E_x = 10 \div 15$ МэВ встречаются с когерентным и с некогерентным изменением $\rho_n(r)$ и $\rho_p(r)$. Так что вряд ли их можно считать состояниями изовекторного $1\hbar\omega$ -резонанса.

Как изменяются свойства однофононных состояний электрического типа, если учесть вклад в их структуру спин-мультипольного взаимодействия? Из формул (24) для $\psi_{jj'}^{\lambda_i}$ и $\varphi_{jj'}^{\lambda_i}$ видно, что это влияние осуществляется двояким образом: во-первых, из-за разных правил отбора по моменту в одночастичных матричных элементах $f_{jj'}^{(\lambda)}$ и $f_{jj'}^{(\lambda\lambda)}$ после включения спин-мультипольных сил может увеличиться число полюсов уравнения (22); во-вторых, происходит перенормировка $\psi_{jj'}^{\lambda_i}$ и $\varphi_{jj'}^{\lambda_i}$ из-за появления члена, пропорционального $f_{jj'}^{(\lambda\lambda)}$. Расчеты, выполненные в [41], показывают, что влияние первого фактора незначительно и главным образом перенормируются амплитуды $\psi_{jj'}^{\lambda_i}$ и $\varphi_{jj'}^{\lambda_i}$. Более детальный анализ, выполненный для нескольких сферических ядер с силами $R_\lambda(r) = -\partial V/\partial r$ и учетом только изовекторной составляющей спин-мультипольного взаимодействия, показал, что свойства низколежащих состояний и изоскалярных резонансных $E\lambda$ -состояний меняются очень слабо. Более заметны изменения в областях изовекторных резонансов, особенно $E1$ -резонанса. О степени перераспределения силы $E1$ -переходов, возникающего в области лока-

лизации резонанса при включении спин-дипольного взаимодействия, можно судить по рис. 6, на котором даны результаты расчетов для ядер ^{208}Pb и ^{90}Zr . Спин-мультипольные силы меняют также переходные плотности, главным образом токовые. Приведем формулы для парциальных токовых конвекционной $\rho_{\lambda L}^c(r)$ и магнитной $\rho_{\lambda L}^m(r)$ переходных плотностей однофононных состояний [47]:

$$\begin{aligned}
 \rho_{\lambda L}^{c,m}(r) &= \sum_{j>j'}^{n,p} \frac{u_{jj'}^{(-)}}{1+\delta_{jj'}} w_{jj'}^{ij} \rho_{jj',\lambda L}^{c,m}(r); \\
 \rho_{jj',\lambda L}^c(r) &= \frac{\hbar}{mc} \hat{L} i^{l'-l+L+1} (-)^{j'-l+1} \times \\
 &\times \hat{j} \hat{j}' \left\{ \begin{array}{c} l' \\ j' \\ j \\ \frac{1}{2} \end{array} \right\} g_l \frac{1}{2} \{ \hat{l} (l \parallel Y_{\lambda L} \nabla \parallel l') - \\
 &- (-1)^\lambda \hat{l}' (l'^* \parallel Y_{\lambda L} \nabla \parallel l^*) \}; \\
 (l \parallel Y_{\lambda L} \nabla \parallel l') &= (-1)^{\lambda+1} \frac{1}{\sqrt{4\pi}} \times \\
 &\times \sum_{l''=l'-1}^{l'+1} (l''-l') (l0L0|l'0) \left\{ \begin{array}{c} l' \\ l \\ L \\ \lambda \end{array} \right\} u_{nlj}^{*}(r) \times \\
 &\times D_{l',l''-l'}(r) u_{n'l'j'}(r); \\
 D_{l',\pm 1}(r) &= \left[l' + \frac{1}{2} (1 \pm 1) \right]^{1/2} \left[\frac{d}{dr} \mp \frac{l'+(1 \mp 1)/2}{r} \right]; \\
 \rho_{jj',\lambda L}^m(r) &= -\frac{\hbar}{2mc} i^{l'-l+1+L} (-1)^{j+\lambda+1/2} \times \\
 &\times g_s \frac{\hat{j} \hat{j}'}{\hat{\lambda}^2 \sqrt{4\pi}} (j^{1/2} j' - 1/2 | \lambda 0) F_{\lambda L}^{jj'}(r) \times \\
 &\times u_{nlj}^{*}(r) u_{n'l'j'}(r); \\
 F_{\lambda L}^{jj'}(r) &= -\frac{\hat{\lambda}}{\sqrt{\lambda(\lambda+1)}} \left[\frac{\lambda(\lambda+1)}{r} + [(l-j) \hat{j}^2 + \right. \\
 &\left. + (l'-j') \hat{j}'^2] \left(\frac{d}{dr} + \frac{1}{r} \right) \right]; \\
 F_{\lambda,\pm 1/2}^{jj'}(r) &= \frac{1}{\lambda+1/2 \pm 1/2} [(l-j) \hat{j}^2 - (l'-j') \hat{j}'^2] D_{\lambda,\pm 1}(r).
 \end{aligned} \tag{34}$$

Сечение возбуждения состояний нормальной четности наряду с зарядовой переходной плотностью определяется токовыми переходными плотностями $\rho_{\lambda,\lambda+1}^{c,m}(r)$ и $\rho_{\lambda,\lambda-1}^{c,m}(r)$. Все три переходные плотности для двух 1^- -состояний в ^{208}Pb с максимальными $B(E1)$ изображены на рис. 7. Токовые переходные плотности меняются весьма существенно. Поскольку они определяют поведение электрического форм-фактора

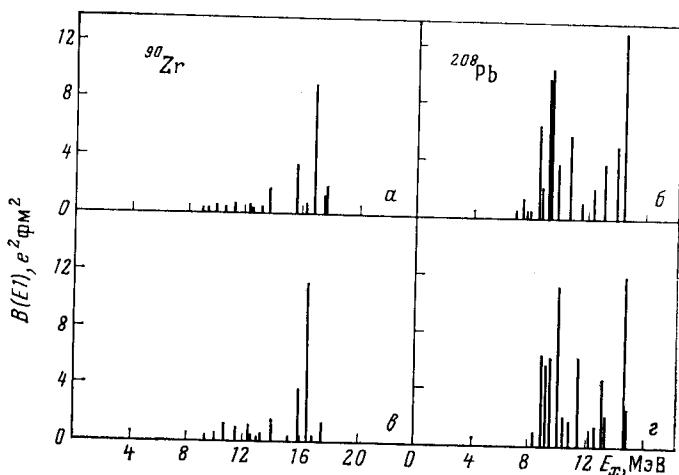


Рис. 6. Распределение приведенной вероятности $E1$ -переходов в спектрах ^{90}Zr (а, в) и ^{208}Pb (б, г):
а и б — результаты расчета только с диполь-дипольными силами;
в и г — результаты расчета с учетом спин-дипольного взаимодействия

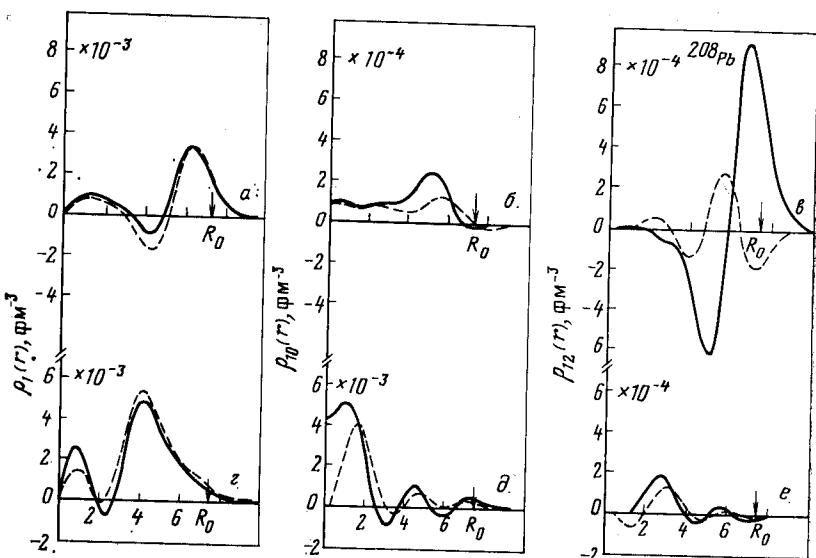


Рис. 7. Зарядовая и токовые переходные плотности двух коллективных одиночонных 1-состояний с максимальным $B(E1)$ ядра ^{208}Pb (см. рис. 6, г):
а, б и в относятся к состоянию $Ex = 14,7$ МэВ; г, д и е — состояние с $Ex = 9,6$ МэВ;
сплошные кривые — расчет с диполь-дипольным взаимодействием; штриховые — расчет с учетом спин-дипольных сил

$F_\lambda^E(q^2)$, играющего основную роль в рассеянии электронов на углы $\theta \approx 180^\circ$, то спиновые силы будут оказывать существенное влияние на вероятность возбуждения $E1$ -резонанса в рассеянии назад.

Этим не исчерпывается роль спин-мультипольных сил «нормальной» четности. Они приводят к появлению нового типа коллективных возбуждений — $E\lambda$ -состояний, образованных двухквазичастичными компонентами, которые отвечают одночастичным переходам с переворотом спина [41]. Такие 1^- -состояния возникают при $E_x \approx 20$ МэВ и отличаются малой величиной $B(E1)$. Например, в ^{208}Pb такое состояние имеет $E_x = 19,4$ МэВ и $B(E1)^\uparrow = 0,5e^2 \text{ фм}^2$, что в 20 раз меньше $B(E1)^\uparrow$ наиболее сильных 1^- -состояний из области обычного $E1$ -резонанса в этом ядре. Коллективная природа спинового 1^- -состояния проявляется в другом — оно интенсивно возбуждается в (e, e') -рассеянии назад. При энергиях падающих электронов $E_0 = 40 \div 60$ МэВ и больших углах рассеяния такое $E1$ -состояние должно возбуждаться на порядок более интенсивно, чем 1^- -состояния обычного $E1$ -резонанса. Переходные плотности для коллектического «спинового» 1^- -состояния ядра ^{58}Ni изображены на рис. 8. На примере этих возбуждений мы сталкиваемся с состояниями коллектической структуры, которая видна в одних процессах и не видна в других.

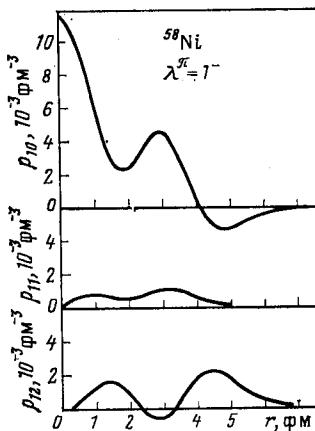


Рис. 8. Зарядовые и токовые переходные плотности «спинового» коллективного $E1$ -состояния ядра ^{58}Ni ($E_x = 24$ МэВ)

3. ОДНОФОНОННЫЕ СОСТОЯНИЯ МАГНИТНОГО ТИПА

Для того, чтобы рассчитать энергию и структуру однофононных ML -состояний в ПСФ, следует найти собственные значения следующего гамильтониана:

$$\begin{aligned} \mathcal{H}_{II} = & H_{SP} + H_{PAIR} - \frac{1}{2} (\kappa_0^{(L-1, L)} + \kappa_1^{(L-1, L)} \tau_1 \tau_2) \times \\ & \times \sum_M (S_{LM}^{L-1})^+ S_{LM}^{L-1} - \frac{1}{2} (\kappa_0^{(L+1, L)} + \kappa_1^{(L+1, L)} \tau_1 \tau_2) \sum_M (S_{LM}^{L+1})^+ S_{LM}^{L+1}. \end{aligned} \quad (32)$$

Выполнив переход к операторам квазичастиц, а затем фононов, как это было сделано в начале предыдущего раздела, с учетом выра-

жения (13) для оператора S_{LM}^λ получим следующее выражение для \mathcal{H}_{II} :

$$\begin{aligned} \mathcal{H}_{II} = & \sum_{jm} \varepsilon_j \alpha_j^* \alpha_{jm} - \frac{1}{8} \frac{1}{\hat{L}^2} \sum_M \sum_{ii'} \{ (\kappa_0^{(L-1, L)} + \kappa_1^{(L-1, L)}) \times \\ & \times (\mathcal{D}_n^{(L-1, L)i} \mathcal{D}_n^{(L-1, L)i'} + \mathcal{D}_p^{(L-1, L)i} \mathcal{D}_p^{(L-1, L)i'}) + \\ & + (\kappa_0^{(L+1, L)} + \kappa_1^{(L+1, L)}) (\mathcal{D}_n^{(L+1, L)i} \mathcal{D}_n^{(L+1, L)i'} + \mathcal{D}_p^{(L+1, L)i} \mathcal{D}_p^{(L+1, L)i'}) + \\ & + (\kappa_0^{(L-1, L)} - \kappa_1^{(L-1, L)}) (\mathcal{D}_n^{(L-1, L)i} \mathcal{D}_p^{(L-1, L)i'} + \mathcal{D}_n^{(L-1, L)i'} \mathcal{D}_p^{(L-1, L)i}) + \\ & + (\kappa_0^{(L+1, L)} - \kappa_1^{(L+1, L)}) (\mathcal{D}_n^{(L+1, L)i} \mathcal{D}_p^{(L+1, L)i'} + \mathcal{D}_n^{(L+1, L)i'} \mathcal{D}_p^{(L+1, L)i}) \} \times \\ & \times (Q_{Lm}^+ + (-1)^{L-M} Q_{L-Mi}), \end{aligned} \quad (33)$$

где функции $\mathcal{D}_{n,p}^{(\lambda L)i}$ определяются выражением (19). После вычисления среднего значения гамильтониана (33) по однофононному состоянию $Q_{Lm}^+ \Psi_0$ и варьирования его по функциям $g_{jj'}^{Li}, w_{jj'}^{Li}$, при условии (20) возникает система линейных однородных уравнений для функций $\mathcal{D}_{n,p}^{(\lambda L)i}$ и в качестве условия существования ее нетривиального решения уравнение для энергии состояния ω_{Li} [48]:

$$\left| \begin{array}{ll} (\kappa_0^{(L-1, L)} + \kappa_1^{(L-1, L)}) X_S^{L-1, i}(n) - 1 & (\kappa_0^{(L-1, L)} - \kappa_1^{(L-1, L)}) X_S^{L-1, i}(n) \\ (\kappa_0^{(L-1, L)} - \kappa_1^{(L-1, L)}) X_S^{L-1, i}(p) & (\kappa_0^{(L-1, L)} + \kappa_1^{(L-1, L)}) X_S^{L-1, i}(p) - 1 \\ (\kappa_0^{(L-1, L)} + \kappa_1^{(L-1, L)}) X_S^{(L-1, L+1)i}(n) (\kappa_0^{(L-1, L)} - \kappa_1^{(L-1, L)}) X_S^{(L-1, L+1)i}(n) \\ (\kappa_0^{(L-1, L)} - \kappa_1^{(L-1, L)}) X_S^{(L-1, L+1)i}(p) (\kappa_0^{(L-1, L)} + \kappa_1^{(L-1, L)}) X_S^{(L-1, L+1)i}(p) \\ (\kappa_0^{(L+1, L)} + \kappa_1^{(L+1, L)}) X_S^{(L-1, L+1)i}(n) (\kappa_0^{(L+1, L)} - \kappa_1^{(L+1, L)}) X_S^{(L-1, L+1)i}(n) \\ (\kappa_0^{(L+1, L)} - \kappa_1^{(L+1, L)}) X_S^{(L-1, L+1)i}(p) (\kappa_0^{(L+1, L)} + \kappa_1^{(L+1, L)}) X_S^{(L-1, L+1)i}(p) \\ (\kappa_0^{(L+1, L)} + \kappa_1^{(L+1, L)}) X_S^{L+1, i}(n) - 1 & (\kappa_0^{(L+1, L)} - \kappa_1^{(L+1, L)}) X_S^{L+1, i}(n) \\ (\kappa_0^{(L+1, L)} - \kappa_1^{(L+1, L)}) X_S^{L+1, i}(p) & (\kappa_0^{(L+1, L)} + \kappa_1^{(L+1, L)}) X_S^{L+1, i}(p) - 1 \end{array} \right| = 0. \quad (34)$$

Функции $X_S^{L-1, i}(n, p)$ и $X_S^{L+1, i}(n, p)$ определены в (23), вид функций $X_S^{(L-1, L+1)i}(n, p)$ следующий:

$$X_S^{(L-1, L+1)i}(n, p) = \frac{1}{\hat{L}^2} \sum_{jj'} n, p \frac{f_{jj'}^{(L-1, L)} f_{jj'}^{(L+1, L)} (u_{jj'}^{-1})^2}{\varepsilon_{jj'}^2 - \omega_{Li}^2} \varepsilon_{jj'}. \quad (35)$$

Выражение для амплитуд $\psi_{jj'}^{Li}$ и $\phi_{jj'}^{Li}$ также очень похоже на (24). Приведем его для нейтронных амплитуд:

$$\begin{aligned} \psi_{jn}^{Li} = & \frac{\mathcal{N} u_{jn}^{(-j)}}{\varepsilon_{jn} - \omega_{Li}} \{ f_{jn}^{(L-1, L)} [(\kappa_0^{(L-1, L)} + \kappa_1^{(L-1, L)}) A_{41} + \\ & + (\kappa_0^{(L-1, L)} - \kappa_1^{(L-1, L)}) A_{42}] + f_{jn}^{(L+1, L)} [(\kappa_0^{(L+1, L)} + \kappa_1^{(L+1, L)}) A_{43} + \\ & + (\kappa_0^{(L+1, L)} - \kappa_1^{(L+1, L)}) A_{44}] \}, \end{aligned} \quad (36)$$

где A_{ik} — алгебраические дополнения определителя (34).

Нередко при изучении однофононных состояний магнитного типа пренебрегают слагаемым, пропорциональным $(S_{LM}^{L+1})^+ S_{LM}^{L+1}$. В этом случае выражения (34) — (36) упрощаются

$$\left. \begin{aligned} & [X_S^{L-1, i}(n) + X_S^{L-1, i}(p)] (\kappa_0^{(L-1, L)} + \kappa_1^{(L-1, L)}) - \\ & - 4\kappa_0^{(L-1, L)} \kappa_1^{(L-1, L)} X_S^{L-1, i}(n) X_S^{L-1, i}(p) = 1; \\ & \psi_{j_n j'_n}^{L i} = \frac{1}{\sqrt{2y_n^{L-1, i}}} \frac{f_{j_n j'_n}^{(L-1, L)} u_{j_n j'_n}^{(i)}}{\varepsilon_{j_n j'_n} - \omega_{Li}}; \\ & y_n^{L-1, i} = Y_n^{L-1, i} + Y_p^{L-1, i} \left\{ \frac{1 - (\kappa_0^{(L-1, L)} + \kappa_1^{(L-1, L)}) X_S^{L-1, i}(n)}{(\kappa_0^{(L-1, L)} - \kappa_1^{(L-1, L)}) X_S^{L-1, i}(p)} \right\}^2; \\ & Y_n^{L-1, i} = \frac{1}{2} \frac{\partial}{\partial \omega} X_S^{L-1, i}(n)|_{\omega=\omega_{Li}} = \\ & = - \frac{1}{\hat{L}^2} \sum_{jj'} n \frac{(f_{jj'}^{(L-1, L)} u_{jj'}^{(i)})^2 \varepsilon_{jj'} \omega_{Li}}{(\varepsilon_{jj'} - \omega_{Li}^2)^2}. \end{aligned} \right\} \quad (37)$$

Использование взаимодействия, пропорционального $(S_{LM}^{L-1})^+ S_{LM}^{L-1}$, обеспечивает автоматически когерентное усиление ML -перехода с коллективного магнитного состояния мультипольности L , поскольку оператор S_{LM}^{L-1} совпадает со спиновой частью оператора магнитного перехода $\mathfrak{M}(ML)$. Такой вариант взаимодействия применялся в некоторых работах при изучении $M1$ -резонанса [29, 33, 49].

Типичные картины распределения силы $M1$ - и $M2$ -переходов, возникающие в расчетах с простыми спиновыми и спин-дипольными силами, изображены на рис. 9 [32, 50]. Расчет выполнен с силами, имеющими радиальную зависимость $R_L(r) = r^{L-1}$, и значениями эффективных гиromагнитных факторов $g_s^{\text{eff}} = 0,8 g_s^{\text{free}}$, $g_l^{\text{eff}} = g_l^{\text{free}}$. Формула (8) для констант $\kappa_{0,1}^{(\lambda L)}$ предполагает отсутствие нейтрон-протонного спин-мультипольного взаимодействия. В этом случае однофононные состояния магнитного типа будут иметь или чисто нейтронную, или чисто протонную структуру. На рис. 9 представлены расчеты с разными константами $\kappa_{0,1}^{(\lambda L)}$. Абсолютные значения констант слегка отличаются от (8):

$$\kappa_1^{(\lambda L)} = -4\pi 28/A \langle r^{2\lambda} \rangle, \quad (38)$$

где $\kappa_1^{(\lambda L)}$ измеряется в МэВ/фм $^{2\lambda}$.

Поскольку изоскалярная и изовекторная составляющие спин-мультипольного взаимодействия имеют одинаковые знаки, изоскалярная составляющая существенно не влияет на распределение $\mathbf{B}(ML)$. Ее роль сводится к перераспределению силы ML -переходов между резонансными однофононными состояниями.

Структура 1^+ -фононов хорошо известна из многочисленных расчетов. Однофононные состояния, образующие $M1$ -резонанс, представляют собой типичный пример резонансных, но слабоколлективных

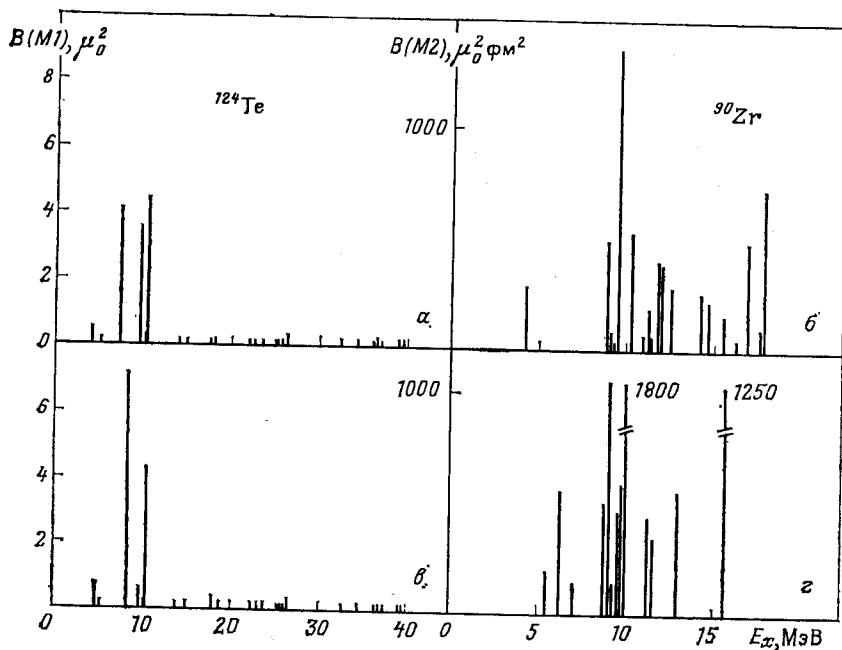


Рис. 9. Распределение приведенных вероятностей $M1$ -переходов в ^{124}Te (а, в) и $M2$ -переходов в ^{90}Zr (б, г):

а, б — расчет с $\kappa_0^{(\lambda L)} = 0$; в, г —

$$\kappa_0^{(\lambda L)} = \kappa_1^{(\lambda L)}$$

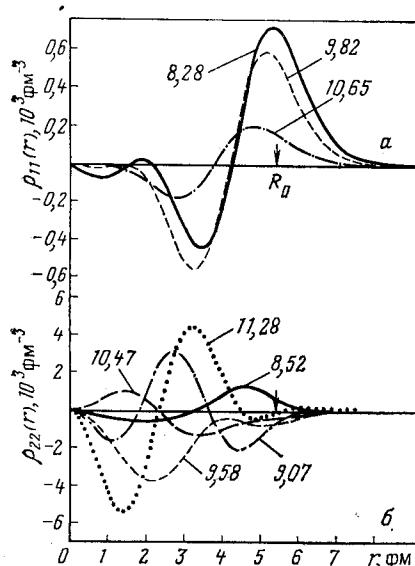


Рис. 10. Токовые переходные плотности однофононных 1^+ -состояний (а) и 2^- -состояний (б) ядра ^{90}Zr :

цифрами указаны энергии возбуждения состояний в МэВ. Стрелка указывает положение радиуса ядра. Переходные плотности различных состояний изображены различными типами линий

состояний. В их волновые функции дают вклад две-три двухквазичастичные компоненты, которые образованы квазичастицами, находящимися на уровнях спин-орбитального дублета. Большие значения $B(M1)$ объясняются большими одночастичными матричными элементами магнитного дипольного оператора $\mathfrak{M}(M1)$ между состояниями дублета. Токовые переходные плотности однофононных резонансных 1^+ -состояний имеют максимум вблизи поверхности ядра [51] (рис. 10). На структуру и свойства 1^+ -состояний с более высокими энергиями возбуждения большое влияние оказывают спин-квадрупольные силы, которые будут рассмотрены ниже.

Картина распределения вероятности $B(M2)$ в спектрах сферических ядер сильно отличается от только что обсуждавшейся картины распределения $B(M1)$. Состояния с большими $B(M2)$ занимают широкую область энергии возбуждения, которая увеличивается с ростом массового числа от 4 (^{68}Ni) до 10 МэВ (^{208}Pb). В ядрах с $A < 100 \div 120$

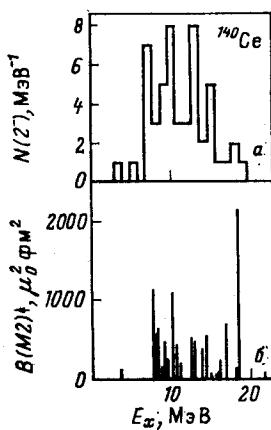


Рис. 11. Гистограмма плотности двухквазичастичных состояний с $L^\pi = 2^-$ в ^{140}Ce (а) и распределение $B(M2)$ в спектре ^{140}Ce (б)

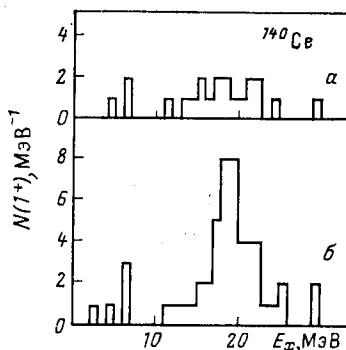


Рис. 12. Гистограмма плотности двухквазичастичных полюсов с $L^\pi = 1^+$ уравнений (37) (а) и (34) (б) в ^{140}Ce [48]

значительная сила $M2$ -переходов концентрируется, кроме того, на одном состоянии с энергией $E_x \approx 20$ МэВ. Оно хорошо видно на рис. 9 в ^{90}Zr . В более тяжелых ядрах это состояние опускается и примыкает к низкорасположенной области концентрации $B(M2)$. Такое распределение вероятностей $B(M2)$ приведено на рис. 11 (^{140}Ce). Из этого же рисунка можно заключить, что существование такого состояния есть результат выталкивания силы переходов остаточным взаимодействием в область малой плотности двухквазичастичных состоя-

ний *. Структура резонансных 2^- -состояний — коллективная, а поведение их токовых переходных плотностей совершенно иное, нежели у 1^+ -состояний (см. рис. 10). Токовые переходные плотности 2^- -состояний сосредоточены внутри объема ядра и спадают к его поверхности.

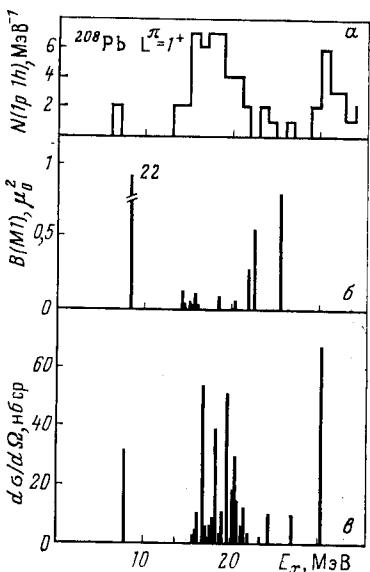
Относительная роль слагаемых $(S_{LM}^{L-1})^+ S_{LM}^{L-1}$ и $(S_{LM}^{L+1})^+ S_{LM}^{L+1}$ спин-мультипольного взаимодействия в формировании структуры однофононных ML -состояний определяется теми же факторами, которые

указаны выше относительно вклада спин-мультипольных сил в структуру $E\lambda$ -состояний. Здесь, однако, можно привести пример ситуации, которая для $E\lambda$ -состояний не возникала: учет спин-квадрупольной составляющей взаимодействия резко увеличивает число двухквазичастичных компонент, участвующих в формировании 1^+ -фононов. Из-за того, что правила отбора для простых спиновых сил допускают вклад только двухквазичастичных состояний с $\Delta l = 0$, а для спин-квадрупольных разрешены и состояния с $\Delta l = 2$, число полюсов в (34) существенно превышает число полюсов (рис. 12) в уравнении (37). Новые компоненты, однако, не дают вклада в вероятность $M1$ -переходов, если в $\mathfrak{M}(M1)$ -оператор не включено поляризационное слагаемое $g_s r^2 Y_{20}$. Также сколько-нибудь заметно не меняются и свойства 1^+ -состояний с энергией $E_x < 10 \div 15$ МэВ и, следовательно, свойства резонансных $M1$ -состояний. Учет спин-квадрупольного взаимодействия приводит к другим, по-своему замечательным, изменениям в структуре и свойствах высоколежащих $M1$ -возбуждений.

Рис. 13. Гистограмма плотности двухквазичастичных состояний с $L_x^\pi = 1^+$ на интервале 1 МэВ в ^{208}Pb (а), распределение $B(M1)$ в спектре ^{208}Pb (б) и вероятности возбуждения 1^+ -состояний ядра ^{208}Pb в (e, e') -рассеянии назад при $E_0 = 60$ МэВ (в)

В расчетах с простыми $\sigma\sigma$ -силами все однофононные 1^+ -состояния, лежащие по энергии выше $M1$ -резонанса, получались чисто двухквазичастичными. Эти состояния (см. рис. 9 и 13) соответствовали переходам между компонентами спин-орбитальных дублетов с изменением главного квантового числа $\Delta n = 1, 2$ и имели очень ма-

* В [32, 52] показано, что высоколежащее коллективное 2^- -состояние практически полностью разваливается в результате взаимодействия с более сложными состояниями.



ленькие B ($M1 \ll 0,1 \div 0,2 \mu_0^2$ ($g_{\text{eff}}^{\text{eff}} = 0,8 g_s^{\text{free}}$)) [49]. Учет спин-квадрупольного взаимодействия приводит к возникновению коллоктивных однофононных 1^+ -состояний [53]. Их большая часть расположена в области максимума плотности двухквазичастичных состояний при энергиях $15 < E_x < 22$ МэВ. При энергии $E_x \approx 30$ МэВ появляется сильноколлоктивное состояние, которое образовано двухквазичастичными компонентами, отвечающими переходам с переворотом спина. Его положение весьма чувствительно к константе $\kappa_1^{(21)}$. Типичные токовые переходные плотности (ТПП) высоколежащих 1^+ -возбуждений, в том числе двух коллоктивных с $E_x = 19,2$ МэВ и $E_x = 30,4$ МэВ [53], показаны на рис. 14. В отличие от ТПП $M1$ -резонанса переходные плотности, изображенные на рис. 14, имеют объемный характер. Переходная плотность состояния с $E_x = 19,2$ МэВ сильно осциллирует, что является результатом сложения ТПП двухквазичастичных компонент, входящих в его структуру, в противофазе. Для коллоктивного состояния с $E_x = 30,4$ МэВ ситуация обратная. Поэтому вероятность возбуждения в (e, e') -рассеянии первого состояния гораздо меньше, чем второго. Если рассмотреть теперь вероятности возбуждения 1^+ -состояний в неупругом рассеянии электронов назад, то мы получим картину, изображенную на рис. 13,в. Этот расчет выполнен с учетом только изовекторных компонент спиновых и спин-квадрупольных сил. Радиальная зависимость последних

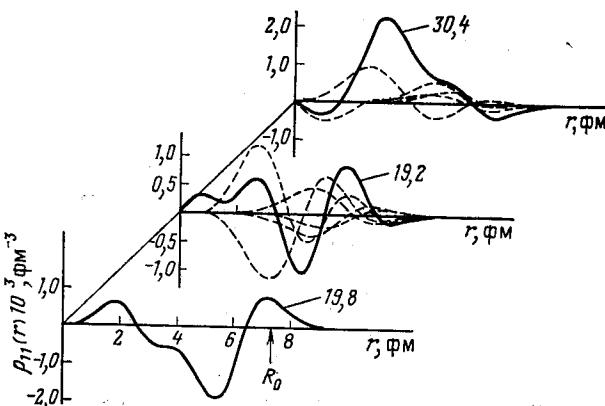


Рис. 14. Токовые переходные плотности однофононных 1^+ -состояний ядра ^{208}Pb :

цифрами обозначены энергии возбуждения состояний в МэВ. Состояния с $E_x = 19,2$; 30,4 МэВ — коллоктивные штриховые линии изображают ТПП главных частично-директорных компонент, дающих вклад в их структуру

имела форму $R_2(r) = r^2$, константы $\kappa_1^{(NL)}$ были вычислены по (38) [53]. Наиболее интенсивно возбуждается коллоктивное состояние с $E_x = 30,4$ МэВ. Интересно, что в группе состояний с относительно

большими вероятностями возбуждения ($15 < E_x < 22$ МэВ) наиболее интенсивно возбуждаются не коллективные, а двухквазичастичные состояния. На рис. 14 приведена ТПП одного из таких состояний ($E_x = 19,8$ МэВ). Она, как и ТПП состояния с $E_x = 30,4$ МэВ, не испытывает сильных переколебаний, а имеет довольно широкий минимум вблизи $r \approx 5$ фм. Интересно также отметить, что снова, как мы это уже видели на примере коллективного «спинового» $E1$ -состояния, высоколежащего коллективного $M2$ -состояния, коллективное высоколежащее $M1$ -состояние, интенсивно возбуждающееся в (e, e') -рассеянии, оказывается «вытолкнутым» в область малой плотности двухквазичастичных состояний.

На структуру состояний с более высокими спинами слагаемые $\sim (S_{LM}^{L+1})^+ S_{LM}^{L+1}$ влияют не очень сильно. Они в основном перенормируют амплитуды $\psi_{jj'}^{Li}$ и $\varphi_{jj'}^{Li}$. Возникающие вследствие этого изменения в распределении вероятностей $B(ML)$ заметны лишь при энергиях $E_x > 15$ МэВ. Например, при учете спин-октупольного слагаемого для состояний с $L^\pi = 2^-$ в некоторых ядрах (например, в ^{90}Zr) сила $M2$ -перехода на высоколежащее коллективное 2^- -состояние разбрасывается по двум-трем соседним однофононным состояниям [48].

Структура однофононных состояний магнитного типа, распределение вероятностей $B(ML)$ в спектрах сферических ядер по своему характеру заметно отличаются от тех картин, что мы могли видеть для состояний электрического типа и вероятностей $B(EL)$. Во многом отличаются распределения $B(ML)$ и вероятностей (e, e') -возбуждения 1^+ -состояний. Интересно, что существуют такие коллективные 1^+ -возбуждения, которые не обладают резонансными свойствами. Однако их сильное взаимодействие с окружающими состояниями, являющееся следствием их коллективности, может существенно, хотя и косвенно, влиять на характеристики ядерных спектров.

4. ЗАРЯДОВО-ОБМЕННЫЕ ФОНОНЫ И ОДНОФОНОННЫЕ СОСТОЯНИЯ С $T>$

Обсуждая в разд. 1 модельный гамильтониан в целом, мы указывали, что изотопически инвариантная запись мультипольного и спин-мультипольного взаимодействий подразумевает возможность исследовать нейтрон-протонные (или зарядово-обменные) возбуждения. Эти возбуждения рождаются в результате действия оператора зарядово-обменного фона

$$\Omega_{\lambda\mu i}^+ = \frac{1}{V\bar{2}} \sum_{j_n j_p} \psi_{j_p j_n}^{\lambda i} A^+(j_p j_n \lambda \mu) - (-)^{\lambda-\mu} A(j_p j_n \lambda - \mu) \varphi_{j_p j_n}^{\lambda i}, \quad (39)$$

где

$$A^+(j_p j_n \lambda \mu) = \sum_{m_n m_p} \langle j_p m_p j_n m_n | \lambda \mu \rangle \alpha_{j_p m_p}^\dagger \alpha_{j_n m_n}^\dagger,$$

на волновую функцию основного состояния соседнего четно-четного ядра. Чтобы найти энергию возбуждения состояния $\Omega_{\lambda\mu i}^+ \Psi_0$, необ-

ходимо в приближении хаотических фаз диагонализовать часть гамильтониана, включающую члены, пропорциональные $\tau_1^{(-)}\tau_2^{(+)} + \tau_1^{(+)}\tau_2^{(-)}$. В настоящем разделе рассмотрим случай зарядово-обменных состояний электрического типа

$$\mathcal{H}_{III} = H_{SP} + H_{PAIR} - 2\kappa_1^{(\lambda)} \sum_{\mu} M_{\lambda\mu}^+(np) M_{\lambda\mu}(np) - \\ - 2\kappa_1^{(\lambda\lambda)} \sum_{\mu} [S_{\lambda\mu}^{\lambda}(np)]^+ S_{\lambda\mu}^{\lambda}(np), \quad (40)$$

где

$$M_{\lambda\mu}^+(np) = \sum_{j_p m_p} \langle j_p m_p | i^\lambda R_\lambda(r) Y_{\lambda\mu} \tau^{(-)} | j_n m_n \rangle a_{j_p m_p}^+ a_{j_n m_n};$$

$$[S_{\lambda\mu}^{\lambda}(np)]^+ = \sum_{j_p m_p} \langle j_p m_p | i^\lambda R_\lambda(r) \{\sigma Y_{\lambda\mu}\}_{\lambda\mu} \tau^{(-)} | j_n m_n \rangle a_{j_p m_p}^+ a_{j_n m_n}.$$

Выражения для операторов $M_{\lambda\mu}^+(np)$ и $[S_{\lambda\mu}^{\lambda}(np)]^+$ через операторы квазичастиц имеют одинаковый вид с точностью до замены $f_{j_p j_n}^{(\lambda)} = f_{j_p j_n}^{(\lambda\lambda)}$, где $f_{j_p j_n}^{(\lambda), (\lambda\lambda)}$ — приведенный одночастичный матричный элемент мультипольного или спин-мультипольного оператора между протонным и нейтронным состояниями:

$$M_{\lambda\mu}^+(np) = \frac{1}{\hat{\lambda}} \sum_{j_n j_p} f_{j_p j_n}^{(\lambda)} \{ u_{j_p} v_{j_n} A^+(j_p j_n \lambda \mu) + (-)^{\lambda - \mu} v_{j_p} u_{j_n} A(j_p j_n \lambda - \mu) + \\ + u_{j_p} u_{j_n} B(j_p j_n \lambda \mu) + (-)^{j_p + j_n + \lambda} v_{j_p} v_{j_n} B(j_n j_p \lambda \mu) \}. \quad (41)$$

Оператор $A^+(j_p j_n \lambda \mu)$ определен в (39), оператор $B(j_p j_n \lambda \mu)$ имеет следующий вид:

$$B(j_p j_n \lambda \mu) = \sum_{m_p m_n} \langle j_p m_p j_n m_n | \lambda \mu \rangle (-)^{j_n + m_n} \alpha_{j_p m_p}^+ \alpha_{j_n - m_n}.$$

Перейдя к операторам фононов (39), получим в приближении случайной фазы выражение для гамильтониана \mathcal{H}_{III} :

$$\mathcal{H}_{III} = \sum_{jm}^{n,p} e_j \alpha_{jm}^+ \alpha_{jm} - \frac{1}{4} \sum_{\mu} \frac{1}{\hat{\lambda}^2} \sum_{ii'} \kappa_1^{(\lambda)} \{(D_+^{\lambda i} + D_-^{\lambda i}) \Omega_{\lambda\mu i}^+ + \\ + (D_+^{\lambda i} - D_-^{\lambda i}) \Omega_{\lambda-\mu i} (-)^{\lambda - \mu} \} \{(D_+^{\lambda i'} + D_-^{\lambda i'}) \Omega_{\lambda\mu i'}^+ + (D_+^{\lambda i'} - D_-^{\lambda i'}) \times \\ \times \Omega_{\lambda-\mu i'}^+ (-)^{\lambda - \mu} \} + \kappa_1^{(\lambda\lambda)} \{(\mathcal{D}_+^{\lambda i} + \mathcal{D}_-^{\lambda i}) \Omega_{\lambda\mu i}^+ + \\ + (\mathcal{D}_+^{\lambda i} - \mathcal{D}_-^{\lambda i}) \Omega_{\lambda-\mu i} (-)^{\lambda - \mu} \} \{(\mathcal{D}_+^{\lambda i'} + \mathcal{D}_-^{\lambda i'}) \Omega_{\lambda\mu i'}^+ + \\ + (\mathcal{D}_+^{\lambda i'} - \mathcal{D}_-^{\lambda i'}) \Omega_{\lambda-\mu i'}^+ (-)^{\lambda - \mu} \}, \quad (42)$$

где введены следующие обозначения:

$$\left. \begin{aligned} D_+^{\lambda i} &= \sum_{j_p j_n} u_{j_p j_n}^{(+)} f_{j_p j_n}^{(\lambda)} g_{j_p j_n}^{\lambda i}; & D_-^{\lambda i} &= \sum_{j_p j_n} u_{j_p j_n}^{(-)} f_{j_p j_n}^{(\lambda)} w_{j_p j_n}^{\lambda i}; \\ \mathcal{D}_+^{\lambda i} &= \sum_{j_p j_n} u_{j_p j_n}^{(+)} f_{j_p j_n}^{(\lambda\lambda)} g_{j_p j_n}^{\lambda i}; & \mathcal{D}_-^{\lambda i} &= \sum_{j_n j_n} u_{j_n j_n}^{(-)} f_{j_n j_n}^{(\lambda\lambda)} w_{j_n j_n}^{\lambda i}. \end{aligned} \right\} \quad (43)$$

Вычислив среднее значение гамильтониана (42) по однофононному состоянию, получим

$$\langle \Psi_0 \Omega_{\lambda\mu i} \mathcal{H}_{III} \Omega_{\lambda\mu i}^+ \Psi_0 \rangle = \frac{1}{4} \sum_{j_p j_n} \varepsilon_{j_p j_n} [(g_{j_p j_n}^{\lambda i})^2 + (w_{j_p j_n}^{\lambda i})^2] - \\ - \frac{1}{2\hat{\lambda}^2} \{ \kappa_1^{(\lambda)} [(D_+^{\lambda i})^2 + (D_-^{\lambda i})^2] + \kappa_1^{(\lambda\lambda)} [(D_+^{\lambda i})^2 + (\mathcal{D}_-^{\lambda i})^2] \}$$

и после варьирования по $g_{j_p j_n}^{\lambda i}$ и $w_{j_p j_n}^{\lambda i}$ в конечном итоге приходим к следующему секулярному уравнению для энергии $\omega_{\lambda i}$ состояния:

$$\left| \begin{array}{cccc} \kappa_1^{(\lambda)} X_M^{(+)} - 1 & \kappa_1^{(\lambda)} X_M^{(-)} & \kappa_1^{(\lambda\lambda)} X_{SM}^{(+)} & \kappa_1^{(\lambda\lambda)} X_{SM}^{(-)} \\ \kappa_1^{(\lambda)} X_M^{(+)} & \kappa_1^{(\lambda)} X_M^{(-)} - 1 & \kappa_1^{(\lambda\lambda)} X_{SM}^{(+)} & \kappa_1^{(\lambda\lambda)} X_{SM}^{(-)} \\ \kappa_1^{(\lambda)} X_{SM}^{(+)} & \kappa_1^{(\lambda)} X_{SM}^{(-)} & \kappa_1^{(\lambda\lambda)} X_S^{(+)} - 1 & \kappa_1^{(\lambda\lambda)} X_S^{(-)} \\ \kappa_1^{(\lambda)} X_{SM}^{(-)} & \kappa_1^{(\lambda)} X_{SM}^{(+)} & \kappa_1^{(\lambda\lambda)} X_S^{(+)} & \kappa_1^{(\lambda\lambda)} X_S^{(-)} - 1 \end{array} \right| = 0;$$

$$X_M^{(+)} = \frac{2}{\hat{\lambda}^2} \sum_{j_p j_n} \frac{(u_{j_p j_n}^{(+)} f_{j_p j_n}^{(\lambda)})^2 \varepsilon_{j_p j_n}}{\varepsilon_{j_p j_n}^2 - \omega_{\lambda i}^2}; \quad X_S^{(+)} = \frac{2}{\hat{\lambda}^2} \sum_{j_p j_n} \frac{(u_{j_p j_n}^{(+)} f_{j_p j_n}^{(\lambda\lambda)})^2 \varepsilon_{j_p j_n}}{\varepsilon_{j_p j_n}^2 - \omega_{\lambda i}^2};$$

$$X_M^{(-)} = \frac{2}{\hat{\lambda}^2} \sum_{j_p j_n} \frac{(u_{j_p j_n}^{(-)} f_{j_p j_n}^{(\lambda)})^2 \varepsilon_{j_p j_n}}{\varepsilon_{j_p j_n}^2 - \omega_{\lambda i}^2}; \quad X_S^{(-)} = \frac{2}{\hat{\lambda}^2} \sum_{j_p j_n} \frac{(u_{j_p j_n}^{(-)} f_{j_p j_n}^{(\lambda\lambda)})^2 \varepsilon_{j_p j_n}}{\varepsilon_{j_p j_n}^2 - \omega_{\lambda i}^2};$$

$$X_M^{(+-)} = \frac{2}{\hat{\lambda}^2} \sum_{j_p j_n} \frac{u_{j_p j_n}^{(-)} u_{j_p j_n}^{(+)} (f_{j_p j_n}^{(\lambda)})^2 \omega_{\lambda i}}{\varepsilon_{j_p j_n}^2 - \omega_{\lambda i}^2};$$

$$X_S^{(+-)} = \frac{2}{\hat{\lambda}^2} \sum_{j_p j_n} \frac{u_{j_p j_n}^{(-)} u_{j_p j_n}^{(+)} (f_{j_p j_n}^{(\lambda\lambda)})^2 \omega_{\lambda i}}{\varepsilon_{j_p j_n}^2 - \omega_{\lambda i}^2};$$

$$X_{SM}^{(+)} = \frac{2}{\hat{\lambda}^2} \sum_{j_p j_n} \frac{(u_{j_p j_n}^{(+)} f_{j_p j_n}^{(\lambda)})^2 f_{j_p j_n}^{(\lambda\lambda)} \varepsilon_{j_p j_n}}{\varepsilon_{j_p j_n}^2 - \omega_{\lambda i}^2};$$

$$X_{SM}^{(-)} = \frac{2}{\hat{\lambda}^2} \sum_{j_p j_n} \frac{(u_{j_p j_n}^{(-)} f_{j_p j_n}^{(\lambda)})^2 f_{j_p j_n}^{(\lambda\lambda)} \varepsilon_{j_p j_n}}{\varepsilon_{j_p j_n}^2 - \omega_{\lambda i}^2};$$

$$X_{SM}^{(+-)} = \frac{2}{\hat{\lambda}^2} \sum_{j_p j_n} \frac{u_{j_p j_n}^{(+)} u_{j_p j_n}^{(-)} f_{j_p j_n}^{(\lambda)} f_{j_p j_n}^{(\lambda\lambda)} \omega_{\lambda i}}{\varepsilon_{j_p j_n}^2 - \omega_{\lambda i}^2}. \quad (44)$$

Уравнения (22), (34) и (44) очень похожи. Похожи и выражения для амплитуд $\psi_{j_p j_n}^{\lambda i}$ и $\varphi_{j_p j_n}^{\lambda i}$:

$$\left. \begin{aligned} \psi_{j_p j_n}^{\lambda i} &= \frac{\mathcal{N}}{\varepsilon_{j_p j_n} - \omega_{\lambda i}} \left\{ \chi_1^{(\lambda)} f_{j_p j_n}^{(\lambda)} [u_{j_p j_n}^{(+)} A_{41} + u_{j_p j_n}^{(-)} A_{42}] + \right. \\ &\quad \left. + \chi_1^{(\lambda\lambda)} f_{j_p j_n}^{(\lambda\lambda)} [u_{j_p j_n}^{(+)} A_{43} + u_{j_p j_n}^{(-)} A_{44}] \right\}; \\ \varphi_{j_p j_n}^{\lambda i} &= \frac{\varepsilon_{j_p j_n} - \omega_{\lambda i}}{\varepsilon_{j_p j_n} + \omega_{\lambda i}} \psi_{j_p j_n}^{\lambda i}, \end{aligned} \right\} \quad (45)$$

где A_{ik} — алгебраические дополнения определителя (44); \mathcal{N} определяется из условия нормировки.

В [54] были получены уравнения для энергий и структуры зарядово-обменных $E\lambda$ -состояний с учетом только мультипольного взаимодействия:

$$(\chi_1^{(\lambda)} X_M^{(+)} - 1)(\chi_1^{(\lambda)} X_M^{(-)} - 1) - (\chi_1^{(\lambda)})^2 (X_M^{(+)} - 1)^2 = 0;$$

$$\psi_{j_p j_n}^{\lambda i} = 2 \sqrt{\frac{\chi_1^{(\lambda)}}{1 - \chi_1^{(\lambda)} X_M^{(+)}}} \frac{1}{\sqrt{\mathcal{Y}_{\lambda i}}} \frac{f_{j_p j_n}^{(\lambda)} u_{j_p} v_{j_n} \chi_1^{(\lambda)} X_M^{(+)} + v_{j_p} u_{j_n} (1 - \chi_1^{(\lambda)} X_M^{(+)})}{\varepsilon_{j_p j_n} - \omega_{\lambda i}},$$

где $\mathcal{Y}_{\lambda i}$ — значение производной по ω от левой части секулярного уравнения при $\omega = \omega_{\lambda i}$. Спин-изоспиновые зарядово-обменные возбуждения изучались в [55] в связи с проблемой гамов-теллеровского резонанса.

Волновую функцию зарядово-обменного фона можно использовать для построения волновой функции однофононного состояния четно-четного ядра, имеющего изоспин на единицу больше, чем изоспин основного состояния (будем обозначать его T_0) [54]. Волновая функция $\Omega_{\lambda \mu i}^{\dagger} \Psi_0$ соответствует состоянию нечетно-нечетного ядра с изоспином и его проекцией $|T, T_z\rangle = |T_0 + 1, T_0 + 1\rangle$. Подействовав на нее оператором $T^{(-)} = \sum_{k=1}^A \tau_k^{(-)}$ [56], получим состояние $|T_0 + 1, T_0\rangle$, которое и соответствует состоянию T начального четно-четного ядра. Таким образом,

$$|T_0 + 1, T_0\rangle = \frac{1}{\sqrt{2T_0 + 2}} T^{(-)} \Omega_{\lambda \mu i}^{\dagger} \Psi_0. \quad (46)$$

Энергия состояния (46) определяется следующим образом:

$$\frac{1}{2T_0 + 2} \langle \Psi_0 \Omega_{\lambda \mu i} T^{(+)} \mathcal{H}_{III} T^{(-)} \Omega_{\lambda \mu i}^{\dagger} \Psi_0 \rangle = \omega_{\lambda i} + \Delta E_c, \quad (47)$$

где ΔE_c — кулоновская энергия.

В [54] были рассчитаны энергии и вероятности переходов для дипольных резонансов T в изотонах $N = 50$ и изотопах Sn. Кулоновскую энергию при этом не вычисляли микроскопически, а оценивали по феноменологической формуле

$\Delta E_c = 1,444 (Z - 1/2)/A^{1/3} - 1,131$, где ΔE_c измерено в МэВ. Типичные результаты такого расчета в сравнении с $B(E1)$ для обычного дипольного резонанса приведены на рис. 15.

5. ВЛИЯНИЕ РАДИАЛЬНОЙ ЗАВИСИМОСТИ СЕПАРАБЕЛЬНЫХ МУЛЬТИПОЛЬНЫХ И СПИН-МУЛЬТИПОЛЬНЫХ СИЛ НА СТРУКТУРУ И СВОЙСТВА ОДНОФОНОННЫХ СОСТОЯНИЙ

Результаты конкретных численных расчетов, обсуждавшиеся выше, были получены с разными радиальными зависимостями сил $R_\lambda(r)$. Возникает естественный вопрос, в какой мере они зависят от самого выбора радиальной зависимости. Данный вопрос был изучен применительно к состояниям электрического типа в [25]. Здесь мы рассмотрим его более систематически.

Сравнение результатов, полученных с разной радиальной зависимостью сил, требует выработки некоторого принципа для согласованного определения констант эффективных сил. В [25] их находили, исходя из согласования по Бору и Моттельсону [24]. Поскольку найденные таким образом константы приводят к большим погрешностям в описании энергий низколежащих состояний [25], мы пойдем по нашему традиционному пути, нормируя константы по известным экспериментальным значениям.

Для $E\lambda$ -состояний такая нормировка не встречает больших трудностей. Изоскалярные константы для сил $R_\lambda(r) = r^\lambda$ и $R_\lambda(r) = \partial V/\partial r$ определим так, чтобы совпадали энергии нижайших однофононных состояний с данными λ^α . Изовекторную константу для сил r^λ будем вычислять, используя отношение q (26), которое воспроизводит положение $E2$ -, $T1$ -резонанса. Для сил $\partial V/\partial r$ величину q будем полагать не зависящей от мультипольности и выбирать эмпирически по отношению дипольных констант $\kappa_1^{(1)}/\kappa_0^{(1)}$, принципы определения которых мы обсуждали в разд. 1 (см. также [19]).

При нормированных таким образом константах получаем очень близкие распределения силы наиболее хорошо изученных $E1$ -, $E2$ - и $E3$ -переходов в расчетах с силами разной радиальной зависимости.

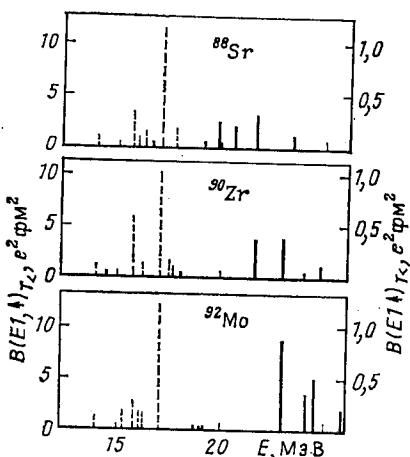


Рис. 15. Приведенные вероятности $E1$ -переходов на однофононные состояния гигантского дипольного резонанса $T_<$ (пунктирные линии, левая шкала) и $T_>$ (сплошные линии, правая шкала) в изотонах $N = 50$

Таблица 1. Структура и значения $B(E\lambda)$ 2⁺, 3⁻, 6⁺-состояний ядра ^{58}Ni , рассчитанные с разными функциями $R_\lambda(r)$

λ_i^π	Структура, %			$B(E\lambda) \uparrow, e^2 \text{ фм}^{2\lambda}$	
	Индексы	$R_\lambda(r) = r^\lambda$	$R_\lambda(r) = \partial V/\partial r$	$R_\lambda(r) = r^\lambda$	$R_\lambda(r) = \partial V/\partial r$
2 ⁺	$2p_{3/2} - 2p_{3/2}n$	33	28		
	$1f_{7/2} - 2p_{3/2}n$	7,0	9,8		
	$2p_{3/2} - 2p_{1/2}n$	8,8	7,4	1140	1130
	$2p_{3/2} - 1f_{5/2}n$	2,5	3,4		
	$1f_{7/2} - 2p_{3/2}p$	38	39		
3 ⁻	$2p_{3/2} - 1g_{9/2}n$	39	41		
	$1f_{7/2} - 1g_{9/2}n$	9,0	14		
	$1f_{7/2} - 1g_{9/2}p$	26	21	23900	20400
	$2s_{1/2} - 1f_{5/2}p$	3,9	3,7		
	$1d_{3/2} - 2p_{3/2}p$	4,5	3,6		
6 ⁺	$1f_{7/2} - 1f_{5/2}n$	< 1	29		
	$1f_{7/2} - 1f_{5/2}p$	97	68	$4,2 \cdot 10^8$	$2,4 \cdot 10^8$

Типичные результаты приведены в табл. 1 и 2 для некоторых низко-лежащих и резонансных однофононных состояний в ^{58}Ni . Для $E2$ - и $E3$ -состояний различия невелики и находятся в пределах точности модели. Зарядовые переходные плотности некоторых из этих состоя-

Таблица 2. Энергии и вероятности $B(E\lambda) \uparrow$ для однофононных 2⁺- 3⁻-состояний ядра ^{58}Ni , рассчитанные с разными функциями $R_\lambda(r)$

λ_i^π	$E_x, \text{ МэВ}$		$B(E\lambda) \uparrow, e^2 \text{ фм}^{2\lambda}$	
	$R_\lambda(r) = r^\lambda$	$R_\lambda(r) = \partial V/\partial r$	$R_\lambda(r) = r^\lambda$	$R_\lambda(r) = \partial V/\partial r$
$E2, T=0$	13,5 14,2	13,6 14,2	218 320	154 343
$E3, T=0 (1\hbar\omega)$	7,2	7,2	4140	3620
$E3, T=0 (3\hbar\omega)$	25,4 26,0 27,1	25,1 26,0 27,1	1930 1310 430	2120 680 304

ний (для удобства сравнения они нормированы на единицу) приведены на рис. 16. Их различия также незначительны. Для состояний 6_1^+ того же ядра ^{58}Ni заметно изменяется при переходе от $R_\lambda(r) = r^\lambda$ к $R_\lambda(r) = \partial V/\partial r$, а вероятность $E6$ -перехода $B(E6, 0_1^+ \rightarrow 6_1^+)$ уменьшается в 2 раза. Однако поведение зарядовой переходной плотности меняется слабо. Различия для состояний высокой мультипольности можно связать с обрезанием одночастичного базиса, которое в разной степени оказывается на состояниях разной мультипольности и требует перенормировки q с ростом λ для сил $\partial V/\partial r$, чего мы

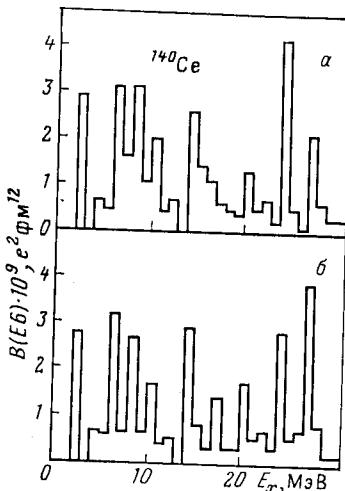
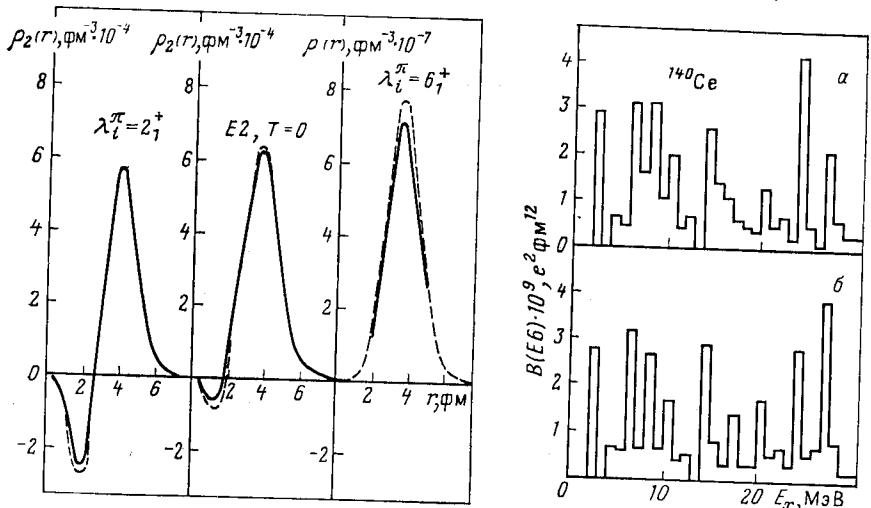


Рис. 16. Зарядовые переходные плотности состояний с $\lambda_i^\pi = 2_1^+, 6_1^+$, изоскалярного $E2$ -резонанса ядра ^{58}Ni :

сплошные линии — расчет с силами $R_\lambda(r) = r^\lambda$; пунктирные линии — расчет с силами $R_\lambda(r) = \partial V/\partial r$

Рис. 17. Гистограмма распределения величины $B(E6) \downarrow$ в спектре ^{140}Ce :
 a — расчет с $R_\lambda(r) = r^\lambda$; b — расчет с $R_\lambda(r) = \partial V/\partial r$. Интервал суммирования 1 МэВ не делали. С ростом массового числа A этот фактор при данном λ будет ослабевать, что можно видеть на примере распределения вероятности $B(E6)$ в ^{140}Ce (рис. 17).

Несколько сложнее обстоит дело с нормировкой констант для спин-мультипольных сил, где экспериментальные данные относятся в основном к высоковозбужденным состояниям. Здесь мы следовали следующему соглашению. Константы $\chi_1^{(\lambda L)}$ для сил с $R_\lambda(r) = r^\lambda$ определялись по формуле (38). Константа $\tilde{\chi}_1^{(01)}$ для сил $\partial V/\partial r$ выбиралась так, чтобы энергия 1^+ -состояния с максимальной величиной $B(M1)$ совпала с той, что получена с силами $\sigma\sigma$ и константой $\tilde{\chi}_1^{(01)} = -4\pi \cdot 28/A$ МэВ. Это значение константы затем было использовано для всех мультипольностей.

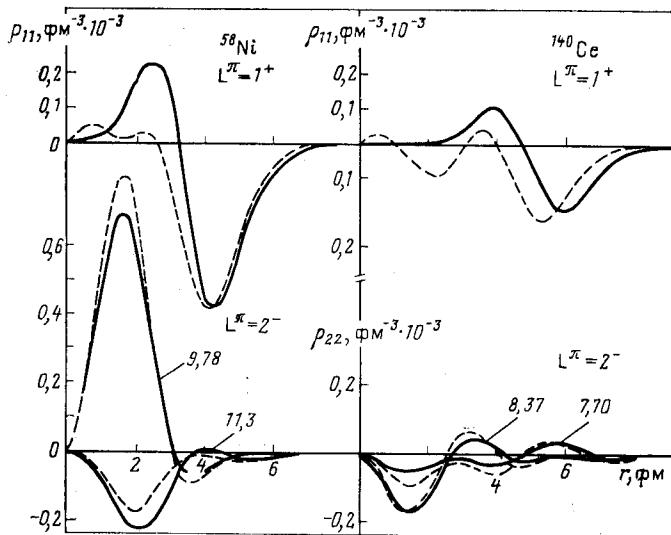


Рис. 18. Токовые переходные плотности однофононных 1^+ - и 2^- -состояний ядер ^{58}Ni и ^{140}Ce :

сплошные линии — расчет с $R_\Lambda(r) = r\mu$; штриховые линии — расчет с $R_\Lambda(r) = dV/dr$. Цифрами обозначены энергии возбуждения в МэВ

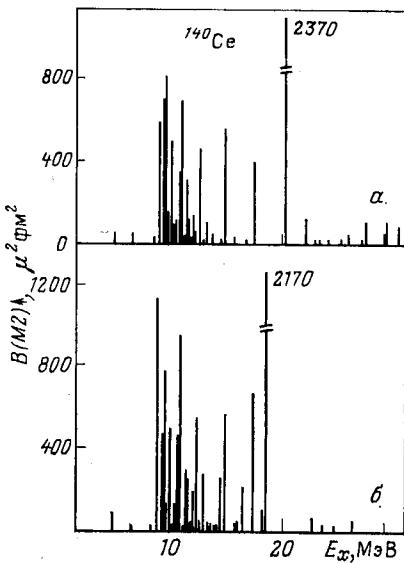


Рис. 19. Распределение величины $B(M2)^\uparrow$ в спектре ^{140}Ce :
а — расчет с силами $R_1(r) = dV/dr$; б — расчет с силами $R_1(r) = r$

Для 1^+ -состояний, по которым мы нормируем константы, возни-кающие отличия в структуре и $B(M1, 0_{g.s.}^+ \rightarrow 1_i^+)$ незначительны (табл. 3). Они, однако, сопровождаются существенными изменениями

Таблица 3. Структура и значения $B(M1) \uparrow$ для однофононных резонансных 1^+ -состояний ^{58}Ni ($E_x = 9,9$ МэВ) и ^{140}Ce ($E_x = 8,5$ МэВ), рассчитанные с разными функциями $R_\lambda(r)$

Ядро	Структура, %			$B(M1) \uparrow, \mu_B^2$	
	Индексы	$R_\lambda(r) = 1$	$R_\lambda(r) = \partial V / \partial r$	$R_\lambda(r) = 1$	$R_\lambda(r) = \partial V / \partial r$
^{140}Ce	$1h_{11/2} - 1h_{9/2}n$	79,3	75,1	12,4	12,5
	$1g_{9/2} - 1g_{7/2}p$	18,7	20,0		
	$1h_{11/2} - 1h_{9/2}p$	< 1	1,3		
^{58}Ni	$1f_{7/2} - 1f_{5/2}n$	57,5	46,4	10,4	10,5
	$1f_{7/2} - 1f_{5/2}p$	41,5	51,2		

токовых переходных плотностей (рис. 18). Эти изменения более сильны во внутренней области ядра, но, например, в ^{140}Ce затрагивают и поверхностную область. На рис. 18 изображены также токовые переходные плотности (нормированы к единице) 2^- -состояний ядер ^{58}Ni и ^{140}Ce . Изменение функции $R_\lambda(r)$ не оказалось на них существенного влияния. В то же время распределение силы $M2$ -переходов изменилось (рис. 19). В расчетах с силами $R_\lambda(r) = \partial V / \partial r$ происходит как бы перекачивание силы переходов в область больших энергий возбуждения. Перенормировкой констант можно получить более близкие, чем на рис. 19, распределения величины $B(M2)$. С увеличением L возрастают и различия в распределении $B(ML)$. При $L \geq 4$ и принятом соглашении о константах взаимодействие с $R_\lambda(r) = r^\lambda$ оказывается эффективно сильнее, чем взаимодействие с $R_\lambda(r) = \partial V / \partial r$. Одна из причин такого различия носит нефизический характер. При вычислении констант (38) предполагалось, что распределение плотности нуклонов в ядре имеет прямоугольную форму и резкую границу. Учет диффузности ядерной поверхности сильно увеличивает величину $\langle r^{2\lambda} \rangle$ при $\lambda > 3$, что должно привести к уменьшению констант.

В целом для небольших λ и L изменение радиальной зависимости сил, сопровождаемое соответствующей перенормировкой констант, не приводит к существенным изменениям результатов (за исключением ТПП для 1^+ -уровней). С ростом λ и L , когда начинают все более заметно сказываться и обрезание одночастичного базиса и неопределенности в константах, они сопровождаются и большей чувствительностью структуры и свойств однофононных состояний к радиальной зависимости сил.

6. МУЛЬТИПОЛЬНОЕ ВЗАИМОДЕЙСТВИЕ В КАНАЛЕ ЧАСТИЦА — ЧАСТИЦА И СТРУКТУРА ФОНОНОВ ЭЛЕКТРИЧЕСКОГО ТИПА

В начале разд. 3 при рассмотрении однофононных $E\lambda$ -состояний мы опустили в гамильтониане \mathcal{H}_1 мультипольное взаимодействие в канале частица — частица. Вернемся теперь к вопросу о его влиянии на структуру и свойства однофононных состояний.

Для того чтобы записать соответствующую часть гамильтониана (10) через операторы фононов, выразим сначала через них оператор $P_{\lambda\mu}^+(n)$ (5):

$$P_{\lambda\mu}^+(n) = \frac{1}{\lambda} \sum_{jj'}^n f_{jj'}^{(\lambda)} (u_{jj'} A^+(jj'\lambda\mu) - (-)^{\lambda-\mu} v_{jj'} A(jj'\lambda\mu) - 2u_{jj'} B(jj'\lambda\mu)). \quad (48)$$

Отбросив член, пропорциональный $B(jj'\lambda\mu)$, и совершив переход от операторов $A^+(jj'\lambda\mu)$, $A(jj'\lambda\mu)$ к операторам $Q_{\lambda\mu i}^+$, $Q_{\lambda\mu i}$, получим

$$\begin{aligned} P_{\lambda\mu}^+(n) &= \frac{1}{2\lambda} \sum_i \sum_{jj'} f_{jj'}^{(\lambda)} [(v_{jj'}^{(+)}) g_{jj'}^{\lambda i} + v_{jj'}^{(+)} w_{jj'}^{\lambda i}) Q_{\lambda\mu i}^+ + \\ &\quad + (-)^{\lambda-\mu} (v_{jj'}^{(-)}) g_{jj'}^{\lambda i} - v_{jj'}^{(+)} w_{jj'}^{\lambda i}) Q_{\lambda-\mu i}] = \\ &= \frac{1}{2\lambda} \sum_i (L_n^{\lambda i} + M_n^{\lambda i}) Q_{\lambda\mu i}^+ + (-)^{\lambda-\mu} (L_n^{\lambda i} - M_n^{\lambda i}) Q_{\lambda-\mu i}, \end{aligned} \quad (49)$$

где

$$L_n^{\lambda i} = \sum_i^n v_{jj'}^{(+)}) g_{jj'}^{\lambda i} f_{jj'}^{(\lambda)}; \quad M_n^{\lambda i} = \sum_{jj'}^n v_{jj'}^{(+)} f_{jj'}^{(\lambda)} w_{jj'}^{\lambda i}.$$

Вид гамильтониана (10), выраженного через операторы фононов (спин-мультипольное взаимодействие опущено), будет следующим:

$$\begin{aligned} \mathcal{H}'_1 &= \sum_{jm} e_j \alpha_{jm}^+ \alpha_{jm} - \frac{1}{8} \frac{1}{\lambda^2} \sum_{\mu} \sum_{ii'} \{ (\chi_0^{(\lambda)} + \chi_1^{(\lambda)}) [D_n^{\lambda i} D_n^{\lambda i'} + D_p^{\lambda i} D_p^{\lambda i'}] + \\ &\quad + (\chi_0^{(\lambda)} - \chi_1^{(\lambda)}) [D_n^{\lambda i} D_p^{\lambda i'} + D_n^{\lambda i'} D_p^{\lambda i}] \} (Q_{\lambda\mu i}^+ + (-)^{\lambda-\mu} Q_{\lambda-\mu i}) \times \\ &\quad \times (Q_{\lambda-\mu i}^+ + (-)^{\lambda-\mu} Q_{\lambda\mu i}) + G_n^{(\lambda)} [(L_n^{\lambda i} + M_n^{\lambda i}) Q_{\lambda\mu i}^+ + \\ &\quad + (-)^{\lambda-\mu} (L_n^{\lambda i} - M_n^{\lambda i}) Q_{\lambda-\mu i}] [(L_n^{\lambda i'} + M_n^{\lambda i'}) Q_{\lambda\mu i}^+ + \\ &\quad + (L_n^{\lambda i'} - M_n^{\lambda i'}) Q_{\lambda-\mu i}^+ (-)^{\lambda-\mu}] + G_p^{(\lambda)} [(L_p^{\lambda i} + M_p^{\lambda i}) Q_{\lambda\mu i}^+ + \\ &\quad + (L_p^{\lambda i} - M_p^{\lambda i}) (-)^{\lambda-\mu} Q_{\lambda-\mu i}] [(L_p^{\lambda i'} + M_p^{\lambda i'}) Q_{\lambda\mu i'}^+ + \\ &\quad + (L_p^{\lambda i'} - M_p^{\lambda i'}) Q_{\lambda-\mu i'}^+ (-)^{\lambda-\mu}] + G_{np}^{(\lambda)} \{ [(L_n^{\lambda i} + M_n^{\lambda i}) Q_{\lambda\mu i}^+ + \\ &\quad + (L_n^{\lambda i} - M_n^{\lambda i}) Q_{\lambda-\mu i}^+ (-)^{\lambda-\mu}] [(L_p^{\lambda i'} + M_p^{\lambda i'}) Q_{\lambda\mu i'}^+ + \\ &\quad + (L_p^{\lambda i'} - M_p^{\lambda i'}) Q_{\lambda-\mu i'}^+ (-)^{\lambda-\mu}] + [(L_p^{\lambda i} + M_p^{\lambda i}) Q_{\lambda\mu i}^+ + \\ &\quad + (L_p^{\lambda i} - M_p^{\lambda i}) Q_{\lambda-\mu i}^+ (-)^{\lambda-\mu}] [(L_n^{\lambda i'} + M_n^{\lambda i'}) Q_{\lambda\mu i'}^+ + \\ &\quad + (L_n^{\lambda i'} - M_n^{\lambda i'}) Q_{\lambda-\mu i'}^+ (-)^{\lambda-\mu}] \}. \end{aligned} \quad (50)$$

Для среднего значения от \mathcal{H}'_1 по однофононному состоянию получаем

$$\begin{aligned} \langle \Psi_0 Q_{\lambda\mu i} \mathcal{H}'_1 Q_{\lambda\mu i}^+ \Psi_0 \rangle = & \frac{1}{4} \sum_{jj'} \varepsilon_{jj'} [(g_{jj'}^{\lambda i})^2 + (w_{jj'}^{\lambda i})^2] - \frac{1}{4} \frac{1}{\hat{\lambda}^2} \{(\kappa_0^{(\lambda)} + \kappa_1^{(\lambda)}) \times \\ & \times [(D_n^{\lambda i})^2 + (D_p^{\lambda i})^2] + 2(\kappa_0^{(\lambda)} - \kappa_1^{(\lambda)}) D_n^{\lambda i} D_p^{\lambda i} + G_n^{(\lambda)} [(L_n^{\lambda i})^2 + \\ & + (M_n^{\lambda i})^2] + G_p^{(\lambda)} [(L_p^{\lambda i})^2 + (M_p^{\lambda i})^2] + 2G_{np}^{(\lambda)} [L_n^{\lambda i} L_p^{\lambda i} + M_n^{\lambda i} M_p^{\lambda i}]\}. \end{aligned} \quad (51)$$

Секулярное уравнение для энергии состояния ω_i имеет вид равенства нулю детерминанта шестого порядка:

$$\left| \begin{array}{lll} (\kappa_0^{(\lambda)} + \kappa_1^{(\lambda)}) X_M(n) - 1 & (\kappa_0^{(\lambda)} - \kappa_1^{(\lambda)}) X_M(n) & G_n^{(\lambda)} X_{uv}^{(-)}(n) \\ (\kappa_0^{(\lambda)} - \kappa_1^{(\lambda)}) X_M(p) & (\kappa_0^{(\lambda)} + \kappa_1^{(\lambda)}) X_M(p) - 1 & G_{np}^{(\lambda)} X_{uv}^{(-)}(p) \\ (\kappa_0^{(\lambda)} + \kappa_1^{(\lambda)}) X_{uv}^{(-)}(n) & (\kappa_0^{(\lambda)} - \kappa_1^{(\lambda)}) X_{uv}^{(-)}(n) & G_n^{(\lambda)} X_{vv}^{(-)}(n) - 1 \\ (\kappa_0^{(\lambda)} - \kappa_1^{(\lambda)}) X_{uv}^{(-)}(p) & (\kappa_0^{(\lambda)} + \kappa_1^{(\lambda)}) X_{uv}^{(-)}(p) & G_{np}^{(\lambda)} X_{vv}^{(-)}(p) \\ (\kappa_0^{(\lambda)} + \kappa_1^{(\lambda)}) X_{uv}^{(+)}(n) & (\kappa_0^{(\lambda)} - \kappa_1^{(\lambda)}) X_{uv}^{(+)}(n) & G_n^{(\lambda)} X_{vv}^{(+)}(n) \\ (\kappa_0^{(\lambda)} - \kappa_1^{(\lambda)}) X_{uv}^{(+)}(p) & (\kappa_0^{(\lambda)} + \kappa_1^{(\lambda)}) X_{uv}^{(+)}(p) & G_{np}^{(\lambda)} X_{vv}^{(+)}(p) \\ G_{np}^{(\lambda)} X_{uv}^{(-)}(n) & G_n^{(\lambda)} X_{uv}^{(+)}(n) & G_{np}^{(\lambda)} X_{uv}^{(+)}(n) \\ G_p^{(\lambda)} X_{uv}^{(-)}(p) & G_{np}^{(\lambda)} X_{uv}^{(+)}(p) & G_p^{(\lambda)} X_{uv}^{(+)}(p) \\ G_{np}^{(\lambda)} X_{vv}^{(-)}(n) & G_n^{(\lambda)} X_{vv}^{(+)}(n) & G_{np}^{(\lambda)} X_{vv}^{(+)}(n) \\ G_p^{(\lambda)} X_{vv}^{(-)}(p) - 1 & G_{np}^{(\lambda)} X_{vv}^{(+)}(p) & G_p^{(\lambda)} X_{vv}^{(+)}(p) \\ G_{np}^{(\lambda)} X_{vv}^{(+)}(n) & G_n^{(\lambda)} X_{vv}^{(+)}(n) - 1 & G_{np}^{(\lambda)} X_{vv}^{(+)}(n) \\ G_p^{(\lambda)} X_{vv}^{(+)}(p) & G_{np}^{(\lambda)} X_{vv}^{(+)}(p) & G_p^{(\lambda)} X_{vv}^{(+)}(p) - 1 \end{array} \right| = 0. \quad (52)$$

Выпишем выражения для функций $X(n, p)$:

$$X_{uv}^{(+)}(n, p) = \frac{1}{\hat{\lambda}^2} \sum_{jj'}^{n,p} \frac{(f_{jj'}^{(\lambda)})^2 u_{jj'}^{(+)} v_{jj'}^{(+)}}{\varepsilon_{jj'}^2 - \omega_{\lambda i}^2} \omega_{\lambda i};$$

$$X_{uv}^{(-)}(n, p) = \frac{1}{\hat{\lambda}^2} \sum_{jj'}^{n,p} \frac{(f_{jj'}^{(\lambda)})^2 u_{jj'}^{(+)} v_{jj'}^{(-)} \varepsilon_{jj'}}{\varepsilon_{jj'}^2 - \omega_{\lambda i}^2};$$

$$X_{vv}^{(\pm)}(n, p) = \frac{1}{\hat{\lambda}^2} \sum_{jj'} \frac{(f_{jj'}^{(\lambda)}) v_{jj'}^{(\pm)} v_{jj'}^{(\mp)} \varepsilon_{jj'}}{\varepsilon_{jj'}^2 - \omega_{\lambda i}^2};$$

$$X_{vv}^{(+)}(n, p) = \frac{1}{\hat{\lambda}^2} \sum_{jj'} \frac{(f_{jj'}^{(\lambda)})^2 v_{jj'}^{(+)} v_{jj'}^{(-)}}{\varepsilon_{jj'}^2 - \omega_{\lambda i}^2} \omega_{\lambda i};$$

$X_M(n, p)$ определена в (23). Выражения для нейтронных амплитуд $\psi_{jn,j'_n}^{\lambda i}$, $\varphi_{jn,j'_n}^{\lambda i}$ получаются следующие:

$$\left. \begin{aligned} \psi_{jn,j'_n}^{\lambda i} &= \frac{\mathcal{M} f_{jn,j'_n}^{(\lambda)}}{\varepsilon_{jn,j'_n} - \omega_{\lambda i}} \{ u_{jn,j'_n}^{(+)} [(\kappa_0^{(\lambda)} + \kappa_1^{(\lambda)}) A_{11} + \\ &+ (\kappa_0^{(\lambda)} - \kappa_1^{(\lambda)}) A_{12}] + v_{jn,j'_n}^{(-)} [G_n^{(\lambda)} A_{13} + G_{np}^{(\lambda)} A_{14}] + v_{jn,j'_n}^{(+)} [G_n^{(\lambda)} A_{15} + G_{np}^{(\lambda)} A_{16}] \}; \\ \varphi_{jn,j'_n}^{\lambda i} &= \frac{\mathcal{M} f_{jn,j'_n}^{(\lambda)}}{\varepsilon_{jn,j'_n} + \omega_{\lambda i}} \{ u_{jn,j'_n}^{(+)} (\kappa_0^{(\lambda)} + \kappa_1^{(\lambda)}) A_{11} + (\kappa_0^{(\lambda)} - \kappa_1^{(\lambda)}) A_{12}] + \\ &+ v_{jn,j'_n}^{(-)} [G_n^{(\lambda)} A_{13} + G_{np}^{(\lambda)} A_{14}] - v_{jn,j'_n}^{(+)} [G_n^{(\lambda)} A_{15} + G_{np}^{(\lambda)} A_{16}] \}, \end{aligned} \right\} \quad (53)$$

где A_{ik} — алгебраические дополнения определителя (52).

На примере уравнения (52) видно, как усложняется задача нахождения структуры и энергий однофононных состояний при учете все большего и большего числа компонент остаточного взаимодействия. Если, например, теперь учесть еще и спин-мультипольную составляющую остаточных сил, то секулярное уравнение примет вид равенства нулю детерминанта восьмого порядка.

Вопрос о роли мультипольного спаривания не исследован, на наш взгляд, с исчерпывающей глубиной, хотя изучался во многих работах, и квадрупольное спаривание прочно вошло в аппарат так называемой теории ядерных полей [8]. Абсолютное большинство работ посвящено изучению влияния мультипольного спаривания на нижайшие ядерные возбуждения. Наиболее часто в конкретных расчетах использовали силы с $G_n^{(\lambda)} = G_p^{(\lambda)} = G_{np}^{(\lambda)}$. В этом случае уравнение (52) заметно упрощается, сводясь к условию равенства нулю детерминанта четвертого порядка. Расчеты, выполненные в таком предположении, показали, что взаимодействие в канале частица — частица уменьшает вероятность перехода из основного состояния на нижайшие вибрационные уровни сферических ядер [36, 38]. Если, например, усиливать квадрупольное взаимодействие в канале частица — частица и одновременно менять константу $\kappa_0^{(2)}$ таким образом, чтобы энергия 2_1^+ -уровня оставалась все время равной экспериментальной величине, мы получим картину изменения $B(E2, 0_{g.s.}^+ \rightarrow 2_1^+)$, изображенную на рис. 20. Если вспомнить, что с одними только силами в канале частица — дырка значения $B(E2, 0_{g.s.}^+ \rightarrow 2_1^+)$ часто получаются завышенными (см. разд. 2 и рис. 3), то возникает надежда, что с помо-

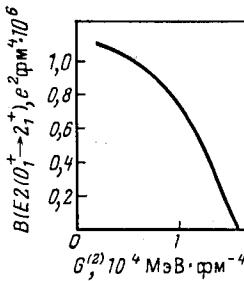


Рис. 20. Зависимость величины $B(E2, 0_{g.s.}^+ \rightarrow 2_1^+)$ от константы $G(2)$ в ^{120}Te . Константа $\kappa_0^{(2)}$ меняется одновременно с $G(2)$ так, что $\omega_{2_1^+} (\kappa_0^{(2)}, G(2)) = E(2_1^+)_\text{эксп}$

шью квадрупольного спаривания можно одновременно описать и энергии, и вероятности возбуждения 2_1^+ -уровней. Но надо иметь в виду, что вероятность перехода из основного на 2_1^+ -состояние заметно уменьшается при учете ангармонических поправок. Кроме того, сильная редукция $B(E2)$ величин происходит не при любом выборе констант $G^{(2)}$. Основную роль в уменьшении $B(E2)$ играет нейтрон-протонное квадрупольное взаимодействие в канале частица — частица [40], и при выборе констант $G_{np}^{(2)}$ из условия градиентной инвариантности ($G_{np}^{(2)} = 0$) значения $B(E2)$ меняются несущественно.

Влияние мультипольного спаривания на более высоколежащие уровни практически не изучено. Расчеты [57] для изотопов $^{144-150}\text{Sm}$, выполненные в предположении $G_n^{(2)} = G_p^{(2)} = G_{np}^{(2)}$, показали, что происходит незначительная «деконцентрация» силы $E2$ -переходов в резонансных областях. Она более заметна в полумагнитических ядрах. Можно предполагать, что взаимодействие в канале частица — частица будет важным для правильного описания вероятности возбуждения так называемых глубоколежащих двухдырочных состояний в реакциях передачи двух нуклонов [58]. Будем надеяться, что изучение этого вопроса поможет сделать и более определенные заключения о самом взаимодействии.

7. ОБЛАСТЬ ПРИМЕНИМОСТИ ПРИБЛИЖЕНИЯ СЛУЧАЙНОЙ ФАЗЫ В СФЕРИЧЕСКИХ ЯДРАХ

Структура наших базисных состояний рассчитывается в ПСФ. Ясно поэтому, что от того, насколько хорошо работает данное приближение, зависит «качество» нашего базиса и, в конечном счете, возможность его использования. Условием применимости ПСФ является малость числа квазичастиц в основном (бесфононном) состоянии ядра, т. е. следует рассчитать в разных ядрах величину $\langle \Psi_0 | \sum_m \alpha_{jm}^+ \alpha_{jm}^- | \Psi_0 \rangle$ или, если нормировать ее на единицу

$$n_j = \hat{j}^{-1} \langle \Psi_0 | B(jj00) | \Psi_0 \rangle. \quad (54)$$

Выражение для n_j просто получить из (54), или выразив функцию Ψ_0 через квазичастичный вакуум Ψ_{00} и операторы $A^+(jj'\lambda\mu)$, $A(jj'\lambda\mu)$ [59], или, наоборот, выразив оператор $B(jj'\lambda\mu)$ через операторы фононов и усреднив по Ψ_0 . Результат получается следующим:

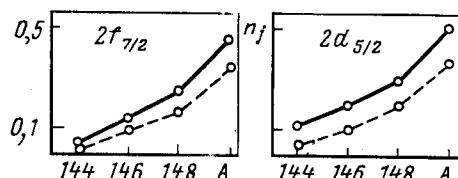
$$n_j = \frac{1}{\hat{j}^2} \sum_{\lambda} \hat{\lambda}^2 \sum_{j'i} (\phi_{jj'}^{\lambda i})^2. \quad (55)$$

Из общих соображений можно ожидать, что наибольший вклад в n_j будут давать низколежащие вибрационные возбуждения, поскольку у них наибольшие обратные амплитуды $\phi_{jj'}^{\lambda i}$. Так как $\phi_{jj'}^{\lambda i} \sim (e_{jj'} + \omega_{\lambda i})^{-1}$, то с ростом i , т. е. энергии возбуждения, фононы будут

давать в n_j все меньший и меньший вклад. Вклад спин-мультипольных фононов будет меньше, чем мультипольных, так как колективные спин-мультипольные фононы имеют относительно большие энергии возбуждения. Заметим, что фононы с энергиями $\omega_{\lambda i} \geq 10$ МэВ имеют столь малые амплитуды $\varphi_{jj'}$, что являются по-существу тамм-данковскими фононами.

Эти соображения вполне подтверждаются расчетами, которые были проделаны в [59] для цепочки четных изотопов $^{144-150}\text{Sm}$. Константы $\kappa_0^{(2)}$ и $\kappa_0^{(3)}$ были определены здесь по вероятностям переходов

Рис. 21. Число квазичастиц n_j на оболочках $(2f_{7/2})_n$ и $(2d_{5/2})_p$ в основных состояниях изотопов Sm: штриховая линия — вклад только 2^+_1 - и 3^-_1 -фононов; сплошная линия — сумма по всем фононам



$B(E2)$ и $B(E3)$ (энергии 2^+_1 - и 3^-_1 -уровней были завышены), но общие выводы справедливы и при другом выборе констант. Состояния 2^+_1 - и 3^-_1 -дают более 50% вклада в величину n_j , что хорошо демонстрирует рис. 21, на котором изображены значения n_j для подоболочек $(2f_{7/2})_n$ и $(2d_{5/2})_p$. Вклад колективных состояний из резонансных областей ничтожен — он не превышает десятых процента. Из рис. 21 видно, что значения n_j растут в цепочке изотопов Sm с ростом A . Это понятно, так как, двигаясь от ^{144}Sm к ^{150}Sm , мы переходим от сферических ядер к ядрам переходным, ядрам, в которых энергии первых вибрационных состояний малы, а вероятности $B(E\lambda)^\uparrow$ для них велики. В структуре однофононных 2^+_1 - и 3^-_1 -состояний этих ядер значения $\varphi_{jj'}$, достигают 0,2—0,6. Значения n_j для оболочек вблизи поверхности Ферми (табл. 4) в ^{150}Sm достаточно велики, и в $^{148-150}\text{Sm}$ ПСФ уже неприменимо. Если выбирать $\kappa_0^{(2)}$ и $\kappa_0^{(3)}$ по энергиям 2^+_1 - и 3^-_1 -уровней, то значение n_j увеличится.

Таблица 4. Число квазичастиц n_j для подоболочек, близких к поверхности Ферми, в основных состояниях изотопов Sm

nlj		^{144}Sm	^{146}Sm	^{148}Sm	^{150}Sm	nlj		^{144}Sm	^{146}Sm	^{148}Sm	^{150}Sm
n	$2d_{3/2}$	0,05	0,06	0,06	0,05	p	$1g_{7/2}$	0,05	0,09	0,13	0,24
	$2f_{7/2}$	0,04	0,13	0,24	0,44		$2d_{5/2}$	0,11	0,20	0,29	0,49
	$1h_{9/2}$	0,02	0,03	0,04	0,06		$1h_{11/2}$	0,06	0,10	0,14	0,21
	$3p_{3/2}$	0,03	0,06	0,12	0,26		$3s_{1/2}$	0,09	0,10	0,14	0,27
	$1i_{13/2}$	0,02	0,04	0,05	0,08						

Как мы видели в разд. 6, мультипольные спаривательные силы с достаточно большой константой $G_{np}^{(\lambda)}$ вызывают заметное уменьшение вероятностей $B(E\lambda, 0_{g.s.}^+ \rightarrow \lambda_i^\pi)$. В результате соответственным выбором $G^{(\lambda)}$ и $\kappa_0^{(\lambda)}$ можно добиться одновременного совпадения с экспериментальными значениями энергий и вероятностей $E\lambda$ -возбуждения 2_1^+ - и 3_1^- -уровней. Возникает естественный вопрос, что происходит в этом случае с величинами n_j ? Ответ был дан в [60], где снова в качестве примера расчеты были сделаны для изотопов Sm. Значения n_j для некоторых состояний, близких к поверхности Ферми, даны в табл. 5. Здесь же приведены n_j , рассчитанные с $G^{(\lambda)} = 0$ и $\kappa_0^{(\lambda)}$,

Таблица 5. Числа квазичастиц n_j для некоторых подоболочек, рассчитанные с учетом мультипольного спаривания

$n l j$	144Sm				146Sm				148Sm				150Sm			
	$G^{(\lambda)} = 0$				$G^{(\lambda)} = 0$				$G^{(\lambda)} = 0$				$G^{(\lambda)} = 0$			
	$\omega_{\lambda 1} = \omega_{\text{эксп}}$	$B(E\lambda) = B(E\lambda)_{\text{эксп}}$	$G^{(\lambda)} \neq 0$		$\omega_{\lambda 1} = \omega_{\text{эксп}}$	$B(E\lambda) = B(E\lambda)_{\text{эксп}}$	$G^{(\lambda)} \neq 0$		$\omega_{\lambda 1} = \omega_{\text{эксп}}$	$B(E\lambda) = B(E\lambda)_{\text{эксп}}$	$G^{(\lambda)} \neq 0$		$\omega_{\lambda 1} = \omega_{\text{эксп}}$	$B(E\lambda) = B(E\lambda)_{\text{эксп}}$	$G^{(\lambda)} \neq 0$	
$n 2f_{7/2}$	0,04	0,016	0,027	0,25	0,09	0,10	0,47	0,17	0,18	0,70	0,35	0,41				
$n 1h_{9/2}$	0,014	0,005	0,01	0,03	0,01	0,01	0,05	0,02	0,02	0,09	0,04	0,04				
$n 3p_{1/2}$	0,02	0,006	0,013	0,09	0,03	0,04	0,19	0,07	0,09	0,39	0,21	0,28				
$p 1g_{7/2}$	0,04	0,01	0,008	0,12	0,05	0,04	0,21	0,08	0,07	0,36	0,18	0,20				
$p 2d_{5/2}$	0,12	0,03	0,02	0,33	0,12	0,11	0,51	0,18	0,19	0,78	0,37	0,44				
$p 1h_{11/2}$	0,06	0,02	0,01	0,15	0,05	0,06	0,23	0,18	0,10	0,33	0,15	0,20				

подбиравшейся двояким образом: по совпадению экспериментальных и теоретических энергий уровней и по совпадению экспериментальных и теоретических вероятностей $B(E\lambda) \uparrow *$. Сравнение всех трех значений n_j показывает, что учет сил спаривания с $\lambda \neq 0$ приводит практически к тем же последствиям, что и уменьшение $\kappa_0^{(2)}$. Можно, конечно, говорить о некотором расширении области применимости ПСФ, но следует иметь в виду все оговорки и сомнения, высказанные по поводу выбора констант $G^{(\lambda)}$ в разд. 6.

Таким образом, если считать результаты для изотопов Sm типичными, то ПСФ в чистом виде применимо в довольно небольшом числе сферических ядер. По существу уже в ^{148}Sm значения n_j достигают 0,3,

* Так как в [60] учитывался вклад в n_j только 2_1^+ - и 3_1^- -состояний, сравнение с данными [59] (см. табл. 4) затруднительно.

что вряд ли можно считать величиной много меньше единицы, а это ядро удалено от полумагического ^{144}Sm всего на четыре нуклона. Хорошим качественным показателем применимости ПСФ является энергия 2_1^+ -уровня. Пример изотопов Sm показывает, что в ядрах с $E(2_1^+) \leq 0,5$ МэВ поправки к ПСФ будут велики, и различные бозонные (или фононные) разложения будут плохо сходиться. Надо искать другие подходы.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В настоящей работе мы не ставили своей целью описать какие-либо конкретные экспериментальные данные. Мы намеренно сосредоточили свое внимание на предметах формальных и методических с тем, чтобы прояснить главное: что такое фононный базис квазичастиочно-фононной модели ядра, какова структура и свойства входящих в него фононов и как они вычисляются. Как рассмотренные нами свойства однофононных состояний проявляются в спектрах ядер, будет освещено в дальнейшем.

Авторы выражают глубокую благодарность за сотрудничество, помощь и предоставление некоторых материалов В. Ю. Пономареву, Нгуен Динь Тхао и Нгуен Динь Дангу.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Соловьев В. Г. Теория сложных ядер. М., Наука, 1971.
2. Григорьев Е. П., Соловьев В. Г. Структура четных деформированных ядер. М., Наука, 1974.
3. Соловьев В. Г.— Изв. АН СССР, сер. физ., 1971, т. 35, с. 666; Soloviev V. G., Malov L. A.— Nucl. Phys. A, 1972, v. 196, p. 443; Soloviev V. G.— Nukleonika, 1979, v. 23, p. 1149.
4. Соловьев В. Г.— ЭЧАЯ, 1978, т. 9, с. 810.
5. Малов Л. А., Соловьев В. Г.— ЭЧАЯ, 1980, т. 11, с. 301.
6. Voronov V. V.— In: Neutron Induced Reactions. Ed. I. Ribanský, E. Beťák. Bratislava, VEDA, 1980, p. 291. Вдовин А. И.— Изв. АН СССР, сер. физ., 1979, т. 43, с. 2018; Стоянов Ч.— Изв. АН СССР, сер. физ., 1981, т. 45, с. 1820.
7. Balashov V. V.— Nucl. Phys., 1963, v. 40, p. 93; Le Tourneau J.— Phys. Lett., 1964, v. 13, p. 325; Danos M., Greiner W.— Phys. Lett., 1964, v. 8, p. 113.
8. Reinhardt H.— Nucl. Phys. A, 1975, v. 251, p. 317; Bortignon P. F. e.a.— Phys. Reports C, 1977, v. 30, p. 305; Bortignon P. F., Broglia R.— Nucl. Phys. A, 1981, v. 371, p. 405.
9. Zhivopistsev F. A. e.a.— Phys. Lett. B, 1970, v. 31, p. 347; Живописцев Ф. А., Шитикова К. В.— Ядерная физика, 1972, т. 16, с. 42; Живописцев Ф. А., Лукашев А. В., Шитикова К. В.— Ядерная физика, 1976, т. 23, с. 557.
10. Jolos R. V. e.a.— Z. Phys. A, 1980, Bd 295, S. 147; Chan Zuy Khuong, Soloviev V. G., Voronov V. V.— J. Phys. G: Nucl. Phys., 1981, v. 7, p. 151.
11. Dehesa J. S. Ph. D. thesis. Rheinischen Friedrich-Wilhelms-Universität zu Bonn, 1977.
12. Чепурнов В. А.— Ядерная физика, 1967, т. 16, с. 955.
13. Takeuchi K., Moldauer P. A.— Phys. Lett. B, 1969, v. 28, p. 384.
14. Саперштейн Э. Е., Фаянс С. А., Ходель В. А. Препринт ИАЭ-2580, 1976;— ЭЧАЯ, 1978, т. 9, с. 221; Bertsch G. F., Tsai S. P.— Phys. Reports C, 1975, v. 18, p. 126.
15. Гиззаткулов М. Х. и др.— Сообщение ОИЯИ, Р11-10029, Дубна, 1976.

16. Bang J. e.a.— Nucl. Phys. A, 1976, v. 261, p. 59.
17. Соловьев В. Г. Теория атомного ядра. Ядерные модели. М., Энергоиздат, 1981.
18. Meuer D. e.a.— Nucl. Phys. A, 1980, v. 349, p. 309.
19. Пальчик В. В., Пятов Н. И., Фаянс С. А.— Ядерная физика, 1981, т. 34, с. 903; Препринт ОИЯИ, Р4-81-475, Дубна, 1981.
20. Воронов В. В., Чав Зуй Кхьонг.— Изв. АН СССР, сер. физ., 1981, т. 45, с. 1910; Воронов В. В., Соловьев В. Г., Стоянов Ч.— Препринт ОИЯИ, Е4-82-389, Дубна, 1982.
21. Соловьев В. Г. Влияние парных корреляций сверхпроводящего типа на свойства атомных ядер. М., Госатомиздат, 1963; Малов Л. А., Соловьев В. Г., Христов И.— Ядерная физика, 1967, т. 6, с. 1186; Вдовин А. И., Комов А. Л., Малов Л. А.— Препринт ОИЯИ, Р4-5125, Дубна, 1970.
22. Kämpfer W., Huber M. G.— Phys. Rev. C, 1976, v. 14, p. 2254.
23. Бор О., Моттельсон Б. Структура ядра. Т. 1. Пер. с англ. М., Мир, 1971.
24. Бор О., Моттельсон Б. Структура ядра. Т. 2. Пер. с англ. М., Мир, 1977.
25. Dussel G. G., Perazzo R. P. J., Reich S. L.— Phys. Rev. C, 1980, v. 22, p. 22.
26. Bes D. R., Broglia R., Nilsson B. S.— Phys. Reports C, 1975, v. 16, p. 1.
27. Peterson D. F., Veje C. J.— Phys. Lett. B, 1967, v. 24, p. 449.
28. Pyatov N. I., Salamov D. I.— Nukleonika, 1977, v. 22, p. 127.
29. Castel B., Hamamoto I.— Phys. Lett. B, 1976, v. 65, p. 27.
30. Hsi-chien Chang.— Phys. Lett. B, 1977, v. 69, p. 272.
31. Ponomarev V. Yu., Vdovin A. I. Сообщение JINR, Е4-81-769, Dubna, 1981.
32. Ponomarev V. Yu. e.a.— Nucl. Phys. A, 1979, v. 323, p. 446.
33. Вдовин А. И. и др.— Ядерная физика, 1979, т. 30, с. 923; Ponomarev V. Yu. e.a.— Phys. Lett. B, 1980, v. 97, p. 4.
34. Беляев С. Т.— Ядерная физика, 1966, т. 4, с. 936.
35. Birbrair B. L. e.a.— Nucl. Phys. A, 1970, v. 145, p. 129.
36. Toki H., Sano M.— Osaka University, Lab. of Nucl. Studies Reports, OULNS 73—61.
37. Bes D. R. e.a.— Phys. Lett. B, 1972, v. 40, p. 338; Ragnarsson I., Broglia R. A.— Nucl. Phys. A, 1976, v. 263, p. 315.
38. Вдовин А. И. и др.— Изв. АН СССР, сер. физ., 1976, т. 40, с. 2183.
39. Vdovin A. I. e.a.— Nukleonika, 1977, v. 22, p. 663.
40. Дамбасурен Д.— Изв. АН СССР, сер. физ., 1977, т. 41, с. 1281.
41. Нгуен Динь Данг, Пономарев В. Ю. Препринт ОИЯИ, Р4-81-683, Дубна, 1981.
42. Soloviev V. G., Stoyanov Ch., Vdovin A. I.— Nucl. Phys. A, 1978, v. 304, p. 503.
43. Soloviev V. G., Vdovin A. I.— In: Proc. of the EPS Topical Conference on Large Amplitude Collective Nuclear Motions. Keszthely, Hungary, June 1979. Eds. A. Kiss, J. Nemeth, J. Zimanyi. V. 1, p. 131.
44. Fedotov S. I. e.a. Selected Topics in Nuclear Structure. V. 1, p. 120; Preprint JINR D-9682, Dubna, 1976.
45. Hamamoto I.— In: Proc. Intern. Conf. Nucl. Structure Studies Using Electron Scattering and Photoreaction, Sendai, 1972. Ed. K. Shoda, H. Ui.
46. Афанасьев Г. Н., Шилов В. М.— Препринт ОИЯИ, Р4-10497, Дубна, 1977.
47. Lee H. C. Preprint of Chalk River Nuclear Laboratories. AECL—4839, Chalk River, Ontario, 1975.
48. Пономарев В. Ю., Вдовин А. И.— Сообщение ОИЯИ, Р4-80-392, Дубна, 1980.
49. Вдовин А. И., Стоянов Ч., Юдин И. П.— Изв. АН СССР, сер. физ., 1978, т. 42, с. 2004.
50. Вдовин А. И., Стоянов Ч., Юдин И. П.— Сообщение ОИЯИ, Р4-11081, Дубна, 1977.

51. Вдовин А. И. и др.— Ядерная физика, 1981, т. 34, с. 1009.
52. Ропомарев V. Yu., Stoyanov Ch., Vdovin A. I.— J. Phys. G: Nucl. Phys., 1982, v. 8, p. L77.
53. Вдовин А. И., Пономарев В. Ю., Стоянов Ч.— Препринт ОИЯИ, Р4-81-740, Дубна, 1981.
54. Кузьмин В. А., Соловьев В. Г.— Ядерная физика, 1982, т. 35, с. 620.
55. Sorensen R.— Arkiv Fysik, 1967, Bd 36, S. 657; Gabrakov S. I., Kuliev A. A., Ryatov N. I.— Phys. Lett. B, 1971, v. 36, p. 275.
56. Урин М. Г.— ЭЧАЯ, 1980, т. 11, с. 991.
57. Нгуен Динь Тхао, Стоянов Ч.— Препринт ОИЯИ, Р4-82-30, Дубна, 1982.
58. Crawley G. M. e.a.— Phys. Rev. C, 1981, v. 23, p. 589; Struble G. L. e.a Phys. Rev. C, 1981, v. 23, p. 2447.
59. Соловьев В. Г., Стоянова О., Стоянов Ч.— Изв. АН СССР, сер. физ., 1980, т. 44, с. 1938.
60. Стоянова О.— Сообщение ОИЯИ, Р4-81-477, Дубна, 1981.