

УДК 539.12.128

# ПОЛЯРИЗАЦИОННЫЕ ЯВЛЕНИЯ В АДРОННЫХ СОУДАРЕНИЯХ ПРИ ПРОМЕЖУТОЧНЫХ ЭНЕРГИЯХ

*Л. И. Лапидус*

Объединенный институт ядерных исследований, Дубна

Поляризационные явления в адронных соударениях рассмотрены феноменологически с учетом релятивистских кинематических эффектов. Вводятся основные понятия поляризационной физики для частиц спина 1/2 и 1. Обсуждается двухчастичная реакция общего вида для частиц произвольного спина. Описано поведение поляризации в электромагнитном поле. Рассматриваются поляризационные параметры для барионов и дейtronов в упругом рассеянии и в реакции  $p + p \rightarrow d + \pi^+$ . Обсуждается проявление несохранения четности в полных сечениях взаимодействия поляризованных барионов. Дан краткий обзор поляризационных экспериментов, проведенных при промежуточных энергиях за последние 3,5 года.

Polarization phenomena with relativistic kinematical effects are considered phenomenologically. Basic notions of the polarization physics for spins 1/2 and 1 particles are introduced. The general case of the two particle → two particle reaction for arbitrary particles spins is considered. The behaviour of polarization in electromagnetic field is discussed. Polarization parameters for baryons and deuterons in elastic scattering and in a process like  $p p \rightarrow d + \pi^+$  are described. We consider parity nonconservation effects in the total cross sections for polarized particles. The short review of the last 3,5 years polarization experiments in intermediate energy region is given.

## ВВЕДЕНИЕ

В последние годы все больше осознается необходимость изучения зависимости взаимодействия частиц и атомных ядер от спинов сталкивающихся систем. Исследования зависящих от спинов наблюдаемых величин позволяют непосредственно устанавливать (проверять) общие свойства симметрии взаимодействия, определять квантовые числа вновь рождающихся частиц и проводить критические проверки приближенных моделей.

Развитие в последние годы техники поляризованных водород-содержащих мишней и мишней из более тяжелых атомных ядер,

ускорения поляризованных частиц и удержания в ускорителях и накопителях поляризации инжектированных частиц, создания поляризованных пучков барионов, лептонов и  $\gamma$ -квантов вместе с развитием описания поляризационных явлений заметно увеличило интерес к физике поляризационных явлений [1, 2].

В области так называемых промежуточных энергий в 100—1000 МэВ создание сильноточных ускорителей нового поколения привело к значительному увеличению объема весьма точных новых данных о пион-нуклонном и особенно нуклон-нуклонном взаимодействии, где спиновые эффекты оказываются наиболее существенными. Спиновая зависимость самым детальным образом исследуется в упругом рассеянии. Проводятся систематические исследования поляризационных эффектов в процессах рождения пионов в нуклон-нуклонных и пион-нуклонных соударениях. Здесь выделяются исследования процесса  $p + p \rightarrow d + \pi^+$ . Новые возможности для проведения поляризационных исследований созданы в результате ускорения поляризованных дейtronов до 10 ГэВ/с в Дубне [3].

Настоящий обзор посвящен феноменологии поляризационных явлений с адронами промежуточных энергий. Особый акцент сделан на специфические релятивистские эффекты поворота спина, которые наряду с привычной релятивистской кинематикой необходимо учитывать и при промежуточных энергиях частиц, если точность данных опыта высока. Затем обсуждаются особенности поляризационных экспериментов в процессах упругого рассеяния пионов нуклонами и нуклонов нуклонами, в реакции  $p + p \rightarrow d + \pi^+$ . Приводятся некоторые сведения об описании спиновых эффектов с дейтронами.

Во многом настоящая работа является продолжением обзора [4].

Интересные вопросы изучения спиновых эффектов при высоких энергиях, в процессах фоторождения пионов, а также в электрослабых взаимодействиях частично рассматривались в других работах [5].

Значительный интерес к изучению спиновых эффектов в  $NN$ -взаимодействии связан с исследованием вопроса о существовании дифтонионных резонансов [6]. При изучении упругого  $pp$ -рассеяния впервые произведено прямое восстановление амплитуд рассеяния с высокой точностью [7]. Проводится [8] подробное изучение процесса  $p + p \rightarrow d + \pi^+$  с поляризованными пучком и мишенью. Начались исследования поляризационных явлений в процессах  $N + N \rightarrow N + N + \pi$ .

## 1. СПИН

**Спин в нерелятивистской квантовой механике [9].** Задание значений орбитального момента и его проекции на некоторую ось  $z$  определяет все свойства симметрии волновой функции частицы относительно вращений. Общая формулировка этих свойств сводится

к указанию закона преобразования волновых функций при поворотах системы координат. Произвольный поворот, меняющий направление оси  $z$ , приводит к тому, что проекция момента на ось  $z$  волновой функции  $\Psi_{JM}$  частицы с заданными значениями момента  $J$  и его проекции  $M$  не будет иметь определенного значения. При поворотах системы координат  $2J + 1$  функция  $\Psi_{JM}$  преобразуется друг через друга. Закон этого преобразования полностью определяется значениями  $J$ .

При рассмотрении движения частицы как целого необходимо наряду с ее координатами приписывать ей проекцию ее внутреннего момента на некоторое избранное направление в пространстве. Таким образом, в квантовой механике частице следует приписывать некоторый «собственный» момент, не связанный с ее движением в пространстве. Собственный момент частицы называют ее спином. Спин частицы в единицах  $\hbar$  обозначается  $s$ .

Для частиц с отличным от нуля спином описание состояния должно определять не только вероятности ее различных положений в пространстве, но и вероятности различных возможных ориентаций ее спина. Таким образом, волновая функция должна зависеть не только от координат частицы, но и от дискретной спиновой переменной  $\sigma$ , указывающей значение проекции спина на некоторое избранное направление в пространстве.

Пусть  $\Psi(\mathbf{r}, \sigma)$  — такая волновая функция. Оператор спина преобразует друг через друга компоненты волновой функции с различными значениями переменной  $\sigma$ . Операторы  $\hat{S}_x$ ,  $\hat{S}_y$ ,  $\hat{S}_z$  удовлетворяют таким же условиям коммутации, что и операторы орбитального момента:

$$[\hat{S}_y, \hat{S}_z] = i\hat{S}_x; [\hat{S}_z, \hat{S}_x] = i\hat{S}_y; [\hat{S}_x, \hat{S}_y] = i\hat{S}_z. \quad (1)$$

Собственные значения оператора проекции спина образуют последовательность чисел, отличающихся на единицу. Последовательность собственных значений  $S_z$  ограничена сверху и снизу значениями, одинаковыми по абсолютной величине и противоположными по знаку  $\pm s$ . Разность  $2s$  между наибольшим и наименьшим значениями является целым числом или нулем. Следовательно,  $s$  может принимать целые (включая нуль) и полуцелые значения.

Собственные значения квадрата спина равны  $s(s + 1)$ . При заданном  $s$  компонента  $S_z$  может принимать  $2s + 1$  значение:  $s, s - 1, \dots, -s$ . Следовательно, волновая функция частицы со спином  $s$  имеет  $2s + 1$  компоненту.

**Оператор спина.** Операторы полного момента частицы удовлетворяют тем же правилам коммутации, что и операторы орбитального момента или спина. Матричные элементы матриц  $\hat{S}_i$  ( $i = x, y, z$ ) совпадают с матричными элементами матриц оператора момента

количество движения  $\hat{L}_i$ :

$$\left. \begin{aligned} (\hat{S}_x)_{\sigma, \sigma-1} &= (\hat{S}_x)_{\sigma-1, \sigma} = \frac{1}{2} \sqrt{(s+\sigma)(s-\sigma+1)}; \\ (\hat{S}_y)_{\sigma, \sigma-1} &= -(\hat{S}_y)_{\sigma-1, \sigma} = -\frac{i}{2} \sqrt{(s+\sigma)(s-\sigma+1)}; \\ (\hat{S}_z)_{\sigma, \sigma} &= \sigma. \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

В случае спина  $1/2$  эти матрицы двухрядны. Их записывают в виде

$$\hat{S} = \frac{1}{2} \sigma, \quad (3)$$

где

$$\sigma_x = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \quad \sigma_y = \begin{pmatrix} 0 & -i \\ i & 0 \end{pmatrix}, \quad \sigma_z = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \quad (4)$$

— матрицы Паули, которые удовлетворяют условию

$$\sigma_i \sigma_k + \sigma_k \sigma_i = 2\delta_{ik}.$$

Из этого условия и из (1) видно, что выражения, квадратичные по  $\sigma_i$ , сводятся к нулевой и первой степеням  $\sigma_i$ . Таким образом, произвольная двухрядная матрица может быть разложена на сумму единичной матрицы и трех матриц Паули.

Для частиц спина  $1$  матрицы оператора спина трехрядны. Их можно представить в виде

$$\begin{aligned} \hat{S}_x &= \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}; \quad \hat{S}_y = \frac{i}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 0 & -1 & 0 \\ 1 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}; \quad \hat{S}_z = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{pmatrix}, \\ \hat{S}_x^2 + \hat{S}_y^2 + \hat{S}_z^2 &= 2 \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}. \end{aligned} \quad (5)$$

Полная система трехрядных матриц разлагается по выражениям, содержащим не выше второй степени операторов  $\hat{S}_i$ .

Чтобы ответить на вопрос, какие степени оператора  $\hat{S}$  произвольного спина  $s$  являются независимыми, рассмотрим [9] оператор

$$(\hat{S}_z - s)(\hat{S}_z - s + 1) \dots (\hat{S}_z + s),$$

составленный из разностей  $\hat{S}_z$  и всех возможных собственных значений  $S_z$ . Этот оператор дает нуль при действии на любую волновую функцию, а поэтому сам равен нулю. Отсюда следует, что  $(\hat{S}_z)^{2s+1}$

выражаются через более низкие степени оператора  $\hat{S}_z$ , так что независимыми являются лишь его степени от 1 до  $2s$ .

**Спин в релятивистских процессах [10].** В 1927 г. Дирак показал, что в релятивистской теории спин возникает естественно и «встроен» в самые основы теории. Однако не так просто увидеть точно, как спин должен быть описан релятивистски и как его надо интерпретировать.

В квантовой механике поляризацией должно быть среднее значение оператора, коммутирующего с операторами энергии  $E$  и импульса  $P$ . Вид этого оператора рассматривался Я. И. Френкелем [11] и И. Е. Таммом [12] в 1926 и 1929 гг. соответственно. В 1942 г. его рассматривал Паули (письмо к Крамерсу) [13] (см. также работы Ю. М. Широкова [14]).

Евклидова инвариантность физики приводит к сохранению импульса и углового момента. Коммутационными соотношениями между соответствующими операторами  $P$  и  $J$  являются

$$[P_i, P_j] = 0; [J_i, J_j] = i\epsilon_{ijk}J_k; [P_i, J_j] = i\epsilon_{ijk}P_k. \quad (6)$$

Для частицы момент  $\hat{\mathbf{J}}$  можно разложить на орбитальный  $\hat{\mathbf{L}}$  и спиновый  $\hat{\mathbf{S}}$  угловые моменты:

$$\hat{\mathbf{J}} = \hat{\mathbf{L}} + \hat{\mathbf{S}}, \quad \text{где} \quad \hat{\mathbf{L}} = \hat{\mathbf{X}} \times \hat{\mathbf{P}}.$$

Так как  $P_i$  коммутируют между собой, можно измерить импульс полностью. Операторы, коммутирующие с  $P_i$ , являются функциями  $J^2$  и  $\mathbf{J} \cdot \mathbf{P} = \mathbf{P} \cdot \mathbf{J}$ . Последний оператор является псевдоскаляром. Это и есть оператор спиральности. Так как

$$\mathbf{L}\mathbf{P} = \mathbf{P}\mathbf{L} = 0, \quad (7)$$

оператор спиральности зависит только от спина  $\mathbf{JP} = \mathbf{SP}$  и является хорошим кандидатом для поляризационного оператора.

В релятивистской квантовой теории фундаментальными операторами являются генераторы неоднородных преобразований Лоренца. Их десять. Три оператора импульса  $\hat{P}_i$  и оператор Гамильтона  $\hat{P}_0$  генерируют трансляции в пространстве и во времени соответственно, и образуют 4-вектор  $\hat{P}_\mu$ , а шесть операторов  $\hat{M}^{\mu\nu} = -\hat{M}^{\nu\mu}$  генерируют однородные преобразования Лоренца. Величина  $J^k$  является пространственной частью этого тензора  $J^k = M^{ij} = -M^{ji}$  ( $ijk$  — круговая перестановка из 1, 2, 3). Операторы  $\hat{P}^\lambda$  коммутируют

$$[\hat{P}^\lambda, \hat{P}^\mu] = 0, \quad (8)$$

но  $\hat{P}^\lambda$  и  $\hat{M}^{\mu\nu}$  не коммутируют. Само разделение полного углового момента  $\hat{M}^{\mu\nu}$  на орбитальную и спиновую части непросто, так как

частица, которая покоятся в одной системе, находится в движении в другой.

Пусть  $\tilde{M}$  — тензор, дуальный  $M$ :

$$\tilde{M}_{\rho\sigma} = -\frac{1}{2}\epsilon_{\mu\nu\rho\sigma}M^{\mu\nu}.$$

Оператором поляризации является аксиальный вектор

$$\hat{W}_\sigma = -\frac{1}{2}\epsilon_{\mu\nu\rho\sigma}\hat{M}^{\mu\nu}\hat{P}^\rho. \quad (9)$$

Легко показать, что он коммутирует с  $P^\lambda$ :

$$[\hat{P}^\lambda, \hat{W}^\mu] = 0, \quad (10)$$

а

$$[\hat{W}_\lambda, \hat{W}_\mu] = i\epsilon_{\lambda\mu\rho\sigma}\hat{W}^\rho\hat{P}^\sigma. \quad (11)$$

Из антисимметрии  $\hat{M}_{\lambda\mu}$  получаем  $P\tilde{M}P = 0$  и, следовательно,

$$PW = 0. \quad (12)$$

Величины  $P^2 = P^\lambda P_\lambda$  и  $w^2 = w^\mu w_\mu$  являются единственными операторами, которые коммутируют со всеми  $P_\lambda$  и  $M^{\mu\nu}$ .

Не надо путать спин и поляризацию. Они совпадают только в системе покоя частицы с ненулевой массой. Релятивистский оператор спина, часть антисимметричного тензора  $\hat{M}^{\mu\nu}$ , не коммутирует с  $\hat{P}^\lambda$ . В отличие от этого оператор поляризации  $\hat{W}$  коммутирует с ним. Когда мы говорим о состоянии элементарной частицы с массой  $m$ , мы понимаем собственное состояние оператора  $\hat{P}_\mu\hat{P}^\mu$  с собственным значением  $m^2$ . Собственные значения оператора  $-\hat{W}^\mu\hat{W}_\mu$  равны  $m^2s(s+1)$ . Именно  $s$  означает спин частицы в релятивистской теории.

Если рассматривать действие операторов  $\hat{W}$  на состояние с импульсом  $p = 0$  (состояние в покое), то пространственные части коммутационных соотношений (11) примут вид

$$[\hat{W}_j, \hat{W}_k] = i\epsilon_{jkl}\hat{W}^\rho m = im\epsilon_{jkl}\hat{W}_l. \quad (13)$$

Следовательно, три оператора

$$\hat{S}_i = \hat{W}_i/m \quad (14)$$

удовлетворяют коммутационным соотношениям

$$[\hat{S}_j, \hat{S}_k] = i\epsilon_{jkl}\hat{S}_l, \quad (15)$$

если эти операторы действуют на состояние покоящейся частицы.

Таким образом, если  $m \neq 0$ , полный набор коммутирующих наблюдаемых величин состоит из четырех величин  $P^\mu$  и одной из величин  $w_\mu$  и  $w^2$ .

В системе покоя частицы удобно выбрать систему отсчета и классифицировать состояния частицы точно так же, как и в нерелятивистском случае, т. е. используя собственные состояния  $|ss_z\rangle$  величин  $s^2$  и  $s_z$ . Поскольку 4-вектор  $w$  ортогонален 4-импульсу частицы в системе покоя, где  $p^\mu = (m, 0)$ ,  $w^\mu = (0, \mathbf{P})$  ( $\mathbf{P}$  — поляризация в системе покоя). В произвольной системе

$$w_\mu w^\mu = -\mathbf{P}^2. \quad (16)$$

Компоненты 4-вектора  $w^\mu$  в системе отсчета, в которой частица движется со скоростью  $\mathbf{v} = \mathbf{p}/E$ , находятся преобразованием Лоренца из системы покоя и равны

$$w^0 = \frac{|\mathbf{p}|}{m} \mathbf{P}_\parallel, \quad \mathbf{w}_\perp = \mathbf{P}_\perp, \quad \mathbf{w}_\parallel = \frac{E}{m} \mathbf{P}_\parallel,$$

что можно представить в виде

$$\mathbf{w} = \mathbf{P} + \frac{\mathbf{p}(\mathbf{p}\mathbf{P})}{m(E+m)}; \quad w_0 = \frac{\mathbf{w} \cdot \mathbf{p}}{E} = \frac{\mathbf{p}\mathbf{P}}{m}; \quad w^2 = P^2 + (\mathbf{p}\mathbf{P})^2/m^2. \quad (17)$$

Отметим, что 4-вектор  $w$  со свойствами (12) и (16) для описания поляризации впервые ввел в 1929 г. И. Е. Тамм [12].

В настоящем обзоре мы не будем рассматривать процессов с  $\gamma$ -квантами и нейтрино. Отметим, однако, что в случае  $m = 0$   $p^2 = w^2 = 0$ , а  $\mathbf{p} \cdot \mathbf{w} \equiv 0$ . Можно показать, что два ортогональных на световом конусе вектора должны быть коллинеарны. Таким образом, можно записать

$$w = \lambda p, \quad (18)$$

где псевдоскаляр  $\lambda$  — спиральность частиц с нулевой массой. В этом случае все компоненты  $w$  коммутируют друг с другом.

**Преобразования спиновых состояний** [15]. При обсуждениях результатов поляризационных экспериментов часто бывает необходимо связывать физические ситуации в различных системах отсчета и в первую очередь в лабораторной (л. с. к. или  $L$ -системе) и в системе центра инерции (с. ц. и.). Поэтому надо знать, как преобразуется состояние поляризации при лоренцевых преобразованиях.

Пусть  $|\dot{p}; \lambda\rangle$  — состояние с 4-импульсом  $\dot{p} = (m, 0)$  и с компонентой спина  $\lambda$  в направлении  $z$ . Эти состояния покоя преобразуются обычным образом при вращениях

$$R |\dot{p}, \lambda\rangle = \sum_\mu D_{\mu\lambda}^s(r) |\dot{p}; \mu\rangle, \quad (19)$$

где матрицы  $D^{(s)}(r)$  осуществляют  $(2s+1)$ -мерное представление матриц вращения  $r$ . Заметим, что  $D$  является унитарной матрицей.

Определим

$$\begin{aligned} |p; \lambda\rangle &= R_{\varphi\theta_0} Z |\overset{\circ}{p}; \lambda\rangle, \\ 0 &\leqslant \theta \leqslant \pi; \\ -\pi &< \varphi \leqslant \pi, \end{aligned} \quad (20)$$

где  $Z$  — обычное преобразование Лоренца по направлению  $z$ , которое приводит к состоянию с нужной величиной импульса, но отличающимся по направлению. Вращение  $R$  с углами Эйлера  $\varphi$ ,  $\theta$  и  $0$  обеспечивает нужное направление.

Будем использовать сокращенное обозначение  $h(p)$ ,  $H(p)$  для преобразования Лоренца и соответствующего оператора

$$H(p) = R_{\varphi\theta_0} Z, \quad (21)$$

который используется в (20), чтобы образовать состояние с 4-импульсом  $p$ . Явный вид (20) определяет «спиральное» условие.

Применим к (20) оператор  $L$ , соответствующий произвольному преобразованию Лоренца  $l$ , так, что  $lp = p'$ . Конечно, по определению

$$|p'; \mu\rangle = H(p) |\overset{\circ}{p}; \mu\rangle. \quad (22)$$

Более того,

$$lp \equiv lh(p) \overset{\circ}{p} = p' = h(p') \overset{\circ}{p},$$

откуда

$$h^{-1}(p') lh(p) \overset{\circ}{p} = \overset{\circ}{p},$$

и следовательно оператор

$$r = h^{-1}(p') lh(p) \quad (23)$$

является обычным вращением. Таким образом,

$$L |p; \lambda\rangle = LH(p) |\overset{\circ}{p}; \lambda\rangle = H(p') R |\overset{\circ}{p}; \lambda\rangle, \quad (24)$$

так что, с помощью (19) получаем

$$L |p; \lambda\rangle = H(p') \sum_{\mu} D_{\mu\lambda}^s(r) |\overset{\circ}{p}; \mu\rangle = \sum_{\mu} U_{\mu\lambda}(l; p) |p'; \mu\rangle, \quad (25)$$

где

$$U(l; p) = D^s(r) = D^s\{h^{-1}(p') lh(p)\}. \quad (26)$$

Это уравнение показывает, что  $U$  унитарно.

Заметим, что такое уравнение, как  $|p; \lambda\rangle = H(p) |\overset{\circ}{p}; \lambda\rangle$ , можно интерпретировать двумя способами. Величину  $H(p)$  можно рассматривать как оператор, связывающий два разных состояния в одной системе отсчета или одно состояние в двух разных системах отсчета. При второй интерпретации мы получаем, что если состояние

$|p; \lambda\rangle$  задано в определенной системе отсчета  $\Sigma$ , то вектор состояния  $|\dot{p}; \lambda\rangle = H^{-1}(p) |p; \lambda\rangle$  описывает то же состояние в системе покоя  $\Sigma_0$  частицы. Произвольное спиновое состояние частицы с импульсом  $p$  можно записать в виде  $\Psi = \sum_{\lambda} C_{\lambda} |\dot{p}; \lambda\rangle$ . Это же состояние, как его видно в системе покоя  $\Sigma_0$ , тогда равно

$$H^{-1}(p) \Psi = \sum_{\lambda} C_{\lambda} |\dot{p}; \lambda\rangle. \quad (27)$$

Все эти уравнения означают, что:

а) компонента спина  $\lambda$  измеряется в системе покоя частицы;  
б) при измерении проекций векторов поляризаций в л. с. к., когда амплитуда реакции дается в с. ц. и., а поляризация задается в системе покоя, вся комбинация преобразований сводится к вращению, точные характеристики которого даны ниже;

в) условие, которым выбрано преобразование Лоренца  $h(p)$ , выбирает ориентацию пространственных осей  $x_0, y_0, z_0$  в системе покоя. Можно сказать, что спинор  $C = (C_s, C_{s-1}, \dots, C_{-s})$  описывает спиновое состояние относительно этих осей.

Если принять условие (20), тогда ось  $z_0$  совпадает с направлением импульса  $p$ . Говоря более точно, скорость системы отсчета  $\Sigma$ , как это видно из системы покоя  $\Sigma_0$ , является направлением отрицательной оси  $z_0$ . В то же время ось  $z_0$  выбрана так, что точки на оси  $z$  находятся в плоскости  $x_0 z_0$  (рис. 1).

Будем теперь интерпретировать преобразование Лоренца (25) таким же образом, как связывающее описание состояния  $|p; \lambda\rangle$  в системе  $\Sigma$  с описанием того же состояния в другой системе  $\Sigma'$ , где импульс равен  $p'$ . Если, исходя из системы  $\Sigma'$ , перейти к системе покоя с помощью преобразования  $h^{-1}(p')$ , то в общем случае получим набор осей  $x'_0, y'_0, z'_0$  с ориентацией, отличающейся от ориентации осей  $x_0, y_0, z_0$ . Легко видеть, что (23) является вращением от одной системы осей к другой.

Начнем с рассмотрения случая, когда  $l$  является обычным вращением. В этом случае  $\Sigma$  и  $\Sigma'$  имеют одинаковую скорость относительно системы покоя, так что в схеме «спиральности» оси  $z_0$  и  $z'_0$  совпадают. Уравнение (23) сводится тогда к вращению на угол  $\zeta$  вокруг оси  $z_0$ , а матрица  $U$  диагональна

$$U_{\mu\lambda} = \delta_{\mu\lambda} e^{-i\lambda\zeta}. \quad (28)$$

Если  $\alpha, \beta, \gamma$  являются углами Эйлера, характеризующими вращение  $l$ , то в соответствии с рис. 2  $\zeta$  дается выражением

$$\cos \zeta = (\cos \beta - \cos \theta \cos \theta') / \sin \theta \sin \theta'.$$

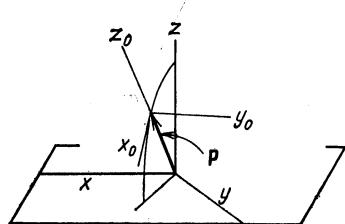


Рис. 1. Система осей, в которых задается вектор состояния при «спиральном» условии

Обратимся теперь к случаю, когда  $l$  является обычным преобразованием Лоренца по направлению  $z$ . В этом случае векторы  $p$  и  $p'$  лежат в одной плоскости с осью  $z$  и можно для простоты предположить, что этой плоскостью является плоскость  $zx$  на рис. 3. Легко

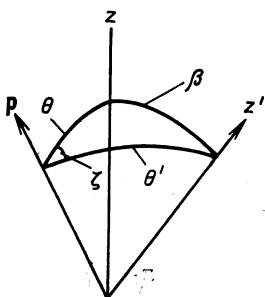


Рис. 2. Угол  $\zeta$  соответствует чистому вращению

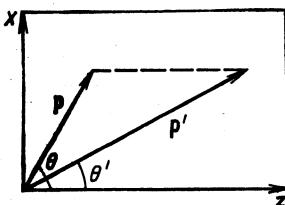


Рис. 3. Вращение импульсов при преобразовании Лоренца

видеть, что в этом случае (23) является вращением вокруг оси  $y_0$ , так что  $U$  имеет вид

$$U_{\mu\lambda}(l; p) = d_{\mu\lambda}^s(\omega), \quad (29)$$

где  $d(\omega)$  — функция поворота на угол  $\omega$  вокруг оси  $y$  в общей формуле вращения на эйлеровы углы  $\alpha, \omega, \gamma$ :

$$D_{MM'}^s(\alpha, \omega, \gamma) = e^{-i\alpha M} d_{MM'}^s(\omega) e^{-i\gamma M'}.$$

**Угол Вика.** Угол  $\omega$  равен углу между осями  $z_0$  и  $z'_0$ , т. е. углу между скоростями систем  $\Sigma$  и  $\Sigma'$ , как их видно из системы покоя частицы. Для вычисления этого угла удобно использовать релятивистское представление скоростей в плоскости  $zx$  (как они измеряются в системе отсчета  $\Sigma$ ) точками на неевклидовой плоскости (рис. 4) [16—18].

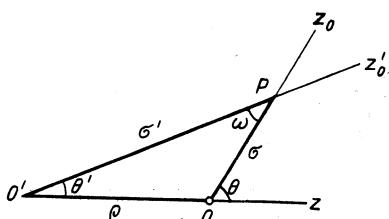


Рис. 4. Иллюстрация к вычислению угла вращения  $\omega$ , соответствующего преобразованию Лоренца на рис. 3

аналогично для скоростей  $v$  и  $v'$  частиц относительно  $\Sigma$  и  $\Sigma'$  можно записать  $v = \operatorname{th} \sigma, v' = \operatorname{th} \sigma'$ . Неевклидовые углы треугольника  $OO'P$  могут быть определены как углы между двумя скоростями, как они видны из соответствующих систем

вспомогательного представления скоростей в плоскости  $zx$  (как они измеряются в системе отсчета  $\Sigma$ ) точками на неевклидовой плоскости (рис. 4) [16—18]. Начало  $O$  представляет скорость самой системы  $\Sigma$ ;  $O'$  — скорость системы  $\Sigma'$ , движущейся вдоль отрицательной оси  $z$ , относительно  $\Sigma$ ; точка  $P$  — скорость частицы. Расстояние  $\rho$  между  $O$  и  $O'$  определено таким образом, что  $u = \operatorname{th} \rho$  — абсолютная величина

скорости  $\Sigma$  относительно  $\Sigma'$ . Аналогично для скоростей  $v$  и  $v'$  частиц относительно  $\Sigma$  и  $\Sigma'$  можно записать  $v = \operatorname{th} \sigma, v' = \operatorname{th} \sigma'$ . Неевклидовые углы треугольника  $OO'P$  могут быть определены как углы между двумя скоростями, как они видны из соответствующих систем

отсчета. С помощью формул неевклидовой геометрии

$$\operatorname{ch} \rho = \operatorname{ch} \sigma \operatorname{ch} \sigma' - \operatorname{sh} \sigma \operatorname{sh} \sigma' \cos \omega \quad (30)$$

и

$$\frac{\sin \omega}{\operatorname{sh} \rho} = \frac{\sin \theta}{\operatorname{sh} \sigma'} = \frac{\sin \theta'}{\operatorname{sh} \sigma} \quad (31)$$

можно вычислить угол  $\omega$ . Заметим, что  $\rho = u_{c.p.i.}$ ,  $\sigma' = u_L$ ,  $\sigma = u$ , где  $\operatorname{th} u = p/E$ ;  $\operatorname{th} u_L = p_L/E_L$ ;  $u_{c.p.i.} = \beta_{c.p.i.}$  — скорость частицы в с. ц. и. ( $p$ ,  $E$  — импульс и энергия в этой системе), в лабораторной системе (л. с. к.) (энергия и импульс в этой системе —  $E_L$ ,  $p_L$ ) и скорость центра инерции. Тогда из (30) и (31)

$$\left. \begin{aligned} \cos \omega &= \cos \theta \cos \theta_L + \gamma_{c.p.i.} \sin \theta \sin \theta_L; \\ \sin \omega &= \frac{m}{E} (\sin \theta \cos \theta_L - \gamma_{c.p.i.} \cos \theta \sin \theta_L), \end{aligned} \right\} \quad (32)$$

где  $\theta$  ( $\theta_L$ ) — угол рассеянной частицы в с. ц. и. (в л. с. к.), а

$$\gamma_{c.p.i.} = (1 - \beta_{c.p.i.}^2)^{-1/2}.$$

Величина  $\omega < \theta - \theta_L$ . В нерелятивистском пределе при  $\gamma_{c.p.i.} \rightarrow 1$ , как это видно из (32),  $\omega \rightarrow \theta - \theta_L$ . Тот факт, что  $\omega < \theta - \theta_L$ , является следствием того, что сумма внутренних углов треугольника  $\omega + \theta_L + (\pi - \theta) < \pi$ . Именно величина  $\Omega = \pi - [\omega + \theta_L + \pi - \theta] = \theta - \theta_L - \omega \geqslant 0$  обычно характеризует вращение Вигнера и обращается в нуль в нерелятивистском приближении. Данное выше определение используется для рассеянной частицы. Для частицы отдачи  $\Omega' = \omega' - (\theta^* - \theta_R) \leqslant 0$ , где  $\theta^* = \pi - \theta$  и  $\theta_R$  — угол отдачи в с. ц. и. л. с. к. соответственно.

Рассмотрим бинарный (двухчастичный) процесс общего вида  $A + B \rightarrow C + D$ . Обозначим  $\theta_L$  ( $\theta$ ) и  $\theta_R$  ( $\pi - \theta$ ) углы рассеянной ( $C$ ) и частицы отдачи ( $D$ ) в л. с. к. (в с. ц. и.). Тогда для  $\omega_C$  и  $\omega_D$  получим [19]

$$\left. \begin{aligned} \cos \omega_C &= \left( \frac{p_B}{p_C} \right) \left( \frac{E_C}{E_B} \right) \cos \theta_L + (m_B^2 E_C^2 - m_C^2 E_B^2) / m_B p_C p_C^L E_B; \\ \sin \omega_C &= \frac{m_C}{E_C} \{ \sin \theta \cos \theta_L - \gamma_{c.p.i.} \cos \theta \sin \theta_L \} = \\ &= \frac{m_C \beta_{c.p.i.} \gamma_{c.p.i.}}{p_C^L} \sin \theta = \left( \frac{m_C}{m_B} \right) \left( \frac{p_B}{p_C} \right) \sin \theta_L; \end{aligned} \right\} \quad (33)$$

$$\left. \begin{aligned} \cos \omega_D &= -\cos \theta \cos \theta_R + \gamma_{c.p.i.} \sin \theta \sin \theta_R = \\ &= \left( \frac{p_B}{p_D} \right) \left( \frac{E_D}{E_B} \right) \cos \theta_R + (m_B^2 E_D^2 - m_D^2 E_B^2) / m_B p_D p_D^L E_B; \\ \sin \omega_D &= \frac{m_D \beta_{c.p.i.} \gamma_{c.p.i.}}{p_D} \sin \theta = \left( \frac{m_D}{m_B} \right) \left( \frac{p_B}{p_D} \right) \sin \theta_R, \end{aligned} \right\} \quad (34)$$

где  $p_B$ ,  $p_C$ ,  $p_D$  ( $E_B$ ,  $E_C$ ,  $E_D$ ) — импульсы (энергии) частиц  $B$ ,  $C$  и  $D$  в с. ц. и., а  $p_C^L$ ,  $p_D^L$  — импульсы частиц  $C$  и  $D$  в л. с. к.

Для процессов упругого рассеяния выражения для  $\omega$  и  $\Omega$  заметно упрощаются. Так, если  $m_B = m_D$  и  $m_A = m_C$ , то из (34) для частицы отдачи

$$\omega_D = \theta_R \quad (35)$$

и

$$\Omega' = 2\theta_R - \theta^* \leqslant 0. \quad (36)$$

Если, кроме того,  $m_A = m_B$ , то из (33)

$$\omega_C = \theta_L \quad (37)$$

и для рассеянной частицы

$$\Omega = \theta - 2\theta_L \geqslant 0. \quad (38)$$

Для процесса  $p + p \rightarrow d + \pi^+$  угол Вика для дейtronов равен

$$\sin \omega_d = \frac{M_d}{M} \left[ \frac{1 - 4M^2/s}{(1 + \Delta/s)^2 - 4M_d^2/s} \right]^{1/2} \sin \theta_R, \quad (39)$$

где  $\Delta = M_d^2 - m_\pi^2$ ;  $s = 2M^2 + 2ME_L$ ;  $M_d$ ,  $M$  и  $m_\pi$  — массы дейтрана, нуклона и пиона соответственно, а  $E_L$  — полная энергия протона в л. с. к. Для угла  $\Omega'$  имеем

$$\Omega' = \omega_d + \theta_R - \theta^* \leqslant 0. \quad (40)$$

Для упругого рассеяния нуклонов ядрами

$$\sin \omega_C = \frac{M}{M_A} \sin \theta_L, \quad (41)$$

где  $M$  и  $M_A$  — массы нуклона и ядра соответственно.

**Преобразования ортов произвольной бинарной реакции.** Для произвольной бинарной реакции матрица перехода  $M$  в с. ц. и. представляется разложенной по тройке ортонормированных векторов

$$\mathbf{l} = \frac{\mathbf{k}' + \mathbf{k}}{|\mathbf{k}' + \mathbf{k}|}, \quad \mathbf{m} = \frac{\mathbf{k}' - \mathbf{k}}{|\mathbf{k}' - \mathbf{k}|}, \quad \mathbf{n} = \frac{\mathbf{k} \times \mathbf{k}'}{|\mathbf{k} \times \mathbf{k}'|}, \quad (42)$$

где  $\mathbf{k}$  и  $\mathbf{k}'$  — единичные векторы направлений относительных импульсов в начальном и конечном состояниях, а  $(\mathbf{k} \cdot \mathbf{k}') = \cos \theta$ .

Векторные и тензорные наблюдаемые величины в л. с. к. будем разлагать по тройкам ортонормированных векторов, определенных в л. с. к. Для начального состояния в качестве базиса будем использовать векторы

$$\mathbf{k} = \mathbf{k}_L, \quad \mathbf{n}, \quad \mathbf{s} = \mathbf{n} \times \mathbf{k}. \quad (43)$$

С помощью этих векторов удобно описывать поляризацию начального пучка и мишени. Поляризацию рассеянных частиц будем описывать в векторах

$$\mathbf{k}'_L, \quad \mathbf{n}, \quad \mathbf{s}' = \mathbf{n} \times \mathbf{k}'_L, \quad (44)$$

а для частиц отдачи будем использовать базисные векторы

$$\mathbf{k}''_L, \quad \mathbf{n}, \quad \mathbf{s}'' = \mathbf{n} \times \mathbf{k}''_L, \quad (45)$$

где  $\mathbf{k}'_L$  и  $\mathbf{k}''_L$  — единичные векторы направлений рассеянной частицы и частицы отдачи в л. с. к.

Нетрудно в общем случае выразить векторы  $\mathbf{k}'_L$ ,  $\mathbf{k}''_L$ ,  $\mathbf{s}'$ ,  $\mathbf{s}''$  через  $\mathbf{l}$  и  $\mathbf{m}$ :

$$\left. \begin{aligned} \mathbf{k}'_L &= \mathbf{l} \cos(\theta_L - \theta/2) + \mathbf{m} \sin(\theta_L - \theta/2); \\ \mathbf{k}''_L &= \mathbf{l} \sin(\theta^*/2 - \theta_R) - \mathbf{m} \cos(\theta^*/2 - \theta_R); \\ \mathbf{s}' &= \mathbf{m} \cos(\theta_L - \theta/2) - \mathbf{l} \sin(\theta_L - \theta/2); \\ \mathbf{s}'' &= \mathbf{m} \sin(\theta^*/2 - \theta_R) + \mathbf{l} \cos(\theta^*/2 - \theta_R); \\ (\mathbf{k}'_L \mathbf{k}''_L) &= \cos(\theta_R + \theta_L) = (\mathbf{s}' \mathbf{s}''); \quad \theta^* = \pi - \theta. \end{aligned} \right\} \quad (46)$$

Результат вращения произвольного вектора  $\mathbf{a}$  на угол  $\Omega$  вокруг нормали  $\mathbf{n}$  к плоскости реакции дается выражением

$$R_n(\Omega) \mathbf{a} = (\mathbf{a} \cdot \mathbf{n}) \mathbf{n} (1 - \cos \Omega) + \mathbf{a} \cos \Omega + \mathbf{n} \times \mathbf{a} \sin \Omega, \quad (47)$$

откуда

$$R_n(\Omega) \mathbf{l} = \mathbf{l} \cos \Omega + \mathbf{m} \sin \Omega; \quad R_n(\Omega) \mathbf{m} = \mathbf{m} \cos \Omega - \mathbf{l} \sin \Omega. \quad (48)$$

Для рассеянной частицы  $C$

$$\Omega = \theta - \theta_L - \omega_C \geqslant 0, \quad \Omega + \theta_L - \theta/2 = \frac{\theta}{2} - \omega_C, \quad (49)$$

где  $\omega_C$  — угол Вика частицы  $C$ .

Для частицы отдачи

$$\Omega' = \omega_D - \theta^* + \theta_R \leqslant 0, \quad \Omega' - \theta_R + \theta^*/2 = \omega_D - \theta^*/2, \quad (50)$$

где  $\omega_D$  — угол Вика для частицы  $D$ .

С помощью (46) и (48) получаем

$$\begin{aligned} R_n \mathbf{k}'_L &= (\mathbf{k}'_L)_R = \mathbf{l} \cos(\Omega + \theta_L - \theta/2) + \mathbf{m} \sin(\Omega + \theta_L - \theta/2) = \\ &= \mathbf{l} \cos(\theta/2 - \omega_C) + \mathbf{m} \sin(\theta/2 - \omega_C) = \\ &= \mathbf{k} \cos(\theta - \omega_C) + \mathbf{s} \sin(\theta - \omega_C); \end{aligned} \quad (51)$$

$$\begin{aligned} R_n \mathbf{k}''_L &= (\mathbf{k}''_L)_R = \mathbf{l} \sin(\omega_D - \theta^*/2) - \mathbf{m} \cos(\omega_D - \theta^*/2) = \\ &= \mathbf{k} \cos(\omega_D - \theta^*) + \mathbf{s} \sin(\omega_D - \theta^*); \end{aligned} \quad (52)$$

$$\begin{aligned} R_n \mathbf{s}' &= (\mathbf{s}')_R = \mathbf{m} \cos(\theta/2 - \omega_C) - \mathbf{l} \sin(\theta/2 - \omega_C) = \\ &= -\mathbf{k} \sin(\theta - \omega_C) + \mathbf{s} \cos(\theta - \omega_C); \end{aligned} \quad (53)$$

$$\begin{aligned} R_n(\Omega') \mathbf{s}'' &= (\mathbf{s}'')_R = \mathbf{m} \sin(\omega_D - \theta^*/2) + \mathbf{l} \cos(\omega_D - \theta^*/2) = \\ &= -\mathbf{k} \sin(\omega_D - \theta^*) + \mathbf{s} \cos(\omega_D - \theta^*). \end{aligned} \quad (54)$$

Эти формулы позволяют связать поляризационные тензоры в л. с. к. с их компонентами в с. ц. и. в релятивистском случае, когда учитывается релятивистское вращение на угол  $\Omega$ , обусловленное тем, что поляризация задается в системе покоя частицы, наблюдаемые величины определяются в л. с. к., а матрица перехода  $M$  задана в с. ц. и.

Для мезон-нуклонного рассеяния из (35) получаем

$$\left. \begin{aligned} R_n(\Omega') k_L'' &= l \sin(\theta_R - \theta^*/2) - m \cos(\theta_R - \theta^*/2) = \\ &= k \cos(\theta_R - \theta^*) + s \sin(\theta_R - \theta^*); \\ R_n(\Omega') s'' &= m \sin(\theta_R - \theta^*/2) + l \cos(\theta_R - \theta^*/2) = \\ &= -k \sin(\theta_R - \theta^*) + s \cos(\theta_R - \theta^*). \end{aligned} \right\} \quad (55)$$

При рассеянии нуклонов нуклонами (55) справедливо для частиц отдачи. Для рассеянных частиц с помощью (37) и (38) получаем

$$\left. \begin{aligned} R_n(\Omega) k'_L &= (k'_L)_R = l \cos(\theta/2 - \theta_L) + m \sin(\theta/2 - \theta_L) = \\ &= k \cos(\theta - \theta_L) + s \sin(\theta - \theta_L); \\ R_n(\Omega) s' &= (s')_R = m \cos(\theta/2 - \theta_L) - l \sin(\theta/2 - \theta_L) = \\ &= -k \sin(\theta - \theta_L) + s \cos(\theta - \theta_L). \end{aligned} \right\} \quad (56)$$

Для упругого рассеяния нуклонов ядрами справедливы (51) и (53), а угол Вика  $\omega_C$  дан в (41).

Для процесса

$$p + p \rightarrow d + \pi^+ \quad (57)$$

упрощений по сравнению с общим случаем не происходит, и для дейtronов в конечном состоянии справедливы формулы (52) и (54), где  $\omega_D$  дано в (39).

Векторы  $s''$ ,  $n$  и  $k_L''$  в (45) являются единичными векторами вдоль осей  $x$ ,  $y$  и  $z$  соответственно при вычислении средних значений тензоров  $T_{JM}$ , характеризующих состояние поляризации дейtronов в конечном состоянии реакции (57).

## 2. СПИНОВАЯ МАТРИЦА ПЛОТНОСТИ

В обычных условиях эксперимента спиновое состояние начальных и конечных частиц не может быть описано одной волновой функцией. Оно описывается матрицей плотности или «смесью» волновых функций.

Перейдем к определению матрицы плотности [4, 20, 21]. Рассмотрим пучок частиц произвольного спина с определенным импульсом. Он получается в результате взаимодействия с некоторой подсистемой. Если предположить, что вся система в целом описывается волновой функцией, то после взаимодействия, приводящего к образованию пучка, волновую функцию всей системы всегда можно представить в виде

$$\Psi(x, \sigma, \xi) = (2\pi)^{-3/2} e^{ipx} \sum_{\mu n} a_{\mu n} \chi_{\mu}(\sigma) \Psi_n(\xi) = (2\pi)^{-3/2} e^{ipx} \varphi(\sigma, \xi). \quad (58)$$

Здесь  $\chi_{\mu}(\sigma)$  — спиновые функции частиц пучка;  $\Psi_n(\xi)$  — волновые функции подсистемы, коэффициенты  $a_{\mu n}$  не зависят от времени и опре-

деляются теми взаимодействиями, которые привели к образованию пучка. Будем предполагать, что функции  $\chi_\mu(\sigma)$  и  $\Psi_n(\xi)$  ортонормированы и образуют полную систему. Состояние подсистемы нас не интересует. Поэтому при вычислении средних значений операторов, действующих на переменные  $\sigma$ , по  $\xi$  следует провести интегрирование (суммирование). Пусть  $\hat{O}$  — любой оператор, действующий на переменную  $\sigma$ . Интегрируя по  $\xi$  и предполагая, что функция  $\varphi(\sigma, \xi)$  нормирована, для среднего значения  $\langle \hat{O} \rangle$  получаем

$$\langle \hat{O} \rangle = \sum_{\mu, \mu', \sigma, \sigma'} \chi_{\mu'}^*(\sigma') O_{\sigma' \sigma} \chi_\mu(\sigma) c_{\mu \mu'}, \quad (59)$$

где

$$c_{\mu \mu'} = \sum_n a_{\mu n} a_{\mu' n}^*, \quad (60)$$

Если ввести матрицу  $\rho$  с элементами

$$\rho_{\sigma \sigma'} = \sum_{\mu, \mu'} \chi_\mu(\sigma) \chi_{\mu'}^*(\sigma') c_{\mu \mu'}, \quad (61)$$

то среднее значение оператора  $\hat{O}$  будет равно

$$\langle \hat{O} \rangle = \sum_{\sigma, \sigma'} O_{\sigma \sigma'} \rho_{\sigma \sigma'} = \text{Sp}(\hat{O}\rho). \quad (62)$$

Матрица  $\rho$  носит название матрицы плотности. Условие нормировки функции  $\varphi(\sigma, \xi)$  приводит к тому, что

$$\text{Sp} \rho = 1. \quad (63)$$

В случае, когда  $\varphi(\sigma, \xi)$  не нормирована,

$$\langle \hat{O} \rangle = \text{Sp}(\hat{O}\rho)/\text{Sp} \rho. \quad (64)$$

Среднее значение любого оператора, действующего на переменную  $\sigma$ , может быть найдено, если задана матрица плотности. Таким образом, матрица плотности (61) полностью описывает спиновое состояние частиц пучка.

Отметим, что спиновое состояние пучка может быть описано волновой функцией лишь в случае, когда волновая функция всей системы  $\varphi(\sigma, \xi)$  представима в виде произведения волновых функций, относящихся к частицам системы [одно слагаемое в разложении (58)]:

$$\varphi(\sigma, \xi) = \chi(\sigma) \Psi(\xi).$$

Матрица плотности такого состояния имеет вид

$$\rho_{\sigma \sigma'} = \chi(\sigma) \chi^*(\sigma') \quad (65)$$

и

$$\langle \hat{O} \rangle = \chi^* \hat{O} \chi. \quad (66)$$

Из (66) очевидно, что спиновое состояние пучка полностью описывается волновой функцией  $\chi$ . Такое состояние называется чистым. Перечислим основные свойства матрица плотности, вытекающие из (60), (61) и (65).

1. Матрица плотности эрмитова:

$$\rho = \rho^+, \quad (67)$$

что обеспечивает вещественность средних значений эрмитовых операторов.

2. Матрица плотности чистого состояния (65) удовлетворяет соотношению

$$\rho^2 = \rho \operatorname{Sp} \rho. \quad (68)$$

Отсюда для чистого состояния

$$\operatorname{Sp} \rho^2 = (\operatorname{Sp} \rho)^2. \quad (69)$$

3. В общем случае

$$\operatorname{Sp} \rho^2 \leq (\operatorname{Sp} \rho)^2. \quad (70)$$

При исследовании взаимодействия адронов матрицу плотности задают феноменологически.

Так как матрица плотности частиц спина  $s$  эрмитова, то в общем случае она зависит от  $(2s + 1)^2$  независимых параметров. Условие нормировки уменьшает это число на единицу, доведя его до  $4s(s+1)$ . Для  $s = 1/2$  число независимых параметров в общем случае равно трём, для  $s = 1$  — восьми.

Когда чистые спиновые состояния образуют полную ортонормированную систему, матрица плотности становится диагональной. Это означает, что функции  $\chi_s(\sigma)$  являются собственными функциями оператора  $S_z$ . В этом случае  $\rho_\sigma$  — собственные значения матрицы  $\rho$  — представляют собой заселенность каждого состояния с определенной проекцией спина  $\sigma$ :

$$\rho = \begin{pmatrix} \rho_s \\ \rho_{s-1} \\ \vdots \\ \rho_{-s} \end{pmatrix}; \quad \operatorname{Sp} \rho = \sum_{\sigma=-s}^s \rho_\sigma = 1.$$

При этом число независимых параметров уменьшается до  $2s$ . Для  $s = 1/2$  это — степень векторной поляризации. Для  $s = 1$  помимо степени векторной поляризации матрица плотности характеризуется выстроеннстью.

Для неполяризованного состояния, когда все  $\rho_\sigma$  одинаковы,

$$(\rho_{\sigma_0 \sigma})_0 = \delta_{\sigma_0 \sigma} / (2s + 1)$$

и матрица плотности кратна единичной матрице размерности  $(2s + 1)(2s + 1)$ .

**Частицы со спином 1/2.** В случае частиц со спином 1/2 матрица плотности является  $2 \times 2$ -матрицей и, следовательно, может быть разложена на единичную матрицу и матрицу Паули  $\sigma$ . В результате получаем

$$\rho = c + \sum_{i=1}^3 d_i \sigma_i, \quad (71)$$

где в силу эрмитовости  $\rho$  величины  $c$  и  $d_i$  действительны. Нормируя матрицу (71), находим, что  $c = 1/2$ . С помощью (62) и (71) получаем

$$1/2 \langle \sigma_i \rangle = \frac{1}{2} \text{Sp} (\rho \sigma_i) = d_i. \quad (72)$$

Среднее значение  $\langle \sigma_i \rangle$  в системе покоя (см. с. 501) образует псевдовектор поляризации. Вводя обозначение  $P = \langle \sigma \rangle$ , запишем матрицу (71) в виде

$$\rho = \frac{1}{2} [1 + (\sigma P)]. \quad (73)$$

Таким образом, спиновое состояние частиц со спином 1/2 полностью задается поляризацией  $P$ . Из неравенства (70) находим, что степень поляризации  $P = |\mathbf{P}|$  не превосходит единицы:

$$P \leqslant 1. \quad (74)$$

Согласно (69) степень поляризации равна единице для чистого состояния. Состояние с  $P = 0$  называется неполяризованным.

**Частицы со спином 1.** Матрица плотности может быть представлена в виде [22, 23]

$$\rho = \frac{1}{3} \left\{ 1 + \frac{3}{2} \mathbf{P} \hat{\mathbf{S}} + \sqrt{\frac{3}{2}} T_{ij} (\hat{S}_i \hat{S}_j + \hat{S}_j \hat{S}_i) \right\}, \quad (75)$$

где  $T_{ij}$  действительны, симметричны, с нулевым следом. Как отмечалось выше, слагаемые с более высокими степенями  $\hat{S}_i$  сводятся к приведенным в (75).

Матрица (75) характеризуется тремя параметрами  $P_i$  и пятью независимыми величинами  $T_{ij}$ :

$$\mathbf{P} = \langle \mathbf{S} \rangle \quad (76)$$

и

$$T_{ij} = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{3}{2}} \left\{ \langle \hat{S}_i \hat{S}_j + \hat{S}_j \hat{S}_i \rangle - \frac{4}{3} \delta_{ij} \right\}. \quad (77)$$

Степенями векторной  $P$  и тензорной  $T$  поляризаций являются

$$P = \sqrt{P^2} \quad (0 \leqslant P \leqslant 1) \quad (78)$$

и

$$T = \sqrt{\sum_{ij} (T_{ij})^2} \quad (0 \leqslant T \leqslant 1). \quad (79)$$

Можно ввести общую степень поляризации

$$d = \left[ \frac{3}{4} P^2 + T^2 \right]^{1/2}. \quad (80)$$

В условиях цилиндрической симметрии, когда ось  $z$  совпадает с направлением внешнего поля (и спина), отличны от нуля лишь два параметра поляризации. Пусть  $p_+$ ,  $p_0$  и  $p_-$  — вероятности нахождения в ансамбле частиц спина единица с проекциями спина 1, 0,  $-1$  относительно выбранной оси квантования, за которую выбирают ось  $z$ . Тогда

$$P_x = P_y = 0; \quad P_z = p_+ - p_-; \quad T_{ji} = 0 \text{ при } i \neq j$$

и

$$T_{xx} = T_{yy} = -\frac{1}{2} T_{zz}, \quad T_{zz} = \frac{1}{\sqrt{6}} (1 - 3p_0). \quad (81)$$

Степенями векторной и тензорной поляризаций тогда будут

$$P = |p_+ - p_-| \quad \text{и} \quad T = \frac{1}{2} |1 - 3p_0|. \quad (82)$$

Матрицу плотности можно представить в виде

$$\rho = \frac{1}{3} \begin{pmatrix} 1 + \frac{3}{2} P_z + \sqrt{\frac{3}{2}} T_{zz} & 0 & 0 \\ 0 & 1 - \sqrt{6} T_{zz} & 0 \\ 0 & 0 & 1 - \frac{3}{2} P_z + \sqrt{\frac{3}{2}} T_{zz} \end{pmatrix}, \quad (83)$$

а величина  $A = (1 - 3p_0)$  называется выстроенностью. Ее значение меняется от 1 до  $-2$ .

Для описания состояния поляризации дейtronов в [23] были введены спиновые тензоры  $T_{JM}$ , где

$$\left. \begin{aligned} T_{00} &= 1; \quad T_{11} = -\frac{\sqrt{3}}{2} (S_x + iS_y); \quad T_{10} = \sqrt{\frac{3}{2}} S_z; \\ T_{22} &= -\frac{\sqrt{3}}{2} (S_x + iS_y)^2; \quad T_{20} = -\frac{1}{\sqrt{2}} (3S_z^2 - 2); \\ T_{21} &= -\frac{\sqrt{3}}{2} [(S_x + iS_y) S_z + S_z (S_x + iS_y)] \end{aligned} \right\} \quad (84)$$

и

$$T_{J, -M} = (-1)^M T_{J, M}^*. \quad (85)$$

Произвольная реакция вида  $A + B \rightarrow C + D$  [24, 25]. Для произвольной реакции вида



со спинами частиц  $i_1$  и  $i_2$  для  $A$  и  $B$  и  $I_1$  и  $I_2$  для  $C$  и  $D$  вводится полный набор операторов  $T_{JM}(j_b, j_a)$ , которые преобразуются согласно неприводимому представлению веса  $(2J + 1)$  трехмерной группы вращений

$$T_{JM}(j_b, j_a) = A(j_b, j_a, J) \sum_{m_a m_b} (j_a J m_a M | j_a J j_b m_b) \chi_{j_b m_b} \chi_{j_a m_a}^{\dagger}, \quad (87)$$

где  $j_a$  и  $j_b$  — полные спины системы в начальном и конечном состояниях;  $\chi_{j_a m_a}$  и  $\chi_{j_b m_b}$  означают соответствующие спиновые функции. Коэффициенты  $A(j_b, j_a, J)$  удовлетворяют условию

$$A^*(j_b, j_a, J) \sqrt{2j_b + 1} = (-1)^{j_a - j_b} \sqrt{2j_a + 1} A(j_a, j_b, J), \quad (88)$$

которое следует из требования (85). При пространственных отражениях  $T_{JM}(j_b, j_a)$  преобразуются как тензор (псевдотензор) ранга  $J$  для четных (нечетных)  $J$ .

Матрица реакции, действующая на начальную спиновую функцию  $\chi_a$ , дает амплитуду расходящейся волны в конечном состоянии

$$f_b = \sqrt{v_a/v_b} M_{ba}(\mathbf{n}_b, \mathbf{n}_a) \chi_a. \quad (89)$$

Здесь  $\mathbf{n}_a$  и  $\mathbf{n}_b$  — единичные векторы вдоль относительных импульсов в начальном и конечном состояниях, а  $v_a$  и  $v_b$  — соответствующие скорости.

Получаем

$$\rho_a = \frac{1}{(2i_1+1)(2i_2+1)} \sum_{J=0}^{2i_1} \sum_{J'=0}^{2i_2} \sum_{M=-J}^J \sum_{M'=-J'}^{J'} \langle T_{JM} T_{J'M'} \rangle T_{JM}^{\dagger} T_{J'M'}^{\dagger} \quad (90)$$

для матрицы плотности частиц  $A$  и  $B$  и

$$\rho_b = \frac{1}{(2i_1+1)(2i_2+1)} \sum_{K=0}^{2i_1} \sum_{K'=0}^{2i_2} \sum_{N=-K}^K \sum_{N'=-K'}^{K'} \langle \Theta_{KN} \Theta_{K'N'} \rangle \Theta_{KN}^{\dagger} \Theta_{K'N'}^{\dagger} \quad (91)$$

для частиц  $C$  и  $D$ . Операторы  $T_{JM}$  и  $T_{J'M'}$  действуют на спиновые переменные частицы  $A$  и  $B$ ;  $\Theta_{KN}$  и  $\Theta_{K'N'}$  — на спиновые переменные частицы  $C$  и  $D$  соответственно.

В случае, когда падающий пучок (частиц  $A$ ) поляризован, а мишень не поляризована, выражение для сечения реакции имеет вид

$$\begin{aligned} \sigma_{ba}(\mathbf{n}_b, \mathbf{n}_a) &= \text{Sp } \rho_a M_{ba}^{\dagger} M_{ba} = \\ &= \frac{1}{(2i_1+1)(2i_2+1)} \sum_{JM} \langle T_{JM} \rangle \text{Sp} (T_{JM} M_{ba}^{\dagger} M_{ba}). \end{aligned} \quad (92)$$

Так как  $M_{ba}^{\dagger} M_{ba}$  — квадратная матрица порядка  $(2i_1+1) \times (2i_2+1)$ , ее можно разложить по ортогональным произведениям

$T_{JM} T_{J'M'}$ . Учитывая инвариантность  $M_{ba}^* M_{ba}$  при пространственных вращениях и отражениях и тот факт, что

$$\langle T_{JM} \rangle = (-1)^{J+M} \langle T_{J-M} \rangle, \quad (93)$$

а азимутальная асимметрия сечения связана с вкладом  $T_{JM}$  с  $M \neq 0$ , можно привести (92) к виду

$$\begin{aligned} \sigma_{ba}(\mathbf{n}_b, \mathbf{n}_a) = & \sigma_{ba}^0(\mathbf{n}_b, \mathbf{n}_a) + \sum_{q=1}^{i_1} \langle T_{2q} \rangle A_{2q}(\Theta) + \\ & + \sum_{K=1}^{2i_1} \cos K\varphi \sin^K \Theta \sum_{J=K}^{2i_2} B_J(\Theta) \langle T_{J,K} \rangle. \end{aligned} \quad (94)$$

Для случая произвольной поляризации пучка дейtronов получим из (94)

$$\sigma = \sigma^0 \{1 + \langle T_{20} \rangle_1 \langle T_{20} \rangle_2 + 2 [\langle iT_{11} \rangle_1 \langle iT_{11} \rangle_2 - \\ - \langle T_{21} \rangle_1 \langle T_{21} \rangle_2] \cos \varphi + 2 \langle T_{22} \rangle_1 \langle T_{22} \rangle_2 \cos 2\varphi\}, \quad (95)$$

где  $\langle T_{JM} \rangle_1$  описывают поляризацию пучка дейtronов, а  $\langle T_{JM} \rangle_2$  — те средние значения тензоров  $T_{JM}$ , которые возникают в результате взаимодействия начально-неполяризованных частиц в обратном процессе. Как следует из (95), относительные измерения  $\cos 2\varphi$  ( $\cos \varphi$ ) асимметрии позволяют определить  $\langle T_{22} \rangle$  (комбинацию  $\langle iT_{11} \rangle_1 \times \langle iT_{11} \rangle_2 - \langle T_{21} \rangle_1 \langle T_{21} \rangle_2$ ). Для определения  $\langle T_{20} \rangle$  требуется, вообще говоря, абсолютные измерения.

**Абсолютный детектор выстроенности дейtronов [26].** Интересная возможность детектирования и получения выстроенности дейtronов связана с изучением процесса вида

$$A(0^+) + B(0^+) \rightleftharpoons C(0^+) + d(1^+), \quad (96)$$

где указаны спины и четности частиц. В принципе эта реакция является источником дейtronов с заданной квадрупольяризацией или абсолютным детектором выстроенности. В ядерной физике реакции подобного типа встречаются, но не часто. Особенно интересной является возможность определения с помощью реакции (96) степени выстроенности получаемых при ускорении произвольно поляризованных дейtronов.

Направим ось квантования по нормали  $n$  вдоль  $\mathbf{k}_0 \times \mathbf{k}_1$ , где  $\mathbf{k}_0$  ( $\mathbf{k}_1$ ) — начальный (конечный) относительный импульс.

Поведение амплитуды реакции при отражении в плоскости реакции в общем случае часто называют правилом О. Бора, который показал [27], что матричный элемент любой двухчастичной реакции с сохранением четности обращается в нуль, если не выполняется равенство

$$P_i P_f = (-1)^{S_n^f - S_n^i}, \quad (97)$$

где  $P_i P_f$  — произведение всех внутренних четностей, а  $S_n^f, i$  — сумма всех компонент спинов на направление  $n$  в конечном и началь-

ном состояниях. Для реакции (96) условие (97) означает, что нормированными амплитудами для трех состояний проекции спина 1 оказываются  $a_{\pm 1}^{(n)} = 0$ ,  $a_0^{(n)} = i$ . Так как выстроенность удобно обсуждать, когда спины спроектированы на направление вылета, мы повернем ось сначала на  $+\pi/2$  вокруг  $\mathbf{n} \times \mathbf{k}_1$  (начальная ось  $x$ ), а затем на угол  $\varphi$  вокруг  $\mathbf{k}_1$ . После этого ось  $z$  направлена по вектору  $\mathbf{k}_1$ , а ось  $y$  составляет угол  $\varphi$  с вектором  $\mathbf{n}$ . Нетрудно видеть, что новые амплитуды, которые преобразуются как сферические гармоники  $Y_{1m}$ , имеют вид (здесь знак оси квантования опущен)

$$a_{\pm 1} = \frac{1}{\sqrt{2}} e^{\mp i\varphi}, \quad a_0 = 0. \quad (98)$$

Чтобы описать процесс (96) слева направо, положим  $\varphi = 0$  и немедленно увидим, что реакция (96) приводит к заданному значению выстроенности дейtronов, не зависящей от энергии и угла испускания:

$$\langle T_{20} \rangle = 1/\sqrt{2}; \quad \langle T_{22} \rangle = \sqrt{3}/2, \quad (99)$$

а другие  $\langle T_{JM} \rangle$  обращаются в нуль.

Примером процесса образования выстроенных дейtronов может быть реакция  $^{24}\text{Mg}(\alpha, d)^{20}\text{Al}^*$ .

При рассмотрении возможности детектирования выстроенности важно учесть, что вне зависимости от состояния пучка дейtronов только одна амплитуда  $a_0^{(n)}$  описывает реакцию (96). После того как вращение направит ось  $z$  вдоль  $\mathbf{k}_1$  и будет проведено необходимое усреднение по ансамблю падающих дейtronов, получаем для дифференциального сечения

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = f(E, \Theta) \left\{ 1 + \frac{1}{\sqrt{2}} \langle T_{20} \rangle + \sqrt{3} |\langle T_{22} \rangle| \cos 2\varphi \right\}. \quad (100)$$

Из (100) видно, что, если измерить полное сечение при данной энергии один раз с неполяризованным пучком дейtronов, а другой — с пучком, который мы изучаем, получим абсолютное измерение  $\langle T_{20} \rangle$  для нужного нам случая. Более того,  $\langle T_{22} \rangle$  пучка можно определить в результате измерений, в которых при фиксированном  $\varphi$  производится интегрирование по всем  $\Theta$ .

Для процессов вида



аналогичные соображения приводят [28] к тому, что

$$a_+^{(n)} = -a_-^{(n)}$$

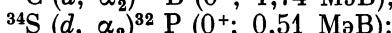
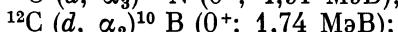
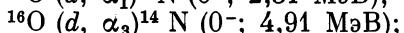
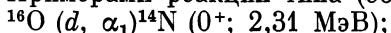
и

$$\langle T_{20} \rangle + \sqrt{6} \langle T_{22} \rangle = -\sqrt{2}, \quad (102)$$

а

$$|\langle T_{11} \rangle|^2 + \frac{1}{2} |\langle T_{20} \rangle|^2 + |\langle T_{21} \rangle|^2 + |\langle T_{22} \rangle|^2 = 1. \quad (103)$$

Примерами реакций типа (96) и (101) являются



Первая из перечисленных реакций применялась для калибровки пучка выстроенных дейtronов в [29].

Другая возможность, облегчающая определение  $\langle T_{2M} \rangle$  в процессе (57) при известном значении  $A_{nn}$ , полученном в опытах с поляризованными пучком и мишенью протонов, обсуждается ниже.

**Поляризация в электромагнитном поле.** Изменение во времени матрицы плотности определяется уравнением Шредингера. Аналогично тому как волновая функция  $\Psi$  удовлетворяет уравнению  $\partial\Psi/\partial t = -i\hbar^{-1}H\Psi$  с формальным решением в виде

$$\Psi(t) = \exp(-i\hbar^{-1}Ht)\Psi(0),$$

соответствующие формулы для матрицы плотности имеют вид

$$\frac{\partial\rho}{\partial t} = -i\hbar^{-1}[H\rho - \rho H]; \quad (104)$$

$$\rho(t) = \exp(-i\hbar^{-1}Ht)\rho(0)\exp(i\hbar^{-1}Ht).$$

Уравнение для матрицы плотности (104) удобно для установления, например, уравнения движения поляризации в электромагнитном поле. Если ограничиться классическим однородным электромагнитным полем и рассмотреть для начала задачу нерелятивистской, то необходимо учесть, что гамильтониан взаимодействия частицы спина 1/2 включает зависящую от спина часть

$$H(\sigma) = -\mu\hbar\sigma\mathcal{H} = -2\mu\hbar S\mathcal{H}, \quad (105)$$

где  $\mu$  — полный магнитный момент частицы  $\mu = e\hbar/2Mc + \mu'$ , а  $\mu'$  — «аномальная» часть магнитного момента.

Подстановка матрицы плотности в виде (73) в уравнение (104) приводит к тому, что

$$\frac{\partial\rho}{\partial t} = \frac{1}{2} \frac{\partial\mathbf{P}}{\partial t} \sigma = i \frac{1}{2} \mu [(\mathcal{H}\sigma)(\mathbf{P}\sigma) - (\mathbf{P}\sigma)(\mathcal{H}\sigma)] = -\mu([\mathcal{H}\mathbf{P}]\sigma),$$

откуда для вектора поляризации  $\mathbf{P}$  получаем уравнение

$$\frac{d\mathbf{P}}{dt} = -2\mu[\mathcal{H}\mathbf{P}], \quad (106)$$

которое совпадает с классическим уравнением для магнитного момента. Уравнение (106) остается в силе для частиц произвольного спина, если гамильтониан взаимодействия имеет вид (105).

Для получения релятивистского обобщения уравнения (106) введем 4-вектор  $w$ , а уравнение движения вектора поляризации определим как производную  $d\mathbf{w}/d\tau$  по собственному времени  $\tau$ .

Вид этого уравнения, как известно, устанавливается из соображений релятивистской инвариантности, если учесть, что его правая

часть должна быть линейна и однородна по тензору электромагнитного поля  $F_{\mu\nu}$  и по 4-вектору  $w^\mu$  и может содержать 4-скорость  $u^\mu = p^\mu/m$ . Так как  $w^\mu u_\mu = 0$ , а тензор  $F_{\mu\nu}$  антисимметричен, так что  $F^{\mu\nu} u_\mu u_\nu = 0$ , поставленным выше условиям удовлетворяет лишь уравнение вида

$$\frac{dw^\mu}{d\tau} = \alpha F^{\mu\nu} w_\nu + \beta u^\mu F^{\nu\lambda} u_\nu w_\lambda, \quad (107)$$

где  $\alpha$  и  $\beta$  — постоянные коэффициенты.

При  $v \rightarrow 0$  это уравнение должно совпадать со (106). Положив  $w^\mu = (0, P)$ ,  $u^\mu = (1, 0)$ ,  $\tau = t$ , получим

$$dP/dt = \alpha [P \mathcal{H}],$$

откуда из сравнения со (106) следует, что  $\alpha = 2\mu$ .

Для определения  $\beta$  учтем, что  $w^\mu u_\mu = 0$ . Продифференцировав это равенство по  $t$  и воспользовавшись уравнением движения

$$m du^\mu/d\tau = eF^{\mu\nu} u_\nu, \quad (108)$$

получим

$$u_\mu \frac{dw^\mu}{d\tau} = -w_\mu \frac{du^\mu}{d\tau} = -w_\mu \frac{e}{M} F^{\mu\nu} u_\nu = \frac{e}{M} F^{\mu\nu} u_\mu w_\nu.$$

Умножив (107) с обеих сторон на  $u_\mu$  и учитя равенство  $u_\mu u^\mu = 1$ , получим

$$\beta = -2(\mu - e\hbar/2Mc) = -2\mu'.$$

Таким образом приходим к уравнению Баргмана, Мишеля, Телегди [30]

$$\frac{dw^\mu}{d\tau} = 2\mu F^{\mu\nu} w_\nu - 2\mu' u^\mu F^{\nu\lambda} u_\nu w_\lambda. \quad (109)$$

Заметим, что из-за антисимметрии тензора  $F_{\mu\nu}$  и ортогональности 4-векторов  $u$  и  $w$  из (107) и (108) следует, что при движении поляризованного пучка в электромагнитном поле  $w^\mu w_\mu$  остается постоянной величиной, т. е. интегралом движения.

Перейдя в (109) к трехмерным обозначениям, получим

$$\begin{aligned} \frac{dP}{dt} &= \frac{e}{2M} \left( g - 2 + 2 \frac{M}{E} \right) [P \mathcal{H}] + \frac{e}{2M} (g-2) \frac{E}{E+M} (v \mathcal{H}) [vP] + \\ &\quad + \frac{e}{2M} \left( g - \frac{2E}{E+M} \right) [P [Ev]], \end{aligned} \quad (110)$$

если ввести гиromагнитное отношение согласно  $\mu = g \frac{e}{2M} \frac{\hbar}{2}$ .

В частности, из (110) видно, что при движении частиц в плоскости, перпендикулярной направлению напряженности однородного магнитного поля ( $v \perp \mathcal{H}$ ), вектор  $P$  прецессирует вокруг направления  $\mathcal{H}$  с угловой скоростью  $-(e/E + 2\mu') \mathcal{H}$ . С той же скоростью вра-

щается в плоскости, перпендикулярной полю, проекция  $\mathbf{P}$  на нее  $\mathbf{P}_\perp$ . Как следует из уравнения движения,  $\dot{\mathbf{r}} = E\dot{\mathbf{v}} = e[\mathbf{v}\mathcal{H}]$ , в той же плоскости с угловой скоростью  $-e\mathcal{H}/E$  вращается вектор  $\mathbf{v}$ . Следовательно,  $\mathbf{P}_\perp$  поворачивается относительно направления  $\mathbf{v}$  с угловой скоростью  $-2\mu'\mathcal{H}$ .

При движении вдоль направления магнитного поля  $\mathbf{P}$  прецессирует вокруг направления  $\mathcal{H}$  (и  $\mathbf{v}$ ) с угловой скоростью  $-2\mu M\mathcal{H}/E$ .

Рассмотрение уравнений движения в неоднородных электромагнитных полях см. в [31]. В [32] изучено воздействие излучения, что приводит (эффективно для электронов и позитронов) к радиационной самополяризации.

Отметим, что под влиянием однородного магнитного поля, напряженность которого направлена по нормали к плоскости реакции, оси поляризационного тензора второго ранга  $\langle T_{2M} \rangle$ , описывающего поляризацию частиц спина 1, поворачиваются относительно конечного направления движения (по оси  $z'$ ) на угол  $\lambda$ .

Формулы преобразования  $\langle T_{2M} \rangle$  имеют вид [33]

$$\left. \begin{aligned} \langle T_{20} \rangle' &= \left(1 - \frac{3}{2} \sin^2 \lambda\right) \langle T_{20} \rangle - \sqrt{\frac{3}{2}} \sin 2\lambda \langle T_{21} \rangle + \\ &\quad + \sqrt{\frac{3}{2}} \sin^2 \lambda \langle T_{22} \rangle; \\ \langle T_{21} \rangle' &= \frac{1}{2} \sqrt{\frac{3}{2}} \sin 2\lambda \langle T_{20} \rangle + \cos 2\lambda \langle T_{21} \rangle - \\ &\quad - \frac{1}{2} \sin 2\lambda \langle T_{22} \rangle; \\ \langle T_{22} \rangle' &= \frac{1}{2} \sqrt{\frac{3}{2}} \sin 2\lambda \langle T_{20} \rangle + \frac{1}{2} \sin 2\lambda \langle T_{21} \rangle + \\ &\quad + \frac{1}{2} (1 + \cos^2 \lambda) \langle T_{22} \rangle, \end{aligned} \right\} \quad (111)$$

где  $\langle T_{2M} \rangle'$  — значение  $\langle T_{2M} \rangle$  после прохождения области магнитного поля. При выводе (111) полезно воспользоваться соотношениями

$$\langle \hat{S}_x^2 + \hat{S}_y^2 + \hat{S}_z^2 \rangle = 2; \quad \langle \hat{S}_x^2 - \hat{S}_z^2 \rangle = \frac{1}{\sqrt{3}} \langle T_{22} \rangle - \frac{1}{\sqrt{2}} \langle T_{20} \rangle.$$

В [33] эти соотношения были использованы для экспериментального определения компонент  $\langle T_{2M} \rangle$ . Прогресс в технике создания магнитных полей больших напряженностей должен помочь в осуществлении новых поляризационных исследований с поляризованными пучками дейtronов.

Отметим, что комбинация компонент тензора  $\langle T_{2M} \rangle$

$$2\sqrt{3}\langle T_{22} \rangle' + \sqrt{2}\langle T_{20} \rangle' = \langle 3(\hat{S}_{x'}^2 + \hat{S}_{z'}^2 - \hat{S}_y^2) - 2 \rangle,$$

обладая цилиндрической симметрией при вращениях вокруг оси  $y$ , не меняется из-за наличия магнитного поля [34]. Действительно,

как непосредственно следует из (111),

$$2V\bar{3}\langle T_{22} \rangle' + V\bar{2}\langle T_{20} \rangle' = 2V\bar{3}\langle T_{22} \rangle + V\bar{2}\langle T_{20} \rangle. \quad (112)$$

### 3. МЕЗОН-НУКЛОННОЕ РАССЕЯНИЕ

Рассмотрим упругое рассеяние пионов нуклонами. Так как матрица перехода  $M$  является скаляром, то ее общий вид, учитывающий требования сохранения пространственной четности, может быть представлен как

$$M = a + b(\sigma \cdot n). \quad (113)$$

В литературе применяются и другие выборы амплитуд. Отметим некоторые из них. Спиральные амплитуды в  $s$ -канале без переворота спина  $F_{++}$  и с переворотом спина  $F_{+-}$  связаны с  $a$  и  $b$  соотношениями [35]

$$\left. \begin{aligned} \frac{q}{\sqrt{\pi}} F_{++} &= a \cos \theta/2 + ib \sin \theta/2; \\ \frac{q}{\sqrt{\pi}} F_{+-} &= a \sin \theta/2 - ib \cos \theta/2 \end{aligned} \right\} \quad (114)$$

и обратно

$$\begin{aligned} \frac{\sqrt{\pi}}{q} a &= F_{++} \cos \theta/2 + F_{+-} \sin \theta/2; \\ -\frac{i\sqrt{\pi}}{q} b &= -F_{++} \sin \theta/2 + F_{+-} \cos \theta/2, \end{aligned}$$

где  $q$  — 3-импульс пиона в с. ц. и. Множитель  $q/\sqrt{\pi}$  связан с тем, что

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \frac{q^2}{\pi} \frac{d\sigma}{dt},$$

$a$   $t$  — квадрат четырехмерной передачи импульса.

Иногда вводят так называемые «поперечные» амплитуды, причем

$$\left. \begin{aligned} N_+ &= F_{++} + iF_{+-} = \frac{\sqrt{\pi}}{q} (a + b) e^{i\theta/2}; \\ N_- &= F_{++} - iF_{+-} = \frac{\sqrt{\pi}}{q} (a - b) e^{-i\theta/2}. \end{aligned} \right\} \quad (115)$$

Полное измерение включает в рассматриваемом случае определение сечения рассеяния на неполяризованной мишени, асимметрии в рассеянии на поперечно-поляризованной мишени и исследование поляризации частиц отдачи при рассеянии на неполяризованной и поляризованной мишенях.

Для неполяризованной мишени в (73)  $P = 0$  и  $\rho_0 = 1/2$ . Тогда

$$\sigma_0 = \frac{1}{2} \text{Sp } MM^* = |a|^2 + |b|^2, \quad (116)$$

а для поляризации нуклонов в конечном состоянии, вектор которой направлен по нормали к плоскости рассеяния (единственный кинематический псевдовектор задачи),

$$\mathbf{P}_0(\theta, \varphi) = \frac{\text{Sp } \sigma MM^+}{\text{Sp } MM^+} = \mathbf{n} \frac{\text{Sp } (\sigma \mathbf{n}) MM^+}{\text{Sp } MM^+} = \mathbf{n} \frac{2 \operatorname{Re}(a^* b)}{|a|^2 + |b|^2}. \quad (117)$$

Для поляризованной мишени с помощью (73) имеем для сечения рассеяния

$$\sigma_p = \sigma_0 [1 + P_0(\mathbf{P} \cdot \mathbf{n})], \quad (118)$$

так что асимметрия в сечении рассеяния на поперечно-поляризованной мишени ( $\mathbf{P} = \mathbf{P}_0$ ) совпадает с  $P_0$  в (117).

Новая информация возникает при исследовании поляризации частиц в конечном состоянии при рассеянии на поляризованной мишени. При этом вводится так называемый тензор деполяризации  $D_{ik}$ . Если  $\mathbf{P}'$  обозначить вектор поляризации конечного нуклона, а  $\mathbf{P}$  — поляризацию мишени, то

$$P'_i = \frac{1/2 \operatorname{Sp} \sigma_i M [1 + (\sigma \mathbf{P})] M^+}{1/2 \operatorname{Sp} M [1 + (\sigma \mathbf{P})] M^+} = \frac{P_{i0} + D_{ik} P_k}{1 + P_{i0} P_i} \quad (119)$$

и тензор

$$D_{ik} = \frac{1}{2\sigma_0} \operatorname{Sp} \sigma_i M \sigma_k M^+. \quad (120)$$

При анализе новых, весьма точных данных целесообразно с самого начала учитывать релятивистскую кинематику [36].

Пусть  $\mathbf{a}_L$  — произвольный единичный вектор в л. с. к. Проекция вектора поляризации нуклона отдачи на направление  $\mathbf{a}_L$ , измеряемая в л. с. к., равна

$$(\mathbf{P}' \mathbf{a}_L) = \sigma^{-1} \operatorname{Sp} [\sigma(\mathbf{a}_L)_R] M \frac{1}{2} [1 + (\sigma \mathbf{P})] M^+. \quad (121)$$

Здесь  $M(k', k)$  — матрица рассеяния в с. ц. и. (113);  $\mathbf{k}(k')$  — единичный вектор в направлении импульса начального (конечного) мезона в с. ц. и.;  $\sigma$  дано в (118), а

$$(\mathbf{a}_L)_R = R_n(\Omega') \mathbf{a}_L, \quad (122)$$

где  $R_n(\Omega')$  — оператор поворота на угол  $\Omega'$  вокруг нормали  $\mathbf{n}$ .

Для определения величин, измеряемых на опыте, введем в л. с. к. две ортонормированные тройки векторов (45) и (43).

Здесь  $\mathbf{k}_L(k'_L)$ ,  $\mathbf{k}_L''$  — соответственно единичные векторы в направлениях импульсов начального (конечного) мезона и нуклона отдачи в л. с. к. Разложим конечную поляризацию нуклонов  $\mathbf{P}'$  по системе векторов (45), а начальную  $\mathbf{P}$  — по системе (43). Исполь-

зяя соображения инвариантности, из (121) получаем

$$\left. \begin{aligned} \sigma(P'n) &= \sigma_0 [P_0 + D_{nn}(Pn)]; \\ \sigma(P'k'_L) &= \sigma_0 [A'(Pk) + R'(Ps)]; \\ \sigma(P's'') &= \sigma_0 [A(Pk) + R(Ps)]. \end{aligned} \right\} \quad (123)$$

Здесь  $\sigma_0$  — дифференциальное сечение рассеяния на неполяризованной мишени в с. ц. и.,  $P_0$  определена в (117), а

$$\left. \begin{aligned} \sigma_0 D &= \sigma_0 D_{nn} = \frac{1}{2} \text{Sp}(\sigma n) M(\sigma n) M^+; \\ \sigma_0 A' &= \sigma_0 D_{k'k} = \frac{1}{2} \text{Sp}[\sigma(k'_L)_R] M(\sigma k) M^+; \\ \sigma_0 R' &= \sigma_0 D_{k's} = \frac{1}{2} \text{Sp}[\sigma(k'_L)_R] M(\sigma s) M^+; \\ \sigma_0 A &= \sigma_0 D_{s''k} = \frac{1}{2} \text{Sp}[\sigma(s'')_R] M(\sigma k) M^+; \\ \sigma_0 R &= \sigma_0 D_{s''s} = \frac{1}{2} \text{Sp}[\sigma(s'')_R] M(\sigma s) M^+; \end{aligned} \right\} \quad (124)$$

$(k'_L)_R$ ,  $(s'')_R$  определены согласно (55).

Удобной операцией для наложения требований сохранения пространственной четности является операция отражения в плоскости реакции. Она сводится к произведению отражения в начале координат (что приводит к множителю  $P$ , который определяется произведением внутренних четностей частиц) и к повороту на угол  $\pi$  вокруг оси  $y$ , за которую выбрано направление нормали к плоскости реакции. Тем самым для частицы произвольного спина оператор отражения в плоскости реакции сводится к

$$\Pi = P e^{-i\pi J_y} = P e^{-i\pi(Sn)}. \quad (125)$$

Требование инвариантности взаимодействия при пространственных отражениях сводится к условию

$$\Pi^{-1} M \Pi = P_i P_f M, \quad (126)$$

которое для случая упругого пион-нуклонного рассеяния (и для упругого рассеяния барионов на бесспиновом ядре) сводится к условию

$$(\sigma n) M(\sigma n) = M. \quad (127)$$

Из (124) и (127) получается, что для пион ( $K$ -мезон)-нуклонного рассеяния и для упругого рассеяния барионов спина  $1/2$  на бесспиновых ядрах

$$D_{nn} = 1, \quad A' = R, \quad A = -R'. \quad (128)$$

Таким образом, чтобы определить все компоненты вектора поляризации  $P'$ , необходимо измерить только две величины. Более просто измерить компоненту поляризации, перпендикулярную  $k'_L$ , т. е. параметры  $A$  и  $R$ . Для определения  $A$  ( $R$ ) необходимо направить поляризацию мишени по направлению  $k$  ( $s$ ) и измерить асимметрию рассеяния протонов отдачи в плоскости, перпендикулярной плоскости рассеяния.

Вместо амплитуд  $a$  и  $b$  в (113) введем их линейные комбинации

$$g = \frac{1}{\sqrt{2}}(a + b), \quad h = \frac{1}{\sqrt{2}}a - b. \quad (129)$$

Легко выразить через них [36] наблюдаемые величины:

$$\left. \begin{aligned} \sigma_0 &= |g|^2 + |h|^2; \quad \sigma_0 P_0 = |g|^2 - |h|^2; \\ \sigma_0 R &= 2 \operatorname{Re} gh^* \cos \alpha - 2 \operatorname{Im} gh^* \sin \alpha; \\ \sigma_0 A &= -2 \operatorname{Re} gh^* \sin \alpha - 2 \operatorname{Im} gh^* \cos \alpha; \\ \alpha &= \omega_D - \theta^* = \Omega - \theta_R = \theta_R - \theta^*. \end{aligned} \right\} \quad (130)$$

Из (130) нетрудно подучить выражения для амплитуд

$$\left. \begin{aligned} |g|^2 &= \frac{\sigma_0}{2}(1 + P_0); \quad |h|^2 = \frac{\sigma_0}{2}(1 - P_0); \\ gh^* &= \frac{\sigma_0}{2}(R - iA) e^{-i\alpha}. \end{aligned} \right\} \quad (131)$$

Таким образом, измерение сечения  $\sigma_0$  и поляризации  $P_0$  (лево-правой асимметрии в сечении) при каждом значении угла и энергии позволяет определить модуль  $g$  и  $h$ . Их относительная фаза определяется параметрами  $R$  и  $A$ .

Из (130) следует, что параметры  $P_0$ ,  $R$  и  $A$  связаны квадратичным соотношением

$$R^2 + A^2 + P_0^2 = 1. \quad (132)$$

Соотношение (132) позволяет иметь два важных способа абсолютной калибровки поляриметров и поляризованных пучков и мишней. Рассмотрим случай, когда параметры  $R$  и  $A$  меньше 0,1. Тогда  $P_0 \geq 0,99$ . В пион-нуклонном рассеянии такое положение иногда встречается. Другой точкой калибровки является  $180^\circ$ , где  $A = P_0 = 0$ , а  $R = -1$ .

Из (132) видно, что если  $P_0$  и  $R$  измерены с достаточной точностью, то абсолютная величина  $A$  определяется и для однозначного восстановления относительной фазы амплитуд  $g$  и  $h$  необходимо определить лишь знак величины  $A$ . С учетом (132) вместо  $P_0$ ,  $A$  и  $R$  можно использовать  $P_0$  и введенный Вольфенштейном угол вращения спина  $\beta$ , который определяется соотношениями

$$R = -\sqrt{1 - P_0^2} \cos(\theta + \theta_R - \beta); \quad A = \sqrt{1 - P_0^2} \sin(\theta + \theta_R - \beta), \quad (133)$$

где  $\theta_R$  — угол отдачи в л. с. к.

#### 4. УПРУГОЕ РАССЕЯНИЕ НУКЛОНОВ БЕССПИНОВЫМИ ЯДРАМИ

Почти все изложенное выше применимо и для упругого рассеяния нуклонов (и вообще барионов спина 1/2) на бесспиновых ядрах в условиях, когда экспериментально можно быть уверенным, что

ядро не возбуждается. Некоторые уточнения связаны с тем, что нуклон является в этой задаче рассеянной частицей, а не частицей отдачи, как в случае мезон-нуклонного рассеяния.

В результате для рассеяния нуклонов ядрами остаются без изменений формулы (113), (116)–(118) и (120). Несколько изменяются формулы для компонент тензора деполяризации  $A$  и  $R$ .

Вектор  $\mathbf{P}'$  поляризации нуклонов в конечном состоянии разлагается в л. с. к. по тройке векторов (44), а угол релятивистского поворота поляризации дается выражением (41). Таким образом, вместо (123) и (124) для продольных компонент вектора  $\mathbf{P}'$  получим

$$\left. \begin{aligned} \sigma(\mathbf{P}'\mathbf{k}_L') &= \sigma_0 [R(\mathbf{Pk}) - A(\mathbf{Ps})]; \\ \sigma(\mathbf{P}'\mathbf{s}') &= \sigma_0 [A(\mathbf{Pk}) + R(\mathbf{Ps})], \end{aligned} \right\} \quad (134)$$

где  $\mathbf{P}$  — вектор поляризации пучка барионов;

$$\left. \begin{aligned} \sigma_0 A &= \sigma_0 D_{s'k} = \frac{1}{2} \operatorname{Sp} [\sigma(s')_R] M(\sigma k) M^+ = \\ &= -2 \operatorname{Re} gh^* \sin(\theta - \omega_c) - 2 \operatorname{Im} gh^* \cos(\theta - \omega_c); \\ \sigma_0 R &= \sigma_0 D_{s's} = \frac{1}{2} \operatorname{Sp} [\sigma(s')_R] M(\sigma s) M^+ = \\ &= 2 \operatorname{Re} gh^* \cos(\theta - \omega_c) - 2 \operatorname{Im} gh^* \sin(\theta - \omega_c). \end{aligned} \right\} \quad (135)$$

Из сравнения (135) и (130) следует, что формулы восстановления амплитуд упругого рассеяния барионов на бесспиновых ядрах получаются из (131) заменой угла  $\alpha = \theta_R - \theta^*$  на  $\gamma = \theta - \omega_c$ , где  $\omega_c$  дается в (41).

Основной интерес к изучению поляризационных эффектов в рассеянии нуклонов ядрами в настоящее время связывается с возможностью чувствительной проверки приближения Глаубера — Ситенко, других приближенных рассмотрений.

Отметим, что в отсутствие сохранения пространственной четности выражение для полного сечения взаимодействия поляризованного пучка барионов с бесспиновыми ядрами принимает вид [37]

$$\sigma_P^{\text{tot}} = \sigma_0 + \sigma_1(\mathbf{Pk}). \quad (136)$$

Видно, что несохранение четности проявляется в зависимости полного сечения от степени продольной поляризации пучка нуклонов. Обычно результаты экспериментов по изучению эффектов несохранения четности в полных сечениях представляются в виде величины интегральной асимметрии

$$A_L = \sigma_1/\sigma_0. \quad (137)$$

Интересное обсуждение истории этих исследований содержится в [38]. Новые возможности исследования несохранения четности в пион-нуклонном взаимодействии рассматривались в [39].

## 5. НУКЛОН-НУКЛОННОЕ РАССЕЯНИЕ [21, 40, 41]

**Матрица  $NN$ -рассеяния.** В рамках требований изоспиновой инвариантности процессы нуклон-нуклонного рассеяния ( $p-p$ ,  $n-p$  и  $n-n$ -рассеяния) описываются матрицей общего вида

$$M(\mathbf{k}', \mathbf{k}) = M_0(\mathbf{k}', \mathbf{k}) \frac{1 - (\boldsymbol{\tau}_1 \cdot \boldsymbol{\tau}_2)}{4} + M_1(\mathbf{k}', \mathbf{k}) \frac{3 + (\boldsymbol{\tau}_1 \cdot \boldsymbol{\tau}_2)}{4}. \quad (138)$$

Здесь  $\boldsymbol{\tau}_1$  и  $\boldsymbol{\tau}_2$  — изотопические матрицы нуклонов;  $\mathbf{k}$  и  $\mathbf{k}'$  — единичные векторы в направлениях начального и конечного относительных импульсов в с. ц. и., а  $M_0$  и  $M_1$  описывают  $NN$ -рассеяние в состояниях изоспина системы двух нуклонов, равных 0 или 1.

Разлагая  $M(\mathbf{k}', \mathbf{k})$  по полной системе 16 матриц 1,  $\sigma_{1i}$ ,  $\sigma_{2i}$ ,  $\sigma_{1i} \sigma_{2i}$  и используя тройку векторов (42), приходим к следующему общему выражению, удовлетворяющему требованиям инвариантности относительно пространственных вращений и отражений, а также обращения времени:

$$\begin{aligned} M(\mathbf{k}', \mathbf{k}) = & u + v + (u - v)(\sigma_1 \mathbf{n})(\sigma_2 \mathbf{n}) + \\ & + c[(\sigma_1 \mathbf{n}) + (\sigma_2 \mathbf{n})] + d[(\sigma_1 \mathbf{n}) - (\sigma_2 \mathbf{n})] + \\ & + (g - h)(\sigma_1 \mathbf{m})(\sigma_2 \mathbf{m}) + (g + h)(\sigma_1 \mathbf{l})(\sigma_2 \mathbf{l}). \end{aligned} \quad (139)$$

Коэффициенты  $u$ ,  $v$ ,  $c$ ,  $d$ ,  $g$ ,  $h$  являются комплексными функциями энергии сталкивающихся частиц и  $(\mathbf{k}' \cdot \mathbf{k}) = \cos \theta$ .

Для  $pp$ -рассеяния ввиду тождественности частиц с учетом сохранения четности интегралом движения оказывается квадрат полного спина системы. В результате коэффициент  $d$  в (139), приводящий к синглет-триплетным переходам, обращается в нуль и операторы спинов частиц 1 и 2 входят в  $M(\mathbf{k}', \mathbf{k})$  симметрично. Для  $pn$ -системы это справедливо с точностью до электромагнитных эффектов, т. е. в рамках изоспиновой инвариантности.

В силу принципа Паули ненулевые скалярные функции обладают следующими свойствами симметрии:

$$\left. \begin{aligned} u(\pi - \theta) &= -u(\theta); & h(\pi - \theta) &= h(\theta); \\ c(\pi - \theta) &= c(\theta); & v(\pi - \theta) &= -v(\theta). \end{aligned} \right\} \quad (140)$$

Для  $pn$ -рассеяния свойства симметрии (140) имеют место для матрицы  $M_1$  в (1). Для матрицы  $M_0$  в (138) имеем

$$\left. \begin{aligned} u_0(\pi - \theta) &= u_0(\theta); & h_0(\pi - \theta) &= -h_0(\theta); \\ c_0(\pi - \theta) &= -c_0(\theta); & v_0(\pi - \theta) &= g_0(\theta). \end{aligned} \right\} \quad (141)$$

**Матрица плотности и наблюдаемые.** Спиновая матрица плотности начального состояния в с.ц.и.  $\rho_0$  имеет вид

$$\rho_0 = \frac{1}{4}(1 + \sigma_1 P_1)(1 + \sigma_2 P_2) \quad (142)$$

( $\mathbf{P}_1$  и  $\mathbf{P}_2$  — векторы поляризации соответственно падающих нуклонов и нуклонов мишени).

Введем  $\mathbf{a}'_L$  и  $\mathbf{b}''_L$  — произвольные единичные векторы в л. с. к. Проекция вектора поляризации рассеянной частицы (частицы с импульсом  $p$ ) на направление  $\mathbf{a}'_L$ , измеряемое в л. с. к., равна [41]

$$\langle \sigma_1 \rangle_L \cdot \mathbf{a}'_L = \sigma^{-1} \text{Sp} ([\sigma_1 (\mathbf{a}'_L)_R] \rho). \quad (143)$$

Здесь

$$(\mathbf{a}'_L)_R = R_n(\Omega) \mathbf{a}'_L, \quad (144)$$

а  $R_n(\Omega)$  — оператор поворота вокруг нормали  $\mathbf{n}$  на угол  $\Omega = \theta - 2\theta_L$  ( $\theta_L$  — угол рассеяния в л. с. к.). Аналогично проекция поляризации частицы отдачи на направление  $\mathbf{b}''_L$ , измеряемая в л. с. к., равна

$$\langle \sigma_2 \rangle_L \mathbf{b}''_L = \sigma^{-1} \text{Sp} ([\sigma_2 (\mathbf{b}''_L)_R] \rho), \quad (145)$$

где

$$(\mathbf{b}''_L)_R = R_n(\Omega') \mathbf{b}''_L, \quad (146)$$

а  $R_n(\Omega')$  — оператор поворота вокруг нормали  $\mathbf{n}$  на угол  $\Omega' = 2\theta_R - \theta^*$  ( $\theta_R$  — угол отдачи в л. с. к., а  $\theta^* = \pi - \theta$  — угол отдачи в с. ц. и.).

Отметим, что наблюдаемая на опыте  $(\mathbf{a}'_L, \mathbf{b}''_L)$ -компоненты корреляции поляризаций равна

$$\langle (\sigma_1 \mathbf{a}'_L) (\sigma_2 \mathbf{b}''_L) \rangle = \sigma^{-1} \text{Sp} ([\sigma_1 (\mathbf{a}'_L)_R] [\sigma_2 (\mathbf{b}''_L)_R] \rho). \quad (147)$$

Для нуклон-нуклонного рассеяния оператор отражения в плоскости реакции сводится к

$$\Pi_y = (\sigma_1 \mathbf{n}) (\sigma_2 \mathbf{n}), \quad (148)$$

так что требование сохранения четности приводит к условию

$$(\sigma_1 \mathbf{n}) (\sigma_2 \mathbf{n}) M (\sigma_1 \mathbf{n}) (\sigma_2 \mathbf{n}) = M. \quad (149)$$

Нетрудно убедиться, что выражение (139) для  $M$  удовлетворяет этому условию.

С точки зрения современного экспериментатора, располагающего и поляризованной водородсодержащей мишенью, и поляризованными пучками нуклонов произвольной ориентации векторов поляризаций, целесообразно начать с рассмотрения (и измерения) дифференциального сечения рассеяния. С помощью (142) оно имеет вид

$$\begin{aligned} \sigma_{P_1 P_2} = & \frac{1}{4} \text{Sp} MM^+ + \frac{1}{4} \text{Sp} M (\sigma_1 P_1)^* M^+ + \\ & + \frac{1}{4} \text{Sp} M (\sigma_2 P_2) M^+ + \frac{1}{4} \text{Sp} M (\sigma_1 P_1) (\sigma_2 P_2) M^+. \end{aligned} \quad (150)$$

Первый член в (150) представляет собой сечение рассеяния неполяризованного пучка на неполяризованной мишени  $\sigma_0$ :

$$\sigma_0 = \frac{1}{4} \text{Sp } MM^*. \quad (151)$$

От второго и третьего членов в (150) остаются лишь

$$\frac{1}{4} \text{Sp } M(\sigma_{1,2} \cdot \mathbf{n}) M^*,$$

поскольку в силу (149) другие компоненты  $P_{1,2}$  не дают вклада в сечение. Следы  $(1/4) \sigma_0 \text{Sp } M(\sigma_{1,2} \cdot \mathbf{n}) M^*$  совпадают в силу  $T$ -инвариантности с поляризацией  $P_{1,2,0} = (1/4) \sigma_0 \text{Sp } (\sigma_{1,2} \cdot \mathbf{n}) MM^*$ , возникающей при столкновении неполяризованных частиц. С учетом этого (150) можно переписать в виде [42]

$$\sigma_{P_1 P_2} = \sigma_0 (1 + P_{10i} P_{1i} + P_{20k} P_{2k} + A_{ik} P_{1i} P_{2k}), \quad (152)$$

где подразумевается суммирование ( $i = x, y, z$ ) по повторяющимся индексам и допускается различие  $P_{10}$  и  $P_{20}$ , а

$$\sigma_0 A_{ik} = \frac{1}{4} \text{Sp } M \sigma_{1i} \sigma_{2k} M^*. \quad (153)$$

Тензор  $A_{ik}$  по существу совпадает с тензором корреляции поляризаций [43]

$$C_{ik} = \frac{1}{4\sigma_0} \text{Sp } \sigma_{1i} \sigma_{2k} MM^*, \quad (154)$$

возникающей при рассеянии неполяризованных частиц на неполяризованной мишени.

Учитывая симметричную зависимость  $M$  от  $\sigma_1$  и  $\sigma_2$  при  $d = 0$  и пользуясь инвариантностью относительно вращений и отражений, получаем, что тензор

$$C_{ik}(\mathbf{k}', \mathbf{k}) = C_{nn} n_i n_k + C_{mm} m_i m_k + \\ + C_{ll} l_i l_k + C_{ml} (m_i l_k + l_i m_k) \quad (155)$$

характеризуется четырьмя независимыми компонентами. Раскладывая (153) по тройке векторов (42), получаем

$$\sigma_{P_1 P_2} = \sigma_0 \{1 + P_0 [(\mathbf{P}_1 \mathbf{n}) + (\mathbf{P}_2 \mathbf{n})] + A_{nn} (\mathbf{P}_1 \mathbf{n}) (\mathbf{P}_2 \mathbf{n}) + \\ + A_{ll} (\mathbf{P}_1 \mathbf{l}) (\mathbf{P}_2 \mathbf{l}) + A_{mm} (\mathbf{P}_1 \mathbf{m}) (\mathbf{P}_2 \mathbf{m}) + \\ + A_{ml} [(\mathbf{P}_1 \mathbf{l}) (\mathbf{P}_2 \mathbf{m}) + (\mathbf{P}_1 \mathbf{m}) (\mathbf{P}_2 \mathbf{l})]\}. \quad (156)$$

Если воспользоваться тройкой ортонормированных векторов в л. с. к. (43), то

$$\sigma_{P_1 P_2} = \sigma_0 \{1 + P_0 [(\mathbf{P}_1 \mathbf{n}) + (\mathbf{P}_2 \mathbf{n})] + A_{nn} (\mathbf{P}_1 \mathbf{n}) (\mathbf{P}_2 \mathbf{n}) + \\ + A_{ss} (\mathbf{P}_1 \mathbf{s}) (\mathbf{P}_2 \mathbf{s}) + A_{kk} (\mathbf{P}_1 \mathbf{k}) (\mathbf{P}_2 \mathbf{k}) + \\ + A_{sk} [(\mathbf{P}_1 \mathbf{s}) (\mathbf{P}_2 \mathbf{k}) + (\mathbf{P}_1 \mathbf{k}) (\mathbf{P}_2 \mathbf{s})]\}. \quad (157)$$

Здесь

$$A_{ab} = (\mathbf{a}_L)_i A_{ik} (\mathbf{b}_L)_k.$$

Для случая поляризаций пучка и мишени, ортогональных к плоскости рассеяния ( $\mathbf{P}_1 = P_1 \mathbf{n}$ ,  $\mathbf{P}_2 = P_2 \mathbf{n}$ ), (156) и (157) сводятся к

$$\sigma_{nn} = \sigma_0 [1 + P_0 (P_1 + P_2) + A_{nn} P_1 P_2], \quad (158)$$

что позволяет определить  $P_0$  и  $A_{nn}$ . Для получения данных о продольных компонентах  $A_{ik}$  необходимо провести измерения сечений при других ориентациях  $\mathbf{P}_1$  и  $\mathbf{P}_2$ .

Если  $\mathbf{P}_1 = P_1 \mathbf{k}$  и  $\mathbf{P}_2 = P_2 \mathbf{k}$ , то

$$\begin{aligned} \sigma_{kk} = \sigma_0 (1 + P_1 P_2 A_{kk}) &= \sigma_0 \left\{ 1 + \frac{1}{2} P_1 P_2 [2 A_{ml} \sin \theta + \right. \\ &\quad \left. + A_{ll} (1 + \cos \theta) + A_{mm} (1 - \cos \theta)] \right\}. \end{aligned} \quad (159)$$

При  $\mathbf{P}_1 = P_1 \mathbf{k}$  и  $\mathbf{P}_2 = P_2 \mathbf{s}$  (156) и (157) сводятся к

$$\begin{aligned} \sigma_{ks} = \sigma_0 (1 + P_1 P_2 A_{ks}) &= \\ &= \sigma_0 \left\{ 1 + \frac{1}{2} P_1 P_2 [-2 A_{ml} \cos \theta + (A_{ll} - A_{mm}) \sin \theta] \right\}, \end{aligned} \quad (160)$$

что при  $d = 0$  в (139) совпадает с выражением для сечения, когда поляризация пучка направлена по  $\mathbf{s}$ , а мишень поляризована по направлению  $\mathbf{k}$ .

Для случая поляризации пучка и мишени по вектору  $\mathbf{s}$

$$\begin{aligned} \sigma_{ss} = \sigma_0 (1 + P_1 P_2 A_{ss}) &= \\ &= \sigma_0 \left\{ 1 + \frac{1}{2} P_1 P_2 [A_{ll} (1 - \cos \theta) + A_{mm} (1 + \cos \theta) - 2 A_{ml} \sin \theta] \right\}. \end{aligned} \quad (161)$$

Из (159) — (161) следует, что

$$\left. \begin{aligned} C_+ &= \frac{1}{2} (C_{ll} + C_{mm}) = \frac{1}{2} (A_{kk} + A_{ss}); \\ C_- &= \frac{1}{2} (C_{ll} - C_{mm}) = A_{sk} \sin \theta + \frac{1}{2} (A_{kk} - A_{ss}) \cos \theta; \\ C_{lm} &= -A_{sk} \cos \theta + \frac{1}{2} (A_{kk} - A_{ss}) \sin \theta. \end{aligned} \right\} \quad (162)$$

Компоненты тензора  $C_{ik}$  могут быть определены также при измерении корреляции поляризаций нуклонов, возникающей при рассеянии неполяризованных частиц. На опыте измеряются компоненты  $C_{nn}$  и следующие величины:

$$\left. \begin{aligned} C_{s's''} &= (s')_{R_i} C_{ik} (s'')_{R_k}; \\ C_{s'k''} &= (s')_{R_i} C_{ik} (k''_{L_i})_{R_k}; \\ C_{k's''} &= (k'_{L_i})_{R_i} C_{ik} (s'')_{R_k}; \\ C_{k'k''} &= (k'_{L_i})_{R_i} C_{ik} (k''_{L_i})_{R_k}, \end{aligned} \right\} \quad (163)$$

которые связаны соотношением

$$(C_{s's''} + C_{k'k''}) (C_{s\bar{s}''} - C_{k'k''})^{-1} = \operatorname{ctg}(\theta_L + \theta_R). \quad (164)$$

Определение диагональных элементов тензора  $A_{ik}$  позволяет измерить сечения рассеяния в синглетных  $\sigma_s(\theta)$  и триплетных  $\sigma_t(\theta)$  состояниях. Действительно, с помощью триплетного и синглетного проецирующих операторов нетрудно получить, что

$$\left. \begin{aligned} \sigma_s(\theta) &= \sigma_0(\theta) [1 - \langle \sigma_1 \cdot \sigma_2 \rangle]; \\ \sigma_t(\theta) &= \sigma_0(\theta) \left[ 1 + \frac{1}{3} \langle \sigma_1 \cdot \sigma_2 \rangle \right], \end{aligned} \right\} \quad (165)$$

где  $\langle \sigma_1 \cdot \sigma_2 \rangle = A_{nn} + A_{ll} + A_{mm} = A_{nn} + A_{kk} + A_{ss}$ , а

$$\sigma_0 = \frac{1}{4} \sigma_s + \frac{3}{4} \sigma_t.$$

Для рассеяния протонов на протоны при  $\theta = \pi/2$  из-за (140) матрица (139) содержит лишь три независимые амплитуды и  $M(\pi/2) \times M(\pi/2) \times (\sigma_{1n}\sigma_{2n} - \sigma_{1k}\sigma_{2k} - \sigma_{1s}\sigma_{2s}) = M(\pi/2)$ , в силу чего (при  $\theta = \pi/2$ )  $A_{nn} - A_{kk} - A_{ss} = 1$ . Тогда  $\langle \sigma_1 \cdot \sigma_2 \rangle = 2A_{nn} - 1$  и

$$\left. \begin{aligned} \sigma_s(\pi/2) &= 2\sigma_0(\pi/2)(1 - A_{nn}); \\ \sigma_t(\pi/2) &= \frac{2}{3}\sigma_0(\pi/2)(1 + A_{nn}), \end{aligned} \right\} \quad (166)$$

а

$$(1 + A_{nn})(1 - A_{nn})^{-1} = 3\sigma_t/\sigma_s. \quad (167)$$

Иногда вводят  $\sigma_s$  и  $\sigma_t$  таким образом, что  $\sigma_0 = \sigma_s + \sigma_t$ . При таком определении сечений множитель 3 в правой части (167) отсутствует.

При  $\theta = \pi/2$  для  $pp$ -рассеяния из (158) имеем

$$\sigma_{nn}(\pi/2) = \sigma_0(\pi/2)[1 + P_1 P_2 A_{nn}(\pi/2)]. \quad (168)$$

Новые данные получаются при исследовании *полных сечений взаимодействия поляризованного пучка* (поляризация  $P_1$ ) с *поляризованной мишенью* (поляризация  $P_2$ ) [44]. При сохранении четности полное сечение взаимодействия двух частиц спина 1/2 может быть записано в виде

$$\sigma_{P_1 P_2}^{\text{tot}} = \sigma_0 + \sigma_1(P_1 \cdot P_2) + \sigma_2(P_1 k)(P_2 k). \quad (169)$$

Введем полные сечения взаимодействия в синглетном и триплетном состояниях с проекциями полного спина системы  $\pm 1,0$  на направление падающего пучка  $-\sigma_s, \sigma_+^t, \sigma_-^t, \sigma_0^t$ . Инвариантность относительно вращений дает  $\sigma_+^t = \sigma_-^t$ . Тогда для неполяризованного сечения имеем

$$\sigma_0^{\text{tot}} = \frac{1}{4} \sigma^s + \frac{1}{4} \sigma_0^t + \frac{1}{2} \sigma_+^t. \quad (170)$$

Записывая (169) для синглетного и триплетных состояний, получаем

$$\sigma_1 = \frac{1}{4} (\sigma_0^+ - \sigma^s), \quad \sigma_2 = \frac{1}{2} (\sigma_+^t - \sigma_0^t). \quad (171)$$

Из (169) и (171) полные сечения в чистых спиновых состояниях  $\sigma(\uparrow\uparrow)$ ,  $\sigma(\uparrow\downarrow)$ ,  $\sigma(\rightarrow\rightarrow)$  и  $\sigma(\leftarrow\leftarrow)$ , где стрелками показаны направления поляризаций пучка и мишени, выражаются через  $\sigma_s$  и  $\sigma_m^t$  следующим образом:

$$\left. \begin{aligned} \sigma(\uparrow\uparrow) &= \frac{1}{2} (\sigma_0^t + \sigma_+^t); & \sigma(\uparrow\downarrow) &= \frac{1}{2} (\sigma^s + \sigma_+^t); \\ \sigma(\rightarrow\rightarrow) &= \sigma_+^t; & \sigma(\leftarrow\leftarrow) &= \frac{1}{2} (\sigma^s + \sigma_0^t), \end{aligned} \right\} \quad (172)$$

причем

$$\left. \begin{aligned} \sigma(\rightarrow\rightarrow) + \sigma(\leftarrow\leftarrow) &= 2\sigma_0 = \sigma(\uparrow\uparrow) + \sigma(\uparrow\downarrow); \\ \Delta\sigma_T &= \sigma(\uparrow\downarrow) - \sigma(\uparrow\uparrow) = \frac{1}{2} (\sigma^s - \sigma_0^t); \\ \Delta\sigma_L &= \sigma(\leftarrow\leftarrow) - \sigma(\rightarrow\rightarrow) = -\left[ \sigma_+^t - \frac{1}{2} (\sigma^s + \sigma_0^t) \right]. \end{aligned} \right\} \quad (173)$$

Из (171) и (173) для полных сечений в состояниях с заданными значениями полного спина системы и его проекции получаем

$$\left. \begin{aligned} \sigma_+^t &= \sigma_0 - \frac{1}{2} \Delta\sigma_L; & \sigma_0^t &= \sigma_0 + \frac{1}{2} \Delta\sigma_L - \Delta\sigma_T; \\ \sigma^s &= \sigma_0 + \frac{1}{2} \Delta\sigma_L + \Delta\sigma_T, \end{aligned} \right\} \quad (174)$$

а (169) можно представить в виде

$$\sigma_{P_1, P_2}^{\text{tot}, 0} = \sigma_0^{\text{tot}} - \frac{1}{2} \Delta\sigma_T (P_1 \mathbf{k}_\perp) (P_2 \mathbf{k}_\perp) - \frac{1}{2} \Delta\sigma_L (P_1 \mathbf{k}) (P_2 \mathbf{k}). \quad (175)$$

Экспериментальные данные о значениях  $\Delta\sigma_L$ , т. содеряжат резонансно-подобную зависимость вблизи 1,5 ГэВ/с для  $pp$ -системы. Тоже данные, если их представить в виде зависимости от энергии  $\sigma^s$  и  $\sigma_m^t$ , не содержат резонансов, приводя к тому, что величина  $\sigma_+^t$  преобладает над другими сечениями вблизи 1,5 ГэВ/с [45]. Связь резонансно-подобной зависимости величин  $\Delta\sigma_L$ , т. для  $pp$ -рассеяния с кандидатами в дипротонные резонансы широко обсуждается в последние годы (см., например, [7, 45, 46]). Вопрос о том, насколько однозначно экспериментальные данные требуют введения представления о двухпротонных резонансах, нельзя считать выясненным.

Общее выражение для полного сечения взаимодействия поляризованного пучка частиц спина 1/2 с поляризованной мишенью спина 1/2 в отсутствие сохранения  $P$ -четности принимает вид [37]

$$\sigma_{P_1, P_2}^{\text{tot}} = \sigma_{P_1, P_2}^{\text{tot}, 0} + \sigma_3 (P_1 + P_2, \mathbf{k}) + \sigma_4 (P_1 - P_2, \mathbf{k}) + \sigma_5 (\mathbf{k} [P_1 P_2]), \quad (176)$$

где  $\sigma_{P_1, P_2}^{\text{tot}, 0}$  дается в (169)–(171). Для  $NN$ -рассеяния  $\sigma_5$  отлично от нуля при одновременном нарушении  $P$ - и  $T$ -инвариантностей. Для протон-протонного рассеяния

$$\sigma_3 = 0; \quad \sigma_4 = \frac{1}{4} (\sigma_{0s} + \sigma_{s0}); \quad \sigma_5 = \frac{1}{4} (\sigma_{0s} - \sigma_{s0}), \quad (177)$$

где  $\sigma_{0s}$  ( $\sigma_{s0}$ ) — полное сечение триплет-синглетных (синглет-триплетных) переходов с нарушением  $P$ -четности.

Аналогичные выражения справедливы для полных сечений взаимодействия поляризованных нейтронов с ядрами. Как видно из (176), опыты с продольно-поляризованным пучком (мишенью) измеряют величины  $\sigma_3 + \sigma_4$  ( $\sigma_3 - \sigma_4$ ), т. е. приводят к различающейся информации. Поэтому могут представить интерес дальнейшие исследования взаимодействия и сравнительно медленных нейтронов с ядрами в области энергий, где обнаружено [47] гигантское усиление эффекта несохранения четности [48], так что  $A_L$  для взаимодействия продольно-поляризованных нейтронов с неполяризованными ядрами достигает для  $^{139}\text{La}$  при энергии нейтронов 0,75 эВ значения  $(73 \pm 5) \cdot 10^{-3}$ . Возможные новые эксперименты с неполяризованными и поляризованными нейтронами и продольно-поляризованной ядерной мишенью могут привести к интересным данным.

Каковы возможные эффекты несохранения обращения времени при этом? Даже если  $\sigma_{0s}$  и  $\sigma_{s0}$  значительно усилены резонансными эффектами, но  $\sigma_{0s} = \sigma_{s0}$ , т. е.  $T$ -инвариантность имеет место,  $\sigma_5 = 0$ . Таким образом, усиление  $\sigma_{0s}$  и  $\sigma_{s0}$  необязательно приводит к увеличению сечения  $\sigma_5$ , но экспериментально проверить это весьма интересно. Некоторые оценки возможных эффектов несохранения  $T$ -инвариантности в литературе имеются [49].

Тензор деполяризации  $D_{ik}$  определяется соотношением

$$\sigma_0 D_{ik} = \frac{1}{4} \text{Sp} \sigma_{1i} M \sigma_{1k} M^+ = \frac{1}{4} \text{Sp} \sigma_{2i} M \sigma_{2k} M^+. \quad (178)$$

При рассеянии поляризованного пучка с поляризацией  $P_1$  на неполяризованной мишени тензор  $D_{ik}$  связывает  $i$ -компоненту поляризации  $P'_1$  рассеянных частиц с  $P_1$  соотношением

$$\begin{aligned} P'_{1i} &= \frac{\text{Sp} \sigma_{1i} M \rho_0 M^+}{\text{Sp} M \rho_0 M^+} = \frac{1}{4} \frac{\text{Sp} \sigma_{1i} M [1 + (\sigma_1 P_1)] M^+}{\sigma_0 [1 + P_0 (P_1 n)]} = \\ &= (P'_i + D_{ik} P_{1k}) [1 + P_0 (P_1 n)]^{-1}, \end{aligned} \quad (179)$$

где, как и ранее,  $P_0 = P_0 n$  — поляризация частиц, возникшая после столкновения неполяризованных нуклонов. Тот же тензор  $D_{ik}$  определяет поляризацию частиц отдачи  $P'_2$  при рассеянии неполяризованных частиц мишенью с поляризацией  $P_2$ :

$$P'_{2i} = (P_{i0} + D_{ik} P_{2k}) [1 + P_0 (P_2 n)]^{-1}. \quad (180)$$

Требования инвариантности взаимодействия относительно вращений, пространственных отражений и обращения времени приводят к тому, что  $D_{ik}$  определяется четырьмя независимыми скалярными функциями

$$D_{ik} = D_{nn} n_i n_k + D_{ll} l_i l_k + D_{mm} m_i m_k + D_{ml} (m_i l_k - m_k l_i). \quad (181)$$

Вводим в л. с. к. три ортонормированные системы векторов (43), (44) и (45). Здесь  $\mathbf{k}, \mathbf{k}'_L, \mathbf{k}''_L$  — единичные векторы в направлении соответственно импульсов падающего нуклона, рассеянного нуклона и нуклона отдачи.

Перейдем к рассмотрению поляризации, возникающей в случае, когда в начальном состоянии либо пучок, либо мишень поляризованы. Пусть поляризация падающего пучка нуклона  $\mathbf{P}_1$  отлична от нуля, а  $P_2 = 0$ . Из соображений инвариантности очевидно, что компоненты поляризации рассеянной частицы, измеряемые в л. с. к., равны

$$\left. \begin{aligned} \sigma_{P_1} (\langle \sigma_1 \rangle_L \cdot \mathbf{n}) &= \sigma_0 [P_0 + D_{nn} (\mathbf{P}_1 \mathbf{n})]; \\ \sigma_{P_1} (\langle \sigma_1 \rangle_L \cdot \mathbf{k}'_L) &= \sigma_0 [D_{k'k} (\mathbf{P}_1 \mathbf{k}) + D_{k's} (\mathbf{P}_1 \mathbf{s})]; \\ \sigma_{P_1} (\langle \sigma_1 \rangle_L \cdot \mathbf{s}') &= \sigma_0 [D_{s'k} (\mathbf{P}_1 \mathbf{k}) + D_{s's} (\mathbf{P}_1 \mathbf{s})]. \end{aligned} \right\} \quad (182)$$

Здесь

$$\left. \begin{aligned} D_{nn} &= D = (\mathbf{n})_i D_{ik} (\mathbf{n})_k; & D_{s's} &= R = (\mathbf{s}')_R i D_{ik} (\mathbf{s})_k; \\ D_{s'k} &= A = (\mathbf{s}')_R i D_{ik} (\mathbf{k})_k; & D_{k's} &= R' = (\mathbf{k}'_L)_R i D_{ik} (\mathbf{s})_k; \\ D_{k'k} &= A' = (\mathbf{k}'_L)_R i D_{ik} (\mathbf{k})_k \end{aligned} \right\} \quad (183)$$

— параметры тройного рассеяния Вольфенштейна, определенные с учетом релятивистского поворота спина;  $\sigma_{P_1}$  — дифференциальное сечение рассеяния поляризованного пучка неполяризованной мишенью:

$$\sigma_{P_1} = \sigma_0 [1 + P_0 (\mathbf{P}_1 \mathbf{n})],$$

а векторы  $(\mathbf{k}'_L)_R, (\mathbf{s}')_R, (\mathbf{k}''_L)_R, (\mathbf{s}'')_R$  определены в (55) и (56).

С их помощью можно выразить параметры (183) через компоненты тензора  $D_{ik}$  в с. ц. и.:

$$\left. \begin{aligned} D_{s's} &= D_+ \cos(\theta - \theta_L) - D_{lm} \sin(\theta - \theta_L) - D_- \cos \theta_L; \\ D_{s'k} &= -D_+ \sin(\theta - \theta_L) - D_{lm} \cos(\theta - \theta_L) + D_- \sin \theta_L; \\ D_{k's} &= D_+ \sin(\theta - \theta_L) + D_{lm} \cos(\theta - \theta_L) + D_- \sin \theta_L; \\ D_{k'k} &= D_+ \cos(\theta - \theta_L) - D_{lm} \sin(\theta - \theta_L) + D_+ \cos \theta_L, \end{aligned} \right\} \quad (184)$$

где

$$D_{\pm} = \frac{1}{2} (D_{ll} \pm D_{mm}).$$

Требование  $T$ -инвариантности приводит к соотношению

$$(D_{s'k} + D_{k's}) (D_{k'k} - D_{s'k})^{-1} = (A + R') (A' - R)^{-1} = \tan \theta_L. \quad (185)$$

Из (184) нетрудно выразить  $D_{\pm}$  и  $D_{lm}$  через измеряемые в л. с. к. параметры  $D_{s''s}$ ,  $D_{s''k}$ ,  $D_{k''s}$ .

Ясно, что компоненты тензора  $D_{ik}$  могут быть определены также измерением поляризации частиц отдачи, возникающей при рассеянии неполяризованного пучка поляризованной мишенью ( $P_1 = 0$ ,  $P_2 \neq 0$ ). Используя соображения инвариантности, находим

$$\left. \begin{aligned} \sigma_{P_2} (\langle \sigma_2 \rangle_L \cdot n) &= \sigma_0 [P_0 + D_{nn} (P_2 n)]; \\ \sigma_{P_2} (\langle \sigma_2 \rangle_L \cdot k'_L) &= \sigma_0 [D_{k''k} (P_2 k) + D_{k''s} (P_2 s)]; \\ \sigma_{P_2} (\langle \sigma_2 \rangle_L \cdot s'') &= \sigma_0 [D_{s''k} (P_2 k) + D_{s''s} (P_2 s)]. \end{aligned} \right\} \quad (186)$$

Здесь

$$\left. \begin{aligned} D_{k''k} &= (k'_L)_{Ri} D_{ik} (k)_k; & D_{k''s} &= (k'_L)_{Ri} D_{ik} (s)_k; \\ D_{s''k} &= (s'')_{Ri} D_{ik} (k); & D_{s''s} &= (s'')_{Ri} D_{ik} (s)_k, \end{aligned} \right\} \quad (187)$$

причем

$$\left. \begin{aligned} D_{s''s} &= D_+ \cos(\theta^* - \theta_R) + D_{lm} \sin(\theta^* - \theta_R) + D_- \cos \theta_R; \\ D_{s''k} &= D_+ \sin(\theta^* - \theta_R) - D_{lm} \cos(\theta^* - \theta_R) + D_- \sin \theta_R; \\ D_{k''s} &= -D_+ \sin(\theta^* - \theta_R) + D_{lm} \cos(\theta^* - \theta_R) + D_- \sin \theta_R; \\ D_{k''k} &= D_+ \cos(\theta^* - \theta_R) + D_{lm} \sin(\theta^* - \theta_R) - D_- \cos \theta_R \end{aligned} \right\} \quad (188)$$

и имеет место соотношение

$$(D_{s''s} + D_{k''s}) (D_{s''s} - D_{k''s})^{-1} = \operatorname{tg} \theta_R. \quad (189)$$

Обратимся теперь к тензору передачи поляризации

$$K_{ik} = \frac{1}{4\sigma_0} \operatorname{Sp} \sigma_{2i} M \sigma_{1k} M^*. \quad (190)$$

Он определяет поляризацию частицы отдачи  $P_2$  при рассеянии поляризованного пучка (поляризация  $P_1$ ) на неполяризованной мишени

$$P'_{2t} = (P_{0i} + K_{ik} P_{1k}) [1 + P_0 (P_1 n)]^{-1}. \quad (191)$$

Благодаря симметричной зависимости  $M$  от  $\sigma_1$  и  $\sigma_2$  этот же тензор определяет поляризацию  $P_1$  рассеянных частиц при рассеянии неполяризованного пучка на поляризованной мишени (поляризация  $P_2$ )

$$P'_{1i} = (P_{0i} + K_{ik} P_{2k}) [1 + P_0 (P_2 n)]^{-1}. \quad (192)$$

Общая структура тензора  $K_{ik}$  совпадает со (181) с заменой  $D_{nn}$  на  $K_{nn}$ ,  $D_{ll}$  на  $K_{ll}$ ,  $D_{mm}$  на  $K_{mm}$ ,  $D_{ml}$  на  $K_{ml}$ . Иногда в литературе для параметров Вольфенштейна тензора  $K_{ik}$  вводят обозначения  $K_{nn} = D_t$ ,  $R_t$ ,  $A_t$  и т. п.

Пусть поляризованный пучок рассеивается на неполяризованной мишени ( $P_1 \neq 0$ ,  $P_2 = 0$ ). Для измеряемых в л. с. к. компонент поляризации частиц отдачи получим следующие выражения:

$$\left. \begin{aligned} \sigma_{P_1} (\langle \sigma_2 \rangle_L \cdot n) &= \sigma_0 [P_0 + K_{nn} (P_1 n)]; \\ \sigma_{P_1} (\langle \sigma_2 \rangle_L \cdot k'_L) &= \sigma_0 [K_{k''k} (P_1 k) + K_{k''s} (P_1 s)]; \\ \sigma_{P_1} (\langle \sigma_2 \rangle_L \cdot s'') &= \sigma_0 [K_{s''k} (P_1 k) + K_{s''s} (P_1 s)]. \end{aligned} \right\} \quad (193)$$

Здесь

$$K_{a''b} = (\mathbf{a}_L'')_{Ri} K_{ih} (\mathbf{b}_L)_k,$$

$\mathbf{a}_L''$  и  $\mathbf{b}_L$  — векторы соответственно из троек (45) и (43). Очевидно, что соотношения, связывающие эти величины с компонентами тензора  $K_{ih}$ , могут быть получены из (187)–(188) с помощью замены

$$D_{a''b} \rightarrow K_{a''b}, \quad D_{ih} \rightarrow K_{ih}.$$

Для случая рассеяния протонов протонами в силу принципа Паули поляризационные тензоры в с. ц. и. удовлетворяют следующим соотношениям:

$$\left. \begin{aligned} P_{0i}(\mathbf{k}', \mathbf{k}) &= P_{0i}(-\mathbf{k}', \mathbf{k}); & D_{ih}(\mathbf{k}', \mathbf{k}) &= K_{ih}(-\mathbf{k}', \mathbf{k}); \\ C_{ih}(\mathbf{k}', \mathbf{k}) &= C_{ih}(-\mathbf{k}', \mathbf{k}). \end{aligned} \right\} (194)$$

Для  $pp$ -рассеяния мы называем рассеянной частицей протон, попавший в интервал  $0 \leq \theta \leq \pi/2$ . Протон, попавший в интервал  $\pi/2 < \theta \leq \pi$ , называется частицей отдачи. По своему смыслу  $D_{ih}$  требует измерения поляризации рассеянных частиц, а нахождение компонент тензора  $K_{ih}$  — измерения поляризации частиц отдачи. При этом

$$\left. \begin{aligned} D_{nn}(\pi - \theta) &= K_{nn}(\theta); & D_{mm}(\pi - \theta) &= K_{ll}(\theta); \\ D_{ll}(\pi - \theta) &= K_{mm}(\theta); & D_{ml}(\pi - \theta) &= K_{lm}(\theta) = -K_{ml}(\theta), \end{aligned} \right\} (195)$$

а для измеряемых в л. с. к. величин с помощью (193) получаем

$$\left. \begin{aligned} P_0(\pi - \theta) &= -P_0(\theta); & K_{s''h}(\pi - \theta) &= -D_{s'h}(\theta); \\ A_{nn}(\pi - \theta) &= A_{nn}(\theta); & K_{h''s}(\pi - \theta) &= -D_{h's}(\theta); \\ A_{ss}(\pi - \theta) &= A_{ss}(\theta); & K_{s's}(\pi - \theta) &= D_{s's}(\theta); \\ A_{sh}(\pi - \theta) &= -A_{sh}(\theta); & K_{s'h}(\pi - \theta) &= -D_{s'h}(\theta); \\ K_{s''s}(\pi - \theta) &= D_{s's}(\theta); & K_{h's}(\pi - \theta) &= -D_{h's}(\theta). \end{aligned} \right\} (196)$$

В целом [4] для поляризационных тензоров второго ранга ( $A_{ih}$ ,  $C_{ih}$ ,  $D_{ih}^{(1,2)}$ ,  $K_{ih}^{(1,2)}$ ) сохранение четности оставляет по пять, а с учетом принципа Паули — по четыре компоненты в каждом. Условие (149) приводит к тому, что  $A_{nn} = C_{nn}$ ,  $D_{nn}^{(1)} = D_{nn}^{(2)}$  и  $K_{nn}^{(1)} = K_{nn}^{(2)}$ . Наконец, инвариантность относительно обращения времени приводит к тому, что  $C_{ll} = A_{ll}$ ,  $C_{mm} = A_{mm}$ ,  $C_{ml} = -A_{ml}$ ,  $D_{ml} = -D_{lm}$ ,  $K_{ml} = -K_{lm}$ .

Новую информацию о  $NN$ -взаимодействии даёт изучение поляризации нуклонов и корреляции поляризаций после рассеяния поляризованного пучка на поляризованной мишени [4, 50, 51].

Общее выражение для проекции вектора поляризации рассеянной частицы 1 на направление произвольного вектора  $\mathbf{Q}$  можно представить в виде

$$\sigma_{\mathbf{P}_1 \mathbf{P}_2} (\mathbf{P}'_1 \cdot \mathbf{Q}) = \sigma_0 [P_0(Qn) + K_{QP_2} + D_{QP_1} + M_{Q_1 P_1 P_2}], \quad (197)$$

где  $K_{ab} = a_i K_{ik} b_k$ ,  $D_{ab} = a_i D_{ik} b_k$ , а  $D_{ik}$  и  $K_{ik}$  — введенные выше тензоры деполяризации и передачи поляризации.

Во вновь введенном псевдотензоре третьего ранга

$$M_{ihq} = \frac{1}{4\sigma_0} \operatorname{Sp} \sigma_{1i} M \sigma_{1k} \sigma_{2q} M^+ \quad (198)$$

в силу сохранения четности отличны от нуля 13 элементов, из которых не все независимы, поскольку требование (149) приводит к тому, что

$$M_{nnn} = \frac{1}{4\sigma_0} \operatorname{Sp} (\sigma_1 n) M (\sigma_1 n) (\sigma_2 n) M^+ = P_0 \quad (199)$$

и с учетом требований симметрии

$$M_{nmm} = -M_{nll}, \quad M_{mnm} = M_{lnl}, \quad M_{mmn} = M_{lln}. \quad (200)$$

Кроме того, между компонентами тензора  $M_{ihq}$  существуют три алгебраических соотношения [формула (18) в [59]].

Для  $pp$ -рассеяния принцип Паули приводит к соотношению

$$M_{ikh}(\mathbf{k}', \mathbf{k}) = M_{iqh}(-\mathbf{k}', \mathbf{k}), \quad (201)$$

откуда для компонент тензора имеем

$$\left. \begin{aligned} M_{mnL}(\pi - \theta) &= -M_{lmn}(\theta); & M_{mln}(\pi - \theta) &= -M_{lnm}(\theta); \\ M_{mnm}(\pi - \theta) &= -M_{mmn}(\theta); & M_{nll}(\pi - \theta) &= M_{nll}(\theta); \\ M_{nml}(\pi - \theta) &= -M_{nml}(\theta); & M_{nlm}(\pi - \theta) &= -M_{nlm}(\theta). \end{aligned} \right\} \quad (202)$$

Для определения величин, измеряемых в л. с. к., воспользуемся тройками векторов (43). Используя соображения симметрии, получаем следующие выражения для компонент поляризации рассеянной частицы, когда матрица плотности начального состояния дается (142):

$$\begin{aligned} \sigma_{P_1 P_2} (\langle \sigma_1 \rangle_L \cdot \mathbf{n}) &= \sigma_0 [P_0 + D_{nn}(\mathbf{P}_1 \mathbf{n}) + K_{nn}(\mathbf{P}_2 \mathbf{n}) + \\ &\quad + P_0(\mathbf{P}_1 \mathbf{n})(\mathbf{P}_2 \mathbf{n}) + M_{nhh}(\mathbf{P}_1 \mathbf{k})(\mathbf{P}_2 \mathbf{k}) + \\ &\quad + M_{nhs}(\mathbf{P}_1 \mathbf{k})(\mathbf{P}_2 \mathbf{s}) + M_{nsb}(\mathbf{P}_1 \mathbf{s})(\mathbf{P}_2 \mathbf{k}) + \\ &\quad + M_{nss}(\mathbf{P}_1 \mathbf{s})(\mathbf{P}_2 \mathbf{s})]; \end{aligned} \quad (203)$$

$$\begin{aligned} \sigma_{P_1 P_2} (\langle \sigma_1 \rangle_L \cdot \mathbf{k}'_L) &= \sigma_0 [D_{h'k}(\mathbf{P}_1 \mathbf{k}) + \\ &\quad + D_{h's}(\mathbf{P}_1 \mathbf{s}) + K_{h'k}(\mathbf{P}_2 \mathbf{k}) + K_{h's}(\mathbf{P}_2 \mathbf{s}) + \\ &\quad + M_{h'kn}(\mathbf{P}_1 \mathbf{k})(\mathbf{P}_2 \mathbf{n}) + M_{h'sn}(\mathbf{P}_1 \mathbf{s})(\mathbf{P}_2 \mathbf{n}) + \\ &\quad + M_{h'nk}(\mathbf{P}_1 \mathbf{n})(\mathbf{P}_2 \mathbf{k}) + M_{h'ns}(\mathbf{P}_1 \mathbf{n})(\mathbf{P}_2 \mathbf{s})]; \end{aligned} \quad (204)$$

$$\begin{aligned} \sigma_{P_1 P_2} (\langle \sigma_1 \rangle_{LS'}) &= \sigma_0 [D_{s'k}(\mathbf{P}_1 \mathbf{k}) + D_{s's}(\mathbf{P}_1 \mathbf{s}) + \\ &\quad + K_{s'k}(\mathbf{P}_2 \mathbf{k}) + K_{s's}(\mathbf{P}_2 \mathbf{s}) + M_{s'hn}(\mathbf{P}_1 \mathbf{k})(\mathbf{P}_2 \mathbf{n}) + \\ &\quad + M_{s'sn}(\mathbf{P}_1 \mathbf{s})(\mathbf{P}_2 \mathbf{n}) + M_{s'nk}(\mathbf{P}_1 \mathbf{n})(\mathbf{P}_2 \mathbf{k}) + \\ &\quad + M_{s'ns}(\mathbf{P}_1 \mathbf{n})(\mathbf{P}_2 \mathbf{s})]; \end{aligned} \quad (205)$$

Между 12 величинами

$$M_{abc} = (\mathbf{a}'_L)_{Ri} M_{ihq} (\mathbf{b}_L)_k (\mathbf{c}_L)_q \quad (206)$$

имеются три соотношения

$$\left. \begin{aligned} M_{nhk} &= -M_{nss}; \quad (M_{s'sn} - M_{k'kn}) (M_{s'kn} + M_{k'sn})^{-1} = \tan \theta_L; \\ &\quad (M_{s'ns} - M_{k'nk}) (M_{s'nk} + M_{k'ns})^{-1} = \tan \theta_L. \end{aligned} \right\} \quad (207)$$

Измеряемые в л.с.к. параметры  $M_{abc}$  связаны с компонентами тензора  $M_{ihq}$  в с.ц.и. соотношениями

$$\left. \begin{aligned} M_{nhk} &= M_{nll} \cos \theta - M_{nlm}^+ \sin \theta; \\ M_{nhs} &= M_{nll} \sin \theta + M_{nlm}^+ \cos \theta + M_{nlm}^-; \\ M_{nsk} &= M_{nll} \sin \theta + M_{nlm}^+ \cos \theta - M_{nlm}^-; \\ M_{k'kn} &= M_{mmn} \cos(\alpha + \theta/2) + M_{lmn}^+ \sin(\alpha - \theta/2) - \\ &\quad - M_{lmn}^- \sin(\alpha + \theta/2); \\ M_{k'sn} &= M_{mmn} \sin(\alpha + \theta/2) + M_{lmn}^+ \cos(\alpha - \theta/2) + \\ &\quad + M_{lmn}^- \cos(\alpha + \theta/2); \\ M_{k'nk} &= M_{mmn} \cos(\alpha + \theta/2) + M_{lmn}^+ \sin(\alpha - \theta/2) - \\ &\quad - M_{lmn}^- \sin(\alpha + \theta/2); \\ M_{k'ns} &= M_{mmn} \sin(\alpha + \theta/2) + M_{lmn}^+ \cos(\alpha - \theta/2) + \\ &\quad + M_{lmn}^- \sin(\alpha + \theta/2); \\ M_{s'kn} &= -M_{mmn} \sin(\alpha + \theta/2) + M_{lmn}^+ \cos(\alpha - \theta/2) - \\ &\quad - M_{lmn}^- \cos(\alpha + \theta/2); \\ M_{s'sn} &= M_{mmn} \cos(\alpha + \theta/2) - M_{lmn}^+ \sin(\alpha - \theta/2) - \\ &\quad - M_{lmn}^- \sin(\alpha + \theta/2); \\ M_{s'nh} &= -M_{mmn} \sin(\alpha + \theta/2) + M_{lmn}^+ \cos(\alpha - \theta/2) - \\ &\quad - M_{lmn}^- \cos(\alpha + \theta/2); \\ M_{s'ns} &= M_{mmn} \cos(\alpha + \theta/2) - M_{lmn}^+ \sin(\alpha - \theta/2) - \\ &\quad - M_{lmn}^- \sin(\alpha + \theta/2). \end{aligned} \right\} \quad (208)$$

Здесь  $\alpha = \theta/2 - \theta_L$ ;

$$\left. \begin{aligned} M_{nlm}^\pm &= (M_{nlm} \pm M_{nml})/2; \\ M_{lmn}^\pm &= (M_{lmn} \pm M_{mnl})/2; \\ M_{lmn}^\pm &= (M_{lmn} \pm M_{mln})/2. \end{aligned} \right\} \quad (209)$$

Для измерения поперечных ( $\langle \sigma_1 \rangle_L \cdot \mathbf{n}$ ) и ( $\langle \sigma_1 \rangle_L \cdot \mathbf{s}'$ ) компонент поляризации необходимо плоскость анализирующего рассеяния

выбрать перпендикулярной соответственно  $\mathbf{n}$  и  $\mathbf{s}'$ . Продольная ( $\langle \sigma_1 \rangle_L \cdot \mathbf{k}'_L$ ) компонента поляризации может быть измерена, если наклоны перед анализирующим рассеянием пропускаются через магнитное поле, направленное по  $\mathbf{n}$ .

Для определения параметра  $M_{s'sn}$ , например, нужно пучок с поляризацией  $\mathbf{P}_1 = P_1\mathbf{s}$  рассеять на мишени, поляризованной перпендикулярно плоскости рассеяния ( $\mathbf{P}_2 = P_2\mathbf{n}$ ).

Как следует из (203)–(205) и (157), возникшая при этом поляризация равна

$$\begin{aligned} \langle \sigma_1 \rangle_L &= [P_1 (D_{k's} + P_2 M_{k'sn}) \mathbf{k}'_L + \\ &+ \overline{P_1} (D_{s's} + P_2 M_{s'sn}) \mathbf{s}' + \mathbf{n} (P_0 + P_2 K_{nn})] (1 + P_0 P_2)^{-1}. \end{aligned} \quad (210)$$

Если нормаль к плоскости анализирующего рассеяния параллельна  $\mathbf{s}'$ , то лево-правая асимметрия равна

$$e_{s'}^{LR} = P_a \frac{P_1 (R + P_2 M_{s'sn})}{(1 + P_0 P_2)}, \quad (211)$$

где  $P_a$  — анализирующая способность мишени-анализатора. Если известны параметры  $P_0$  и  $R$ , то из (211) можно найти  $M_{s'sn}$ . Остальные величины  $M_{abc}$  могут быть найдены аналогичным образом.

Для поляризации частиц отдачи аналогично (197) имеем

$$\sigma_{\mathbf{P}_1 \mathbf{P}_2} (\mathbf{P}_2 \mathbf{Q}) = \sigma_0 [P_0 (\mathbf{Q}\mathbf{n}) + K_{QP_1} + D_{QP_2} + N_{QP_1 P_2}], \quad (212)$$

и новая информация связывается с тензором третьего ранга

$$N_{ikq} = \frac{1}{4\sigma_0} \text{Sp} \sigma_{2i} M \sigma_{1k} \sigma_{2q} M^+. \quad (213)$$

Структура этого тензора не отличается от структуры тензора  $M_{ikq}$ . Требование инвариантности при отражениях приводит к равенствам

$$\left. \begin{aligned} N_{nll} &= -M_{nmm}; & N_{nmm} &= -M_{nll}; \\ N_{nml} &= M_{nlm}; & N_{nlm} &= M_{nml}. \end{aligned} \right\} \quad (214)$$

Наиболее сложным экспериментом является изучение корреляции поляризаций при одновременном использовании поляризованного пучка и поляризованной мишени. В этом случае с помощью (142) для корреляции поляризаций получаем

$$\begin{aligned} \sigma_{\mathbf{P}_1 \mathbf{P}_2} C_{ab}^{\mathbf{P}_1 \mathbf{P}_2} &= \text{Sp} [(\sigma_1 \mathbf{a}) (\sigma_2 \mathbf{b}) M \rho_0 M^+] = \\ &= \sigma_0 a_i b_k [C_{ik} + C_{ikq} P_{1q} + P_{ikq} P_{2q} + C_{ikq} P_{1q} P_{2p}], \end{aligned} \quad (215)$$

где  $C_{ab} = a_i C_{ik} b_k$  дается определенным в (154) тензором  $C_{ik}$ , а новая информация связывается с тензорами  $C_{ikq}$ ,  $P_{ikq}$  и  $C_{ikqp}$ :

$$\left. \begin{aligned} \sigma_0 C_{ikq} &= \frac{1}{4} \operatorname{Sp} \sigma_{1i} \sigma_{2k} M \sigma_{1q} M^+; \\ \sigma_0 P_{ikq} &= \frac{1}{4} \operatorname{Sp} \sigma_{1i} \sigma_{2k} M \sigma_{2q} M^+; \\ \sigma_0 C_{ikqp} &= \frac{1}{4} \operatorname{Sp} \sigma_{1i} \sigma_{2k} M \sigma_{1q} \sigma_{2p} M^+. \end{aligned} \right\} \quad (216)$$

Тензор  $C_{ikp}$  ( $P_{ikq}$ ) характеризует корреляцию поляризаций в опытах с поляризованным (неполяризованным) пучком и неполяризованной (поляризованной) мишенью. Инвариантность при отражениях приводит к тому, что

$$C_{nnn} = P_{20}, \quad P_{nnn} = P_{10}, \quad C_{nnnn} = 1, \quad (217)$$

а некоторые другие компоненты тензоров третьего и четвертого рангов связаны друг с другом и с более простыми величинами, например

$$\left. \begin{aligned} P_{mnn} &= M_{lnl}; & C_{nlm} &= -N_{mln}; \\ C_{nnab} &= C_{[na], [nb]}; & C_{nanb} &= D_{[an]_o [bn]}. \end{aligned} \right\} \quad (218)$$

Из инвариантности относительно обращения времени и  $\sigma_1 \leftrightarrow \sigma_2$  симметрии матрицы  $M$  (в пренебрежении электромагнитными эффектами для  $pr$ -системы) можно видеть, что

$$\left. \begin{aligned} N_{ikq}(\mathbf{k}', \mathbf{k}) &= M_{ikq}(\mathbf{k}', \mathbf{k}); \\ C_{ikq}(\mathbf{k}', \mathbf{k}) &= P_{ikq}(\mathbf{k}', \mathbf{k}) = -M_{qik}(-\mathbf{k}, -\mathbf{k}'). \end{aligned} \right\} \quad (219)$$

Таким образом, компоненты тензора  $M_{ikq}$  определяют также все остальные тензоры третьего ранга.

Компоненты тензора  $M_{ikq}$  могут быть определены также измерением поляризации частиц отдачи, возникающей при рассеянии поляризованного пучка поляризованной мишенью.

Из измерений поляризации частиц отдачи могут быть определены следующие величины:

$$\left. \begin{aligned} N_{nbc} &= (\mathbf{n})_i N_{ikq}(\mathbf{b}_L)_k (\mathbf{c}_L)_q; \\ N_{k''bc} &= (\mathbf{k}'')_R i N_{ikq}(\mathbf{b}_L)_k (\mathbf{c}_L)_q; \\ N_{s''bc} &= (\mathbf{s}'')_R i N_{ikq}(\mathbf{b}_L)_k (\mathbf{c}_L)_q. \end{aligned} \right\} \quad (220)$$

Здесь  $\mathbf{b}_L$  и  $\mathbf{c}_L$  — векторы из тройки (43); величины  $(\mathbf{k}'')_R$  и  $(\mathbf{s}'')_R$  определены в (52), (54). Из (214) нетрудно показать, что

$$\left. \begin{aligned} N_{nbc} &= M_{ncb}; \\ N_{k''bc} &= -M_{s'cb}(\alpha \rightarrow -\alpha'), \quad N_{s''bc} = M_{k'cb}(\alpha \rightarrow -\alpha'), \end{aligned} \right\} \quad (221)$$

где  $(\alpha \rightarrow -\alpha')$  означает, что в соответствующих выражениях в (208) угол  $\alpha = \theta/2 - \theta_L$  должен быть заменен углом  $-\alpha'$ , причем  $\alpha' = \theta^*/2 - \theta_R$ .

Компоненты тензора  $M_{ikq}$  могут быть определены также из измерений корреляций поляризаций, возникающих при рассеянии поляризованного пучка неполяризованной мишенью. Приведем выражения для измеряемых величин:

$$\left. \begin{aligned} C_{k'n\hbar} &= M_{mnn} \cos(\theta - \theta_L) + M_{lmn}^+ \sin \theta_L - M_{lmn}^- \sin(\theta - \theta_L); \\ C_{k'ns} &= M_{mnn} \sin(\theta - \theta_L) - M_{lmn}^+ \sin \theta_L + M_{lmn}^- \cos(\theta - \theta_L); \\ C_{s'nk} &= -M_{mnn} \sin(\theta - \theta_L) - M_{lmn}^+ \cos \theta_L - M_{lmn}^- \cos(\theta - \theta_L); \\ C_{s'ns} &= M_{mnn} \cos(\theta - \theta_L) - M_{lmn}^+ \sin \theta_L - M_{lmn}^- \sin(\theta - \theta_L); \\ C_{k'k'n} &= M_{nll} \sin(\alpha - \alpha') + M_{nlm}^+ \cos(\alpha - \alpha') + M_{nlm}^- \sin(\theta_R + \theta_L); \\ C_{k's'n} &= M_{nll} \cos(\alpha - \alpha') - M_{nlm}^+ \sin(\alpha - \alpha') + M_{nlm}^- \cos(\theta_R + \theta_L); \\ C_{s'k'n} &= M_{nll} \cos(\alpha - \alpha') - M_{nlm}^+ \sin(\alpha - \alpha') - M_{nlm}^- \cos(\theta_R + \theta_L); \\ C_{s's'n} &= -M_{nll} \sin(\alpha - \alpha') - M_{nlm}^+ \cos(\alpha - \alpha') + M_{nlm}^- \sin(\theta_R + \theta_L); \\ C_{nk'n} &= M_{mnm} \cos(\theta^* - \theta_R) + M_{lnm}^+ \sin \theta_R + M_{lnm}^- \sin(\theta^* - \theta_R); \\ C_{nk''n} &= -M_{mnm} \sin(\theta^* - \theta_R) + M_{lnm}^+ \cos \theta_R + M_{lnm}^- \cos(\theta^* - \theta_R); \\ C_{ns'n} &= M_{mnm} \sin(\theta^* - \theta_R) + M_{lnm}^+ \cos \theta_R - M_{lnm}^- \cos(\theta^* - \theta_R); \\ C_{ns''n} &= M_{mnm} \cos(\theta^* - \theta_R) - M_{lnm}^+ \sin \theta_R + M_{lnm}^- \sin(\theta^* - \theta_R). \end{aligned} \right\} \quad (222)$$

Из равенств (200) вытекают следующие соотношения:

$$\left. \begin{aligned} (C_{ns'n} + C_{nk''n}) (C_{nk''n} - C_{ns''n})^{-1} &= \operatorname{ctg} \theta_R; \\ (C_{k's'n} - C_{s'k'n}) (C_{s's'n} + C_{k'k'n})^{-1} &= \operatorname{ctg} (\theta_R + \theta_L); \\ (C_{s'ns} - C_{k'nk}) (C_{s'nk} + C_{k'ns})^{-1} &= \operatorname{tg} \theta_L. \end{aligned} \right\} \quad (223)$$

Информация о компонентах  $M_{ikq}$  может быть получена также при измерении корреляции поляризаций в случае, когда поляризована мишень. Измеряемые при этом величины могут быть найдены из (222) следующим образом:

$$\left. \begin{aligned} P_{k'k'n} &= -C_{s's'n} (\alpha \rightleftharpoons -\alpha'), \quad P_{s'k'n} = C_{s'k'n} (\alpha \rightleftharpoons -\alpha'); \\ P_{k's'n} &= C_{k's'n} (\alpha \rightleftharpoons -\alpha'), \quad P_{s'nb} = -C_{nk''b} (\alpha' \rightarrow -\alpha); \\ P_{k'nb} &= C_{ns'b} (\alpha' \rightarrow -\alpha), \quad P_{ns'b} = C_{k'nb} (\alpha \rightarrow -\alpha'); \\ P_{s's'n} &= -C_{k'k'n} (\alpha \rightleftharpoons -\alpha'), \quad P_{nk'b} = -C_{s'nb} (\alpha \rightarrow -\alpha'). \end{aligned} \right\} \quad (224)$$

В скобках указана необходимая замена углов.

Отметим в заключение, что из всех поляризационных тензоров третьего ранга независимыми остаются 9 компонент.

Относительно поляризационного тензора четвертого ранга надо напомнить [4, 52], что требования сохранения четности и обращения времени вместе с принципом Паули оставляют 17 компонент тензора  $C_{ikqp}$ . Условие отражения в плоскости реакции (149) уменьшает это число, связывая некоторые компоненты  $C_{ikqp}$  с другими компонентами, включая тензоры более низких рангов, так что

$$\left. \begin{array}{l} C_{nnnn}=1; \quad C_{nlnl}=D_{mm}; \quad C_{nmmn}=D_{ll}; \\ C_{nlln}=K_{mm}; \quad C_{nmnn}=K_{ll}; \quad C_{llnn}=-C_{mm}; \\ C_{mmnn}=-C_{ll}; \quad C_{nmln}=-K_{lm}; \quad C_{mlnn}=C_{lm}; \\ C_{mnlm}=-D_{lm}; \quad C_{mmmm}=C_{llll}; \quad C_{mmml}=-C_{lllm}. \end{array} \right\} \quad (225)$$

Используя (139), получаем [52] соотношения

$$\left. \begin{array}{l} C_{lmll}=C_{mlml}=-1+D_{nn}+C_{llll}; \\ C_{llmm}=C_{mmll}=1-A_{nn}-C_{llll}; \\ C_{lmm l}=C_{mllm}=-1+K_{nn}+C_{llll}, \end{array} \right\} \quad (226)$$

так что только две компоненты  $C_{ikqp}$  несут новую, линейно независимую информацию. За них можно выбрать, например,  $C_{llll}$  и  $C_{lllm} = -C_{lmll}$ . Выражения для всех наблюдаемых величин через амплитуды в (139) приведены в [53].

В л. с. к., как и в с. ц. и., компоненты  $C_{ikqp}$  с двумя индексами  $n$  сводятся к компонентам поляризационных тензоров второго ранга. Условие (149) приводит к соотношениям

$$\left. \begin{array}{l} C_{k'k''kh}=C_{s's''ss}; \quad C_{k'h''ks}=-C_{s's''sh}; \\ C_{k's''kh}=-C_{s'k''ss}; \quad C_{k's''hs}=C_{s'k''sh}; \\ C_{s'k''kh}=-C_{k's''ss}; \quad C_{s'k''hs}=C_{k's''sh}; \\ C_{s's''kh}=C_{k'k''ss}; \quad C_{s's''hs}=-C_{k'k''sh}. \end{array} \right\} \quad (227)$$

Принцип Паули приводит к двум соотношениям [52]

$$\frac{C_{k'k''sh}+C_{s's''sh}}{C_{k's''sh}-C_{s'k''sh}}=-\frac{C_{k's''ss}-C_{s'k''ss}}{C_{k'k''ss}+C_{s's''ss}}=\operatorname{tg}(\theta_R+\theta_L) \quad (228)$$

Условие  $C_{lllm} = -C_{lmll}$  вместе с (149) приводит к соотношению в л. с. к.

$$\begin{aligned} & [(C_{s'k''sh}-C_{s's''ss}) \sin \theta_R + (C_{s's''sh}+C_{s'k''ss}) \cos \theta_R] \cos \theta_L = \\ & = [(C_{k'k''sh}-C_{k's''ss}) \sin \theta_R + (C_{k's''sh}+C_{k'k''ss}) \cos \theta_R] \sin \theta_L. \end{aligned} \quad (229)$$

Для величин в л.с.к. нетрудно получить [52]

$$\begin{aligned}
 C_{s's''ss} + C_{k'k''ss} &= (A_{nn} - 1) \cos(\theta_R + \theta_L); \\
 C_{s'k''ss} - C_{k's''ss} &= (A_{nn} - 1) \sin(\theta_R + \theta_L); \\
 C_{s's''sk} + C_{k'k''sk} &= (D_{nn} - K_{nn}) \sin(\theta_R + \theta_L); \\
 C_{s'k''sk} - C_{k's''sk} &= (K_{nn} - D_{nn}) \cos(\theta_R + \theta_L); \\
 C_{s's''ss} - C_{k'k''ss} &= -2C_{lll} \cos(2\theta + \theta_R - \theta_L) + \\
 &+ 2C_{lllm} \sin(2\theta + \theta_R - \theta_L) + (1 - A_{nn}) \cos \theta \cos(\theta + \theta_R - \theta_L) + \\
 &+ (K_{nn} + D_{nn} - 2) \sin \theta \sin(\theta + \theta_R - \theta_L); \\
 C_{s'k''ss} + C_{k's''ss} &= -2C_{lll} \sin(2\theta + \theta_R - \theta_L) - \\
 &- 2C_{lllm} \cos(2\theta + \theta_R - \theta_L) + (1 - A_{nn}) \cos \theta \sin(\theta + \theta_R - \theta_L) + \\
 &+ (2 - K_{nn} - D_{nn}) \sin \theta \cos(\theta + \theta_R - \theta_L); \\
 C_{s's''sk} - C_{k'k''sk} &= 2C_{lll} \sin(2\theta + \theta_R - \theta_L) + \\
 &+ 2C_{lllm} \cos(2\theta + \theta_R - \theta_L) - (1 - A_{nn}) \sin \theta \cos(\theta + \theta_R - \theta_L) - \\
 &- (2 - K_{nn} - D_{nn}) \cos \theta \sin(\theta + \theta_R - \theta_L); \\
 C_{s'k''sk} + C_{k's''sk} &= -2C_{lll} \cos(2\theta + \theta_R - \theta_L) + \\
 &+ 2C_{lllm} \sin(2\theta + \theta_R - \theta_L) - (1 - A_{nn}) \sin \theta \sin(\theta + \theta_R - \theta_L) + \\
 &+ (2 - K_{nn} - D_{nn}) \cos \theta \cos(\theta + \theta_R - \theta_L).
 \end{aligned} \tag{230}$$

Отношение к роли тензоров высшего ранга со временем меняется. Раньше, когда техника поляризованных мишеней и ускорения поляризованных протонов и дейtronов не имела должного развития, создавалось впечатление, что можно обойтись измерением компонент тензоров не выше второго. Теперь находится все больше аргументов за экспериментальное определение тензоров третьего и четвертого рангов. Так, *процедура прямого восстановления* заметно упрощается, если известны компоненты тензоров  $M_{ikq}$  и  $C_{ikqp}$ . Если считать амплитуду  $c$  в (139) действительной и положительной, то для других амплитуд можно получить выражения [41, 52]

$$\begin{aligned}
 \operatorname{Re} h &= \frac{\sigma_0}{4c} M_{nll}, \quad \operatorname{Im} h = \frac{\sigma_0}{4c} C_{ml}, \quad \operatorname{Im} v = \frac{\sigma_0}{4c} D_{ml}; \\
 \operatorname{Re} v &= \frac{\sigma_0}{4c} M_{mmn}, \quad \operatorname{Re} g = \frac{\sigma_0}{4c} M_{mnm}, \quad \operatorname{Im} g = \frac{\sigma_0}{4c} K_{ml}; \\
 \operatorname{Re} u &= \frac{\sigma_0}{4c} P_0, \quad \operatorname{Im} u = -\frac{\sigma_0}{4c} C_{mlmm}.
 \end{aligned} \tag{231}$$

Для амплитуды  $c$  при этом получаем

$$\begin{aligned}
 c^2 &= \frac{\sigma_0 (M_{mmn}^2 + D_{ml}^2)}{2(1 + D_{nn} - K_{nn} - A_{nn})} = \frac{\sigma_0 (M_{mnm}^2 + K_{ml}^2)}{2(1 - D_{nn} + K_{nn} - A_{nn})} = \\
 &= \frac{\sigma_0 (M_{nll}^2 + C_{ml}^2)}{2(1 - D_{nn} - K_{nn} + A_{nn})} = \frac{\sigma_0}{4} (1 - C_{lll}).
 \end{aligned} \tag{232}$$

При восстановлении амплитуд рассеяния большой интерес представляет изучение интерференции вкладов сильных и электромагнитных взаимодействий в поляризационные параметры при малых передачах импульса. Экспериментальное изучение этой интерференции в процессах упругого рассеяния и в дифракционных процессах значительно упрощает задачу однозначного восстановления амплитуд рассеяния. Поскольку рассмотрению этих вопросов посвящен обзор [54] (см. также [55]), здесь эти интересные вопросы не обсуждаются.

### 6. ПРОЦЕСС $p + p \rightarrow d + \pi^+$ [56, 57, 58]

**Матрица реакции может быть представлена в виде [56]**

$$\begin{aligned} M_p = & A [(\sigma_1 + \sigma_2, l)] + B [(\sigma_1 + \sigma_2, m)] + iC [(\sigma_1 l) (\sigma_2 n) + \\ & + (\sigma_1 n) (\sigma_2 l)] + iD [(\sigma_1 m) (\sigma_2 n) + (\sigma_1 n) (\sigma_2 m)] + \\ & + E \{(\sigma_1 l) - (\sigma_2 l) + i [(\sigma_1 m) (\sigma_2 n) - (\sigma_1 n) (\sigma_2 m)]\} + \\ & + F \{(\sigma_1 m) - (\sigma_2 m) + i [(\sigma_1 n) (\sigma_2 l) - (\sigma_1 l) (\sigma_2 n)]\}. \end{aligned} \quad (233)$$

Функции  $A, B, C, D$  описывают триплет-триплетные, а функции  $E$  и  $F$  — синглет-триплетные переходы.

Требование сохранения четности при отражении в плоскости реакции приводит для  $M_p$  к условию

$$(\sigma_1 n) (\sigma_2 n) M_p (\sigma_1 n) (\sigma_2 n) = -M_p. \quad (234)$$

Требование принципа Паули приводит к следующим свойствам симметрии амплитуд при замене  $\theta_\pi$  на  $\pi - \theta_\pi$ :

$$A(\theta_\pi) = -B(\pi - \theta_\pi), \quad C(\theta_\pi) = D(\pi - \theta_\pi), \quad E(\theta_\pi) = F(\pi - \theta_\pi). \quad (235)$$

**Возможные опыты** наряду с сечением взаимодействия неполяризованных протонов включают асимметрии в сечении

$$A_{1,2} = \frac{1}{4\sigma_0} \text{Sp} M (\sigma_{1,2} \cdot n) M^+ = A_{1n,2n}, \quad (236)$$

первая (вторая) из которых возникает, когда поляризованный (неполяризованный) пучок протонов падает на неполяризованную (поляризованную) мишень. Принцип Паули приводит к тому, что

$$A_{2n}(\theta_\pi) = -A_{1n}(\pi - \theta_\pi). \quad (237)$$

Если поляризованы и пучок (поляризация  $P_1$ ), и мишень (поляризация  $P_2$ ), то с помощью (142) для начальной матрицы плотности получаем (150) для дифференциального сечения, где тензор  $A_{ik}$  имеет пять отличных от нуля компонент —  $A_{nn}, A_{ll}, A_{mm}, A_{lm}$  и  $A_{ml}$  в с. ц. и. и  $A_{nn}, A_{ss}, A_{kk}, A_{ks}, A_{sk}$  в л. с. к. В силу принципа Паули

$$\left. \begin{aligned} A_{nn}(\pi - \theta_\pi) &= A_{nn}(\theta_\pi); & A_{ll}(\pi - \theta_\pi) &= A_{mm}(\theta_\pi); \\ A_{ml}(\pi - \theta_\pi) &= A_{ml}(\theta_\pi); & A_{lm}(\pi - \theta_\pi) &= A_{lm}(\theta_\pi). \end{aligned} \right\} \quad (238)$$

Поляризация дейtronов в конечном состоянии описывается средними значениями тензоров  $T_{JM}$  в (84). За ось  $Oy$  выбираем нормаль к плоскости реакции, а  $Oz = k_L''$  направление вылетающих дейtronов. Поляризация дейtronов в конечном состоянии дается величинами  $\langle T_{JM} \rangle$ , где

$$\sigma_0 \langle T_{JM} \rangle = \text{Sp } M \rho_0 M^+ T_{JM}. \quad (239)$$

Для начально-неполяризованного состояния

$$\left. \begin{aligned} \langle T_{10} \rangle &= 0; \quad \langle i T_{11} \rangle = \frac{\sqrt{3}}{4} (\sigma_{1y} + \sigma_{2y}); \\ \langle T_{22} \rangle &= \frac{\sqrt{3}}{4} (\sigma_{1x_R} \sigma_{2x_R} - \sigma_{1y} \sigma_{2y}); \\ \langle T_{20} \rangle &= \frac{1}{2\sqrt{2}} (3\sigma_{1z_R} \sigma_{2z_R} - 1); \quad \langle T_{21} \rangle = \\ &= -\frac{\sqrt{3}}{4} (\sigma_{1z_R} \sigma_{2x_R} + \sigma_{1x_R} \sigma_{2z_R}), \end{aligned} \right\} \quad (240)$$

где

$$\sigma_0 \langle \sigma_{1v} \sigma_{2u} \rangle = \sigma_0 N_{uv} = \frac{1}{4} \text{Sp } MM^+ \sigma_{1v} \sigma_{2u}.$$

Условие (234) приводит к тому, что

$$N_{nn} = -A_{nn}.$$

Так как в конечном состоянии (57)  $NN$ -система находится в триплетном состоянии, матрица  $M_p$  может быть представлена в виде  $M_p = \hat{T} M_{0p}$ , где  $\hat{T} = \frac{1}{4} (3 + \sigma_1 \sigma_2)$  — триплетный проецирующий оператор.

Ввиду того что

$$\hat{T} \sigma_{1v} \sigma_{2u} \hat{T} = \hat{T} \sigma_{1u} \sigma_{2u} \hat{T},$$

для произвольного оператора  $A$

$$\text{Sp } M_p A M_p^+ \sigma_{1v} \sigma_{2u} = \text{Sp } M_p A M^+ \sigma_{1u} \sigma_{2u}$$

и при  $A = 1$

$$N_{lm} = N_{m l}.$$

Кроме того, поскольку  $\hat{T} (\sigma_1 \sigma_2) \hat{T} = \hat{T}$ ,

$$\text{Sp } M_p A M_p^+ (\sigma_1 \sigma_2) = \text{Sp } M_p A M_p^+$$

и

$$\text{Sp } M_p A M_p^+ (\sigma_{1l} \sigma_{2l} + \sigma_{1m} \sigma_{2m}) = \text{Sp } M_p A M_p^+ (1 - \sigma_{1n} \sigma_{2n}),$$

откуда при  $A = 1$

$$N_{ll} + N_{mm} = 1 - N_{nn} = 1 + A_{nn}.$$

В л. с. к. для вычисления  $\langle T_{JM} \rangle$  используем базис (45). С учетом релятивистского поворота спина и того, что

$$(\sigma_{1,2} \cdot \mathbf{x}_R) = (\sigma_{1,2} \cdot \mathbf{s}'_R) = \sigma_{1,2} (m \sin \psi + l \cos \psi);$$

$$(\sigma_{1,2} \cdot \mathbf{z}_R) = (\sigma_{1,2} \cdot \mathbf{k}_{LR}'') = \sigma_{1,2} (l \sin \psi - m \cos \psi),$$

где

$$\psi = \omega_D - \theta^*/2 = \omega_D - (\pi - \theta_\pi)/2,$$

а  $\omega_D$  дано в (39), получим из (240)

$$\left. \begin{aligned} \langle T_{20} \rangle &= \frac{1}{2\sqrt{2}} \left\{ \frac{1}{2} (1 + 3A_{nn}) - \frac{3}{2} (N_{ll} - N_{mm}) \cos 2\psi - \right. \\ &\quad \left. - 3N_{lm} \sin 2\psi \right\}; \\ \langle T_{22} \rangle &= \frac{\sqrt{3}}{4} \left\{ \frac{1}{2} (1 + 3A_{nn}) + \frac{1}{2} (N_{ll} - N_{mm}) \cos 2\psi + \right. \\ &\quad \left. + N_{lm} \sin 2\psi \right\}; \\ \langle T_{21} \rangle &= \frac{\sqrt{3}}{2} \left\{ N_{lm} \cos 2\psi - \frac{1}{2} (N_{ll} - N_{mm}) \sin 2\psi \right\}. \end{aligned} \right\} \quad (241)$$

Из (241) непосредственно следует соотношение [34]

$$2\sqrt{3}\langle T_{22} \rangle + \sqrt{2}\langle T_{20} \rangle = 1 + 3A_{nn}, \quad (242)$$

которое облегчает определение  $\langle T_{20} \rangle$  при произвольных энергии и углах, когда известно  $A_{nn}$ . Из (242) видно, что при произвольных энергиях и передачах импульса в реакции (57) три поляризационные величины  $\langle T_{22} \rangle$ ,  $\langle T_{20} \rangle$  и  $A_{nn}$  не обращаются в нуль. При  $\theta_\pi = 0^\circ$  величина  $\langle T_{22} \rangle$  обращается в нуль и (242) связывает  $A_{nn}(0)$  с  $\langle T_{20}(0) \rangle$ . Можно показать, что при  $\theta_\pi = \pi/2$

$$N_{ll} = N_{mm}, \quad 2N_{lm} = A_{nn} - 1.$$

Из (240) тогда следует, что  $\langle iT_{11}(\pi/2) \rangle = 0$ , а все компоненты  $\langle T_{2M}(\pi/2) \rangle$  выражаются через  $A_{nn}(\pi/2)$ :

$$\left. \begin{aligned} \sqrt{2}\langle T_{20}(\pi/2) \rangle &= 1 - \frac{3}{4}(1 - A_{nn})[1 + \cos 2\omega_D(\pi/2)]; \\ \langle T_{21}(\pi/2) \rangle &= -\sqrt{3}/4(1 - A_{nn}) \sin 2\omega_D(\pi/2); \\ 2\sqrt{3}\langle T_{22}(\pi/2) \rangle &= A_{nn} + \frac{1}{4}(1 - A_{nn})[1 + \cos 2\omega_D(\pi/2)]. \end{aligned} \right\} \quad (243)$$

Отметим, что для процесса типа (57) с рождением скалярной частицы и для произвольной реакции между частицами (ядрами) со спинами  $1/2 + 1/2 \rightarrow 1 + 0^+$ , например для процесса

$${}^3\text{H} ({}^3\text{He}, d) {}^4\text{He}, \quad (244)$$

справедливо соотношение между  $\langle T_{JM} \rangle$  и  $A_{nn}$ , отличающееся от (242) лишь знаком перед  $A_{nn}$ .

Недавно Вилкин обратил внимание [58] на интересное соотношение между компонентами  $A_{kk}$ ,  $A_{ss}$  и  $A_{nn}$  тензора  $A_{uv}$  для процесса (57) с обеими четностями бессpinовой частицы в направлении ее вылета вперед. Оно может быть представлено в виде

$$A_{kk} \mp A_{ss} \mp A_{nn} = 1, \quad (245)$$

где верхние (нижние) знаки соответствуют процессу образования псевдоскалярной (скалярной) частицы в процессах (57) и (244) соответственно. Соотношение (245) с верхними знаками справедливо для процесса (57) и при  $\theta_\pi = \pi/2$ . При  $\theta_\pi = 0^\circ$  к тому же  $A_{nn} = A_{ss}$ .

Чтобы доказать (245), запишем амплитуду процесса (57)  $M_p(0^\circ)$  в виде

$$M_p(0^\circ) = \hat{T} \{ \alpha_p (\sigma_{1k} + \sigma_{2k}) + \beta_p [\sigma_{1k} - \sigma_{2k} + i(k[\sigma_1 \sigma_2])] \} \quad (246)$$

и в силу принципа Паули из (233) для  $\theta_\pi = \pi/2$  — в виде

$$\begin{aligned} \frac{1}{\sqrt{2}} M_p(\pi/2) &= A (\sigma_{1k} + \sigma_{2k}) + iC(\sigma_{1n}\sigma_{2k'} + \sigma_{1k'}\sigma_{2n}) + \\ &+ E [\sigma_{1k'} - \sigma_{2k'} + i(\sigma_{1n}\sigma_{2k} - \sigma_{1k}\sigma_{2n})]. \end{aligned} \quad (247)$$

Для рождения скалярной частицы в процессе типа (244)

$$M_s(0) = \hat{T} \{ \alpha + \beta \sigma_{1k} \sigma_{2k} \}. \quad (248)$$

Непосредственно убеждаемся, что

$$M_s(0) (\sigma_1 \cdot \sigma_2) = M_s, \quad (249)$$

а для  $\theta_\pi = 0$  и  $\theta_\pi = \pi/2$

$$M_p(0) (\sigma_{1k}\sigma_{2k} - \sigma_{1s}\sigma_{2s} - \sigma_{1n}\sigma_{2n}) = M_p, \quad (250)$$

что приводит к (245).

С помощью (246) и (248) легко видеть, что для процесса (57)

$$\sigma_0 A_{nn} = \sigma_0 A_{ss}(0) = -4 |\beta_p|^2 \leq 0, \quad (251)$$

а для рождения скалярной частицы [процесса вида (244)]

$$\sigma_0 A_{nn}(0) = \sigma_0 A_{ss}(0) = \frac{1}{4} |\alpha - \beta|^2 \geq 0. \quad (252)$$

Таким образом, не только знаки в (245), но и знак  $A_{nn}(0)$  говорят об отрицательной четности положительного pione.

Существование соотношений (245) для  $\theta_\pi = 0^\circ$  и  $\theta_\pi = \pi/2$  устанавливает полезные для феноменологического анализа связи между коэффициентами разложений наблюдаемых величин по сферическим функциям.

## 7. ОБ ОБОЗНАЧЕНИЯХ ПОЛЯРИЗАЦИОННЫХ ПАРАМЕТРОВ

В настоящее время в литературе для поляризационных параметров используются различные обозначения, которые не совпадают даже в физике частиц и ядерной физике [23]. Здесь мы используем «исторически старые» обозначения, которые все чаще используются вновь. Можно встретить, однако, еще две системы обозначений. Согласно одной из них [52] произвольный поляризационный параметр  $X_{ikqp}$  характеризуется индексами, отражающими спиновые состояния именно в указанном здесь порядке: рассеянная частица, частица отдачи, пучок и мишень. Нулями отмечается отсутствие поляризационных измерений. Например,  $I_{0000}$  — это дифференциальное сечение рассеяния неполяризованных частиц,  $A_{00NN}$  равно  $A_{nn}$  в наших обозначениях.

Иногда используют и более унифицированную систему обозначений, когда поляризационный параметр обозначается скобкой вида ( $A, B; C, D$ ), где  $A, B, C, D$  обозначены единичные векторы направлений, по которым направлены поляризации пучка, мишени, рассеянной частицы и частицы отдачи. Обозначая  $L$  направление вдоль импульса частицы  $S$  — перпендикулярное ему направление в плоскости реакции, а  $N$  — нормаль к плоскости реакции, вводят, например, следующие обозначения (нуль также означает, что поляризация не измеряется):

$$\begin{aligned} I_{0000} &= (0, 0; 0, 0); \quad A_t = K_{LS} = (L, 0; 0, S); \\ P_0 &= P_{0N00} = (0, 0; 0, N); \quad R = D_{SS} = (0, S; 0, S); \\ A_{nn} &= A_{00NN} = (N, N; 0, 0); \quad K_{NN} = (N, 0; 0, N); \\ A_{SS} &= A_{00SS} = (S, S; 0, 0); \quad R_t = K_{SS} = (S, 0; 0, S); \\ A_{LL} &= A_{00LL} = (L, L; 0, 0); \quad A_{LS} = (L, S; 0, 0); \\ D_{nn} &= D_{N0N0} = (0, N; 0, N); \quad H_{LSN} = (L, S; 0, N); \\ A &= D_{LS}; \quad H_{SNS} = (S, N; 0, S). \end{aligned}$$

## 8. НЕКОТОРЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ ПОЛЯРИЗАЦИОННЫХ ЭКСПЕРИМЕНТОВ 1980—1983 гг.

**Несохранение четности в  $pp$ - и  $pA$ -взаимодействиях.** Новый этап исследования эффектов несохранения четности связан с проявлением этого эффекта в зависимости полных сечений взаимодействия барионов от спиральности пучка при неполяризованной мишени. Эта возможность, указанная в [37] и подробно рассмотренная в работах [59], была использована при измерении определенной в (137) величины  $A_L$  для  $pp$ -рассеяния при 15 МэВ [ $A_L = -(1,7 \pm 0,8) \cdot 10^{-7}$ ] в Лос-Аламосе [60], при 45 МэВ [ $A_L = -(2,3 \pm 0,8) \cdot 10^{-7}$ ] в Цюрихе [61] и при 46 МэВ [ $A_L = -(1,3 \pm 2,3) \cdot 10^{-7}$ ] в Беркли [62]. Теоретически при рассмотрении обменов мезонами для слабого  $NN$ -взаимодей-

ствия было достигнуто вполне хорошее согласие по величине и знаку для  $A_L$  на водороде.

Другой эксперимент с протонами 6 ГэВ/с и водяной мишенью [63] привел к значению  $A_L = (2,65 \pm 0,60) \cdot 10^{-6}$ , которое значительно превышает результаты при низких энергиях. Это большое значение  $A_L$ , с одной стороны, объясняется некоторыми авторами [64], а с другой, вызывает вопросы [65].

Некоторые вычисления указывают на то, что результаты при 800 МэВ чувствительны к моделям. Измерения в Лос-Аламосе с поляризованными протонами и  $\text{H}_2\text{O}$ -мишенью привели [66] к значению  $A_L = (6,6 \pm 3,2) \cdot 10^{-7}$ . Произведены новые измерения с жидкоквадродной мишенью. Окончательная точность ожидается на уровне  $3 \cdot 10^{-7}$ .

При энергии 46 МэВ измерено  $A_L = (0,3 \pm 1,3) \cdot 10^{-7}$  для взаимодействия поляризованных протонов с ядрами  ${}^4\text{He}$  [67].

Систематическое исследование величины  $A_L$  и других параметров, характеризующих несохранение четности, при разных энергиях представляет заметный интерес.

**Вопрос о нарушении обращения времени.** Вопрос об инвариантности относительно обращения времени во взаимодействии адронов обсуждается в связи с сообщением [68] \* о возможном нарушении равенства поляризации в процессах  ${}^9\text{Be}$  ( ${}^3\text{He}, p$ )  ${}^{11}\text{B}$  и  ${}^7\text{Li}$  ( ${}^3\text{He}, p$ )  ${}^9\text{Be}$  с асимметрией в обратных реакциях. Следствия  $T$ -инвариантности и, в частности, равенство поляризация=асимметрии подробно обсуждались в [4].

В [70] было показано, что современные данные о поляризационных параметрах в  $pp$ -рассеянии не указывают на нарушение обращения времени. Граница возможного нарушения  $T$ -инвариантности по данным [70] ниже 1%, что свидетельствует о некотором прогрессе по сравнению с оценками, полученными ранее [37, 71].

Справедливость равенства асимметрия=поляризации в упругом  $n-p$ -рассеянии при 800 МэВ была недавно проверена в [72].

Экспериментально нарушение  $T$ -инвариантности даже в слабых взаимодействиях локализовано в  $K^0 - \bar{K}^0$ -системе, и «отзвук» этого нарушения в адронных процессах весьма мал. Экспериментальная граница для дипольного момента нейтрона, который отличен от нуля лишь при одновременном нарушении  $P$ - и  $T$ -инвариантностей, составляет [73]  $eI \lesssim 6e \cdot 10^{-25}$  см. Теоретические оценки дипольного момента простираются [74] от  $e \cdot 10^{-24}$  до  $e \cdot 10^{-38}$  см.

Как отмечалось в [37, 75], в прецизионных опытах по проверке следствий  $T$ -инвариантности в упругом рассеянии необходимо учитывать эффект тормозного излучения. Его влияние на следующие из  $T$ -инвариантности соотношения можно учесть в приближении Лоу [75]. Представляется, что заметное продвижение по точности в про-

\* В [68] отмечено, что предварительные данные [69] расходятся с результатами [68].

верке  $T$ -инвариантности затруднительно. Прогресс здесь может быть связан с новыми идеями.

**Пион-нуклонное рассеяние.** Обсудим следующие процессы:

$$\pi^+ p \rightarrow \pi^+ p; \quad (253)$$

$$\pi^- p \rightarrow \pi^- p; \quad (254)$$

$$\pi^- p \rightarrow \pi^0 n. \quad (255)$$

Сечения процессов (253) и (254) в интервале углов рассеяния  $40\text{---}176^\circ$  и в диапазоне энергий  $277\text{---}640$  МэВ измерены в [76]. (Углы рассеяния всегда, если противное не оговорено, ниже приводятся в с. ц. и.) Поляризация весьма точно измерена в области  $335\text{---}600$  МэВ [77]. Данные о поляризации недостаточно хорошо описываются фазовыми анализами разных групп. В анализах Сакле и ЛИЯФ [78] получено указание на возможное расщепление  $P_{11}(1410)$ -резонанса.

Асимметрия в сечениях процессов (254) и (255) между  $100$  и  $310$  МэВ измерена [79] в области  $60 \leq \theta \leq 150^\circ$ . В измерениях с поляризованной бутаноловой мишенью достигнута погрешность  $\pm 2$  и  $\pm 4\%$  для процессов (254) и (255) соответственно.

Асимметрии  $A = P_0$  при 6 углах в области  $-0,9 \leq \cos \theta \leq 0,6$  для  $471, 547, 635$  и  $687$  МэВ/с в процессах (253), (254) и при 6—10 углах в области  $-0,9 \leq \cos \theta \leq 0,9$  в той же области энергий для процесса (255) измерены в [80]. Точность новых измерений улучшилась от 2 до 20 раз.

Разными группами проведены фазовые анализы данных о  $\pi N$ -рассеянии в [76, 78, 79, 81, 83]. В [81] анализ охватывает данные до  $350$  МэВ. С высокой точностью определены длины  $\pi N$ -рассеяния при малых энергиях и различающиеся для разных зарядовых компонент параметры  $\Delta$ -резонансов.

В новых экспериментах измеряются параметры  $R$  и  $A$  при энергиях пионов ниже  $700$  МэВ [76], дифференциальные сечения ниже  $500$  МэВ.

Предполагается [84] измерить параметры  $A$  и  $R$  для процессов (253) и (254) между  $378$  и  $625$  МэВ/с. Целью этих экспериментов является получение полного набора амплитуд рассеяния. Предполагается улучшить и сделать более полными результаты новых фазовых анализов разных групп; разрешить неоднозначности, которые имеются во всех фазовых анализах ввиду полного отсутствия данных о параметрах вращения поляризации; поискать скрытые резонансы; при детальном изучении расщепления  $P_{11}(1410)$ -резонанса исследовать вопрос о существовании состояния трех夸克 и глюона; снабдить夸克овую модель улучшенной спектроскопией барионов.

**Нуклон-нуклонное рассеяние.** Взаимодействие нуклонов с нуклонами и поляризационные явления в нуклонных соударениях исследуются наиболее активно. В Лос-Аламосе проводится программа исследования  $pp$ -рассеяния от  $300$  до  $800$  МэВ. Область до  $1000$  МэВ

исследуется в ЛИЯФ, до 2400 МэВ — в Сакле. Новые данные получены японскими учеными на ускорителе КЕК. На ускорителе ТРИУМФ (Канада) наряду с  $p - p$ -системой исследуется  $pp$ -рассеяние при 500 МэВ. В СИН (Швейцария) изучение  $pp$ -рассеяния при 579 и 415 МэВ привело к прямому восстановлению амплитуд  $pp$ -рассеяния с современной точностью.

Сообщения о новых нуклон-нуклонных данных собраны наиболее полно в [85]. Они имеются в многочисленных журналах, в трудах конференций и симпозиумов последних лет [86—90].

Ниже кратко отмечены наиболее характерные экспериментальные результаты, опубликованные в 1980 — первой половине 1983 г.\*

**Упругое рассеяние протонов протонами.** Полное сечение взаимодействия неполяризованных протонов измерено с точностью  $\pm 0,6$  мб при 11 значениях энергий протонов между 321 и 1244 МэВ в [91].

Полные сечения  $pp$ -взаимодействия с поляризованными пучком и мишенью измерены на ускорителях СИН при 10 значениях энергий между 203 и 583 МэВ [86] и ТРИУМФ (6 значений энергий в области 210—516 МэВ) [86]. Окончательные данные из ТРИУМФ (202,8; 325, 374 ( $\Delta\sigma_T$ ); 419, 456, 516 МэВ) см. в [92]. Опубликованы полученные в Аргонне (АНЛ) данные о значении  $\Delta\sigma_T$  при 831, 1047, 1499 и 1967 МэВ [85]. Проводятся новые измерения в Сакле [93].

Измерения  $\Delta\sigma_{L,T}$  последнего времени в целом подтвердили данные АНЛ [94] о резонансно-подобной зависимости сечений  $pp$ -взаимодействия вблизи 1,5 ГэВ/*c*, уточнив значения  $\Delta\sigma_L$ , и изменили представление о  $\Delta\sigma_T$ . Ныне ясно, что  $\Delta\sigma_T$  достигает максимума примерно при той же энергии, что и  $\Delta\sigma_L$ .

Дифференциальные сечения вблизи 800 МэВ тщательно измерены в [95, 96]. В [95] изучалась область малых углов рассеяния 3—15° при 136 значениях переданного импульса.

Дифференциальные сечения в области малых переданных импульсов при 7 значениях энергии между 650 и 1000 МэВ с погрешностью 2—3 % измерены в ЛИЯФ [97]. Наибольшее внимание уделено здесь определению наклона сечения и вклада спин — спин взаимодействия в сечение.

Вероятно, наименьшие углы рассеяния (0,5—4,5° в л. с. к.) достигнуты в [98] при 800 МэВ.

Более десятка работ за короткое время посвящены измерению поляризации  $P_0$  (асимметрии в сечении), которая определена более чем в 450 точках.

В СИН измерения проведены при 312, 392, 493, 575 МэВ [99] и вблизи 560 МэВ [86], а также при восьми значениях энергии между 396 и 578 МэВ [101]. Объединенная группа ЛЯП ОИЯИ — ЛИЯФ измерила  $P_0$  при восьми значениях энергии между 550 и 950 МэВ [101]. Опубликованы данные АНЛ при семи значениях энергии

\* Автор заранее извиняется за возможные пропуски.

между 507 и 1967 МэВ [102]. На ускорителе ТРИУМФ значение  $P_0$  измерено при 400 и 450 МэВ в области углов 76—119° [103].

В [104—108] поляризация изучается вблизи 800 и 650 МэВ. При этом в [106]  $P_0$  измерена в области углов рассеяния, начиная с 5,22°, а в [107] специально исследовалась область кулоновской интерференции. В [108] осуществлены тщательные измерения  $P_0$  в области (30—90°), причем в максимуме значения  $P_0(\theta)$  достигнута точность 0,004. Наименьшие углы рассеяния 0,5—5,9° достигнуты при 500 МэВ в [98]. Новые измерения  $P_0$  проведены в [109] между 448 и 579 МэВ.

Энергетическая зависимость  $A_{nn}(\theta)$  исследуется как в связи с программой полного опыта, так и для получения проявлений двухпротонных резонансов.

В СИН измерения осуществлены при семи значениях энергии между 396 и 578 МэВ [100, 109]. Результаты исследований в АНЛ опубликованы [102] для семи значений энергии между 507 и 1967 МэВ. Группа ЛЯП ОИЯИ — ЛИЯФ измерила  $A_{nn}$  в области 690—950 МэВ [101]. В ЛИЯФ значение  $A_{nn}$  измерено также вблизи [110] 970 МэВ. Значение  $A_{nn}(\pi/2)$  вблизи 1,3 ГэВ/с составляет  $0,74 \pm \pm 0,030$ , что с помощью (167) приводит к значению  $\sigma_t/\sigma_s = 2,23 \pm \pm 0,3$ . Измерения  $A_{nn}(\pi/2)$  в Лос-Аламосе в области 500—800 МэВ подтвердили данные ЛЯП ОИЯИ — ЛИЯФ [111]. В измерениях при 800 МэВ в [108] изучена область углов рассеяния больше 12,8°, в [86] — область малых углов. В [106] при 796 МэВ в области углов 30—90° достигнута точность  $\pm 0,01$ , что на порядок лучше прежних данных. В Сакле на ускорителе САТУРН-II исследования с поляризованным пучком ( $P_b \cong 0,78$ ) и поляризованной мишенью ( $P_t \cong \cong 0,8$ ) проводятся в области энергий 500—2400 МэВ с марта 1981 г. Измерены  $A_{nn}$  при шести значениях энергий между 500 и 796 МэВ. Проводятся измерения  $\Delta\sigma_{L,T}$  [93].

С целью получения данных для прямого восстановления амплитуд  $pp$ -рассеяния в дополнение к данным Дубны измерены  $P_0$  и  $A_{nn}$  при 643 МэВ и  $\theta = 35 \div 90^\circ$  [88, 112]. Достигнута статистическая точность  $\pm(0,01 - 0,02)$  при неопределенности в нормировке  $\pm 2\%$ .

Параметр  $D_{nn}$  определен в СИН [99] при 312, 392, 493, 575 МэВ и в ЛАМПФ [85] при 796 МэВ. Новые измерения параметров  $R$  и  $A$  проведены [99] при 312, 392, 493, 575 МэВ в СИН и при 970 МэВ в ЛИЯФ [113].

При 800 МэВ [114] измерены параметры  $D_{nn}$ ,  $K_{NN}$ ,  $R$ ,  $D_{LS}$ ,  $K_{SS}$ ,  $K_{LS}$ . Интервал углов рассеяния 21—90° для деполяризации и 46—90° для передачи поляризации. Типичная неопределенность составляет  $\pm 0,025$ . При 647 МэВ в [115] измерены параметры  $D_{nn}$ ,  $D_{ss}$ ,  $D_{ls}$  (27—90°) и  $K_{ls}$ ,  $K_{NN}$ ,  $K_{ss}$  (56—90°) с неопределенностью  $\pm 0,03$ , что второе меньше, чем ранее.

Общее краткое представление о нуклон-нуклонной программе в Лос-Аламосе дано в [116].

До недавнего времени выше порога рождения пионов в  $pp$ -соударениях лишь при энергии около 650 МэВ работы Дубны, где были определены 12 поляризационных параметров, позволили провести фазовый анализ и восстановить амплитуды сначала при  $\theta = \pi/2$ , а затем при других углах рассеяния.

С целью измерения достаточного для проведения прямого восстановления амплитуд числа поляризационных параметров в СИН между 400 и 600 МэВ и при нескольких углах между  $38$  и  $90^\circ$  измерены  $P_0$ ,  $A_{nn}$ ,  $A_{ss}$ ,  $A_{hh}$ ,  $A_{hs}$ ,  $D_{nn}$ ,  $K_{NN}$ ,  $D_{s's}$ ,  $D_{s'h}$ ,  $M_{s'sN}$  и  $M_{s'hN}$  при 443, 494, 515, 536 и 579 МэВ. Всего измерено 11 параметров между  $38$  и  $58^\circ$  и 15 наблюдаемых между  $62$  и  $90^\circ$ . Это позволило восстановить амплитуды при 579 [7] и 445 МэВ [109, 117].

Значительная часть программы полного опыта выполнена около 650 и 800 МэВ в Лос-Аламосе и вблизи 950 МэВ в ЛИЯФ.

**Упругое рассеяние нейтронов протонами.** Исследование  $pr$ -взаимодействия традиционно отстает. Тем не менее на ускорителях ТРИУМФ, Лос-Аламос и КЕК в последние годы выполнены исследования на новом уровне точности.

Полные сечения взаимодействия неполяризованных нуклонов определены в [118] с относительной погрешностью  $\pm 1,9\%$  при 212—495 МэВ.

Определения  $\Delta\sigma_{L,T}^{np}$  с помощью поляризованных протонов и дейtronов проводятся в связи с поиском резонансных эффектов в состояниях  $pr$ -системы с изоспином  $\dot{I} = 0$ . Результаты определения  $\Delta\sigma^{np}(\dot{I} = 0)$  по необходимости менее точны и включают неопределенности, связанные с теорией многократного рассеяния [119]. Это приближение может быть весьма чувствительно проверено в других поляризационных опытах.

Новые измерения дифференциальных сечений  $\sigma_0(\theta)$  проведены при 212—493 МэВ [118] в области углов рассеяния  $10$ — $180^\circ$ , при 190—590 МэВ [120] с шагом 20 МэВ, а также с монокинетическими нейтронами 647,5 МэВ в области  $56$ — $180^\circ$  в [121].

Поляризация  $P_0$  в  $n-p$ -рассеянии изучается в [86, 87, 122] (220, 325, 425, 495 МэВ), в Лос-Аламосе (область от 375 до 775 МэВ с шагом 50 МэВ), а также в [124] при 1,3; 1,39; 1,59; 1,82 ГэВ/с.

Представляет интерес раздельное определение поляризаций  $P_0$  для нейтронов и протонов в конечном состоянии [асимметрия в сечении рассеяния поляризованных (неполяризованных) нейтронов на неполяризованных (поляризованных) протонах] в области малых углов рассеяния, где сказываются зависящие от спина электромагнитные взаимодействия.

Измерения  $A_{nn}$  для  $n-p$ -рассеяния проведены в [122] (220, 325, 425, 495 МэВ) и в [86] (между 365 и 775 МэВ с шагом 50 МэВ).

В [121, 125] проведены измерения параметров  $D_t = K_{NN}$ ,  $R_t$  и  $A_t$  в той же области энергий, что и для  $A_{nn}$ .

Параметры Вольфенштейна  $K_{kk}(0^\circ)$  и  $K_{NN}(0^\circ)$  при 790 МэВ измерены в [127]. Можно ожидать дальнейшего расширения исследований  $n - p$ -взаимодействия в ближайшие годы.

Экспериментальные исследования в [122, 125] завершены новым фазовым анализом [128]. По данным о  $NN$ -рассеянии проведено несколько новых анализов [129, 130]. Анализы вблизи 1 ГэВ проводятся в [131]. Новые подходы к феноменологическому анализу разрабатываются в [132].

**Процессы рождения пионов в  $NN$ -соударениях.** П р о ц е с с  $p + p \rightarrow d + \pi^+$ .

В СИН в опытах с поляризованными пучком и мишенью при 515 и 575 МэВ измерены сечения  $\sigma_0$ , асимметрии  $A_1 = A_{y0} = A_{n0}$  и  $A_2 = A_{0y} = A_{on}$ , а также компоненты тензора  $A_{u,v}$  [8, 109, 133]. Экстраполяция данных о  $A_{nn}$  и  $A_{kk}$  к  $\theta_\pi = 0^\circ$  привела к доказательству псевдоскалярности положительных пионов. Определены значения  $\Delta\sigma_{L,T}$ . При продолжении этих исследований желательно определить наряду с параметром  $A_{sk}$  также и  $A_{ks}$ , получить данные в области меньших углов  $\theta_\pi$ .

Измерения  $A_{y0}$  при 8 энергиях между 725 и 1000 МэВ проведены в Сакле [134].

В ЛАМПФ исследования проводятся [135] при 6 энергиях от 500 до 800 МэВ при  $30 \leq \theta_\pi \leq 100^\circ$ . Данные о  $A_{nn}(\pi/2)$  указывают на то, что будучи отрицательной величиной,  $A_{nn}(\pi/2)$  достигает минимального значения  $-1$  при 700—730 МэВ.

Изучение процесса (57) целесообразно дополнить исследованием поляризации дейtronов при различных поляризациях протонов в начальном состоянии. Данные о поляризационных эффектах в процессе (57) приводят к чувствительной проверке теоретических моделей.

**П р о ц е с сы  $NN \rightarrow NN\pi$ .** При изучении поляризационных эффектов в процессах рождения пионов в  $NN$ -соударениях с тремя частицами в конечном состоянии делаются первые шаги. Вначале казалось, что в этих процессах спиновые эффекты невелики. Новые данные [136] показывают, что они значительны. В [137] измерены асимметрия в сечениях на поляризованном пучке ( $A_b$ ) и мишени ( $A_t$ ), корреляции  $A_{nn}$  и  $A_{kk}$  в процессе  $pp \rightarrow p\pi^+$  при 650 и 800 МэВ, причем экспериментально  $A_t \approx -A_b$  в соответствии с предсказаниями модели [138]. Авторы отмечают, что их данные о  $A_{nn}$  и  $A_{kk}$  согласуются с моделями без явного введения дибарионных резонансов.

Сечения и асимметрии  $A_b$  в процессах  $pp \rightarrow p\pi^+$  и  $pp \rightarrow pp\pi^0$  изучаются в зависимости от импульса протонов в конечном состоянии при 500, 650 и 800 МэВ в [139]. Наблюдается большая положительная асимметрия, связанная с образованием и распадом  $\Delta^{++}$ -резонансов в процессе  $pp \rightarrow p\pi^+$  при 800 МэВ.

Резонансно-подобное поведение  $\Delta\sigma_{L,T}$  в  $pp$ -соударениях часто связывается с процессом образования мезонов. Это усиливает интерес к изучению спиновых эффектов при рождении пионов.

В целом экспериментальные и теоретические исследования спиновых эффектов в адронных соударениях при промежуточных энергиях интенсивно развиваются. Можно надеяться, что это приведет к совсем новым результатам.

Автору приятно поблагодарить С. М. Биленьского, Р. М. Рындину, Б. З. Копелиовича, А. В. Тарасова, вместе с которыми обдумано много вопросов физики спиновых явлений и проведен ряд работ, а также Б. М. Головина за полезные обсуждения.

### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Abragam A., Borghini M., Catillon P.e.a.— Phys. Lett., 1962, v. 2, p. 310; Schmugge T. J., Jeffries C. D.— Phys. Rev. Lett., 1962, v. 9, p. 268; Chamberlain O., Schultz G., Shapiro G., Jeffries C. D.— Bull. Amer. Phys. Soc., 1963, v. 8, p. 38; Chamberlain O.e.a.— Phys. Lett., 1963, v. 7, p. 293; Неганов Б. С., Парфенов Л. Б., Луциков В. И., Таран Ю. В.— ЖЭТФ, 1963, т. 45, с. 394; Jeffries C. D.— Cryogenics, 1963, v. 3, p. 41; Abragam A. Ibid., p. 42; Драгическу П., Драгическу М., Луциков В. И. и др. Препринт ОИЯИ Р-1626, Дубна, 1964; Steiner H.e.a.— Bull. Amer. Phys. Soc., 1964, v. 9, p. 95; Abragam A., Chappellier M.— Phys. Lett., 1964, v. 11, p. 207. Джейффрис К. Динамическая ориентация ядер. М.: Мир, 1965, с. 319; Неганов Б. С., Борисов Н. С., Либург М. Ю.— ЖЭТФ, 1966, т. 50, с. 1445; Hall A. E., Ford F. J., Thompson K.— Criogenics, 1966, v. 6, p. 80; Shapiro F. L. Polarized nuclei and neutrons. In: Polarized targets and ion Sources FRANCE CEN Saclay, 1966, p. 337; Chamberlain O. e.a.— Phys. Rev. Lett., 1966, v. 17, p. 975; Неганов Б. С. Препринт ОИЯИ Р13-4014, Дубна, 1968; Неганов Б. С.— Вестн. АН СССР, 1968, № 12, с. 49; Луциков В. И., Таран Ю. В., Шapiro Ф. Л.— ЯФ, 1969, т. 10, с. 1178; Hill D. A. e.a.— Phys. Rev. Lett., 1969, v. 23, p. 460; Neganov B. S. e.a.— Chech. J. Phys., 1970, v. B20, p. 1316; Душак Я. и др.— В кн.: 27-е Совещание по ядерной спектроскопии и структуре атомного ядра. Ташкент, 1977. Тезисы докладов. Л.: Наука, 1977, с. 363; Pavlov V. N. e.a.— Cryogenics, 1978, v. 18, p. 115; Борисов Н. С. и др.— ПТЭ, 1978, № 2, с. 32; Борисов Н. С. и др. Протонные поляризованные «замороженные» мишени, разработанные в ОИЯИ.— В кн.: Спин в физике высоких энергий. Дубна: 1982. Д 1-2-82-27, с. 199; Гетьман В. А. и др.— Там же, с. 241; Попов С. Г., Топорков Д. К.— Там же, с. 248.
2. Плис Ю. А., Сороко Л. М.— УФН, 1972, т. 107, с. 281; Khoe T. e. a.— Particle Accelerators, 1975, v. 6, p. 213; Дербенев Я. С., Кондратенко А. М.— В кн.: Спин в физике высоких энергий. Дубна: 1982, Д 1, 2-82-27, с. 281.
3. Anishenko N. G. e. a.— AIP Conf. Proc. № 95. N.Y., 1983, p. 445.
4. Биленький С. М., Лапидус Л. И., Рындин Р. М.— УФН, 1964, т. 84, с. 243.
5. Hoshizaki N. Supplement of the Prog. Theor. Phys., 1968, № 42, p. 107 (см. [19] ниже); Ахиезер А. И., Рекало М. П. Электродинамика адронов. Киев: Наукова думка, 1977, с. 490; Биленький С. М. Лекции по физикенейтринных и лептон-нуклонных процессов. М.: Энергоиздат, 1981, с. 212.
6. Auer I. P. e. a.— Phys. Lett., 1977, v. 67B, p. 113; Auer I. P. e. a. Ibid., v. 70B, p. 475; Hidaka H. e.a.— Phys. Lett., 1977, v. 70B, p. 479; Auer I. P. e. a.— Phys. Rev. Lett., 1978, v. 41, p. 354; Auer I. P. e. a.— Phys. Rev. Lett., 1982, v. 48, p. 1150; Biegert E. K. e. a.— Phys. Lett. 1978, v. 73B, p. 235; Minami S. Ibid., 74B, p. 120; Ueda T. Ibid., p. 123; Hoshizaki N.— Prog. Theor. Phys., 1977, v. 57, p. 1099; 1978, v. 58, p. 716; 1979, v. 61, p. 129; Yokosawa A.— Phys. Rept., 1980, v. 64C, p. 47; Edwards B. J., Thomas G. A.— Phys. Rev., 1980, v. D22, p. 2772; Edwards B. J.— Phys. Rev., 1981, v. D23, p. 1978; Bhandari R., Arndt R. e. a.— Phys. Rev. Lett., 1981, v. 46, p. 1111.
7. Aprile E. e. a.— Phys. Rev. Lett., 1981, v. 46, p. 1047.

8. Basset D. e. a.— Helv. Phys. Acta, 1979, v. 52, p. 109; Aprile E. e. a.— SIN Newsletter, 1979, № 12, p. 42; 1982, № 14, p. 27; Aprile E. e. a.— Nucl. Phys., 1980, v. A335, p. 245.
9. Ландау Л. Д., Лицшиц Е. М. Квантовая механика. М.: Наука, 1974, с. 750.
10. Michel L.— In: Higher Energy Polarized Proton Beams AIP Conf. Proc. № 42, Ed. by A. D. Krisch, A. J. Salthouse. N.Y., 1978, p. 147.
11. Frenkel J. I.— Z. Phys., 1926, Bd 37, S. 243.
12. Tamm I. E.— Z. Phys., 1929, Bd 35, S. 199; Тамм И. Е. Собрание научных трудов. Т. 2. М.: Наука, 1975, с. 5.
13. Lubanski J. K.— Physica, 1942, v. 2, p. 310.
14. Широков Ю. М.— ЖЭТФ, 1951, т. 21, с. 748; 1952, т. 22, с. 539; 1958, т. 35, с. 1005.
15. Wick G. C.— Ann. Phys. (N.Y.), 1962, v. 43, p. 65.
16. Смородинский Я. А.— ЖЭТФ, 1962, т. 43, с. 2217;— Атомная энергия, 1963, т. 14, с. 110.
17. Черников Н. А.— Научные доклады высшей школы, 1958, т. 2, с. 158.
18. Головин Б. М., Никаноров В. И.— ЖЭТФ, 1971, т. 60, с. 28; Головин Б. М., Голубева М. Б., Пермякова Л. А.— ЯФ, 1978, т. 27, с. 1403.
19. Bourrely C., Leader E., Soffer J.— Phys. Rept., 1980, v. 59, p. 95.
20. Fano U.— Rev. Mod. Phys., 1957, v. 29, p. 74.
21. Wolfenstein L., Ashkin J.— Phys. Rev., 1952, v. 85, p. 947; Wolfenstein L.— Ann. Rev. Nucl. Sci., 1956, v. 6, p. 43.
22. Dalitz R. H.— Proc. Roy. Soc., 1952, v. A65, p. 175.
23. Lakin W.— Phys. Rev., 1955, v. 98, p. 139; Немец О. Ф., Ясногородский А. М. Поляризационные явления в ядерной физике. Киев: Наукова думка, 1980, 256 с.
24. Bilenky S. M., Lapidus L. L., Puzikov L. D., Ryndin R. M.— Nucl. Phys., 1958, v. 7, p. 646.
25. Широков М. И.— ЖЭТФ, 1957, т. 32, с. 1032; т. 33, с. 975.
26. Jacobsohn B. A., Ryndin R. M.— Nucl. Phys., 1961, v. 24, p. 505.
27. Bohr A.— Nucl. Phys., 1959, v. 10, p. 486.
28. Simonius M.— Lect. Notes. Phys., 1974, v. 30, p. 38.
29. Darden S. E., Prior R. M., Corrigan K. W.— Phys. Rev. Lett., 1970, v. 25, p. 1673; König V. e. a.— Nucl. Phys., 1971, v. A166, p. 393
30. Bargman V., Michel L., Telegdi V.— Phys. Rev. Lett., 1959, v. 2, p. 435; Thomas L. H.— Philos. Mag. S. T., 1927, v. 3, p. 1.
31. Good R. H.— Phys. Rev., 1962, v. 125, p. 2112.
32. Байер В. Н., Катков В. М., Страховенко В. М.— ЖЭТФ, 1970, т. 58, с. 1695.
33. Button J., Mermod R.— Phys. Rev., 1960, v. 128, p. 1333.
34. Бер Л., Конелиович Б. З., Лапидус Л. И.— ЯФ, 1982, т. 36, с. 187.
35. Höhler G., Kaiser F., Koch R., Pietarinen E.— Physics Data Handbook of Pion-Nucleon Scattering. Karlsruhe. Fachinformations Zentrum Energie Physik Mathematik GmbH, 1979, № 12-1.
36. Биленький С. М., Рындин Р. М.— ЯФ, 1966, т. 4, с. 646; Dean N. W., Lee P.— Phys. Rev., 1972, v. D5, p. 2741; de Lesquen A. e. a.— Phys. Lett., 1972, v. 40B, p. 277.
37. Lapidus L. I.— Rev. Mod. Phys., 1967, v. 39, p. 689.
38. Anderson H. L. Summer Study on High Energy Physics with Polarized Beams. ANL/HEP 75-02, p. XXXI-81.
39. Герштейн С. С., Фаломешкин В. Н., Хлопов М. Ю.— ЯФ, 1974, т. 20, с. 737.
40. Oehme R.— Phys. Rev., 1954, v. 98, p. 147, 216.
41. Биленький С. М., Лапидус Л. И., Рындин Р. М.— ЖЭТФ, 1966, т. 51, с. 891.
42. Raynal J.— Nucl. Phys., 1961, v. 28, p. 220.
43. Владимирский В. В., Смородинский Я. А.— Докл. АН СССР, 1955, т. 104, с. 713.

44. Bilenky S. M., Ryndin R. M.—Phys. Lett., 1963, v. 6, p. 217; Phillips R. J. N.—Nucl. Phys., 1963, v. 43, p. 413.
45. Лапидус Л. И. Материалы XIII зимней школы ЛИЯФ. Л., 1978, с. 116; Препринт ОИЯИ Р2-11762, Дубна, 1978.
46. Yokosawa A.—В кн.: Спин в физике высоких энергий. Дубна, 1982, Д1, 2-82-27, с. 75.
47. Алфименков В. П. и др. Письма в ЖЭТФ, 1981, т. 34, с. 308; 1982, т. 35, с. 42. ОИЯИ Р3-82-86. Дубна, 1982; ОИЯИ Р3-82-411, Дубна, 1982; Alfimenkov V. P. e. a.—Nucl. Phys., 1983, v. A398, p. 93.
48. Сушкиков О. П., Фламбаум В. В.—Письма в ЖЭТФ, 1980, т. 32, с. 377; УФН, 1982, т. 36, с. 2; Карманов В., Лобов Г. А.—Письма в ЖЭТФ, 1969, т. 10, с. 332; Лобов Г. А.—Изв. АН СССР, 1970, т. 34, с. 1141; Зарецкий Д. Ф., Сироткин В. К.—ЯФ, 1983, т. 37, с. 607; Bunakov V. E., Gudkov V. P.—Z. Phys., 1981, Bd A303, S. 285.
49. Бунаков В. Е., Гудков В. П.—Письма в ЖЭТФ, 1982, т. 36, с. 268; Bunakov V. E., Gudkov V. P.—Nucl. Phys., 1983, v. A401, p. 93.
50. Биленский С. М., Лапидус Л. И., Рындин Р. М.—ЖЭТФ, 1965, т. 49, с. 1653.
51. Винтерниц П., Легар Ф., Яноут З.—ЯФ, 1967, т. 5, с. 201.
52. Bystricky J., Lehar F., Winternitz P.—J. de Physiq., 1978, v. 39, p. 1.
53. Пузиков Л. Д., Рындин Р. М., Смородинский Я. А.—ЖЭТФ, 1957, т. 32, с. 592; Nucl. Phys., 1957, v. 3, p. 436.
54. Лапидус Л. И. ЭЧАЯ, 1978, т. 9, вып. 1, с. 84.
55. Buttimore N., Gotsman E., Leader E.—Phys. Rev., 1978, v. D18, p. 694.
56. Лапидус Л. И.—ЖЭТФ, 1957, т. 33, с. 204.
57. Шехтер Л. Ш.—ЯФ, 1966, т. 3, с. 739.
58. Wilkin C.—J. Phys. G. Nucl. Phys., 1980, v. 6, p. L5.
59. Simonius M.—Phys. Lett., 1972, v. 41B, p. 415; Nucl. Phys., 1974, v. A220, p. 269; Henley E. M.—In: Proc. of the Intern. Conf. on Few Particle Problems in the Nuclear Interactions, Los Angeles, 1972; Brown V., Henley E. M., Kejes F.—Phys. Rev. Lett., 1973, v. 30, p. 770; Phys. Rev., 1974, v. C9, p. 935; Henley E. M., Kejes F. R. Ibid., 1975, v. D11, p. 605; Epstein G. N.—Phys. Lett., 1975, v. 55B, p. 249; Yamamoto Y.—Prog. Theor. Phys., 1977, v. 58, p. 1790; McKellar B. H. J., Lassey K. R.—Phys. Rev., 1978, v. C17, p. 842; Galic H. e.a.—Ibid., 1976, v. D14, p. 2327; Donoghue J. F. Ibid., v. D15, p. 184; Oka T.—Prog. Theor. Phys., 1981, v. 66, p. 977; Henley E. M.—Nucl. Phys., 1978, v. A300, p. 471; Desplangues B. e. a.—Ann. Phys. (N.Y.), 1980, v. 124, p. 449; Лобов Г. А.—Письма в ЖЭТФ, 1980, т. 32, с. 70; Barroso A., Tadić D.—Nucl. Phys., 1981, v. A364, p. 194; Конелиович В. Б., Франкфурт Л. Л.—Письма в ЖЭТФ, 1975, т. 22, с. 601; Dubovik V. M., Zamiralov V. S., Zenkin S. V.—Nucl. Phys., 1981, v. B182, p. 52.
60. Nagle D. E. e. a.—AIP Conf. Proc. N.Y., 1979, № 51, p. 224.
61. Balzer R. e. a.—Phys. Rev. Lett., 1980, v. 44, p. 699; SIN Newsletter 1980, v. 13, p. 50.
62. Von Rossen P. e. a.—AIP Conf. Proc. N.Y., 1981, № 69, p. 1442.
63. Bowman J. D. e. a.—Phys. Rev. Lett., 1975, v. 34, p. 1184; Anderson H. L. e. a.—AIP Conf. Proc. N.Y., 1976, № 35, p. 273; Lockyer N. e. a.—Phys. Rev. Lett., 1980, v. 45, p. 1821.
64. Chiapetta P., Soffer J., Tsai Tsun Wu.—J. Phys., 1982, v. G8, p. 183; Nardulli G.—AIP Conf. Proc. N.Y., 1983, № 95, p. 156.
65. См. работы: Henley E. M., Kejes F. R., Barroso A., Tadić D., Oka T. [59]; Frankfurt L. L., Strikman M. I.—Phys. Lett., 1981, v. 107B, p. 99; Simonius M.—AIP Conf. Proc. N.Y., 1983, № 95, p. 139.
66. Nagle D. E. e. a.—AIP Conf. Proc. N.Y., 1983, № 95, p. 150.
67. Henneck R. e. a.—Phys. Rev. Lett., 1982, v. 48, p. 725.
68. Conzett E. e. a.—In: Proc. of the 1980 Intern. Symposium on High Energy Physics with Polarized Beams and Polarized Targets, Lausanne. Ed. by C. Joseph (Birkhauser, Basel, 1981); Slobodrian R. J.—Hadronic J., 1981, v. 4, p. 1258; Slobodrian R. J. e. a.—Phys. Rev. Lett., 1981, v. 47, p. 1803.

69. Keaton P. W. e. a.— Bull. Amer. Phys. Soc., 1981, v. 26, p. 623.  
 70. Aprile E. e. a.— Phys. Rev. Lett., 1981, v. 47, p. 1360.  
 71. Zulkarneev R. Ja. e. a.— Phys. Lett., 1976, v. 61B, p. 164.  
 72. Bhatia T. S. e. a.— Phys. Rev. Lett., 1982, v. 48, p. 227.  
 73. Dress W. B. e. a.— Phys. Rev., 1977, v. D15, p. 9; Алтарев И. С. и др.—  
 Письма в ЖЭТФ, 1979, т. 29, с. 794.  
 74. Шабалин Е. П.— ЯФ, 1977, т. 28, с. 151; УФН, 1983, т. 139, с. 561;  
 Ellis J., Gaillard M. K.— Nucl. Phys., 1979, v. B150, p. 141.  
 75. Тарасов А. В.— ЯФ, 1968, т. 8, с. 1191.  
 76. Gordeev V. A. e. a.— Nucl. Phys., 1981, v. A364, p. 408; Круглов С. П.  
 Нуклон-нуклонные и пион-нуклонные взаимодействия при промежуточных  
 энергиях. Л., ЛИЯФ, 1982, с. 79.  
 77. Bekrenev V. S. a. e.— Nucl. Phys., 1981, v. A364, p. 515; Бекренев В. С.  
 и др.— В кн.: Спин в физике высоких энергий, Дубна, 1982, Д-1, 2-82-27, с. 161.  
 78. Ayed P.— University of Paris Report N CEN-N-1921, 1975; Абаев В. В.,  
 Круглов С. П., Малов Ю. А. Препринт ЛИЯФ-438. Л., 1978.  
 79. Dubal L. e. a.— Helv. Phys. Acta, 1977, v. 50, p. 815; Alder J. C. e. a.—  
 Lett. Nuovo cimento, 1978, v. 23, p. 381; SIN Newsletter, 1979, № 11, p. 34;  
 SIN Preprint PR-81-15, 1981.  
 80. Fitzgerald D. H., Nefkens B. M. K.— Progress at LAMPF Los Alamos  
 LA-9709, 1983, p. 57.  
 81. Zidell V. S., Arndt R. A., Roper L. D.— Phys. Rev., 1980, v. D21,  
 p. 1255.  
 82. Cutkosky R. E. e. a.— Phys. Rev., 1979, v. D20, p. 2804. См. [35].  
 83. Koch R., Pietarinen E.— Nucl. Phys., 1980, v. A336, p. 331.  
 84. Nefkens B. M. K.— AIP Conf. Proc. N.Y., 1983, № 95, p. 205.  
 85. Bystricky J., Lehar F.— Nucleon-Nucleon Scattering Data. Part I, II, III,  
 1978, № 11-1. Physik Daten Fachinformations Zentrum Energie Physik Mathe-  
 matik, Karlsruhe, FRG.  
 86. 1980 Intern. Symposium on High Energy Physics with Polarized Beams  
 and Polarized Targets, Lausanne, 1980. Ed. by C. Joseph (Birkhauser, Basel,  
 1981).  
 87. Fifth Intern. Symposium on Polarization Phenomena in Nuclear Physics,  
 Santa Fe, N.M., August 11—15, 1980. Proc. AIP Conf., No 69.  
 88. Спин в физике высоких энергий.— Тр. Международного симпозиума  
 по поляризационным явлениям в физике высоких энергий. Дубна, 1982, Д-1,  
 2-82-27.  
 89. Нуклон-нуклонные и пион-нуклонные взаимодействия при промежу-  
 точных энергиях. Л., ЛИЯФ, 1982.  
 90. High Energy Spin Physics. 1982.— AIP Conf. Proc. N.Y., 1983, № 95.  
 91. Yamamoto S. S. e. a.— Report KEK-EPC, 80-01, February, 1981.  
 92. Axen D. e. a.— J. Phys. G. Nucl. Phys., 1981, v. 7, p. L225.  
 93. Lehar F.— AIP Conf. Proc. N.Y., 1983, № 95, p. 187.  
 94. См. [6].  
 95. Iron F. e. a.— Phys. Rev., 1982, v. C 25, p. 373.  
 96. Wrieckat A. e. a.— Phys. Lett., 1980, v. B97, p. 33.  
 97. Величко Г. Н. и др.— Письма в ЖЭТФ, 1981, т. 33, с. 615.  
 98. Paulette G. e. a.— Phys. Rev., 1983, v. C27, p. 282.  
 99. Besset D. e. a.— Ibid., 1980, v. D21, p. 580.  
 100. Besset D. e. a.— Nucl. Phys., 1980, v. A345, p. 435.  
 101. Борисов Н. С. и др. Препринт ЛИЯФ, 581, 1980; ЖЭТФ, 1981, т. 81,  
 с. 1583.  
 102. Bell D. A. e. a.— Phys. Lett., 1980, v. 94B, p. 310.  
 103. Falk W. R. e. a.— Phys. Rev., 1982, v. C25, p. 2104.  
 104. McNaughton M. W. e. a.— LASL 1980, Preprint LA-UR-80-1412.  
 105. См. [85, part 111, p. 105].  
 106. McNaughton M. W. e. a.— Phys. Rev., 1981, v. C23, p. 1128.  
 107. См. [86] Contr. Papers No 1.13.  
 108. McNaughton M. W. e. a.— Phys. Rev., 1981, v. C23, p. 838.

109. Aprile E. e. a.— Nucl. Phys., 1982, v. A379, p. 369; Aprile-Giboni E. e. a.— AIP Conf. Proc., N.Y., 1983, № 95, p. 193.
110. Вовченко В. Г. и др.— ЯФ, 1980, т. 32, с. 164.
111. Bhatia T. S. e. a.— Phys. Rev. Lett., 1982, v. 49, p. 1135.
112. McNaughton M. W. e. a.— Phys. Rev., 1982, v. C25, p. 2107.
113. Вовченко В. Г., Федоров О. Я., Шведчиков А. В. См. [88, с. 172].
114. McNaughton M. W. e. a.— Phys. Rev., 1982, с. C25, p. 1967.
115. McNaughton M. W. e. a.— Ibid., v. C26, p. 249.
116. McNaughton M. W.— AIP Conf. Proc., N.Y., 1983, № 95, p. 243.
117. Aprile E. e. a.— AIP Conf. Proc., N.Y., 1983, № 95, p. 246.
118. Keeler R. K. e. a.— Nucl. Phys., 1982, v. A377, p. 529.
119. Alberi G., Bleszynsky M., Jaroszewicz T.— Ann. of Phys. (N.Y.), 1982, v. 142, p. 299.
120. Hürster W. e. a.— Phys. Lett., 1980, v. 90B, p. 367.
121. Evans M. L. e. a.— Phys. Rev., 1982, v. C26, p. 2525.
122. Clough A. S. e. a.— Ibid., 1980, v. C21, p. 988.
123. Bhatia T. S. e. a.— Ibid., 1981, v. C24, p. 796.
124. Sakuda M. e. a. Ibid., 1982, v. D25, p. 2004.
125. Axen D. e. a.— Ibid., 1980, v. C21, p. 998.
126. Riley P. J. e. a.— Phys. Lett., 1981, v. 103B, p. 313.
127. Ransome R. E. e. a. Phys. Rev. Lett., 1982, v. 48, p. 781.
128. Bugg D. V. e. a.— Phys. Rev., 1980, v. C21, p. 1004.
129. Джаркава М. И. и др.— ЯФ, 1982, т. 35, с. 65; Вовченко В. Г. и др.— Там же, 1983, т. 37, с. 158.
130. Dubois R. e. a.— Nucl. Phys., 1982, v. A377, p. 554.
131. Hoshizaki N.— Prog. Theoret. Phys., 1978, v. 60, p. 1796; Arndt R. A., Ver West B. J.— См. [87].
132. Goldstein G. R., Moravcsik M. J.— Ann. of Phys. (N.Y.), 1980, v. 126, p. 176; 1982, v. 142, p. 219; Гребенюк О. Г., Комаров Е. Н., Шкляревский Г. М.— ЯФ, 1983, т. 37, с. 1279.
133. Hoftizer J. e. a.— Phys. Lett., 1981, v. 100B, p. 462; AIP Conf. Proc. N.Y., 1983, № 95, p. 237.
134. Bertini R. e. a.— AIP Conf. Proc. N.Y., 1983, № 95, p. 231.
135. Northcliffe L. C., Simmons J. E., Jarmer J. J.— Progress at LAMPF Los Alamos 1983 LA-9709-PR, p. 13.
136. Crawford J. F. e. a.— Phys. Rev., 1980, v. C22, p. 1184.
137. Bhatia T. S. e. a.— Phys. Rev., 1983, v. C28, p. 2071.
138. Kloet W. M., Silbar R. R.— Nucl. Phys., 1980, v. A338, p. 231.
139. Mutchler G. S., Pinsky L. S.— Progress at LAMPF Los Alamos, LA-9709-PR, p. 14.