

УДК 539.12.01

# ФЕНОМЕНОЛОГИЧЕСКОЕ ОПИСАНИЕ И МОНТЕ-КАРЛОВСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ МНОЖЕСТВЕННОГО РОЖДЕНИЯ ЧАСТИЦ В ВЫСОКОЭНЕРГЕТИЧЕСКИХ $N - N$ - и $\pi - N$ -СТОЛКНОВЕНИЯХ

*B. С. Барашенков, Н. В. Славин*

Объединенный институт ядерных исследований, Дубна

Получены феноменологические выражения для дифференциальных одночастичных инклузивных сечений образования нуклонов и пионов в неупругих  $N - N$ - и  $\pi - N$ -столкновениях, описывающие известные экспериментальные данные в широкой области кинематических переменных при энергиях от 5 до  $5 \cdot 10^3$  ГэВ. Применение метода Монте-Карло позволяет моделировать отдельные акты неупругих столкновений и анализировать свойства лидирующих частиц.

The phenomenological expressions for differential single particle inclusive cross section of nucleon and pion production in inelastic  $N - N$  and  $\pi - N$  collisions describing the known experimental data at wide values of kinematic variables at energies from 5 to several thousand GeV are obtained. Characteristics of the leading particles are analysed by means of this phenomenological approximation and Monte-Carlo modelling of individual acts of collision.

## ВВЕДЕНИЕ

Для анализа механизмов взаимодействия адронов с ядрами, расчета радиационной защиты, оценок интенсивности пучков вторичных частиц на ускорителях и многих других теоретических и прикладных задач необходимо иметь подробную информацию о множественности, углах вылета, энергиях и прочих характеристиках вторичных частиц в неупругих  $N - N$ - и  $\pi - N$ -столкновениях. В литературе имеется большое количество экспериментальных данных об этих величинах, однако эти сведения, как правило, весьма разрознены, относятся к отдельным, часто далеко отстоящим друг от друга областям кинематических переменных, в ряде случаев используются различающиеся нормировки, различные переменные. Интерполирование известных экспериментальных данных в промежуточные области и их экстраполяция обычно связаны со значительными трудностями, тем более что для некоторых задач (например, при расчете внутриядерных каскадов или при рассмотрении распространения пучков частиц

в средах) необходимы детальные данные в очень широком энергетическом интервале, вследствие чего возникают затруднения с загрузкой столб обширной численной информации в ЭВМ. Во всех случаях важно иметь единообразное и достаточно компактное аналитическое представление данных.

В литературе рассмотрено много различных моделей неупругих столкновений частиц при высоких энергиях: статистический и гидродинамический подходы, диаграммная, реджевская техника для расчета периферических взаимодействий и т. д. Эти модели можно с успехом использовать для описания отдельных сторон явления. Однако на практике этого часто бывает недостаточно: кроме того, эти модели весьма сложны для расчета. Поэтому во многих случаях приходится прибегать к различного рода феноменологическим аппроксимациям экспериментальных данных, когда теоретические модели используются лишь в качестве определенной «подсказки» при выборе аппроксимирующих выражений.

В работах [1, 2] была разработана статистическая, монте-карловская аппроксимация множественного рождения частиц в  $N - N$ -и  $\pi - N$ -столкновениях, основанная на предположении, что энергетические спектры вторичных частиц очень слабо зависят от угла их вылета. Такой подход, особенно если ввести дополнительную браковку моделируемых событий по экспериментальному распределению поперечного импульса, позволяет получить согласие с опытом в широком интервале энергий от нескольких сот мегаэлектронвольт до 5—10 ГэВ [1, 2], т. е. при энергиях, когда еще не очень заметны существенно выделенные по энергии так называемые лидирующие частицы \*. При этом удается рассчитать не только средние угловые и энергетические распределения вторичных частиц, но и восстановить (промоделировать) отдельные акты («звезды») неупругого столкновения таким образом, чтобы в каждом из них характеристики родившихся частиц удовлетворяли закону сохранения энергии — импульса.

Возможность значительно более общего подхода к количественному анализу множественного образования частиц открылась после того, как А. А. Лоуновым, Фейнманом, Янгом и их сотрудниками была предложена идеология инклузивных реакций, а Мюллер вывел для них оптическую теорему (см. [3] и [4], где можно найти подробную библиографию). Хотя с помощью этой теоремы амплитуду инклузивной реакции удается связать лишь с нереализуемым на практике трехчастичным упругим рассеянием, для теоретического анализа этого, уже значительно более простого, процесса можно использовать реджевскую феноменологию.

Многими авторами было показано, что соответствующим подбором параметров действительно можно достичь хорошего описания экспе-

---

\* При расчете средних значений согласие с экспериментом сохраняется даже при энергии 10—20 ГэВ [2].

риментальных данных вплоть до отдельных каналов реакции [4, 5], однако каждый раз анализ, как правило, ограничивался некоторой узкой областью кинематических переменных — в основном вблизи  $x \sim \pm 1$  и  $T \gg 10$  ГэВ \*. Вместе с тем если выражения, подсказанные теоремой Мюллера, использовать лишь в качестве аналитического «скелета» с коэффициентами, подбираемыми из сравнения с экспериментом — возможно, с некоторыми дополнительными феноменологическими членами, необходимыми для гладкой «спинки» различающихся по своей физической природе кинематических областей, то можно попытаться найти аппроксимацию, достаточно компактную по форме и пригодную для широкого интервала независимых переменных  $s$ ,  $x$ ,  $p_\perp$ . При этом следует иметь в виду: поскольку в основе аппроксимирующих выражений лежат некоторые теоретические соображения, эти выражения — не просто феноменологическая интерполяция между экспериментальными точками, они обладают определенной эвристической ценностью, позволяя выйти за рамки известных экспериментальных данных.

Одна из главных трудностей, возникающих при построении аппроксимирующих выражений, состоит в том, что известные в настоящее время экспериментальные данные пока не позволяют с равной точностью определить численные коэффициенты для всех типов реакций, различающихся зарядами первичных и вторичных частиц. Так, пока еще плохо исследованы спектры нейтронов в  $p - p$ -столкновениях, очень мало данных для  $p - n$ -взаимодействий, особенно для вторичных нейтронов, почти нет данных о рождении нейтральных частиц в  $\pi - N$ -столкновениях. В таких случаях приходится приспособливать выражения, полученные для частиц другого знака заряда, что вносит определенные погрешности в абсолютное значение сечений выхода частиц и может заметно исказить вид дифференциальных инклузивных распределений  $E d^3\sigma / dp^3$  ( $x, p_\perp, s$ ), особенно в области больших значений  $x$  и  $p_\perp$ .

Тем не менее для указанных выше задач точность феноменологических выражений  $E d^3\sigma / dp^3$  оказывается вполне приемлемой, поскольку большие импульсы важны, главным образом, лишь для лидирующих частиц, распределение которых аппроксимируется достаточно точно; что же касается остальных частиц, то они сравнительно редко имеют большие значения  $x$  и  $p_\perp$ . Если столкновения частиц рассчитываются (разыгрываются) методом Монте-Карло, то несущественными оказываются и погрешности в абсолютном значении

\* Далее мы всюду будем рассматривать систему центра масс и использовать стандартные обозначения:  $s$  — квадрат полной энергии сталкивающихся частиц;  $p_{||}$  и  $p_\perp$  — продольная и поперечная компоненты импульса вторичной частицы в этой системе координат;  $E = \mathcal{T} + M = (p_{||}^2 + p_\perp^2 + M^2)^{1/2}$  и  $\mathcal{T}$  — полная и кинетическая энергии рассматриваемой вторичной частицы;  $x = 2p_{||}^*s^{-1/2}$ ;  $x_\perp = 2p_\perp^*s^{-1/2}$ ;  $T$  — кинетическая энергия налетающей частицы в лабораторной системе координат.

сечений  $d^3\sigma/dp^3$ , так как множественность вторичных частиц, их энергии и углы вылета можно определить с помощью относительных — например, нормированных на единицу — дифференциальных распределений (см. [2] и ниже, разд. 6).

Следует также заметить, что вследствие недостаточной точности экспериментальных сечений  $E d^3\sigma/dp^3$ , на основе которых подбираются коэффициенты в аппроксимирующих формулах, часто оказывается так, что выражение, хорошо описывающее дифференциальные распределения, приводит к плохо согласующимся с опытом (в пределах фактора 1,5—2) значениям средней энергии рождающихся частиц  $\langle T \rangle$ , их среднего поперечного импульса  $\langle p_\perp \rangle$  и других интегральных характеристик. Вместе с тем точность аппроксимирующих выражений существенно улучшается, если эти выражения подбирать при условии хорошего согласования расчетных интегральных величин с результатами измерений. Приводимые ниже аппроксимации получены с учетом этого требования.

Большая часть нашей работы посвящена аппроксимации одночастичных инклузивных сечений  $E d^3\sigma/dp^3$  и связанных с ними интегральных величин (средней множественности, коэффициентов неупругости и др.), их сравнению с экспериментом. После этого мы рассмотрим, каким образом с помощью метода Монте-Карло и известных выражений  $E d^3\sigma/dp^3$  можно восстановить детальные характеристики отдельных неупругих  $N - N$ -и  $\pi - N$ -столкновений. Обсуждение относится к широкому интервалу энергий от  $T \geq 5$  до  $T \approx 5 \cdot 10^3$  ГэВ. При меньших энергиях для определения характеристик вторичных нуклонов можно использовать хорошо разработанные монте-карловские методы и аппроксимирующие выражения, основанные на резонансных моделях (см. [2], где можно найти дальнейшую библиографию). В области энергий, больших нескольких тысяч гигаэлектронвольт, где имеются лишь разрозненные и неточные космические экспериментальные данные, используемые нами выражения с определяемыми из опыта коэффициентами становятся весьма приближенными. Однако в силу недостатка экспериментальной информации даже такие оценочные аппроксимации представляют здесь большой интерес.

Очень важно иметь в виду, что рассматриваемая аппроксимация экспериментальных данных применима лишь на достаточно больших расстояниях от точки взаимодействия, где все рождающиеся резонансные состояния полностью распались на пионы и нуклоны.

## 1. ВЫБОР АППРОКСИМИРУЮЩИХ ВЫРАЖЕНИЙ

Следуя результатам редже-мюллеровского анализа (рис. 1 и см. обзор [4]), мы будем считать, что в области фрагментации  $|x| \sim 1$ , где упругое трехчастичное рассеяние определяется в основном трехреджционными процессами, сечение инклузивной реакции  $a + b \rightarrow$

$\rightarrow c + \dots$  имеет вид:

$$\left( E \frac{d^3\sigma}{dp^3} \right)_{\text{Фар}} = \sum_{i=1}^4 G_i e^{R_i t} (1 - |x|)^{\beta_i - \gamma_i t} \left( \frac{s}{s_0} \right)^{\alpha_i} + \\ + G e^{Rt} (1 - |x|)^{1 - \gamma t} |t| / (M_\pi^2 - t)^2. \quad (1)$$

Здесь  $G_i e^{R_i t}$  и  $G e^{Rt}$  вершинные функции, включающие в себя сигнатурные факторы;  $\alpha_i, \beta_i, \gamma_i, \gamma$  — параметры реджевских траекторий  $a_i(t) = a_i(0) + a'_i(0)t$ , где четырехмерный передаваемый

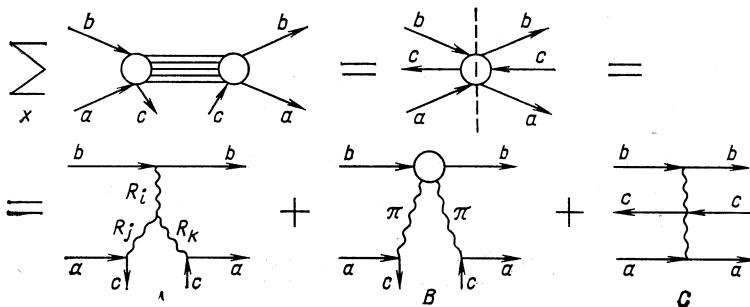


Рис. 1. Оптическая теорема Мюллера для инклюзивного процесса  $a + b \rightarrow c + X$ . С помощью условия унитарности сумма амплитуд инклюзивных реакций с различными системами (группами частиц)  $X$  «сворачивается» в амплитуду упругого трехчастичного рассеяния, которую, в свою очередь, можно представить в виде суммы амплитуд  $A, B, C$  с обменом реджевскими траекториями:  $A$  — трехреджеонный обмен во фрагментационной области;  $B$  — пионный обмен во фрагментационной области;  $C$  — обмен реджеонами в центральной области значений  $x$ .

импульс от частицы-мишени  $b$  к рождающейся частице  $c$   $t = -(p_\perp^2 / |x|) - (1 - |x|)(M_c^2 / |x| - M_a^2)$ ,  $M_a$  и  $M_c$  — массы первичной и вторичной частиц,  $M_\pi$  — масса  $\pi$ -мезона;  $s_0 = 1$  ГэВ<sup>2</sup>. Первый член в этом выражении определяется трехреджеонным процессом с участием померонной и «эффективной» реджевских траекторий, второй — обменным процессом с участием пионной реджевской траектории. Подобное приближение использовалось многими авторами и оказалось весьма эффективным.

В центральной области значений  $x$ , где в упругое трехчастичное рассеяние определяющий вклад дают полюсные диаграммы типа  $C$  (рис. 1), сечение инклюзивной реакции имеет структуру:

$$\left( E \frac{d^3\sigma}{dp^3} \right)_\Pi = (A + B |x| + C |x|^{-1}) / (p_\perp^2 + \mu^2)^D, \quad (2)$$

где коэффициенты  $A, B, C, D$  — функции переменных  $p_\perp$  и  $s$ .

Далее мы будем отдельно рассматривать свойства «сохраняющихся» частиц  $c$ , когда частица  $c$  тождественна одной из первичных (т. е.  $c \equiv a$  или  $c \equiv b$ ) и вылетает в ту же полусферу, что и эта первичная, и свойства всех остальных «несохраняющихся» частиц. Физическим основанием такого разделения является то, что сохраняющиеся частицы в среднем обладают значительно большей энергией, чем несохраняющиеся, и коллимированы в области меньших углов \*. Сохраняющиеся частицы могут рождаться как при фрагментационных, так и при нефрагментационных («центральных») процессах. В рождении несохраняющихся частиц центральные процессы играют значительно большую роль.

Для сохраняющихся частиц выражение (2) удобно параметризовать в виде

$$\left( E \frac{d^3\sigma}{dp^3} \right)_{\text{н.с.}} = a (1 + b |x| s^{c-x_1})^{s^0, 27} (1 - |x|)^{f p_1^2} e^{g|x|} / (p_1^2 + \mu^2)^d, \quad (3)$$

с независящими от  $s$ ,  $p_1$  и  $x$  коэффициентами.

Для несохраняющихся частиц выражение (2) запишем в виде двух членов:

$$\begin{aligned} \left( E \frac{d^3\sigma}{dp^3} \right)_{\text{н.нс.}} &= a (1 - |x|)^b \times \\ &\times [s^{c(1+|x|)} p_1^2 e^{-1,3p_1^2} / (p_1^2 + 1)^4 + ds^{f(1-|x|)} e^{-h p_1^2} / (|x| + 1)^g]. \end{aligned} \quad (4)$$

Здесь  $s = s/s_0$ ,  $p_1 = p_1/p_{10}$ , где  $p_{10} = 1$  ГэВ/с.

Выражения (1)–(3) можно положить в основу аппроксимации экспериментальных данных. Однако расчеты показывают, что для этих выражений не удается подобрать коэффициенты, которые были бы пригодны в широком интервале значений  $x$ ,  $p_1$ ,  $s$ . Это связано с тем, что выражения (1)–(3) относятся к предельным случаям и весьма неточны в промежуточной области. Для описания этой области следует включить дополнительный феноменологический член, позволяющий непрерывно «спинуть» фрагментационные и нефрагментационные процессы. Мы выберем этот член в виде

$$\left( E \frac{d^3\sigma}{dp^3} \right)_{\text{доп.}} = us^v (1 - |x|) e^{-5p_1^2} \quad (5)$$

с постоянными  $u$ ,  $v$ .

Коэффициенты в аппроксимирующих выражениях должны подбираться для каждой конкретной реакции.

\* «Сохраняющуюся» частицу не следует путать с «лидирующей», уносящей основную часть энергии взаимодействия. Среди лидирующих некоторую долю составляют и несохраняющиеся частицы (см. разд. 5).

## 2. РЕАКЦИЯ $N + N \rightarrow N + \dots$

Инклузивное сечение рождения, в мб/(ГэВ<sup>2</sup>/с<sup>3</sup>), сохраняющихся частиц, применимое в широкой области значений кинематических переменных, запишем для этого случая в виде \*

$$E \frac{d^3\sigma(x, p_\perp, s)}{dp^3} = \\ = \begin{cases} (Ed^3\sigma/dp^3)_{\text{п.с}} + (Ed^3\sigma/dp^3)_{\text{доп}}, & \text{если } 0 \leq |x| < 0,7; \\ (Ed^3\sigma/dp^3)_{\text{фраг}}, & \text{если } 0,7 \leq |x| \leq x_{\max}. \end{cases} \quad (6)$$

В  $p - p$ - и  $n - n$ -столкновениях, где сохраняющейся частицей являются соответственно протон и нейtron, распределения частиц в области положительных и отрицательных значений  $x$  симметричны относительно  $x = 0$ . Такой симметрии нет для  $p - n$ -взаимодействий, где сохраняющимися частицами считается протон при  $x > 0$  и нейtron при  $x < 0$  (в  $n - p$ -взаимодействии знак  $x$  изменяется на обратный) \*\*.

Выражение (6) применимо также для описания спектров несохраняющихся нуклонов в реакциях с перезарядкой налетающих частиц: нейtronов в  $p - p$ -взаимодействиях, протонов с  $x < 0$  и нейtronов с  $x > 0$  в  $p - n$ -взаимодействиях (и соответствующих частиц в зарядово-симметричных  $n - n$ - и  $n - p$ -столкновениях). Отличие от случая сохраняющихся частиц лишь в значениях коэффициентов.

В табл. 1 и 2 приведены значения коэффициентов, подобранные по известным экспериментальным данным в области энергий  $T \geq 5$  ГэВ \*\*\*. При этом, как уже отмечалось во введении, принимались во внимание не только дифференциальные распределения, но и экспериментальные данные для интегральных характеристик рождающихся частиц. Рис. 2, 3 иллюстрируют точность аппроксимации экспериментальных данных для сохраняющихся частиц; на рис. 4, 5 приведены соответствующие данные для несохраняющихся частиц.

Теоретические кривые хорошо передают основные черты инклузивных сечений рождения нуклонов: медленное изменение сечений

\* Вместо распределения по переменным  $x$  и  $p_\perp$  часто важно знать энергетический спектр вторичных частиц для заданного угла вылета частиц  $d^2\sigma(\mathcal{T}, \cos\theta, s)/d\mathcal{T} d\cos\theta$ . Этот спектр получается умножением выражения (6) на фактор  $p = 4\pi\mathcal{T}^{1/2}(\mathcal{T} + 2M)^{1/2}$  и подстановкой значений  $x = 2ps^{-1/2}\cos\theta$ ,  $p_\perp = p\sin\theta$ .

\*\* Из кинематических соображений следует, что в общем случае сечения рождения сохраняющихся частиц  $b$  в реакции  $a + b \rightarrow b + \dots$  и  $a$  в реакции  $a + b \rightarrow a + \dots$  описываются одним и тем же выражением (6). [Углы вылета частиц  $a$  и  $b$  связаны соотношением  $\theta_b = \pi - \theta_a$ . На виде формулы (6), где используется  $|x|$ , изменение знака  $x$  не скажется.] Если массы частиц  $a$  и  $b$  различны, то в этой формуле следует соответственно изменить значение  $M_c$ .

\*\*\* Коэффициенты для описания частиц в  $n - n$ - и  $n - p$ -реакциях получаются из соображений зарядовой симметрии.

Таблица 1. Значения коэффициентов для расчета спектров сохраняющихся и несохраняющихся нуклонов при  $|x| \leq 0,7$ 

Реакция	$\frac{a}{m\text{б}/\Gamma\text{эВ}^2}$	$b$	$c$	$d$	$\frac{f}{(\Gamma\text{эВ}/c)^{-2}}$	$g$	$\frac{\mu^2}{(\Gamma\text{эВ}/c)^2}$	$\frac{u}{m\text{б}/\Gamma\text{эВ}^2}$	$v$
$pp \rightarrow p + \dots$	100	9,4	-0,06	6,43	0,21	1,5	1,81	230	-1
$x < 0$	6,1	3,6	-0,01	4,9	1,0	2,7	1,36	210	-1
$pn \rightarrow p + \dots$	95	8,5	-0,06	6,43	0,45	1,4	1,84	210	-1
$x > 0$									
$pp \rightarrow n + \dots$	13	0,35	0,17	5,5	1,2	-0,4	1,25	210	-1

Таблица 2. Значения коэффициентов для расчета спектров сохраняющихся и несохраняющихся нуклонов при  $|x| \geq 0,7$ 

Коэффициенты, одинаково вые для всех реакций	Для $pp \rightarrow p + \dots$	Для $pn \rightarrow p + \dots$		Для $pp \rightarrow n + \dots$
		$x < 0$	$x > 0$	
$G, m\text{б}/\Gamma\text{эВ}^2$	19	14	23	3,8
$R, (\Gamma\text{эВ}/c)^{-2}$	4,3	0,04	5,6	0,23
$\gamma, (\Gamma\text{эВ}/c)^{-2}$	0,6	1,36	1,2	1,62
$i$	$\alpha_i$	$\beta_i$	$\frac{\gamma_i}{(\Gamma\text{эВ}/c)^{-2}}$	$\frac{G_i}{m\text{б}/\Gamma\text{эВ}^2}$
			$\frac{R_i}{(\Gamma\text{эВ}/c)^{-2}}$	$\frac{G_i}{m\text{б}/\Gamma\text{эВ}^2}$
			$x < 0   x > 0$	$x < 0   x > 0$
1	0	0	1,5	3,3
2	0	-0,5	0,85	9
3	-0,5	-0,5	1,5	57
4	0	-1	0,2	0,2
				$\frac{R_i}{(\Gamma\text{эВ}/c)^{-2}}$
				$x < 0   x > 0$

в средней области значений  $x$ , их резкое возрастание при  $|x| \sim 1$  для сохраняющихся частиц и уменьшение в случае реакций перезарядки, очень быстрый спад вероятности рождения нуклонов с большими поперечными импульсами. В случае  $p - p$ -взаимодействий имеет место хорошее количественное согласие с экспериментом в области  $x > 0,5$ . При меньших значениях  $x$ , где пока известно лишь небольшое число разрозненных экспериментальных данных и коэффициенты выражения (6) определяются в основном исходя из известных интегральных характеристик, точность аппроксимации

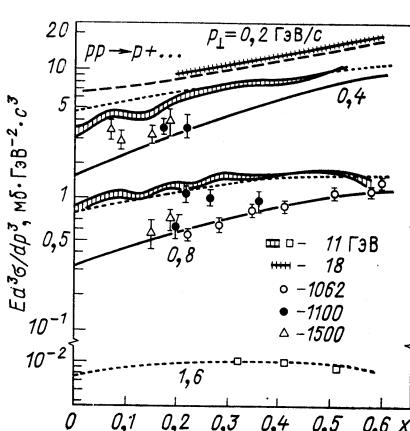


Рис. 2. Дифференциальные распределения вторичных протонов в неупругих  $p - p$ -столкновениях для области  $x \leq 0,6$ :  
— расчет для  $T = 10$  ГэВ, — — для  $T = 18$  ГэВ, — — для  $T = 10^8$  ГэВ [7]

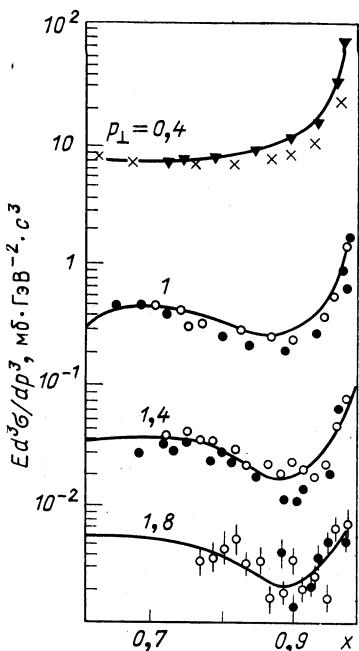


Рис. 3. Дифференциальные распределения вторичных протонов в неупругих  $p - p$ -столкновениях для области  $x \geq 0,6$ :  
Кривые — расчет для  $T = 10^8$  ГэВ;  $\times$ ,  $\nabla$ ,  $\bullet$ ,  $\circ$  — экспериментальные точки [8, 9] соответственно для  $T = 38, 65, 1062, 1482$  ГэВ

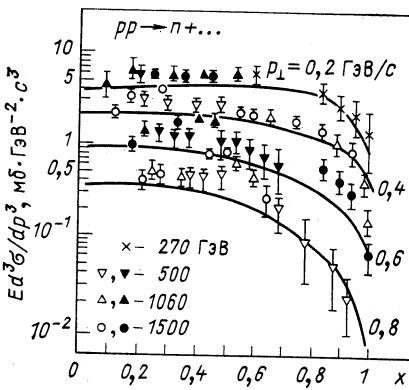


Рис. 4. Дифференциальные распределения нейтронов в  $p - p$ -взаимодействиях:  
кривые — расчет для  $T = 10^8$  ГэВ; экспериментальные точки — из работы [10]

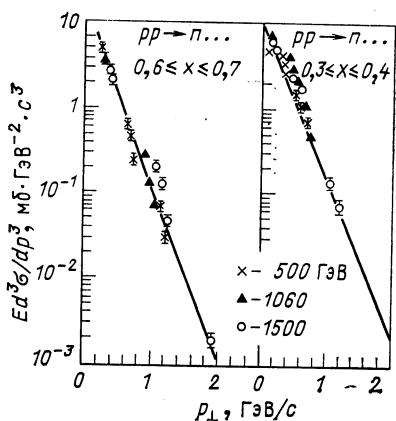


Рис. 5. Распределение нейтронов в  $p - p$ -взаимодействиях по величине их поперечного импульса:  
кривые — расчет для  $T = 10^8$  ГэВ. Около кривых указаны диапазоны значений  $x$ , к которым относятся экспериментальные точки [10]. (Расчет выполнялся для соответствующих средних значений.)

несколько хуже. Аппроксимация спектров несохраняющейся частицы нейтрона в  $p - p$ -столкновениях не выходит за пределы усредненных экспериментальных погрешностей.

Случай  $p - n$ -реакции является более трудным из-за скучности экспериментальной информации. Значения коэффициентов в табл. 1 и 2 дают наилучшее согласие с опытом (рис. 6), однако более детальные измерения, возможно, потребуют их уточнения.

Средняя множественность рождающихся частиц с связана с инклюзивным сечением соотношением:

$$\langle n_c \rangle = \sigma_{in}^{-1} \int d^3\sigma_c = \sigma_{in}^{-1} \int \left( E \frac{d^3\sigma_c}{dp^3} \right) \frac{d^3p}{E}, \quad (7)$$

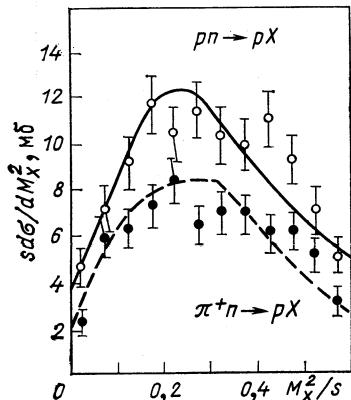


Рис. 6. Интегральное сечение реакции  $p (\pi^+) n \rightarrow p + \dots$  в зависимости от переменной  $M_X^2/s$  для областей  $|t| < 1$  ( $\text{ГэВ}/c^2$ )<sup>2</sup> и энергии  $T = 100$  ГэВ. Точки — эксперимент [13]

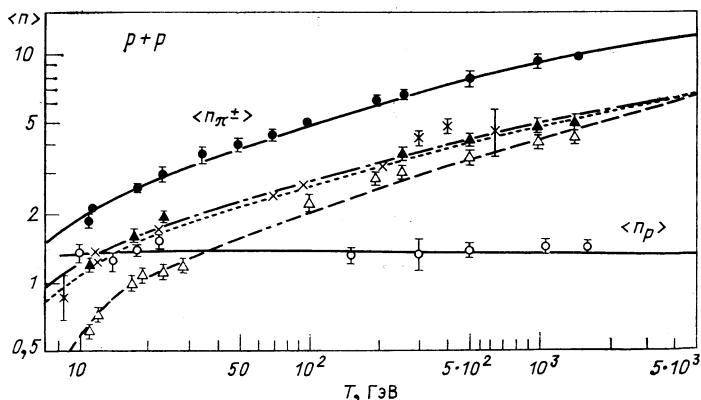


Рис. 7. Средняя множественность частиц в неупругих  $p - p$ -столкновениях: сплошные кривые — расчетные значения  $\langle n_p \rangle$  и  $\langle n_{\pi^\pm} \rangle$ ; штрихпунктирная, точечная и пунктирная — расчетные значения  $\langle n_{\pi^+} \rangle$ ,  $\langle n_{\pi^0} \rangle$ ,  $\langle n_{\pi^-} \rangle$ ;  $\circ$ ,  $\bullet$ ,  $\Delta$ ,  $\times$ ,  $\Delta$  — соответствующие экспериментальные данные [11—34]

где  $\sigma_{\text{in}}$  — полное экспериментальное сечение неупругого взаимодействия. Использование инклузивного сечения (6) приводит к выводу, что в области  $T \geq 5$  ГэВ множественности протонов и нейтронов остаются практически постоянными в ( $p - p$ -столкновениях)  $\langle n_p \rangle \simeq \simeq 1,4$ ,  $\langle n_n \rangle \simeq 0,6$ ). Это хорошо согласуется с опытом (рис. 7) и указывает на малую вероятность образования нуклон-антинуклонных пар ( $\langle n_{\bar{p}} \rangle \sim 0,1$ ).

Исходя из статистических соображений, основанных на изотопической инвариантности, часто утверждается, что при большом числе вторичных частиц  $\langle n_p \rangle \approx \langle n_n \rangle$  независимо от заряда сталкивающихся нуклонов. Приведенные данные показывают, что в ( $p - p$ -столкновениях) средние множественности протонов и нейтронов остаются различными даже при очень высоких энергиях. О равенстве значений  $\langle n_p \rangle$  и  $\langle n_n \rangle$  можно говорить лишь в случае  $p - n$ -взаимодействий.

Т а б л и ц а 3. Интегральные характеристики вторичных протонов в неупругих  $p - p$ -взаимодействиях (с.ц.м.)

$T, \text{ГэВ}$	$\langle p_{\perp p} \rangle, \text{ГэВ/с}$	$\langle \mathcal{T}_p \rangle, \text{ГэВ}$	$\langle K_p \rangle$
10	0,38	0,62	0,34
20	0,39	0,99	0,31
$10^2$	0,41	3,17	0,30
$5 \cdot 10^2$	0,42	7,02	0,29
$10^3$	0,44	9,6	0,29
$1,5 \cdot 10^3$	0,44	11,4	0,29
$5 \cdot 10^3$	0,45	21,9	0,29

В табл. 3 указаны значения среднего поперечного импульса протонов в ( $p - p$ -столкновениях):

$$\langle p_{\perp}(s) \rangle = \sigma [p_{\perp}; s] / \sigma [1; s], \quad (8)$$

где функционал кинематической переменной  $z$  (в данном случае  $z = p_{\perp}$ )

$$\sigma [z; s] = \frac{\pi \sqrt{s}}{2} \int_{-x_{\max}}^{+x_{\max}} dx \int_0^{p_{\perp \max}^2(x)} E \frac{d^3 \sigma (x, p_{\perp}, s)}{dp^3} \frac{z(x, p_{\perp}, s) dp_{\perp}^2}{(x^2 s/4 + p_{\perp}^2 + M_c^2)^{1/2}}, \quad (9)$$

$$\left. \begin{aligned} x_{\max} &= 2s^{-1/2} (E_{\max}^2 - M_c^2)^{1/2}, \\ p_{\perp \max}^2(x) &= E_{\max}^2 - x^2 s/4 - M_c^2 \end{aligned} \right\} \quad (10)$$

— максимальные значения переменной  $x$  и квадрата поперечного импульса протона  $p_{\perp}$ ,

$$E_{\max} = (s + M_c - M_x^2)/2s^{1/2}$$

— максимально возможная энергия вторичной частицы,  $M_c$  — масса рассматриваемой вторичной частицы ( $M_c = M_p$  в данном случае),  $M_x$  — минимальная масса рождающихся частиц системы X в инклюзивной реакции  $a + b \rightarrow c + X$  [6].

Вычисленные значения  $\langle p_{\perp} \rangle$  близки к экспериментальным, которые составляют около 0,4 ГэВ/с в области  $T \simeq 5-30$  ГэВ и возрастают до 0,45 ГэВ/с при  $T \sim 10^3$  ГэВ.

По сравнению с протонами средние поперечные импульсы нейтронов, рождающихся в  $p-p$ -столкновениях, оказываются на несколько процентов больше, хотя в пределах погрешности используемых аппроксимаций на этом различии настаивать трудно.

В табл. 3 приведены также значения средней кинетической энергии протона в с.п.м.

$$\langle \mathcal{T}_p(s) \rangle = \sigma [E; s] / \sigma [1; s] - M_p \quad (11)$$

и средней доли уносимой им энергии

$$\langle K_p(s) \rangle = s^{1/2} \{ \langle \mathcal{T}_p(s) \rangle + M_p \}. \quad (12)$$

При  $T \simeq 10$  ГэВ значение  $\langle \mathcal{T}_p \rangle$  близко к экспериментальному 0,6 ГэВ [35, 36] и далее возрастает несколько быстрее, чем  $s$  (т. е. несколько больше, чем  $\mathcal{T}^{1/2}$ ). Значения  $\langle K_p \rangle$  остаются практически постоянными во всем диапазоне энергий  $T \geq 20$  ГэВ. Средняя кинетическая энергия рождающегося в  $p-p$ -столкновении нейтрона  $\langle \mathcal{T}_n \rangle$  в 1,5—2 раза меньше, чем  $\langle \mathcal{T}_p \rangle$ . С увеличением энергии первичной частицы энергия  $\langle \mathcal{T}_n \rangle$  возрастает несколько медленнее, чем  $\langle \mathcal{T}_p \rangle$ ; при  $T = 10$  ГэВ отношение  $\langle \mathcal{T}_p \rangle / \langle \mathcal{T}_n \rangle = 1,4$ , при  $T = 10^2$  и  $10^3$  ГэВ это отношение составляет соответственно 2 и 2,5.

Если принять во внимание относительную вероятность рождения протона и нейтрона, то для средней энергии, уносимой протоном в акте неупругого  $p-p$ -столкновения, получается приблизительно в 4 раза большее значение, чем для нейтрона. При этом коэффициент неупругости  $p-p$ -взаимодействия, т. е. доля энергии, уносимая всеми вновь родившимися частицами

$$\langle K \rangle = 1 - s^{-1/2} \langle n_p \rangle \{ \langle \mathcal{T}_p \rangle + M_p \} - s^{-1/2} \langle n_n \rangle \{ \langle \mathcal{T}_n \rangle + M_n \}, \quad (13)$$

составляет около 42%, что хорошо согласуется с известными экспериментальными данными (рис. 8; для  $p-n$ -взаимодействий получается близкое значение)\*.

Распределение доли энергии, уносимой нуклоном,  $W(K_N, s)$  можно получить простым преобразованием

$$\int \frac{d^2\sigma(x, p_{\perp}, s)}{dx dp_{\perp}^2} dx dp_{\perp}^2 = \int \frac{d^2\sigma_K(K_N, p_{\perp}, s)}{dK_N dp_{\perp}^2} dK_N dp_{\perp}^2 = \int W(K_N, s) dK_N.$$

\* В соответствии с тем, как это обычно делается в эксперименте, новыми считаются все вторичные частицы, за исключением двух нуклонов. Если в число новых частиц включить и нейтрон, то соответствующий коэффициент неупругости  $\langle K \rangle = 1 - \langle n_p \rangle \langle K_p \rangle = 0,55$  при  $T = 10$  ГэВ и 0,6 при  $T \geq 500$  ГэВ.

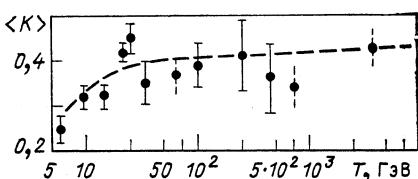


Рис. 8. Зависимость коэффициента неупругости  $\langle K \rangle$  в  $p - N$ -столкновениях от энергии первичного протона:

пунктирная линия — расчет, экспериментальные точки взяты из работ [37—40]

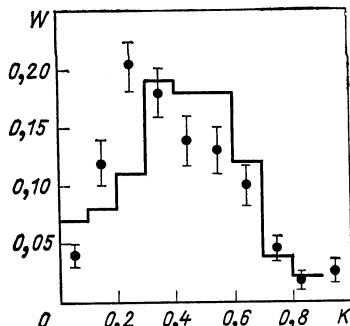


Рис. 9. Распределение коэффициента неупругости в  $p - p$ -столкновениях: гистограмма — расчет для  $T = 10^2 \div 10^8$  ГэВ; точки — экспериментальные данные [41—43] для  $p - N$ -столкновений, полученные в интервале  $T = 20 \div 5 \cdot 10^4$  ГэВ

Коэффициент неупругости  $N - N$ -взаимодействия зависит от энергий сразу двух нуклонов [см. формулу (13)]. Расчет распределения этой величины, а также распределений  $K_{N1}$  и  $K_{N2}$  в лабораторной системе координат можно выполнить методом Монте-Карло (методом статистической браковки, см. разд. 6), разыгрывая значения переменных  $x$ ,  $p_\perp$  по формуле (6) и вычисляя соответствующие энергии нуклонов  $\mathcal{T}_{Ni} = (sx_i^2/4 + p_{\perp i}^2 + M_N^2)^{1/2} - M_N$ ,  $i = 1, 2$ , в лабораторной системе или в с.ц.м. Такой способ расчета оказывается весьма эффективным.

На рис. 9 сравнивается полученное таким образом распределение с экспериментальным для интервала энергий  $T \sim 10^2 \div 10^3$  ГэВ. Как видно, распределения близки между собой. Однако экспериментальные точки получены при различных энергиях  $T$  и содержат большие погрешности, поэтому можно думать, что теоретическое распределение  $W(K)$  более предпочтительно.

Следует также заметить: хотя среднее значение  $\langle K \rangle$  слабо зависит от энергии первичных частиц, распределения  $W(K)$  становятся более широкими при увеличении  $T$  (рис. 10).

В силу симметрии  $N - N$ -системы распределение  $W(K)$  и средний коэффициент неупругости  $\langle K \rangle$  не зависят от того, рассматрива-

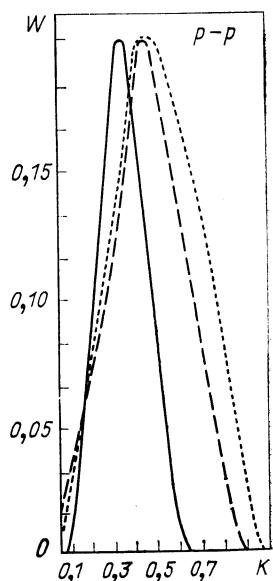


Рис. 10. Энергетическая зависимость коэффициента неупругости  $p - p$ -взаимодействий:

сплошная, пунктирующая и точечная кривые — результат расчета соответственно для  $T = 10; 10^2; 10^8$  ГэВ

ются они в с.ц.м. или в лабораторной системе координат; в то же время нуклонные коэффициенты  $\langle K_{N_1} \rangle$  и  $\langle K_{N_2} \rangle$ , равные в с.ц.м., существенно различаются в лабораторной системе координат (табл. 4).

Таблица 4. Доля энергии, уносимая лидирующим протоном и протоном отдачи в  $p-p$ -взаимодействии в л.с.к.

$T, \text{ ГэВ}$	$\langle K_{\text{лид}} \rangle$	$\langle K_{\text{отд}} \rangle$
10	0,53	0,131
$10^2$	0,55	0,019
$10^3$	0,56	0,0035

При этом доля энергии, уносимая лидирующим нуклоном, остается практически постоянной при всех  $T \geq 5 \text{ ГэВ}$ .

### 3. РЕАКЦИЯ $N + N \rightarrow \pi + \dots$

Инклузивное сечение  $E d^3\sigma(x, p_\perp, s)/dp^3$ , в мб/(ГэВ<sup>2</sup>/с<sup>-3</sup>), в этом случае описывается выражением (4). Значения коэффициентов, с которыми это выражение наилучшим образом описывает экспериментальные данные для  $p-p$ - и  $p-n$ -взаимодействий при  $T \geq 5 \text{ ГэВ}$ , указаны в табл. 5. Соответствующие значения для  $n - n$ -столкновений получаются из соображений зарядовой симметрии (в табл. 5 надо

ментальные данные для  $p-p$ - и  $p-n$ -взаимодействий при  $T \geq 5 \text{ ГэВ}$ , указаны в табл. 5. Соответствующие значения для  $n - n$ -столкновений получаются из соображений зарядовой симметрии (в табл. 5 надо

Таблица 5. Значения коэффициентов для аппроксимации инклузивных сечений  $\pi$ -мезонов в  $N - N$ -столкновениях

Коэффициент	$pp \rightarrow \pi^+ \dots$	$pp \rightarrow \pi^- \dots$	$NN \rightarrow \pi^0 \dots$	$pn \rightarrow \pi^+ \dots$	$pn \rightarrow \pi^- \dots$
$a, \text{ мб}/\text{ГэВ}^2$	23	8	38	23	8
$b$	3	4	4	3 (6) *	6,5 (6) *
$c$	0,04	0,15	0	0,04	0,15
$d$	2	3,5	0,9	3	10
$f$	0,06	0,12	0,09	0,02	0
$g$	1,6	1,3	0,2	0,07	-2,4
$h$	11	11	11	11	11

\* Для области  $x < 0$ .

поменять местами  $\pi^+$  и  $\pi^-$ -мезоны). Коэффициенты, описывающие рождение  $\pi$ -мезонов, в пределах погрешности известных экспериментальных данных практически не зависят от знаков заряда сталкивающихся нуклонов.

Из рис. 11—13 видно, что точность аппроксимации достаточно хорошая. Качественно зависимость сечений рождения мезонов от  $x$  и  $p_\perp$  такая же, как для несохраняющих нуклонов, однако спад мезонных сечений при  $|x| \sim 1$  происходит значительно быстрее.

На рис. 7 с экспериментом сравниваются вычисленные с помощью выражения (4) средние множественности рождающихся мезонов. Расчетные и экспериментальные значения хорошо согласуются.

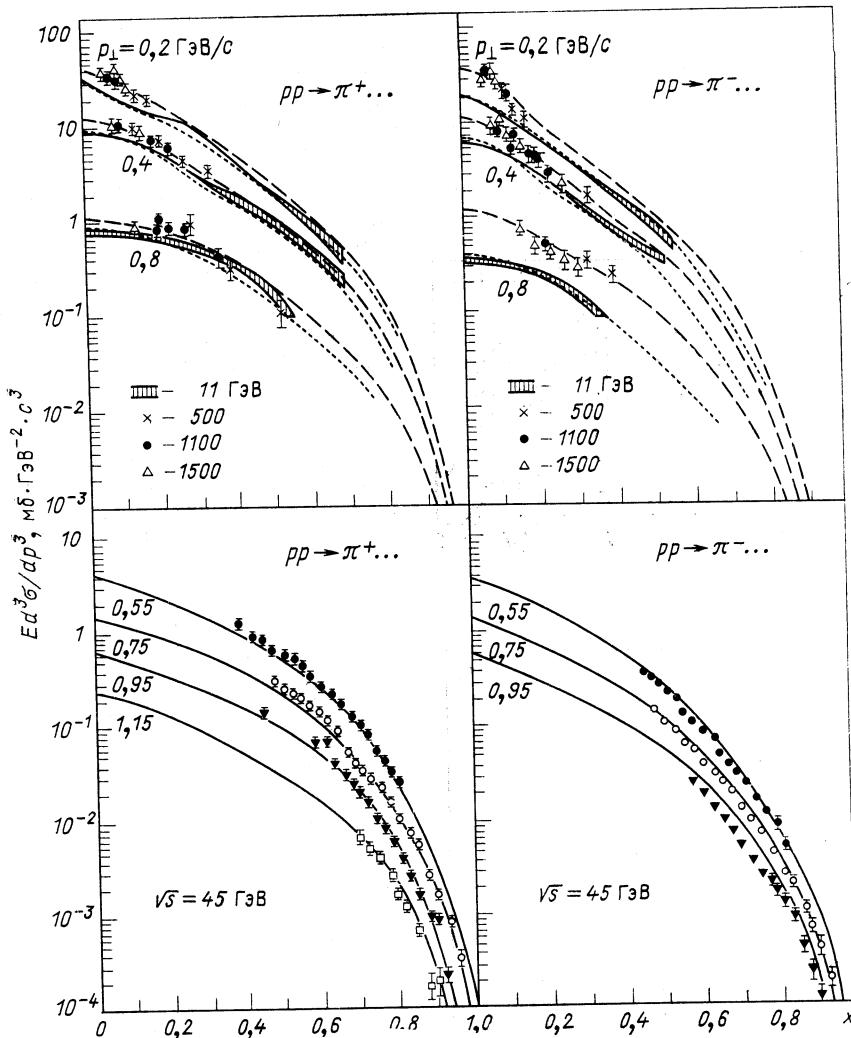


Рис. 11. Дифференциальные распределения заряженных мезонов в  $p - p$ -столкновениях:

точечные и пунктирные кривые — расчет соответственно для  $T = 10$  и  $10^3$  ГэВ. Экспериментальные данные взяты из [7]

В соответствии с экспериментом средние множественности  $\pi^+$ - и  $\pi^0$ -мезонов почти не различаются между собой, но значительно больше числа рождающихся  $\pi^-$ -мезонов. Разность  $\langle n_{\pi^+} \rangle - \langle n_{\pi^-} \rangle$  остается практически постоянной (порядка 0,5) в широком диапазоне энергий от  $T \geq 10$  ГэВ до  $T \sim 10^3$  ГэВ. Число рождающихся  $\pi^0$ -мезонов

составляет 50—60 % числа заряженных мезонов (табл. 6). Это согласуется с усредненными экспериментальными данными из работ [22, 29], но несколько выше значений, полученных в более ранних измерениях [46, 47] (различие меньше 20%). Относительно большая доля  $\pi^0$ -мезонов объясняется значительным вкладом распавшихся резонансных состояний.

В пределах погрешности аппроксимации (4) средние поперечные импульсы  $\pi$ -мезонов не зависят от знака заряда. Их величина приблизительно на треть меньше поперечных импульсов протонов  $\langle p_{\perp} \rangle$  и очень медленно возрастает при увеличении первичной энергии  $T$  (табл. 7).

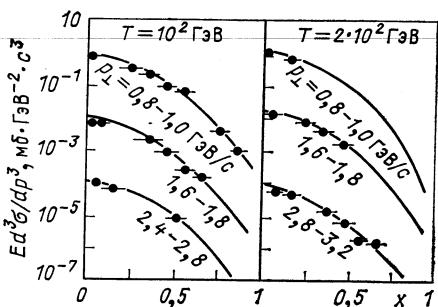


Рис. 12. Дифференциальное распределение  $\pi^0$ -мезонов в  $p-p$ -столкновениях:  
кривые — расчет, точки — эксперимент [44]

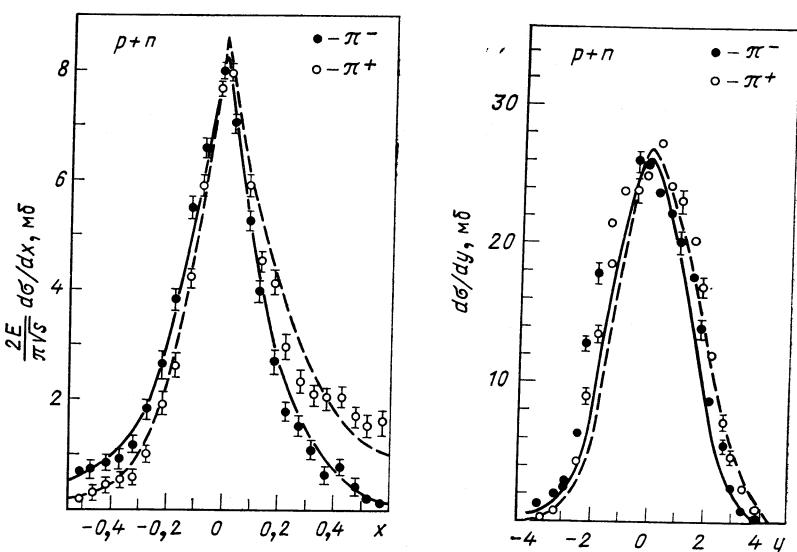


Рис. 13. Интегральные сечения реакции  $p + n \rightarrow \pi^{\pm} + \dots$  для  $\frac{2E}{\pi \sqrt{s}} \frac{d\sigma}{dx}$  и  $\frac{d\sigma}{dy}$ ,  
где  $y = 0,5 \ln [(E + p_{||})/(E - p_{||})]$ . Первичная энергия  $T = 194$  ГэВ:  
точки — экспериментальные данные [45]; сплошная кривая — расчет для  $\pi^-$ ; пунктир — для  $\pi^+$ .

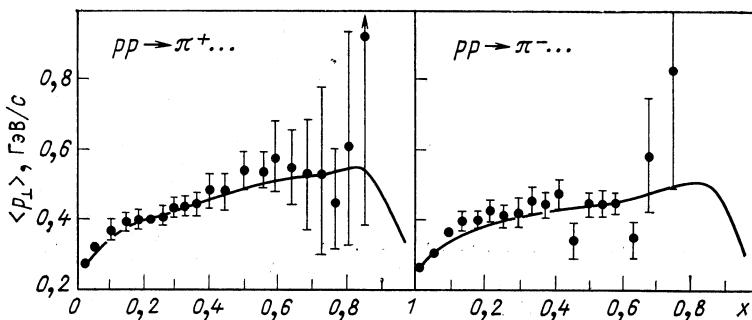


Рис. 14. Средний поперечный импульс  $\pi^+$ - и  $\pi^-$ -мезонов в инклюзивной  $p - p$ -реакции при энергии  $T = 68$  ГэВ:  
кривые — результат расчета, точки — эксперимент [54]

Т а б л и ц а 6. Отношение средних множественностей нейтральных и заряженных  $\pi$ -мезонов в неупругих  $p - p$ -взаимодействиях

$T$ , ГэВ	$\langle n\pi^0 \rangle / \langle n\pi^+ \rangle$	
	Теория	Эксперимент *
40	0,58	$0,57 \pm 0,04$
20	0,57	$0,59 \pm 0,04$
100	0,55	$0,58 \pm 0,04$
500	0,53	$0,57 \pm 0,05$
$10^3$	0,52	$0,56 \pm 0,08$
$1,5 \cdot 10^3$	0,51	$0,55 \pm 0,08$

Т а б л и ц а 7. Значения  $\langle p_{\perp}\pi^- \rangle$  в  $p - p$ -столкновениях

$T$ , ГэВ	$\langle p_{\perp}\pi^- \rangle$ , МэВ/с	
	Теория	Эксперимент *
40	306	$307 \pm 6$
20	317	$310 \pm 4$
$10^2$	323	$340 \pm 10$
$10^3$	332	$340 \pm 30$
$4,1 \cdot 10^3$	340	$270 \pm 30$

\* Экспериментальные значения сняты с кривых  $\langle n(T) \rangle$ , аппроксимирующих результаты измерений, из [22, 29].

\* См. [39, 40, 49].

Аппроксимирующие выражения хорошо воспроизводят  $p_{\perp} - x$ -корреляции — так называемый «эффект чайки» (рис. 14):

$$\langle p_{\perp}(x) \rangle_E = \int_0^{p_{\perp}^2 \max(x)} p_{\perp} E \frac{d^3\sigma}{dp^3} dp_{\perp}^2 / \int_0^{p_{\perp}^2 \max(x)} E \frac{d^3\sigma}{dp^3} dp_{\perp}^2.$$

На рис. 15 представлены расчетные и немногочисленные известные в настоящее время экспериментальные значения средней кинетической энергии  $\pi$ -мезонов. По сравнению со средней энергией вторичных протонов  $\langle T_{\pi} \rangle$  значительно слабее зависит от энергии первичной частицы — как  $T^{\alpha}$ , где  $\alpha \approx 0,3$ . Этот вывод не противоречит резуль-

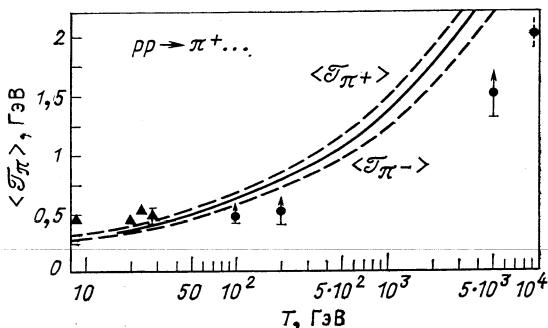


Рис. 15. Средняя кинетическая энергия мезонов в  $p-p$ -столкновениях (с.ц.м.): сплошная кривая — расчет для  $\pi^\pm$ -мезонов, верхняя и нижняя пунктирные кривые — расчет соответственно для  $\pi^+$ - и  $\pi^-$ -мезонов;  $\blacktriangle$  — экспериментальные данные для  $p-p$ -взаимодействий;  $\bullet$  — экспериментальные данные для взаимодействий протонов с легкими ядрами [39, 48]

татам непосредственных измерений  $\langle \mathcal{T}_\pi \rangle$ , однако экспериментальная информация пока очень бедна. Во всей области  $\mathcal{T} \gtrsim 5$  ГэВ величина  $\langle \mathcal{T}_{\pi^+} \rangle > \langle \mathcal{T}_{\pi^-} \rangle$ . Энергия  $\pi^0$ -мезонов  $\langle \mathcal{T}_{\pi^0} \rangle \simeq \langle \mathcal{T}_{\pi^+} \rangle$ .

Что касается доли энергии, уносимой  $\pi$ -мезонами,

$$\langle K_\pi \rangle = s^{-1/2} \langle n_\pi \rangle \{ \langle \mathcal{T}_\pi \rangle + M_\pi \}, \quad (14)$$

где  $\langle \mathcal{T}_\pi \rangle$  определяется соотношением (11) с заменой  $M_p$  на  $M_\pi$ , то ее значение близко для  $\pi^+$ - и  $\pi^0$ -мезонов и заметно меньше для  $\pi^-$ -мезонов. Это согласуется с известными экспериментальными данными (табл. 8). Энергии, затрачиваемые на образование нейтральных и заряженных мезонов, различаются приблизительно вдвое.

Таблица 8. Доля энергии  $\langle K_\pi \rangle$ , уносимая  $\pi^-$ - и  $\pi^0$ -мезонами в  $p-p$ -столкновении (с.ц.м.)

$\langle K_{\pi^-} \rangle$			$\langle K_{\pi^0} \rangle$		
$T$ , ГэВ	Теория	Эксперимент*	$T$ , ГэВ	Теория	Эксперимент*
9	0,07	$0,13 \pm 0,03$	9	0,12	$0,15 \pm 0,02$ **
18	0,08	$0,11 \pm 0,06$	20	0,13	$0,16 \pm 0,02$ **
68	0,09	—	68	0,14	$0,12 \pm 0,04$
205	0,10	—	205	0,15	$0,14 \pm 0,02$
250	0,11	$0,12 \pm 0,04$	300	0,16	$0,17 \pm 0,03$
$10^3$	0,13	$0,11 \pm 0,08$	$10^3$	0,17	$0,17 \pm 0,04$

\* См. компиляции [39, 50].  
\*\* Для взаимодействий  $p + {}^{12}\text{C}$ .

#### 4. РЕАКЦИИ $\pi + N \rightarrow \pi + \dots$ и $\pi + N \rightarrow N + \dots$

Особенностью этих реакций является то, что здесь нет такого резкого различия свойств сохраняющихся и несохраняющихся частиц, как в случае  $N - N$ -взаимодействий. Это связано с тем, что

рождение мезонов происходит как в центральных, так и во фрагментационных процессах.

Распределения сохраняющихся частиц (мезона при  $x > 0$  и вылетающего в противоположную полусферу нуклона с  $x < 0$ ) мы будем описывать выражением, которое с точностью до числовых значений коэффициентов совпадает с соответствующей формулой для  $N - N$ -столкновений (6). Значения коэффициентов указаны в табл. 9 и 10.

Т а б л и ц а 9. Значения коэффициентов для расчета спектров сохраняющихся  $\pi$ -мезонов и нуклонов в области  $|x| < 0,7$

Реакция	$a$ мб/ГэВ <sup>2</sup>	$b$	$c$	$d$	$f$ (ГэВ/c) <sup>-2</sup>	$g$	$\mu^2$ (ГэВ/c) <sup>2</sup>	$u$ , мб/ГэВ <sup>2</sup>	$v$
$\pi - p \rightarrow \pi_{\text{сохр...}}$	103	27	-0,4	6,3	0,26	-3,1	1,27	0,05	0,7
	2,1	-0,4	0,04	6,2	0,1	5,5	1,20	2,1	-0,35
$\pi - n \rightarrow \pi_{\text{сохр...}}$	80	15	-0,6	6,4	0,3	-2,4	1,26	5	0,04
	2,1	-0,16	0,04	6,2	0,1	4,7	1,26	1,3	-0,25

Т а б л и ц а 10. Значения коэффициентов для расчета спектров \* сохраняющихся  $\pi$ -мезонов и нуклонов в области  $|x| \geq 0,7$

Коэффициенты, одинаковые для всех реакций		$\pi p \rightarrow p ...$	$\pi n \rightarrow p ...$	$\pi p \rightarrow \pi_{\text{сохр...}}$	$\pi n \rightarrow \pi_{\text{сохр...}}$
$G$ , мб/ГэВ <sup>2</sup>		15	20	—	—
$R$ , (ГэВ/c) <sup>-2</sup>		0,02	0,01	—	—
$\gamma$ , (ГэВ/c) <sup>-2</sup>		0,8	0,9	—	—
$i$	$\alpha_i$	$\beta_i$	$\gamma_i$ , (ГэВ/c) <sup>-2</sup>	$G_i$ , мб/ГэВ <sup>2</sup>	$R_i$ , (ГэВ/c) <sup>-2</sup>
1	0	0	1,5	32	4,4
2	-0,5	-0,5	1,5	36	5,1
3	0	-1,0	0,2	—	—
4	0	-0,5	0,85	—	—

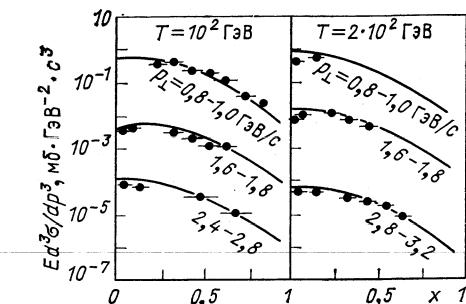
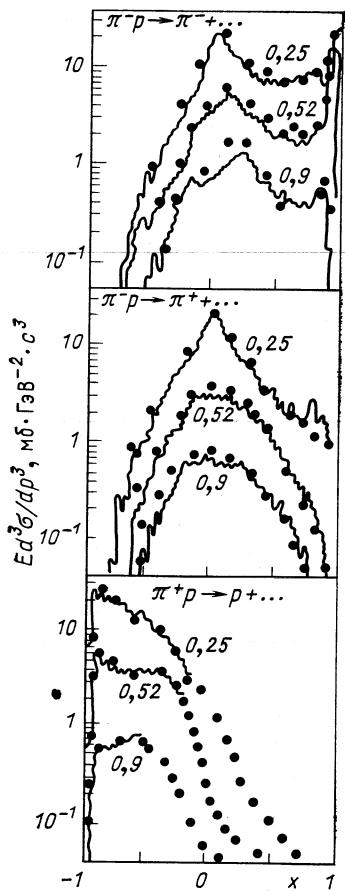


Рис. 16. Дифференциальные распределения заряженных частиц в неупругих  $\pi - p$ -столкновениях:

точки — расчет для  $T = 16$  ГэВ; экспериментальные кривые взяты из работ [52, 53]. Около кривых указаны соответствующие значения  $p_{\perp}$ , ГэВ/с



Рис. 17. Дифференциальные распределения  $t^0$ -мезонов, рождающихся в  $\pi^- - p$ -столкновениях при энергии  $T$ :

кривые — расчет, экспериментальные точки взяты из работы [44]. Около кривых указаны значения  $p_{\perp}$ , ГэВ/с

К несохраняющимся частицам в  $\pi - N$ -столкновении, кроме частиц, имеющих заряд, отличный от зарядов сталкивающихся частиц, относятся также нуклон и мезон, сохранившие знак заряда, но вылетающие в полусферах, противоположные направлениям движения соответствующих первичных частиц (например, в случае  $\pi^- - p$ -взаимо-

действия это протон с  $x > 0$  и  $\pi^-$ -мезон с  $x < 0$ ). Инклузивный спектр несохраняющихся частиц, мезонов и нуклонов, мы снова, как и в случае  $N - N$ -взаимодействий, выберем в виде (4) с коэффициентами из табл. 11. Эти коэффициенты применимы как для  $x > 0$ , так и для  $x < 0$ . Исключение составляет лишь коэффициент  $b$ , значения которого для  $x < 0$  указаны в скобках.

Насколько хорошо выражения (4), (6) аппроксимируют экспериментальные данные по  $\pi - N$ -взаимодействиям, видно на примерах рис. 16—19.

На рис. 20 и в табл. 12 приведены данные по средней множественности вторичных частиц  $\langle n_c \rangle$ , где интегрирование спектров сохраняющихся и несохраняющихся частиц выполняется по соответствующим значениям  $x$  (передним и задним полусферам вылета частиц). Расчетные кривые близки к экспериментальным точкам, хотя при

Таблица 11. Значения коэффициентов для спектра несохраняющихся частиц

Коэффициент	$\bar{\pi}^0 p \rightarrow \pi^{\pm} \dots$	$\bar{\pi}^0 n \rightarrow \pi^{\pm} \dots$	$\pi N \rightarrow \pi^0 \dots$	$\pi p \rightarrow \pi_{\text{сохр}} \dots *$	$\pi n \rightarrow \pi_{\text{сохр}} \dots *$	$\pi N \rightarrow N \dots **$
$a$ , мб/ГэВ <sup>2</sup>	20	20	22	29	20	2
$b$	2 (2,1)*	2 (4)*	1,7 (2)*	2,6	5	3
$c$	0,02	0,02	0,01	0,02	0,02	-0,01
$d$	2	1,8	1,4	0,93	1,3	1,0
$f$	0,01	0,01	0,04	0,04	0,04	-0,4
$g$	0,6	0,7	0,55	1,8	1,1	-2,05
$h$	11	11	11	6	6	3

\* Для области  $x < 0$ .\*\* Для области  $x > 0$ .Таблица 12. Относительная величина множественности нейтральных и заряженных мезонов в неупругих  $\pi^- - p$ -взаимодействиях

$T$ , ГэВ	$\langle n_{\pi^0} \rangle / \langle n_{\pi^{\pm}} \rangle$	
	Теория	Эксперимент
7	0,41	$0,40 \pm 0,12$ [44, 55, 56]
10	0,44	—
25	0,46	$0,47 \pm 0,05$ [58]
40	0,46	$0,45 \pm 0,01$ [59]
100	0,47	$0,46 \pm 0,06$ [33] *
205	0,48	$0,56 \pm 0,09$ [67] *
$10^3$	0,49	—

\* С использованием значения  $\langle n_{\pi^{\pm}} \rangle = \langle n_{\text{ch}} \rangle_{\text{эксп}} - \langle n_p \rangle_{\text{теор}}$ .

$T \geq 100$  ГэВ экспериментальные значения  $\langle n_{\text{ch}} \rangle$  систематически располагаются несколько выше расчетной кривой. Это обусловлено тем, что измеряемая на опыте суммарная множественность всех заряженных частиц на величину множественности странных частиц и антипротонов  $\langle n_s, \bar{p} \rangle$  больше расчетных значений  $\langle n_{\text{ch}}^* \rangle = \langle n_p \rangle + \langle n_{\pi^{\pm}} \rangle$ . Разность  $\langle n_{\text{ch}} \rangle_{\text{эксп}} - \langle n_{\text{ch}} \rangle_{\text{теор}}$  согласуется с экспериментальной множественностью  $\langle n_s, \bar{p} \rangle$ .

Как и в  $p - p$ -взаимодействиях (см. разд. 3), наибольшей оказывается множественность частиц, сохранивших знак заряда. Независящей от заряда множественность мезонов становится лишь при очень высоких энергиях  $T \geq 10^3$  ГэВ. Вместе с тем доля рождающихся

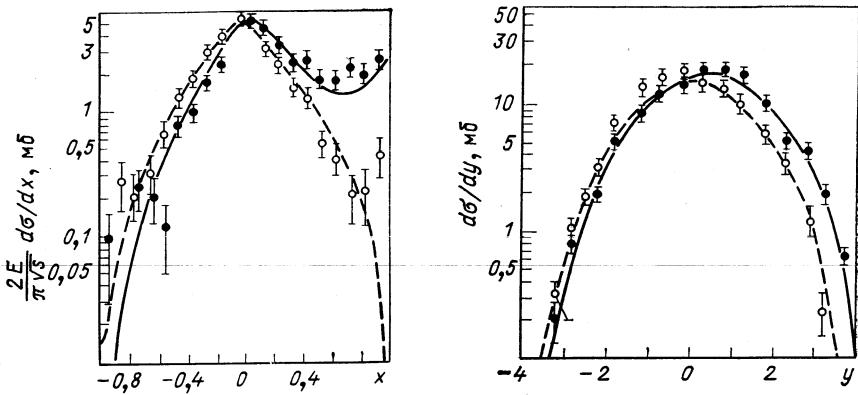


Рис. 18. Распределения  $\pi^\pm$ -мезонов, рождающихся в  $\pi^- - p$ -столкновениях при  $T = 40$  ГэВ, по переменной  $x$  и «быстроте»  $y$  (ср. рис. 13): сплошные кривые — расчетные распределения  $\pi^\pm$ -мезонов; пунктир — расчет для  $\pi^+$ -мезонов; точки — эксперимент [54]

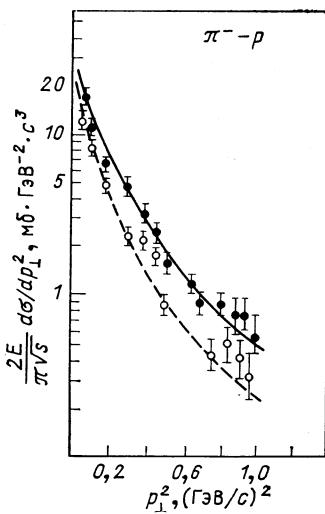


Рис. 19. Интегральные сечения рождения  $\pi^\pm$ -мезонов в  $\pi^- - p$ -столкновениях при  $T = 40$  ГэВ: сплошные и пунктирующие кривые — расчет соответственно для  $\pi^-$ - и  $\pi^+$ -мезонов; точки — эксперимент [54]

$\pi^0$ -мезонов во всем интервале энергий  $T \gg 1$  ГэВ остается почти постоянной:  $\langle n_{\pi^0} \rangle / \langle n_{\pi^\pm} \rangle \simeq 40 - 50\%$ .

Средние поперечные импульсы сохраняющихся частиц, нуклонов и мезонов, оказываются заметно большими по сравнению с практи-

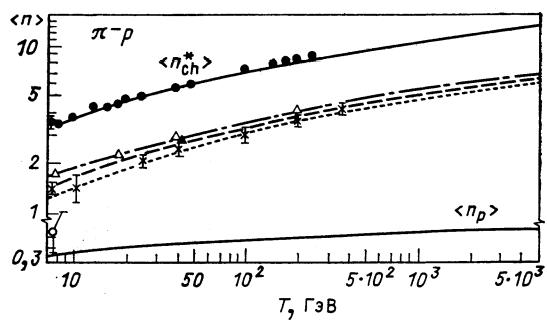


Рис. 20. Средняя множественность частиц, рождающихся в неупругих  $\pi^- - p$ -взаимодействиях:  
сплошные кривые — расчетные значения  $\langle n_p \rangle$  и  $\langle n_{ch}^* \rangle$ ; штрихпунктирная, точечная и пунктирующая кривые — расчетные значения  $\langle n_{\pi^-} \rangle$ ,  $\langle n_{\pi_0} \rangle$ ,  $\langle n_{\pi^+} \rangle$ ; ○, ●, △, ▲ — экспериментальная множественность  $\langle n_p \rangle$ ,  $\langle n_{ch}^* \rangle$ ,  $\langle n_{\pi^-} \rangle$ ,  $\langle n_{\pi^+} \rangle$ ,  $\langle n_{\pi_0} \rangle$  [22, 33, 55—69]

чески одинаковыми поперечными импульсами остальных частиц (табл. 13, где в качестве примера рассмотрено  $\pi^-$  —  $p$ -взаимодействие). Энергетическая зависимость  $\langle p_{\perp} \rangle$  очень слабая.

Таблица 13. Средний поперечный импульс вторичных частиц в неупругом  $\pi$  —  $p$ -взаимодействии

$T$ , ГэВ	$\langle p_{\perp p} \rangle$ , ГэВ/с	$\langle p_{\perp \pi^-} \rangle$ , ГэВ/с	$\langle p_{\perp \pi^+}, \pi^0 \rangle$ , ГэВ/с
10	0,42 (0,42±0,03)* [70, 71]	0,36 —	0,30 (0,30±0,02) [70, 71]
20	0,43 (0,42±0,04) [22]	0,37 (0,37±0,01) [54, 73]	0,32 —
40	0,43 —	0,38 (0,356±0,004) [54]	0,33 (0,368±0,004) [54]
$10^2$	0,44	0,39	0,34
$10^3$	0,45	0,40	0,35
$5 \cdot 10^3$	0,46	0,42	0,36

\* В скобках указаны экспериментальные данные.

Подобно рассмотренному выше случаю  $N$  —  $N$ -взаимодействий аппроксимирующее выражение хорошо передает  $p_{\perp}$  —  $x$ -корреляции (рис. 21).

Выделенный характер сохраняющихся частиц проявляется и в их энергии, которая значительно, особенно для нуклона, превосходит энергию остальных частиц. Например, в случае  $\pi^-$  —  $p$ -столкновений средняя энергия протонов в с.ц.м.  $\langle \mathcal{T}_p \rangle \geq \mathcal{T}^{1/2}$  подобно тому, как это имеет место в  $p$  —  $p$ -столкновениях. В то же время энергия мезонов  $\sim \mathcal{T}^{\alpha}$ , где  $\alpha = 0,3$ ; при этом  $\langle \mathcal{T}_{\pi^+} \rangle \simeq \langle \mathcal{T}_{\pi^0} \rangle$ , а энергия  $\pi^-$ -мезонов, среди которых наряду с сохраняющимися имеются быстрые лидирующие частицы, оказывается приблизительно в 1,5 раза большей (рис. 22).

При одной и той же первичной энергии  $T$  кинетическая энергия вторичных мезонов в  $\pi$  —  $N$ -столкновениях в среднем на 10—20% больше, чем в случае  $N$  —  $N$ -взаимодействий (в с.ц.м.).

Коэффициент неупругости  $\langle K \rangle$ , характеризующий затраты энергии на образование новых частиц, в случае  $\pi$  —  $N$ -столкновения определяется менее однозначно, чем для  $N$  —  $N$ -взаимодействий. В соответствии с его физическим смыслом коэффициент  $\langle K \rangle$  следовало бы определить как

$$\langle K \rangle = 1 - s^{-1/2} \{ \langle \mathcal{T}_N \rangle + \langle \mathcal{T}_{\pi_{\text{лид}}} \rangle + M_N + M_{\pi} \}, \quad (15)$$

где  $\langle \mathcal{T}_N \rangle$  и  $\langle \mathcal{T}_{\pi_{\text{лид}}} \rangle$  — средние кинетические энергии вторичного нуклона и лидирующего  $\pi$ -мезона,  $M_N$  и  $M_{\pi}$  — их массы. Однако в настоящее время нет общепринятых критериев выделения лидирую-

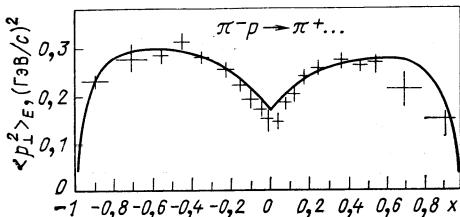


Рис. 21. Корреляция величин  $\langle p_{\perp}^2(x) \rangle_E$  и  $x$  для  $\pi^+$ -мезонов в инклюзивной  $\pi^- - p$ -реакции при  $T = 15$  ГэВ:

кривые — расчет, точки — эксперимент [80]

Рис. 22. Средняя кинетическая энергия вторичных частиц в неупругих  $\pi^- - p$ -взаимодействиях (с.ц.м.):

сплошная кривая — энергия протонов; верхняя и нижняя пунктирные кривые — соответственно  $\langle \mathcal{T}_{\pi^-} \rangle$  и  $\langle \mathcal{T}_{\pi^+} \rangle$ ; точечная кривая — средняя энергия заряженных мезонов;  $\Delta$  — усредненные экспериментальные данные для заряженных мезонов;  $\circ$  — экспериментальные данные для протонов [39, 72, 74—76]

щей частицы среди других сохраняющихся частиц, и соотношение (15) часто заменяется формулой

$$\langle K \rangle = \langle \Delta E_{\pi} \rangle s^{-1/2}, \quad (16)$$

где  $\Delta E_{\pi}$  — суммарная энергия всех вторичных мезонов в с.ц.м. за вычетом средней энергии одного вторичного мезона  $\langle E_{\pi^{\pm}} \rangle = \langle \mathcal{T}_{\pi^{\pm}} \rangle + M_{\pi^{\pm}}$ . Рассчитанные таким образом для случая  $\pi^- - p$ -столкновений значения  $\langle K \rangle$  вместе с известными экспериментальными данными приведены в табл. 14.

Таблица 14. Коэффициенты неупругости  $\pi^- - p$ -взаимодействий в с.ц.м.

$T, \text{ГэВ}$	$\langle K \rangle$		$\langle K_p \rangle$
	Теория	Эксперимент [39]	
7	0,47	$0,49 \pm 0,08$	0,30
10	0,48	$0,57 \pm 0,05$	0,30
16	0,51	$0,56 \pm 0,06$	0,30
$10^2$	0,59	—	0,29
$10^3$	0,67	—	0,26

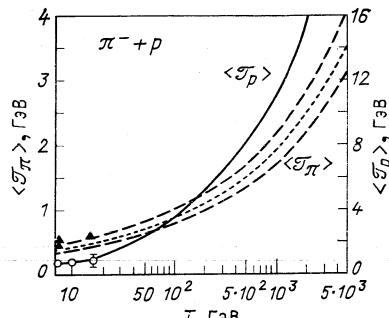


Таблица 15. Относительная доля энергии, затрачиваемая в  $\pi^- - p$ -взаимодействиях на образование  $\pi^0$ -мезонов в л.с.к.

$T, \text{ГэВ}$	Теория	Эксперимент
10,5	0,19	$0,22 \pm 0,04$ [77]
18,5	0,20	$0,21 \pm 0,01$ [78, 79]
40	0,23	$0,25 \pm 0,01$ [79]
$10^2$	0,24	—
$10^3$	0,26	—
$5 \cdot 10^3$	0,27	—

Значение  $\langle K \rangle$ , определенное по формуле (15), почти вдвое превосходит коэффициент неупругости  $N - N$ -взаимодействий (ср. рис. 8) и возрастает при увеличении энергии первичной частицы  $T$ . Это обусловлено большим вкладом лидирующего мезона.

Проще обстоит дело с парциальными коэффициентами неупругости  $\langle K_c \rangle$ , относящимися к вторичному нуклону и  $\pi$ -мезонам, заряд которых отличен от заряда первичного мезона [ср. формулу (14)]. Неоднозначность этих коэффициентов связана лишь с выбором системы координат. Как и в случае  $N - N$ -взаимодействий, протонный коэффициент неупругости  $\langle K_p \rangle$  практически не зависит от энергии  $T$ , мезонные коэффициенты неупругости очень медленно увеличиваются с ростом  $T$  (см. табл. 14 и 15). При всех энергиях  $T \geq 10$  ГэВ отношение коэффициентов неупругости несохраняющихся мезонов различных знаков заряда (например,  $\langle K_{\pi^0} \rangle / \langle K_{\pi^+} \rangle$  в случае  $\pi^- - p$ -столкновений) с погрешностью до нескольких процентов равно единице.

### 5. СВОЙСТВА ЛИДИРУЮЩИХ ЧАСТИЦ

При неупругих взаимодействиях высокoenергетических адронов основная часть энергии сталкивающихся частиц, как правило, уносится всего лишь несколькими (в лабораторной системе обычно одной) резко выделенными по энергии, так называемыми «лидирующими» частицами. Изучению свойств и условий образования этих частиц посвящено большое число работ (см., например, [81—86], где можно найти соответствующую библиографию). К сожалению, экспериментальные данные в значительной степени имеют разрозненный, отрывочный характер; многие из них получены анализом адрон-ядерных столкновений при очень грубом учете внутриядерных взаимодействий. Кроме того, различные авторы используют различающиеся определения лидирующей частицы. Однако уже то, что известно, указывает на специфический механизм образования этой компоненты.

Рассмотренные выше аппроксимации инклузивных сечений аккумулируют большой объем экспериментальной информации по спектрам частиц как при низких, так и при очень высоких энергиях  $\mathcal{T}$ .

Таблица 16. Среднее число высокoenергетических частиц  $\langle n \rangle = \langle n_N \rangle + \langle n_\pi \rangle$  в  $p-p$ - и  $\pi^- - p$ -столкновениях при энергии  $T$

Взаимо- действие	$T$ , ГэВ	$\mathcal{T}/\mathcal{T}_{\text{макс}}$		
		$> 0,2$	$> 0,4$	$> 0,7$
$p-p$	10	1,7	1,0	0,48
	$10^2$	1,9	1,0	0,48
	$10^3$	1,9	1,0	0,48
$\pi^- - p$	10	2,0	1,1	0,47
	$10^2$	2,3	1,1	0,51
	$10^3$	2,6	1,2	0,51

Таблица 17. Отношение среднего числа высокoenергетических нуклонов и мезонов  $\langle n_N \rangle / \langle n_\pi \rangle$  в  $p-p$ - и  $\pi^- - p$ -столкновениях при энергии  $T$

Взаимо- действие	$T$ , ГэВ	$\mathcal{T}/\mathcal{T}_{\text{макс}}$		
		$> 0,2$	$> 0,4$	$> 0,7$
$p-p$	10	2,3	8	$\sim 100$
	$10^2$	1,6	8	$\sim 100$
	$10^3$	1,5	8	$\sim 100$
$\pi^- - p$	10	0,61	1,6	4,2
	$10^2$	0,52	1,5	4,2
	$10^3$	0,43	1,4	4,2

и их можно использовать для систематического изучения свойств высокоэнергетической компоненты вторичных частиц различных типов, в том числе для сравнения различных способов количественной характеристики эффекта лидирования.

В табл. 16 и на рис. 23, 24 показано, сколько частиц в неупругих  $p - p$ - и  $\pi^- - p$ -столкновениях рождается с кинетической энергией, большей  $\mathcal{T}$ :

$$\langle n(\mathcal{T}, s) \rangle = \{\sigma_+[1, \mathcal{T}, s] + \sigma_-[1, \mathcal{T}, s]\}/\sigma_{\text{in}}, \quad (17)$$

где функционалы:

$$\begin{aligned} \sigma_+[z, \mathcal{T}, s] &= \int_{x(\mathcal{T})}^{x(\mathcal{T}_{\max})} \varphi_+[z, x, s] dx, \quad \sigma_-[z, \mathcal{T}, s] = \\ &= \int_{-x(\mathcal{T})}^{-x(\mathcal{T}_{\max})} \varphi_-[z, x, s] dx, \quad \varphi_{\pm}[z, x, s] = \\ &= \frac{\pi \sqrt{s}}{2} \int_0^{p_{\perp}^2(x, \mathcal{T})} \left( E \frac{d^3\sigma(x, p_{\perp}^2, s)}{dp^3} \right)_{\pm} \frac{z(\pm|x|, p_{\perp}^2, s) dp_{\perp}^2}{(x^2s/4 + p_{\perp}^2 + M_c^2)^{1/2}}, \end{aligned} \quad (18)$$

$$x(\mathcal{T}) = 2\sqrt{\mathcal{T}(\mathcal{T} + 2M_c)/s},$$

$$\mathcal{T}_{\max} = (s + M_c^2 - M_x^2)/(2s^{1/2}) - M_c.$$

Индексы «+» и «-» указывают, что выбор формул инклузивных сечений должен соответствовать передней ( $x > 0$ ) и задней ( $x < 0$ ) полусферам по отношению к направлению движения налетающей частицы. На рисунках в качестве примера рассмотрена начальная энергия  $T = 100$  ГэВ.

Из таблицы видно, что число высокоэнергетических частиц практически не зависит от первичной энергии  $T$  и мало изменяется при переходе от одной реакции к другой. При этом, как видно из рисунков, существенно выделенным по энергии в подавляющем большинстве случаев оказываются частицы, которые сохраняют электрический заряд и барионное число первичных; менее вероятно образование высокоэнергетических частиц, отличающихся знаком заряда от первичных. В случае  $N - N$ -столкновений очень мала вероятность рождения лидирующего мезона. В  $\pi - N$ -столкновениях, где первичные мезоны и нуклон находятся в равноправных кинематических условиях, нуклон тем не менее при  $\mathcal{T} > 0,35 \mathcal{T}_{\max}$  оказывается все же чаще выделенным по энергии, чем мезон (табл. 17).

На рис. 23, 24 и в табл. 18, 19 приведены значения среднего угла вылета частиц в переднюю и заднюю полусферы:

$$\langle \theta_{\pm}(\mathcal{T}, s) \rangle = \sigma_{\pm} \left[ \operatorname{arctg} \left( \frac{p_{\perp}}{p_{||}} \right), \mathcal{T}, s \right] / \sigma_{\pm}[1, \mathcal{T}, s]. \quad (19)$$

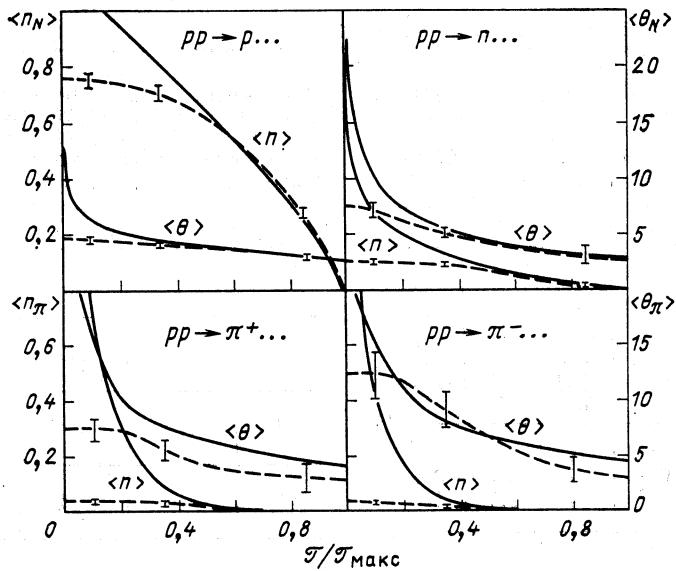


Рис. 23. Среднее число вторичных частиц  $\langle n \rangle$ , обладающих энергией, большей  $T$ , и средний угол вылета этих частиц  $\langle \theta \rangle$  (в градусах). Неупругое  $p - p$ -взаимодействие при  $T = 100$  ГэВ:

Пунктир — соответствующие распределения для «самой быстрой вторичной частицы», вычисленные методом Монте-Карло. Указаны статистические погрешности расчета

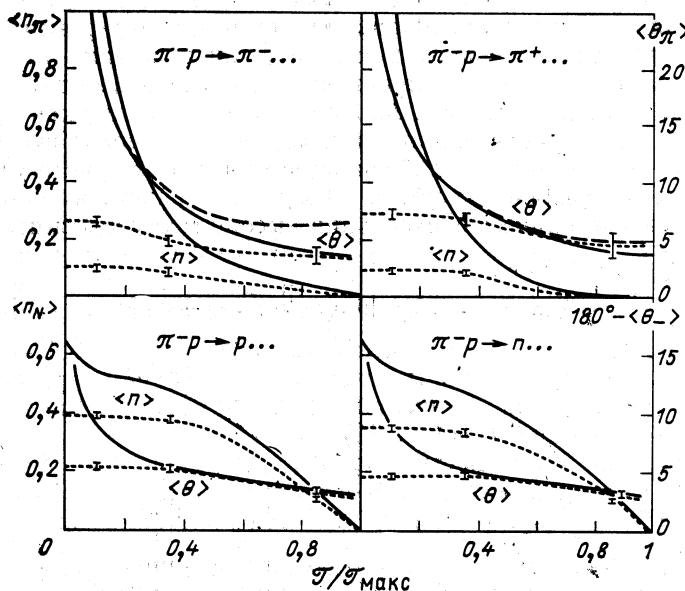


Рис. 24. То же, что на рис. 23. Неупругое  $\pi^- - p$ -взаимодействие при  $T = 100$  ГэВ:

$\langle n \rangle$  — сплошные кривые;  $\langle \theta \rangle$  — пунктир; точечные кривые — средняя множественность и средний угол вылета  $\langle \theta_+ \rangle = \langle \theta_- \rangle$  «самой быстрой вторичной частицы», вычисленные методом Монте-Карло. Для этих кривых указаны статистические погрешности расчета

Таблица 18. Средний угол вылета высокoenергетических протонов  $\langle\theta_p\rangle$  в  $p-p$ - и  $\pi^-p$ -столкновениях при энергии  $T$  (в градусах)

Взаимо- действие	$T$ , ГэВ	$\mathcal{T}/\mathcal{T}_{\max}$		
		$> 0,2$	$> 0,4$	$> 0,7$
$p-p$	10	15	11	10
	$10^2$	5,1	4,0	3,2
	$10^3$	2,0	1,5	1,1
$\pi^-p$	10	16	14	11
	$10^2$	7	5,2	3,8
	$10^3$	4	1,7	1,3

Таблица 19. Отношение числа высокoenергетических мезонов в  $\pi^-p$ -взаимодействиях, вылетающих в переднюю и заднюю полусфера  $\sigma_+ [1, \mathcal{T}, s]/\sigma_- [1, \mathcal{T}, s]$

$T$ , ГэВ	$\mathcal{T}/\mathcal{T}_{\max}$		
	$> 0,2$	$> 0,4$	$> 0,7$
10	1,6	2,2	5,8
$10^2$	1,6	2,1	6,8
$10^3$	1,6	2,1	9,3

В случае  $p-p$ -столкновений угол  $\langle\theta_+\rangle = \langle\theta_-\rangle$ ; в  $\pi^-p$ -столкновениях<sup>1</sup> нуклоны в передней полусфере практически нет, поэтому угол  $\langle\theta_+\rangle$  для нуклонов не указан.

Высокoenергетические нуклоны рождаются преимущественно в узком телесном угле вокруг вектора скорости первичного протона. Мезоны высоких энергий также вылетают в узкий угол вокруг направления движения первичной частицы. В  $\pi^-p$ -реакциях такие мезоны вылетают в основном в направлении движения первичного  $\pi$ -мезона; в обратном направлении вылетает лишь небольшое число частиц (см. табл. 19)\*. Из рис. 23, 24 видно, что мезоны, как правило, вылетают в заметно более широкий угол, чем нуклоны. Углы высокoenергетических частиц  $\langle\theta\rangle$  слабо зависят от типа реакции и уменьшаются с ростом первичной энергии. Радиус пространственной области, с которой связан процесс образования высокoenергетических частиц:

$$\langle\rho(\mathcal{T}, s)\rangle = \hbar/\langle p_\perp(\mathcal{T}, s)\rangle = \\ = \hbar\sigma_{\ln} \langle n(\mathcal{T}, s) \rangle > / \{ \sigma_+ [p_\perp, \mathcal{T}, s] + \sigma_- [p_\perp, \mathcal{T}, s] \}. \quad (20)$$

Рождение частиц происходит в основном в области  $\rho \simeq (0,4 - 0,7) \times 10^{-13}$  см; при этом нуклоны рождаются, в среднем, при больших радиусах, чем  $\pi$ -мезоны. Значения  $\langle\rho\rangle$  слабо чувствительны к энергии первичных частиц  $T$  (табл. 20).

Характерные особенности «эффекта лидирования» позволяют утверждать, что в широком диапазоне энергий, вплоть до максимальных  $T \sim 10^3$  ГэВ, при которых еще имеются измерения энергий

\* Небольшое число мезонов в окрестности  $\theta \sim \pi$  значительно увеличивает средний угол вылета мезонов  $\langle\theta\rangle = \{\langle\theta_+\rangle\sigma_+ + \langle\theta_-\rangle\sigma_-\}/\{\sigma_+ + \sigma_-\}$ . Например, при  $T = 100$  ГэВ для лидирующих мезонов с энергиями  $\mathcal{T} > 0,7\mathcal{T}_{\max}$  угол  $\langle\theta_-\rangle$  почти на порядок превосходит угол  $\langle\theta_+\rangle$ . Поэтому более наглядным является рассмотрение отдельно  $\langle\theta_+\rangle$  и  $\langle\theta_-\rangle$ .

рождающихся частиц, высокозенергетические нуклоны рождаются в основном в «скользящих» периферических столкновениях, когда в мезонную компоненту переходит сравнительно небольшая часть суммарной энергии  $s^{1/2}$  — тем меньшая, чем более периферическим является столкновение. Этот вывод подтверждается всей совокупностью известных в настоящее время экспериментальных данных.

Из таблиц и рисунков хорошо видно, что резкого разделения между лидирующими и остальными вторичными частицами провести нельзя. Часто используемое в экспериментальных работах граничное условие  $T' > 0,7 T$ , т. е.  $\mathcal{T} > (0,6 \div 0,8) \mathcal{T}_{\max}$ , является весьма условным. Хотя эффект лидирования становится более заметным по мере перехода к большим значениям  $\mathcal{T}/\mathcal{T}_{\max}$ , при  $T = 100$  ГэВ

лидирующими можно считать уже частицы с  $\mathcal{T} > 0,2 \mathcal{T}_{\max}$ , при  $T = 10^3$  ГэВ — частицы с  $\mathcal{T} > 0,1 \mathcal{T}_{\max}$ . Для подавляющего большинства таких частиц выполняется условие  $\theta \sim 0$  или  $\theta \sim \pi$ , используемое некоторыми авторами в качестве дополнительного критерия при выделении лидирующих частиц.

В [84] предложено выбрать в качестве лидирующей вторичную частицу, которая в данном акте неупругого взаимодействия имеет наибольшую кинетическую энергию. Теоретически такой выбор лидирующей частицы можно промоделировать, если воспользоваться методом Монте-Карло, который позволяет найти характеристики всех вторичных частиц для каждого отдельного акта неупругого взаимодействия.

Рассмотрим результаты, касающиеся наиболее быстрой вторичной частицы.

Прежде всего заметим, что в с.п.м., где в силу закона сохранения импульса рождение частицы с большой энергией  $\mathcal{T}$  и малым углом вылета  $\theta \sim 0$  обычно сопровождается образованием компенсирующей очень быстрой частицы в области  $\theta \sim \pi$ , идентификация лидирующей частицы как наиболее энергичной (быстрой) выделяет лишь часть высокозенергетических частиц:  $\Delta_i(\mathcal{T}) \equiv n_i(\mathcal{T}) - n_i(\mathcal{T}_{\max}) \geq 0$  ( $i = p, n, \pi$ ). Суммарная разность множественностей

Таблица 20. Средний радиус пространственной области  $\langle \rho \rangle$ , с которым связано рождение нуклонов и  $\pi$ -мезонов при энергии  $\mathcal{T} > 0,7 \mathcal{T}_{\max}$

Взаимодействие	$T$ , ГэВ	$\langle \rho_N \rangle$ , $10^{-13}$ см	$\langle \rho_\pi \rangle$ , $10^{-13}$ см
$p-p$	10	0,65	0,51
	$10^2$	0,58	0,43
	$10^3$	0,55	0,41
$\pi^- - p$	10	0,52	0,53
	$10^2$	0,49	0,47
	$10^3$	0,48	0,44

$\mathcal{T}_{\max}$

$$\int_0^{\mathcal{T}_{\max}} \{ \Delta_p(\mathcal{T}) + \Delta_n(\mathcal{T}) + \Delta_\pi(\mathcal{T}) \} d\mathcal{T} = \langle n \rangle - 1$$

может быть весьма значительной. Однако при  $\mathcal{T} > 0,5 \mathcal{T}_{\max}$  различие мало и целиком определяется вкладом мезонов; для нуклонов  $n(\mathcal{T}) \simeq n(\mathcal{T}_{\max})$  (см. рис. 23, 24 и табл. 21).

Как правило (даже в случае  $\pi - N$ -столкновений), наиболее энергичной вторичной частицей оказывается нуклон. Вероятность того, что выделенным по энергии будет  $\pi$ -мезон, значительно меньше; в области  $\mathcal{T} \geq 0,5 \mathcal{T}_{\max}$  она очень мала.

Таблица 21. Вероятность того, что самой быстрой вторичной частицей является протон, нейtron или  $\pi$ -мезон (%). Первичная энергия  $T = 100$  ГэВ

Частица	Взаимодействие	
	$p - p$	$\pi^- - p$
$p$	$75 \pm 2,5$	$39 \pm 1,5$
$n$	$11 \pm 1$	$34 \pm 1,5$
$\pi^-$	$3 \pm 0,5$	$11 \pm 0,5$
Все $\pi$	$14 \pm 1$	$27 \pm 1$
$(p + n)/\pi$	$6,1 \pm 0,6$	$2,7 \pm 0,1$

Подобно средней множественности, угловые распределения самых быстрых и всех высокоэнергетических нуклонов при  $\mathcal{T} > 0,5 \mathcal{T}_{\max}$  практически совпадают. Эти распределения близки и для мезонов. Вместе с тем в  $N - N$ -столкновениях, где множественность самых быстрых мезонов даже при больших  $\mathcal{T}$  несколько меньше суммарной множественности высокоэнергетических мезонов (рис. 24), углы вылета

последних более широкие. Это обусловлено вкладом каналов с рождением сразу нескольких высокоэнергетических частиц.

Таким образом, в области высоких энергий выделение лидирующих частиц по абсолютной и относительной величине  $\mathcal{T}$  приводит к одинаковому результату. При меньших энергиях сопоставление двух способов отбора дает интересную дополнительную информацию. Правда, экспериментальное исследование этого вопроса требует большой статистики регистрируемых событий.

## 6. МОДЕЛИРОВАНИЕ ОТДЕЛЬНЫХ АКТОВ НЕУПРУГОГО ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ

Предложенный в [1, 2] способ вычисления характеристик частиц, родившихся в неупругих  $\pi - N$ -или  $N - N$ -столкновениях, основан на монте-карловской выборке углов и энергий этих частиц из факторизованного инклузивного распределения  $d^3\sigma(\theta, \mathcal{T}, s)/dp^3 = f(\cos \theta, s) * \varphi(\mathcal{T}, s)$ .

Похожий метод может быть использован и для двумерных инклузивных распределений  $E d^3\sigma(x, p_\perp, s)/dp^3$ . Однако в этом случае корреляции величин  $x$ ,  $p_\perp$  и электрического заряда  $Q$  необходимо учитывать для каждой отдельной вторичной частицы.

Рис. 25 и 26 иллюстрируют один из возможных способов определения характеристик частицы. Расчет начинается с розыгрыша знака

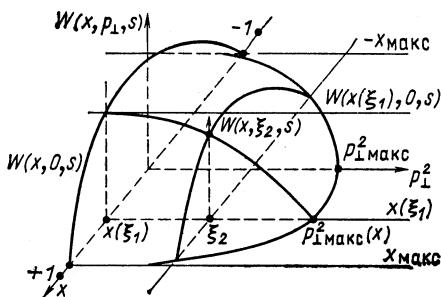


Рис. 25. Функция  $W(x, p_{\perp}, s)$  при заданном значении  $s$

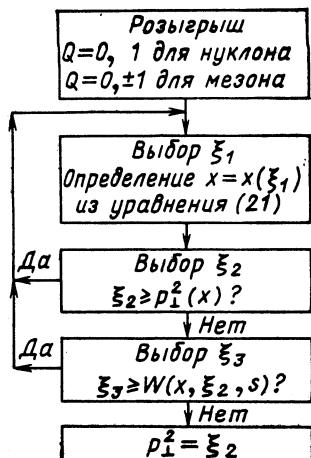


Рис. 26. Алгоритм розыгрыша значений  $x$  и  $p_{\perp}$

электрического заряда частицы. Далее из уравнения

$$\int_{-x_{\max}}^x W(x, 0, s) dx = \xi_1, \quad (21)$$

где

$$W(x, p_{\perp}, s) = E \frac{d^3\sigma(x, p_{\perp}, s)}{dp^3} / \int_{-x_{\max}}^{x_{\max}} E \frac{d^3\sigma(x, p_{\perp}, s)}{dp^3} dx,$$

а  $\xi_1$  — случайное число, равномерно распределенное в интервале  $[0, 1]$ , находится значение переменной  $x$ \*. Следующим шагом является выборка двух случайных чисел  $\xi_2$  и  $\xi_3$ , равномерно распределенных в интервалах  $0 \leq \xi_2 \leq p_{\max}^2$  и  $0 \leq \xi_3 \leq W(x, 0, s)$ , и применение метода браковки Неймана для определения  $p_{\perp}$  из распределения  $W(x, p_{\perp}, s)$ . На характеристики двух последних частиц налагаются дополнительные корреляции с учетом законов сохранения энергии — импульса и электрического заряда [1, 2].\*\*

Недостатком описанного метода является частая отбраковка разыгрываемых событий в области больших  $p_{\perp}$  вследствие очень быстрого (степенного или экспоненциального) убывания распределений  $W(x, p_{\perp}, s)$  с ростом  $p_{\perp}^3$ .

\* При моделировании большого числа случаев для ускорения счета удобно заранее составить таблицу значений левых частей [21] для заданных значений  $x$  и использовать ее далее для обратного (путем интерполяции) определения величины  $x$  по заданному числу  $\xi_1$ .

Полностью алгоритм моделирования акта неупругого адрон-адронного взаимодействия на языке ФОРТРАН приведен в работе [87].

\*\* Если не изменять разыгрываемых характеристик, то в среднем, по большому числу взаимодействий, закон сохранения выполняется достаточно хорошо, но в отдельных актах столкновения отклонения оказываются очень большими.

Можно сделать расчет более экономным, если использовать весовые функции:

$$\mu(x, p_{\perp}, s) = \begin{cases} \left( E \frac{d^3\sigma(x, 0, s)}{dp^3} \right)_{\text{п. с.}} (1 - |x|)^{fp_{\perp}^2} p_{\perp}^{-2d}, & |x| \leq 0,7, \\ \left( E \frac{d^3\sigma(x, 0, s)}{dp^3} \right)_{\text{фраг}} \exp [Rp_{\perp}^2/|x|], & |x| > 0,7, \end{cases} \quad (22)$$

где  $R = R_4$  и  $R = R_2$  соответственно для сохраняющихся и несохраняющихся фрагментационных частиц;

$$\mu(x, p_{\perp}, s) = \left( E \frac{d^3\sigma(x, 0, s)}{dp^3} \right)_{\text{п. нс.}} e^{-1,3p_{\perp}^2} p_{\perp}^{-2} \quad (23)$$

для остальных несохраняющихся частиц. Значения постоянных  $R, f, d$  задаются табл. 2 и 12. Изменение, которое при этом следует внести в алгоритм [см. рис. 26], — это разыгрыш случайного числа  $\xi_2$  по распределению  $\mu(x, p_{\perp}, s)$  и применение метода Неймана к функции  $W(x, p_{\perp}, s)/\mu(x, p_{\perp}, s)$ . Поскольку функция  $\mu$  проще функции  $W$  (при выборке чисел  $\xi_2$  и  $\xi_3$  переменная  $x$  остается фиксированной), процесс браковки значительно ускоряется.

Изложенный метод очень полезен для моделирования неупругих «звезд», наблюдаемых в камерах и в фотоэмulsionии, в связи с отработкой различных методических вопросов (критерии отбора определенных типов событий, эффективности просмотра, отладки математических программ обработки результатов измерений и т. п.). К генерированным и записанным на соответствующий носитель «звездам» могут непосредственно применяться те же методы анализа, что и для экспериментальных данных.

### ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Следует подчеркнуть, что все приведенные выше количественные и качественные выводы о свойствах высокогенеретических  $\pi - N$  и  $N - N$ -взаимодействий — это не результат теории, а следствие феноменологического анализа экспериментальных данных. Хотя исходные данные — весьма разрозненные, объединение их с помощью единой аппроксимации позволяет получить достаточно полную картину неупругого столкновения двух адронов. В частности, в приведенных выше аппроксимациях содержится вся информация о множественности, об угловых, энергетических, импульсных распределениях, собранная в [39, 48, 80, 85, 88].

Выполненные нами расчеты показали, что в тех областях, где в настоящее время имеются подробные экспериментальные данные, выражения (1)–(6) описывают результаты измерений в пределах, близких к усредненным экспериментальным погрешностям. Согласие оказывается значительно худшим, там, где имеются лишь отрывочные разрозненные измерения. Наконец, в тех областях, где пока вообще

не проведено экспериментов (например, при очень больших  $s$ ), можно рассчитывать лишь на описание по порядку величины.

Дальнейшее уточнение описания неупругого акта связано с учетом резонансных каналов [89]. Как известно, значительная часть вторичных частиц образуется в результате распада резонансов  $\rho$ ,  $\omega$  и т. п., расчет которого может быть выполнен весьма точно, поэтому явное выделение сечений резонансных каналов  $d^3\sigma_{\text{res}}/dp^3$  дает возможность улучшить аппроксимацию наблюдаемых сечений  $d^3\sigma/dp^3$ .

Использованные нами аппроксимирующие выражения основаны на общих свойствах амплитуд сильных взаимодействий и поэтому применимы ко всем типам неупругих адрон-адронных взаимодействий, в частности — к столкновениям странных частиц и антинуклонов с нуклонами. Последний случай в настоящее время представляет особый интерес, так как запущенный недавно в Женеве «коллайдер» позволяет исследовать  $p - p$ -столкновения при рекордно достижимой на ускорителях энергии  $T \simeq 2 \cdot \mathcal{T}^2/M \simeq 150$  ТэВ ( $\mathcal{T} \approx 270$  ГэВ — кинетическая энергия сталкивающихся частиц,  $M$  — их масса).

Пользуемся случаем выразить нашу благодарность М. Г. Мещерякову за обсуждение деталей адрон-адронных взаимодействий. Мы также признательны С. Ю. Шмакову, показавшему возможности повышения эффективности монте-карловских программ расчета, В. Г. Гришину, прочитавшему рукопись и сделавшему много полезных замечаний, Н. В. Мохову и И. Л. Ажгию за сотрудничество.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Barashenkov V. S., Gudima K. K., Toneev V. D.— Acta Phys., Polonica, 1969, v. 36, p. 415.
2. Барашенков В. С., Тонеев В. Д. Взаимодействия высокоэнергетических частиц и атомных ядер с ядрами. М.: Атомиздат, 1972.
3. Logunov A. A., Mestvirishvili Nguen Van Hieu.— Phys. Lett., 1967, v. 253, p. 617; Topical Conf. on High Energy Collisions of Hadrons, Geneve, 1968, p. 74.
4. Ganguli S. N., Roy D. P.— Phys. Repts., 1980, v. 67, N 2.
5. Field R. D., Fox G. C.— Nucl. Phys., 1974, v. B80, p. 367.
6. Бюклинг Е., Каянти К. Кинематика элементарных частиц. Пер. с англ. М.: Мир, 1975.
7. Mück M. J. e.a.— DESY REPORT F1-72/1, 1972; Albrow M. G. e.a.— Proc. of the XVI Intern. Conf. on High Energy Phys., Batavia, 1972, p. 940; Allaby J. V. e.a.— Proc. of the IV Intern. Conf. on High Energy Collisions, Oxford, 1972, p. 85; Sing. H. J. e.a.— Nucl. Phys., 1978, v. B140, p. 189.
8. Albrow M. G. e.a.— Nucl. Phys., 1976, v. B108, p. 1.
9. Whitmore J. e.a.— Phys. Rev., 1975, v. D11, p. 3124.
10. Engler J. e.a.— Nucl. Phys., 1975, v. B84, p. 70.
11. Кобзев В. А. и др.— Журн. эксперим. и теорет. физ., 1961, т. 41, с. 747.
12. Вишни Т. и др.— Там же, с. 1069.
13. Hanlon J. e.a.— Phys. Rev., 1979, v. D20, p. 2135.
14. Csejthay-Barth M.— Nuovo cimento, 1964, v. 32, p. 545.
15. Alexander G. e.a.— Phys. Rev., 1967, v. 154, p. 1284.
16. Akerlif G. N. e.a.— Phys. Rev., 1971, v. D3, p. 645.
17. Lim Y. K.— Nuovo cimento, 1963, v. 28, p. 1228.
18. Boggild H. e.a.— Nucl. Phys., 1971, v. B27, p. 1; v. B27, p. 85.

19. Mück H. J. e.a.— Phys. Lett., 1972, v. B39, p. 303.  
 20. Dao F. T. e.a.— NAL-Pub-74/38-Exp, Batavia, 1974.  
 21. Dao F. T. e.a.— Phys. Rev. Lett., 1973, v. 30, p. 1151.  
 22. Antinucci M. e.a.— Lett. Nuovo cimento, 1973, v. 6, p. 121.  
 23. Damgaard G., Hansen K. H.— Contribution to the XVI Intern. Conf. on High Energy Phys., Batavia, 1972.  
 24. Blobel V. e.a.— Nucl. Phys., 1974, v. B69, p. 454.  
 25. Bluminfeld H. e.a.— Phys. Lett., 1973, v. B45, p. 525.  
 26. Boratav M. e.a.— Nucl. Phys., 1976, v. B111, p. 529.  
 27. Ward D. R. e.a.— Phys. Lett., 1976, v. B62, p. 237.  
 28. Chapman J. W. e.a.— Ibid., 1973, v. B47, p. 465.  
 29. Jaeger K. e.a.— Phys. Rev., 1975, v. D11, p. 2405.  
 30. Engler J. e.a.— Nucl. Phys., 1975, v. B84, p. 70.  
 31. Kafka T. e.a.— Phys. Rev., 1979, v. D19, p. 76.  
 32. Seidl A. A. e.a.— Bull. Amer. Phys. Soc., 1977, v. 19, p. 467.  
 33. Erwin J. e.a.— Phys. Rev. Lett., 1974, v. 32, p. 254.  
 34. Charlton G. e.a.— Ibid., 1972, v. 29, p. 515.  
 35. Богачев Н. П. и др.— Журн. эксперим. и теорет. физ., 1960, т. 38, с. 1346.  
 36. Ван Шу Фень и др.— Там же, т. 39, с. 957.  
 37. Koshiba M. e.a.— Suppl. Nuovo cimento, 1963, v. 1, p. 1091.  
 38. De Marko Trahucco A. e.a.— Nucl. Phys., 1964, v. 60, p. 209.  
 39. Barashenkov V. S. e.a.— Fortschr. Phys., 1966, Bd 14, S. 357; 1967, Bd 15, S. 435; Лиходед А. К., Шляпников П. В.— Успехи физ. наук, 1978, т. 124, с. 3; Гришин В. Г. Инклузивные процессы в адронных взаимодействиях при высоких энергиях. М.: Энергоиздат, 1982.  
 40. Такибаев Ж. С., Боос Э. Г. Неупругие взаимодействия нуклонов при высоких энергиях. Алма-Ата: Наука, 1974.  
 41. Dobrotin N. A. e.a.— Nucl. Phys., 1962, v. 35, p. 152.  
 42. Rybicki K.— Nuovo cimento, 1967, v. 49, p. 233.  
 43. Kamal A. A., Rao G. K.— Nucl. Phys., 1967, v. B2, p. 135.  
 44. Donaldson G. e.a.— Phys. Rev., 1978, v. B73, p. 375.  
 45. Eisenberg Y. e.a.— Nucl. Phys., 1979, v. B154, p. 329.  
 46. Кобзев В. А. и др.— Журн. эксперим. и теорет. физ., 1961, т. 41, с. 747.  
 47. Charlton G. e.a.— Phys. Rev. Lett., 1972, v. 29, p. 1759.  
 48. Мурзин В. С., Сарычева Л. И. Космические лучи и их взаимодействие. М.: Атомиздат, 1968.  
 49. Rossi A. M. e.a.— Nucl. Phys., 1975, v. B84, p. 269.  
 50. Варданян И. Н. и др.— Препринт ОИЯИ Р1-12691, Дубна, 1979.  
 51. Ammosov V. V. e.a.— Nuovo cimento, 1977, v. A40, p. 237.  
 52. Dentschman M.— Amsterdam Intern. Conf. of Elementary Particles, Amsterdam, 1971, p. 153.  
 53. Ferbel T.— Report of Rochester Univ. UR-408, Rochester, 1973.  
 54. Абдурахимов А. У. и др.— Ядерная физика, 1973, т. 18, с. 545.  
 55. Биргер Н. Г. и др.— Журн. эксперим. и теорет. физ., 1961, т. 41, с. 1461.  
 56. Любимов В. Б. и др.— Препринт ОИЯИ Р-974, Дубна, 1962.  
 57. Айнутдинов М. С. и др.— Журн. эксперим. и теорет. физ., 1963, т. 44, с. 413.  
 58. Elbert J. W. e.a.— Nucl. Phys., 1970, v. B19, p. 85.  
 59. Абдурахимов А. У. и др.— Ядерная физика, 1973, т. 17, с. 1235.  
 60. Binkley M. E. e.a.— Phys. Lett., 1973, v. B45, p. 295.  
 61. Bogert D. e.a.— Phys. Rev. Lett., 1973, v. 31, p. 1271.  
 62. Berger E. L. e.a.— Nucl. Phys., 1974, v. B77, p. 365.  
 63. Fong D. e.a.— Phys. Rev. Lett., 1976, v. 37, p. 736.  
 64. Elias J. E.— Fermilab-Pub-79/47-Exp., Batavia, 1979.  
 65. Ангелов Н. С. и др.— Ядерная физика, 1977, т. 25, с. 591.  
 66. Бацкович С. и др.— Там же, 1978, т. 27, с. 1225.  
 67. Berger E. L. e.a.— Report CERN/D.Ph./Phys. 74-27, Geneva, 1974.

68. Bogert D. e.a.— Report NAL-Conf.-74/55-Exp., Batavia, 1974.
69. Hagopian S. e.a.— Report FSU HEP 76-12, Florida, 1976.
70. Bigi A. e.a.— Proc. of the XI Intern. Conf. on High Energy Phys., CERN, 1962, p. 247.
71. Ferbel T., Taft H.— Nuovo cimento, 1963, v. 28, p. 1214.
72. Coldsack S. J. e.a.— Ibid., 1962, v. 23, p. 941.
73. Ferrero M. I. e.a.— Ibid., 1963, v. 27, p. 1066.
74. Grote G. e.a.— Proc. of the XI Intern. Conf. on High Energy Phys., CERN, 1962, p. 64.
75. Боос Э. Г. и др. Материалы 12-й международной конференции по физике высоких энергий. Дубна, 1964, с. 156.
76. Heider G.— Report Institut fur Radiumforschung und Kernphysik, Wien, 1963.
77. Elliot J. R. e.a.— Proc. of the 17 Intern. Conf. on High Energy Phys., London, 1974, p. 162.
78. Biswas N. N. e.a.— Ibid., p. 761.
79. Ангелов Н. С. и др.— Ядерная физика, 1976, т. 23, с. 365.
80. Law M. E. e.a.— Comp. Data on Inclusive Reactions, LBL-80, 1972.
81. Ангелов Н. С. и др.— Препринт ОИЯИ 1-8064, Дубна, 1974.
82. Гайтинов А. Ш. и др.— Ядерная физика, 1976, т. 24, с. 350.
83. Часников И. Я. ОИЯИ 1-10696, Дубна, 1977.
84. Аношин А. И. и др.— Препринт ОИЯИ 1-10804, Дубна, 1977.
85. Диденко Л. А., Мурзин В. С., Сарычева Л. И. Асимметрия адронных взаимодействий. М.: Наука, 1981.
86. Basile M. e.a.— Lett. Nuovo cimento, 1981, v. 32, p. 321; CERN report EP/81-86, 1981.
87. Славин Н. В. ОИЯИ Б1-2-82-744, Дубна, 1982.
88. Мурзин В. С. Сарычева Л. И. Множественные процессы при высоких энергиях. М.: Атомиздат, 1974.
89. Амелин Н. С., Барашенков В. С., Славин Н. В. ОИЯИ Р2-83-656, Р2-83-769, Дубна, 1983, Е2-84-236, Dubna, 1984.