

# КВАЗИЧАСТИЧНО-ФОНОННАЯ МОДЕЛЬ ЯДРА

## V. НЕЧЕТНЫЕ СФЕРИЧЕСКИЕ ЯДРА

**A. И. Вдовин, В. В. Воронов, В. Г. Соловьев,**

Объединенный институт ядерных исследований, Дубна

**Ч. Стоянов**

Институт ядерных исследований и ядерной энергетики, София, НРБ

Последовательно изложен формализм квазичастиочно-фононной модели ядра применительно к нечетным сферическим ядрам. С учетом точных коммутационных соотношений операторов квазичастиц и фононов и ангармонических поправок для фононных возбуждений получены уравнения для энергий и структурных коэффициентов волновых функций возбужденных состояний, включающих компоненты «квазичастица + фонон» и «квазичастица + два фонона». Исследовано влияние различных физических эффектов и размеров фононного базиса на фрагментацию одноквазичастичных и «квазичастица + фонон» состояний.

General assumptions of the quasiparticle-phonon model for odd spherical nuclei are given. A system of basic equations is obtained for calculating energies and structure of excited states described by the wave functions containing one-quasiparticle, quasiparticle plus phonon and quasiparticle plus two phonons components. The exact commutation relations between quasiparticle and phonon operators, and anharmonical effects for core vibrations are taken into account. The influence of different physical effects and a phonon space dimension on one-quasiparticle and quasiparticle plus phonon states is investigated.

### ВВЕДЕНИЕ

В низколежащих состояниях нечетных ядер проявляется поведение одночастичных уровней среднего поля. С ростом энергии возбуждения структура состояний усложняется. Сила одночастичных состояний фрагментируется (распределяется) по многим ядерным уровням, а в волновых функциях начинают превалировать многоквазичастичные компоненты. В последние годы достигнут большой прогресс в изучении глубоких дырочных и высоколежащих частичных состояний в нечетных сферических ядрах. В результате получена богатая экспериментальная информация по фрагментации одноквазичастичных состояний.

Большой интерес представляет изучение радиационных силовых функций. Много экспериментальных данных имеется по парциальным  $E1$ - и  $M1$ -переходам с нейтронных резонансов на основные и низколежащие состояния нечетных сферических ядер. Наступает время для изучения  $\gamma$ -распадов глубоких дырочных и высоколежащих

частичных состояний. Ширина парциальных радиационных переходов в нечетных ядрах определяется фрагментацией одноквазичастичных и «квазичастица + фонон» состояний.

Описание фрагментации одноквазичастичных и квазичастица + + фонон состояний успешно проводится в рамках квазичастично-фононной модели ядра (КФМ). Квазичастично-фононная модель ядра сформулирована на основе развития и обобщения сверхтекучей модели ядра [1—3]. Ее основы заложены в 1971—1974 гг. в [4—7]. Основные положения КФМ и часть математического аппарата модели изложены в обзорах [8—11], докладах и лекциях [12—16]. Данная статья продолжает серию обзоров [8—11]. Она посвящена изложению математического аппарата модели для нечетных сферических ядер и выяснению влияния на спектроскопические характеристики и радиационные силовые функции различных компонент волновых функций высоковозбужденных состояний.

## 1. ГАМИЛЬТОНИАН МОДЕЛИ

Общая характеристика гамильтониана КФМ ядра дана в [8—10]. Здесь мы лишь кратко коснемся этого вопроса с той целью, чтобы стали понятнее рассуждения в основном контексте статьи. Кроме того, в данном разделе будут введены основные обозначения.

Гамильтониан КФМ включает феноменологические средние поля для протонов и нейтронов, имеющие форму потенциала Вудса — Саксона, монопольное спаривающее протон-протонное и нейтрон-нейтронное взаимодействия, и сепарабельные мультипольные и спин-мультипольные силы, имеющие изоскалярные и изовекторные компоненты, в канале частица-дырка. Эффекты, связанные с мультипольным спариванием [17], в данной работе рассматриваться не будут, и соответствующие члены в гамильтониане модели не включены (см. [10]).

Итак, гамильтониан будет иметь вид (в обозначениях работ [10, 11]):

$$H = H_{av} + H_{PAIR} + H_M^{ph} + H_{SM}^{ph}. \quad (1)$$

После канонического преобразования Боголюбова от операторов нуклонов  $a_{jm}^\dagger, a_{jm}$  к операторам квазичастиц  $\alpha_{jm}^\dagger, \alpha_{jm}$

$$a_{jm} = u_j \alpha_{jm} + (-)^{j-m} v_j \alpha_{j-m}^\dagger,$$

когда коэффициенты  $u_j, v_j$  выбраны так, чтобы минимизировать среднее значение  $H_{av} + H_{PAIR}$  по основному (бесквазичастичному) состоянию четно-четного ядра, для этой части гамильтониана получается выражение \* [1—3, 18]:

$$H_{av} + H_{PAIR} \rightarrow \sum_{jm} \epsilon_j \alpha_{jm}^\dagger \alpha_{jm}. \quad (2)$$

\* Монопольные возбуждения здесь и далее не рассматриваются.

В (2)  $e_j$  — энергия квазичастицы на уровне среднего поля с квантовыми числами  $nlj$  (для краткости обозначены одной буквой  $j$ ). Суммирование в (2) идет по всем уровням как протонной ( $p$ ), так и нейтронной ( $n$ ) систем, изотопический индекс  $\tau = \{n, p\}$  в данном случае подразумевается. В дальнейшем замена  $\tau \rightarrow -\tau$  будет означать замену  $n \leftrightarrow p$ .

Сепарабельные мультипольные и спин-мультипольные взаимодействия имеют вид [11]:

$$\left. \begin{aligned} H_M^{ph} &= \sum_{\lambda} H_M^{ph}(\lambda) = -\frac{1}{2} \sum_{\lambda\mu} \sum_{\substack{\tau \\ \rho=\pm 1}} (\kappa_0^{(\lambda)} + \rho \kappa_1^{(\lambda)}) M_{\lambda\mu}^+(\tau) M_{\lambda\mu}(\rho\tau), \\ H_{SM}^{ph} &= \sum_L \sum_{\substack{\lambda=L, \\ L\pm 1}} H_{SM}^{ph}(\lambda, L) = \sum_{L, M} \sum_{\substack{\lambda=L, \\ L\pm 1}} \sum_{\substack{\tau, \\ \rho=\pm 1}} (\kappa_0^{(\lambda L)} + \\ &+ \rho \kappa_1^{(\lambda L)}) [S_{LM}^{\lambda}(\tau)]^+ S_{LM}^{\lambda}(\rho\tau). \end{aligned} \right\} \quad (3)$$

Константы изоскалярных и изовекторных компонент взаимодействий обозначены  $\kappa_0^{(\lambda)}$ ,  $\kappa_0^{(\lambda L)}$  и  $\kappa_1^{(\lambda)}$ ,  $\kappa_1^{(\lambda L)}$  соответственно.

Хотя, строго говоря, структура состояний электрического типа  $\lambda^{\pi}$  формируется под действием сил  $H_M^{ph}(\lambda) + H_{SM}^{ph}(\lambda, \lambda)$ , а магнитного типа под действием сил  $H_{SM}^{ph}(\lambda - 1, \lambda) + H_{SM}^{ph}(\lambda + 1, \lambda)$  и в определенных случаях вклад **обеих** компонент важен для адекватного описания структуры и свойств ядерных возбуждений [18, 19], мы ограничимся в настоящей работе вариантом, когда гамильтониан (1) содержит только члены  $H_M^{ph}$  и  $\sum_L H_{SM}^{ph}(L - 1, L)$ .

Оператор  $M_{\lambda\mu}^+(\tau)$  после преобразования Боголюбова принимает вид

$$\begin{aligned} M_{\lambda\mu}^+(\tau) &= \frac{(-)^{\lambda-\mu}}{\sqrt{2\lambda+1}} \sum_{jj'} \tau f_{j'j}^{\lambda} \left\{ \frac{1}{2} u_{j'j}^{(+)} [A^+(j'j, \lambda\mu) + \right. \\ &\quad \left. + (-)^{\lambda-\mu} A(j'j, \lambda-\mu)] + v_{j'j}^{(-)} B(j'j\lambda-\mu) \right\}, \end{aligned} \quad (4)$$

где введены следующие обозначения:

$$A^+(j'j\lambda\mu) = \sum_{mm'} \langle j'm'jm | \lambda\mu \rangle \alpha_{j'm}^{\dagger} \alpha_{jm};$$

$$B(j'j\lambda\mu) = \sum_{mm'} (-)^{j+m} \langle j'm'jm | \lambda\mu \rangle \alpha_{j'm}^{\dagger} \alpha_{jm};$$

$$f_{j'j}^{\lambda} = \langle j' \| R_{\lambda}(r) i^{\lambda} Y_{\lambda\mu} \| j \rangle; \quad u_{j'j}^{(+)} = u_{j'} v_j + u_j v_{j'}; \quad v_{j'j}^{(-)} = u_j u_{j'} - v_j v_{j'}.$$

Вид оператора  $S_{LM}^{L-1}(\tau)$  можно найти в [10, 11].

Теперь совершим переход от операторов рождения и уничтожения фермионных пар с моментом  $\lambda - A^+(j'j\lambda\mu)$ ,  $A(j'j\lambda\mu)$  — к операторам рождения и уничтожения фононов с моментом  $\lambda - Q_{\lambda\mu i}^+, Q_{\lambda\mu i}$ :

$$Q_{\lambda\mu i}^+ = \frac{1}{2} \sum_{jj'} \psi_{jj'}^{\lambda i} A^+(jj'\lambda\mu) - (-)^{\lambda-\mu} \varphi_{jj'}^{\lambda i} A(jj'\lambda-\mu). \quad (5)$$

Суммирование в (5) идет по протонным и нейтронным одноквазичастичным состояниям. Операторы  $Q_{\lambda\mu i}$  и  $Q_{\lambda'\mu'i}^+$  удовлетворяют следующим коммутационным соотношениям:

$$\begin{aligned} [Q_{\lambda\mu i}, Q_{\lambda'\mu'i'}^+] &= \delta_{\lambda\lambda'} \delta_{\mu\mu'} \frac{1}{2} \sum_{jj'} (\psi_{jj'}^{\lambda i} \psi_{jj'}^{\lambda' i'} - \varphi_{jj'}^{\lambda i} \varphi_{jj'}^{\lambda' i'}) - \sum_{jj'j_2} \sum_{\substack{mm' \\ m_2}} \{ \psi_{jj_2}^{\lambda i} \psi_{jj_2}^{\lambda' i'} \times \\ &\times \langle j'm'j_2m_2 | \lambda\mu \rangle \langle jmj_2m_2 | \lambda'\mu' \rangle - (-)^{\lambda+\lambda'-\mu-\mu'} \varphi_{jj_2}^{\lambda i} \varphi_{jj_2}^{\lambda' i'} \langle jmj_2m_2 | \lambda-\mu \rangle \times \\ &\times \langle j'm'j_2m_2 | \lambda'-\mu' \rangle \} \alpha_{jm}^+ \alpha_{j'm'}^+. \end{aligned} \quad (6)$$

Полагая, что волновая функция основного состояния четно-четного ядра  $\Psi_0$  является фононным вакуумом (т. е.  $Q_{\lambda\mu i}\Psi_0 = 0$ ), а простейшее возбужденное состояние является однофононным  $Q_{\lambda\mu i}^+\Psi_0$ , можно найти энергии однофононных состояний с помощью вариационного принципа. В тех ядрах, где число квазичастиц в основном состоянии невелико, т. е.  $\langle \Psi_0 | \alpha_{jm}^+ \alpha_{jm} | \Psi_0 \rangle \approx 0$ , среднее значение по  $\Psi_0$  от коммутатора (6) принимает вид:

$$\langle \Psi_0 | [Q_{\lambda\mu i}, Q_{\lambda'\mu'i'}^+] | \Psi_0 \rangle = \delta_{\lambda\lambda'} \delta_{\mu\mu'} \frac{1}{2} \sum_{jj'} (\psi_{jj'}^{\lambda i} \psi_{jj'}^{\lambda' i'} - \varphi_{jj'}^{\lambda i} \varphi_{jj'}^{\lambda' i'}).$$

Тогда, потребовав ортонормированности однофононных волновых функций, получим условия на  $\psi_{jj'}^{\lambda i}$  и  $\varphi_{jj'}^{\lambda i}$ :

$$\frac{1}{2} \sum_{jj'} \psi_{jj'}^{\lambda i} \psi_{jj'}^{\lambda' i'} - \varphi_{jj'}^{\lambda i} \varphi_{jj'}^{\lambda' i'} = \delta_{\lambda\lambda'} \delta_{ii'}. \quad (7)$$

В этом приближении (т. е. в приближении случайных фаз) уравнение для энергии однофононных состояний (электрического типа или мультипольных)  $\omega_{\lambda i}$  получается в следующем виде:

$$(\kappa_0^{(\lambda)} + \kappa_1^{(\lambda)}) (X_M^{\lambda i}(n) + X_M^{\lambda i}(p)) - 4\kappa_0^{(\lambda)} \kappa_1^{(\lambda)} X_M^{\lambda i}(n) X_M^{\lambda i}(p) = 1; \quad (8)$$

$$X_M^{\lambda i}(\tau) = \frac{1}{2\lambda+1} \sum_{jj'} \frac{\tau (f_{jj'}^{(\lambda)} u_{jj'}^{(+)})^2 (\epsilon_j + \epsilon_{j'})}{(\epsilon_j + \epsilon_{j'})^2 - \omega_{\lambda i}^2}, \quad (9)$$

Выпишем также выражения для амплитуд  $\psi_{jj'}^{\lambda i}$  и  $\varphi_{jj'}^{\lambda i}$ :

$$\psi_{jj'}^{\lambda i}(\tau) = \frac{1}{\sqrt{2y_{\tau}^{\lambda i}}} \frac{f_{jj'}^{(\lambda)} u_{jj'}^{(+)}}{\varepsilon_{jj'} - \omega_{\lambda i}}; \quad \varphi_{jj'}^{\lambda i}(\tau) = \frac{1}{\sqrt{2y_{\tau}^{\lambda i}}} \frac{f_{jj'}^{(\lambda)} u_{jj'}^{(+)}}{\varepsilon_{jj'} + \omega_{\lambda i}}; \quad (10)$$

$$y_{\tau}^{\lambda i} = Y_{\tau}^{\lambda i} + Y_{-\tau}^{\lambda i} \left\{ \frac{1 - (\kappa_0^{(\lambda)} + \kappa_1^{(\lambda)}) X_M^{\lambda i}(\tau)}{(\kappa_0^{(\lambda)} - \kappa_1^{(\lambda)}) X_M^{\lambda i}(-\tau)} \right\}^2; \quad (11)$$

$$Y_{\tau}^{\lambda i} = \frac{1}{2} \frac{\partial}{\partial \omega} X_M^{\lambda i}(\tau) \Big|_{\omega=\omega_{\lambda i}} = + \frac{1}{2\lambda+1} \sum_{jj'} \tau \frac{(f_{jj'}^{(\lambda)} u_{jj'}^{(+)})^2 \varepsilon_{jj'} \omega_{\lambda i}}{(\varepsilon_{jj'}^2 - \omega_{\lambda i}^2)^2}.$$

Здесь  $\varepsilon_{jj'} = \varepsilon_j + \varepsilon_{j'}$ .

Используя выражения (8) — (10) и отбрасывая члены  $\sim B^+(jj'\lambda - \mu)B(jj'\lambda\mu)$ , мультипольную часть взаимодействия нуклонов можно переписать в виде

$$H_M^{ph} = H_{Mv}^{ph} + H_{Mvq}^{ph} = -\frac{1}{4} \sum_{\lambda \mu i i'} \frac{X_M^{\lambda i}(\tau) + X_M^{\lambda i'}(\tau)}{\sqrt{y_{\tau}^{\lambda i} y_{\tau}^{\lambda i'}}} \times \\ \times (Q_{\lambda \mu i}^+ (-)^{\lambda - \mu} + Q_{\lambda - \mu i}^-) (Q_{\lambda - \mu i'}^+ (-)^{\lambda - \mu} + Q_{\lambda \mu i'}^-) - \\ - \frac{1}{2} \frac{1}{\sqrt{2}} \sum_{\lambda \mu i} \left\{ (Q_{\lambda \mu i}^+ (-)^{\lambda - \mu} + Q_{\lambda - \mu i}^-) \sum_{jj' \tau} \frac{f_{jj'}^{(\lambda)} v_{jj'}^{(-)}}{\sqrt{y_{\tau}^{\lambda i}}} B(jj'\lambda - \mu) + \text{h.c.} \right\}. \quad (12)$$

Аналогичное выражение получается для спин-мультипольного взаимодействия  $H_{SM}^{ph}$  [11]. Его можно сконструировать из выражений (8) — (12) посредством замен:

$$u_{jj'}^{(+)} \rightarrow u_{jj'}^{(-)} = u_j v_{j'} - u_{j'} v_j; \quad v_{jj'}^{(-)} \rightarrow v_{jj'}^{(+)} = u_{j'} u_j + v_{j'} v_j; \\ f_{jj'}^{(\lambda)} \rightarrow f_{jj'}^{(\lambda L)} = \langle j \parallel R_{\lambda}(r) i^{\lambda} [\sigma Y_{\lambda \mu}]_{LM} \parallel j' \rangle.$$

Кроме того, в члене  $H_{Mvq}^{ph}$  следует взять эрмитово сопряжение фононного сомножителя и изменить у него знаки проекций на противоположные. Изменяется также знак у амплитуды  $\varphi_{jj'}^{\lambda i}$  спин-мультипольного фонона по сравнению с (10).

Изовекторная часть взаимодействия  $H_M^{ph}$  и  $H_{SM}^{ph}$  действует не только в нейтральном, но и в зарядово-обменном канале. Для зарядово-обменных слагаемых гамильтониана (1) можно провести аналогичные преобразования и получить как секулярные уравнения для энергий зарядово-обменных фононов, так и вид взаимодействия этих фононов с квазичастицами. Это было сделано в работах [11, 20], куда мы и отсылаем читателя за необходимыми справками.

Итак, в дальнейшем мы будем иметь дело со следующим гамильтонианом:

$$H' = \sum_{jm} \varepsilon_j \alpha_{jm}^+ \alpha_{jm} + H_{Mv}^{ph} + H_{SMv}^{ph} + H_{Mvq}^{ph} + H_{SMvq}^{ph}. \quad (13)$$

Слагаемые  $H_{Mvq}^{ph} + H_{SMvq}^{ph}$  отвечают за взаимодействие квазичастиц с фононами. В четно-четных ядрах это взаимодействие приводит к фрагментации однофононных состояний, к возникновению ширин гигантских резонансов в средних и тяжелых ядрах [11]. В следующих разделах мы рассмотрим роль этого взаимодействия в нечетных ядрах.

Подчеркнем, что, обращаясь к нечетным ядрам, мы предполагаем, что структура, энергии и прочие свойства фононов четно-четного ядра уже известны. Они рассчитаны с помощью уравнений и соотношений (8)–(11) и аналогичных выражений для спин-мультипольных фононов, т. е. в приближении случайной фазы. В этом смысле все параметры гамильтониана (1) уже фиксированы так, чтобы с возможной точностью описать свойства возбуждений четно-четного ядра. При переходе к нечетным ядрам никакие новые параметры не появляются.

## 2. СИСТЕМА ОСНОВНЫХ УРАВНЕНИЙ КФМ В НЕЧЕТНЫХ СФЕРИЧЕСКИХ ЯДРАХ

Из структуры гамильтониана (13) видно, что он включает члены, собственными состояниями которых являются одноквазичастичные состояния и состояния типа «квазичастица +  $N$  фононов» ( $N = 1, 2\dots$ ). Взаимодействие квазичастиц с фононами  $H_{Mvq}^{ph} + H_{SMvq}^{ph}$  будет смешивать эти состояния, причем в наихудшем порядке отличными от нуля будут матричные элементы взаимодействия между состояниями, отличающимися на один фонон. Поэтому в КФМ волновые функции нечетных ядер записываются в виде разложения по базису, образованному вышеуказанными состояниями. Нас интересует распределение по ядерному спектру малоквазичастичных компонент волновой функции, вследствие чего в модельную волновую функцию будут включены компоненты не сложнее чем «квазичастица + два фонона».

Итак, модельная волновая функция нечетного сферического ядра имеет вид:

$$\begin{aligned} \Psi_v(JM) = & C_{Jv} \left\{ \alpha_{JM}^+ + \sum_{\lambda, i} D_j^{\lambda i}(Jv) [\alpha_{jm}^+ Q_{\lambda \mu i}^+]_{JM} + \right. \\ & \left. + \sum_{\lambda_1 i_1 \lambda_2 i_2} F_{j\lambda}^{\lambda_1 i_1 \lambda_2 i_2}(Jv) [\alpha_{jm}^+ [Q_{\lambda_1 \mu_1 i_1}^+ Q_{\lambda_2 \mu_2 i_2}^+]_{\lambda \mu}]_{JM} \right\} \Psi_0. \end{aligned} \quad (14)$$

Строго говоря, фононные операторы не являются идеальными бозонными операторами и при вычислении различных матричных элементов необходимо учитывать их фермионную структуру. При этом следует учитывать и отличие от нуля коммутаторов фононных и квазичастичных операторов. Наряду с коммутационными соотношениями (6) нам в дальнейшем понадобятся и такие:

$$[\alpha_{jm}^+, Q_{\lambda \mu i}] = [Q_{\lambda \mu i}^+, \alpha_{jm}]^+ = \sum_{j_1 m_1} \langle j_1 m_1 | \lambda \mu \rangle \psi_{j_1 j}^{\lambda i} \alpha_{j_1 m_1}. \quad (15)$$

Используя (6) и (15), получаем условие нормировки волновой функции (14) в следующем виде [21]:

$$\begin{aligned}
 & \langle \Psi_v^*(JM) \Psi_v(JM) \rangle = 1 = C_{Jv}^2 \left( 1 + \sum_{\lambda_1 i_1} [D_j^{\lambda_1 i_1}(Jv)]^2 + \right. \\
 & + \sum_{j_1 j_2 \lambda_1 i_1 \lambda_2 i_2} \mathcal{L}_J(j_1 \lambda_1 i_1 | j_2 \lambda_2 i_2) D_{j_1}^{\lambda_1 i_1}(Jv) D_{j_2}^{\lambda_2 i_2}(Jv) + \\
 & + 2 \sum_{\lambda_1 i_1 \lambda_2 i_2 j \lambda} [F_{j \lambda}^{\lambda_1 i_1 \lambda_2 i_2}(Jv)]^2 + \sum_{\substack{\lambda_1 i_1 \lambda_2 i_2 j \lambda \\ \lambda_1' i_1' \lambda_2' i_2'}} F_{j \lambda}^{\lambda_1 i_1 \lambda_2 i_2}(Jv) F_{j \lambda}^{\lambda_1' i_1' \lambda_2' i_2'}(Jv) \times \\
 & \times \mathcal{K}_j^J(\lambda'; \lambda_2' i_2' \lambda_1' i_1' | \lambda_1 i_1 \lambda_2 i_2; \lambda) + \sum_{\substack{\lambda_1 i_1 \lambda_2 i_2 j j' \\ \lambda_1' i_1' \lambda_2' i_2' j j''}} F_{j \lambda}^{\lambda_1 i_1 \lambda_2 i_2}(Jv) F_{j \lambda}^{\lambda_1' i_1' \lambda_2' i_2'}(Jv) \times \\
 & \times \mathcal{M}_{\lambda_1}^J(j' \lambda' \lambda_1' i_1' | \lambda_1 i_1 j \lambda) + \sum_{\substack{\lambda_1 i_1 \lambda_2 i_2 j j' \\ \lambda_2 i_2' \lambda \lambda' j j''}} F_{j \lambda}^{\lambda_2 i_2 \lambda_1 i_1}(Jv) F_{j \lambda}^{\lambda_2' i_2' \lambda_1 i_1}(Jv) \times \\
 & \times \mathcal{M}_{\lambda_1}^J(j' \lambda' \lambda_2' i_2' | \lambda_2 i_2 j \lambda) + \sum_{\substack{\lambda_1 i_1 \lambda_2 i_2 j j' \\ \lambda_1' i_1' \lambda_2' i_2' j j''}} F_{j \lambda}^{\lambda_1 i_1 \lambda_2 i_2}(Jv) F_{j \lambda}^{\lambda_1' i_1' \lambda_2' i_2'}(Jv) \times \\
 & \times [\mathcal{K}_j^J(\lambda'' \lambda_2' i_2' \lambda_3 i_3 | \lambda_1 i_1 \lambda_2 i_2 \lambda) \mathcal{M}_{\lambda_2'}^J(j' \lambda' \lambda_1' i_1' | \lambda_3 i_3 j \lambda'') + \\
 & + \mathcal{K}_j^J(\lambda'' \lambda_3 i_3 \lambda_1' i_1' | \lambda_1 i_1 \lambda_2 i_2 \lambda) \mathcal{M}_{\lambda_1'}^J(j' \lambda' \lambda_2' i_2' | \lambda_3 i_3 j \lambda'')]. \quad (16)
 \end{aligned}$$

Функции  $\mathcal{L}_J$ ,  $\mathcal{M}_{\lambda}^J$  и  $\mathcal{K}_j^J$  представляют собой довольно сложные комбинации фононных амплитуд  $\psi_{ij}^{ij}$ ,  $\varphi_{ij}^{ij}$  с геометрическими множителями. Полные выражения для них даны в [21—24]. Если требование принципа Паули не учитывать, эти функции равны нулю. Как показано в [21—24], они знакопеременны, а диагональные функции  $\mathcal{L}_J$ ,  $\mathcal{M}_{\lambda}^J$  и  $\mathcal{K}_j^J$  максимальны. В качестве примера в табл. 1 приведены

Таблица 1. Значения коэффициентов  $\mathcal{L}_J(j_1 \lambda_1 i_1 | j_2 \lambda_2 i_2)$   
для состояний с  $J^\pi = 1/2^-$  и  $3/2^-$  ядра  $^{59}\text{Ni}$

$J^\pi$	$n_1 l_1 j_1$	$\lambda_1^\pi i_1$	$n_2 l_2 j_2$	$\lambda_2^\pi i_2$	$\mathcal{L}_J(j_1 \lambda_1 i_1   j_2 \lambda_2 i_2)$
$1/2^-$	$1f_{5/2}$	$2_5^+$	$1f_{5/2}$	$2_5^+$	-0,95
	$2p_{3/2}$	$2_1^+$	$2p_{3/2}$	$2_1^+$	-0,67
	$2p_{3/2}$	$2_1^+$	$1p_{3/2}$	$2_1^+$	-0,004
	$2p_{3/2}$	$2_1^+$	$2p_{3/2}$	$2_3^+$	-0,04
	$2p_{3/2}$	$2_1^+$	$1f_{5/2}$	$2_1^+$	0,17
	$2p_{3/2}$	$2_{11}^+$	$1d_{5/2}$	$3_1^-$	-0,05
$3/2^-$	$1f_{7/2}$	$2_{10}^+$	$1f_{7/2}$	$2_{10}^+$	-0,36
	$1f_{7/2}$	$2_1^+$	$2p_{3/2}$	$2_2^+$	-0,13
	$1f_{7/2}$	$2_2^+$	$2p_{1/2}$	$2_2^+$	-0,1
	$1f_{7/2}$	$2_8^+$	$1d_{5/2}$	$3_4^-$	0,01

значения функции  $\mathcal{L}_J$  для состояний  $J^\pi = 1/2^-$  и  $3/2^-$  в  $^{59}\text{Ni}$  [24]. С физической точки зрения максимальность диагональных функций  $\mathcal{L}_J$ ,  $\mathcal{M}_\lambda^J$  и  $\mathcal{K}_J^J$  естественна, так как с наибольшей вероятностью принцип Паули будет нарушен в конфигурациях, построенных из одинаковых квазичастиц. Воспользовавшись этим обстоятельством, мы ограничимся в дальнейших выкладках диагональным приближением. В этом варианте (16) принимает вид:

$$\begin{aligned} \langle \Psi_v^*(JM) \Psi_v(JM) \rangle = 1 = C_{Jv}^2 \Big\{ 1 + \sum_{\lambda, ij} [D_j^{\lambda i}(Jv)]^2 \times \\ \times (1 + \mathcal{L}(Jj\lambda i)) + 2 \sum [F_{j\lambda}^{\lambda_1 i_1 \lambda_2 i_2}(Jv)]^2 \Big[ 1 + \\ + \frac{1}{2} \mathcal{K}^\lambda(\lambda_2 i_2 \lambda_1 i_1 | \lambda_1 i_1 \lambda_2 i_2) \Big] [1 + \mathcal{M}(Jj\lambda i | \lambda_1 i_1 \lambda_2 i_2)] \Big\}. \end{aligned} \quad (17)$$

Диагональные функции  $\mathcal{L}_J(Jj\lambda i)$ ,  $\mathcal{K}^J(\lambda_2 i_2 \lambda_1 i_1 | \lambda_1 i_1 \lambda_2 i_2)$  и  $\mathcal{M}(Jj\lambda | \lambda_1 i_1 \lambda_2 i_2)$  имеют вид:

$$\mathcal{L}(Jj\lambda i) = \sum_{j_1} (2\lambda + 1) \left\{ \begin{matrix} j & j_1 & \lambda \\ j & J & \lambda \end{matrix} \right\} (\psi_{j_1 j}^{\lambda i})^2; \quad (18)$$

$$\begin{aligned} \mathcal{K}^J(\lambda_2 i_2 \lambda_1 i_1 | \lambda_1 i_1 \lambda_2 i_2) = \sum_{j_1 j_2 j_3 j_4} (-)^{j_2 + j_4 - J} \times \\ \times (2\lambda_1 + 1) (2\lambda_2 + 1) \left\{ \begin{matrix} j_1 & j_2 & \lambda_2 \\ j_4 & j_3 & \lambda_1 \\ \lambda_1 & \lambda_2 & J \end{matrix} \right\} [\psi_{j_3 j_4}^{\lambda_1 i_1} \psi_{j_1 j_4}^{\lambda_1 i_1} \times \\ \times \psi_{j_3 j_2}^{\lambda_2 i_2} \psi_{j_1 j_2}^{\lambda_2 i_2} - \psi_{j_3 j_4}^{\lambda_1 i_1} \psi_{j_1 j_4}^{\lambda_1 i_1} \psi_{j_3 j_2}^{\lambda_2 i_2} \psi_{j_1 j_2}^{\lambda_2 i_2}]; \end{aligned} \quad (19)$$

$$\begin{aligned} \mathcal{M}(Jj\lambda | \lambda_1 i_1 \lambda_2 i_2) = -(2\lambda + 1) \sum_{j_3} \left[ \left\{ \begin{matrix} J & \lambda & j \\ \lambda & \lambda_2 & \lambda_1 \\ j & \lambda_1 & j_3 \end{matrix} \right\} \times \right. \\ \left. \times (2\lambda_1 + 1) (\psi_{jj_3}^{i_1 \lambda_1})^2 + \left\{ \begin{matrix} J & \lambda & j \\ \lambda & \lambda_1 & \lambda_2 \\ j & \lambda_2 & j_3 \end{matrix} \right\} (2\lambda_2 + 1) (\psi_{jj_3}^{\lambda_2 i_2})^2 \right]. \end{aligned} \quad (20)$$

Для конфигураций квазичастица + фонон, строго запрещенных принципом Паули,  $\mathcal{L}(Jj\lambda i) = -1$ , и они автоматически исключаются из нормировки и последующих выражений [24]. Если нарушение принципа Паули имеет место в двухфононных компонентах, то  $\mathcal{K}^\lambda = -2$ , и такие компоненты также исключаются [22, 23]. И наконец, если в компоненте квазичастица + два фонона нарушаются принцип Паули между квазичастицей и одним из фононов, то  $\mathcal{M} = -1$  и такая компонента исчезает из волновой функции (14). Таким образом, учет строгих коммутационных соотношений между фононными и квазичастическими операторами гарантирует выполнение принципа Паули.

Вычислим среднее значение  $H'$  (13) по волновым функциям (14) и в результате получим:

$$\begin{aligned}
 & \langle \Psi_v^*(JM) H' \Psi_v(JM) \rangle = C_{Jv}^2 \left\{ e_J + \sum_{\lambda i j} [D_j^{\lambda i}(Jv)]^2 (e_j + \omega_{\lambda i}) + \right. \\
 & + \frac{1}{2} \sum_{\substack{\lambda_1 i_1 j_1 \\ \lambda_2 i_2 j_2}} D_{j_1}^{\lambda_1 i_1}(Jv) D_{j_2}^{\lambda_2 i_2}(Jv) [\mathcal{L}_J(j_1 \lambda_1 i_1 | j_2 \lambda_2 i_2) \times \\
 & \times (e_{j_1 j_2} + \omega_{\lambda_1 i_1} + \omega_{\lambda_2 i_2}) - R_J(j_1 \lambda_1 i_1 | j_2 \lambda_2 i_2)] - \\
 & - V\sqrt{2} \sum_{\lambda i j} D_j^{\lambda i}(Jv) \left[ \Gamma(J j \lambda i) + \sum_{\lambda' j' i'} \Gamma(J j' \lambda' i') \times \right. \\
 & \times \mathcal{L}_J(j \lambda i | j' \lambda' i') \left. \right] + 2 \sum_{\lambda_1 i_1 \lambda_2 i_2 j J_1} \left\{ \left[ F_{j J_1}^{\lambda_1 i_1 \lambda_2 i_2}(Jv) \right]^2 \times \right. \\
 & \times (e_j + \omega_{\lambda_1 i_1} + \omega_{\lambda_2 i_2}) + \sum_{\lambda'_1 i'_1 \lambda'_2 i'_2 j' J'_1} F_{j' J'_1}^{\lambda'_1 i'_1 \lambda'_2 i'_2}(Jv) \times \\
 & \times F_{j' J'_1}^{\lambda'_1 i'_1 \lambda'_2 i'_2}(Jv) \left[ \frac{1}{2} \mathcal{K}_j^J(J'_1 \lambda'_2 i'_2 \lambda'_1 i'_1 | \lambda_1 i_1 \lambda_2 i_2 J_1) \delta_{jj'} + \right. \\
 & + \mathcal{M}_{\lambda_2}^J(j' J'_1 \lambda'_1 i'_1 | \lambda_1 i_1 j J_1) \delta_{\lambda_2 \lambda'_2} \delta_{i_2 i'_2} + \\
 & + \frac{1}{2} \sum_{J' \lambda_3 i_3} \mathcal{K}_j^J(J' \lambda'_2 i'_2 \lambda_3 i_3 | \lambda_1 i_1 \lambda_2 i_2 J_1) \times \\
 & \times \mathcal{M}_{\lambda'_2}^J(j' J'_1 \lambda'_1 i'_1 | \lambda_3 i_3 j J') \left. \right] (e_j + \omega_{\lambda_1 i_1} + \omega_{\lambda_3 i_3}) + \\
 & + S_J(j' J'_1 \lambda'_2 i'_2 \lambda'_1 i'_1 | \lambda_1 i_1 \lambda_2 i_2 j J_1) \left. \right\} + 2 \sum_{\substack{j j' \lambda \lambda' i' i'' \\ \lambda_1 i_1 \lambda_2 i_2}} D_j^{\lambda i}(Jv) F_{j' \lambda' i' i''}^{\lambda_1 i_1 \lambda_2 i_2}(Jv) \times \\
 & \times [\delta_{jj'} \delta_{\lambda \lambda'} \delta_{i i''} + \mathcal{L}_J(j' \lambda' i' | j \lambda i)] \times \\
 & \times \left[ U_{\lambda_1 i_1}^{\lambda_2 i_2}(\lambda' i') + \frac{1}{2} U_{\lambda_1 i_1}^{\lambda_2 i_2}(\lambda' i') \mathcal{K}_j^J(\lambda' \lambda'_2 i'_2 \lambda'_1 i'_1 | \lambda_1 i_1 \lambda_2 i_2 \lambda) \right] + \\
 & + 2 V\sqrt{2} \sum_{\substack{\lambda i j \lambda_1 i_1 \lambda_2 i_2 \\ \lambda' i j' \lambda'_1 i'_1 \lambda'_2 i'_2}} \sum_{\substack{\lambda s j s \\ \lambda' s j' \lambda'_1 i'_1 \lambda'_2 i'_2}} D_j^{\lambda i}(Jv) F_{j' \lambda' i' i''}^{\lambda_1 i_1 \lambda_2 i_2}(Jv) \times \\
 & \times [(2j_3 + 1)(2\lambda_3 + 1)]^{1/2} (-)^{j' + \lambda'_1 + \lambda'_2 - J} \left\{ \begin{matrix} \lambda'_1 & \lambda'_2 & \lambda_3 \\ J & j' & j_3 \end{matrix} \right\} \times \\
 & \times \left[ \delta_{i'_1 i_1} \delta_{j s j} \delta_{\lambda_2 \lambda} \delta_{i_2 i} \delta_{\lambda'_1 \lambda_1} \delta_{\lambda'_2 \lambda_2} \delta_{i'_2 i_2} \delta_{\lambda s \lambda'} \left( \Gamma(j_3 j' \lambda'_1 i'_1) + \right. \right. \\
 & + \sum_{j'_3 \lambda'_3 i'_3} \Gamma(j j'_3 \lambda'_3 i'_3) \mathcal{L}_J(j'_3 \lambda'_3 i'_3 | j' \lambda_1 i_1) \left. \right) + \Gamma(j_3 j' \lambda'_1 i'_1) (\delta_{\lambda'_1 \lambda_1} \delta_{i'_1 i_1} \delta_{\lambda'_2 \lambda_2} \delta_{i'_2 i_2} \delta_{\lambda s \lambda'} \times
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& \times \mathcal{L}_J(j_3 \lambda_2 i_2 | j \lambda i) + \frac{1}{2} \mathcal{K}_{j'}^J (\lambda_3 \lambda i \lambda'_1 i'_1 | \lambda_1 i_1 \lambda_2 i_2 \lambda') \times \\
& \quad \times (\delta_{jj_3} \delta_{\lambda'_2 \lambda} \delta_{i'_2 i} + \mathcal{L}_J(j_3 \lambda'_2 i'_2 | j \lambda i)) \Big) + \\
& + \frac{1}{2} \sum_{j'_3 i'_3 i'_3} \Gamma(j j'_3 \lambda'_3 i'_3) \mathcal{K}_{j'}^J (\lambda_3 \lambda i \lambda'_3 i'_3 | \lambda_1 i_1 \lambda_2 i_2) \times \\
& \quad \times \mathcal{L}_J(j'_3 \lambda'_1 i'_1 | j' \lambda_1 i_1) \delta_{\lambda'_2 \lambda_2} \delta_{i'_2 i_2} \delta_{j_3 j} \Big] \Big\}. \tag{21}
\end{aligned}$$

Здесь введены следующие обозначения:

$$\Gamma(J j \lambda i) = \sqrt{\frac{2\lambda+1}{2J+1}} \frac{f_{Jj}^{(\lambda)} v_{jj}^{(-)}}{\sqrt{y_\tau^{\lambda i}}}; \tag{22}$$

$$\begin{aligned}
R_J(j_1 \lambda_1 i_1 | j_2 \lambda_2 i_2) &= \sum_i^\tau [X^\tau(\lambda_2 i_2 \lambda_2 i') \mathcal{L}_J(j_1 \lambda_1 i_1 | j_2 \lambda_2 i') + \\
& + X^\tau(\lambda_1 i_1 \lambda_1 i') \mathcal{L}_J(j_2 \lambda_2 i_2 | j_1 \lambda_1 i') + \sum_{j_3 i_3 i} X^\tau(\lambda i \lambda i') [\mathcal{L}_J(j_1 \lambda_1 i_1 | j_3 \lambda i) \times \\
& \times \mathcal{L}_J(j_2 \lambda_2 i_2 | j_3 \lambda i') + \mathcal{L}_J(j_2 \lambda_2 i_2 | j_3 \lambda i) \mathcal{L}_J(j_1 \lambda_1 i_1 | j_3 \lambda i')]]; \tag{23}
\end{aligned}$$

$$X^\tau(\lambda_1 i_1 \lambda_2 i_2) = \frac{1}{4} \frac{X^{\lambda_1 i_1}(\tau) + X^{\lambda_2 i_2}(\tau)}{\sqrt{y_\tau^{\lambda_1 i_1} y_\tau^{\lambda_2 i_2}}};$$

$$\begin{aligned}
S_J(j' J'_1 \lambda'_2 i'_2 \lambda'_1 i'_1 | \lambda_1 i_1 \lambda_2 i_2 j J_4) &= \frac{1}{2} \sum_{J' \lambda_1 i_1 i'}^\tau \left\{ [\mathcal{M}_{\lambda_2}^J(j' J'_1 \lambda'_1 i'_1 | \lambda i j J') + \right. \\
& + \delta_{jj'} \delta_{\lambda \lambda'_1} \delta_{i_1 i'_1} \delta_{J' J'_1}] \left[ X^\tau(\lambda i \lambda i') \mathcal{K}_{j'}^J (J' \lambda'_2 i'_2 \lambda i' | \lambda_1 i_1 \lambda_2 i_2 J_4) + \right. \\
& \quad \left. + X^\tau(\lambda'_2 i'_2 \lambda_2 i_2) \mathcal{K}_{j'}^J (J' \lambda'_1 i'_1 \lambda i | \lambda_1 i_1 \lambda_2 i_2 J_4) + \right. \\
& + \sum_{J_2 \lambda_3 i_3 \lambda_4 i_4} X^\tau(\lambda_3 i_3 \lambda_3 i') \mathcal{K}_{j'}^J (J_2 \lambda_4 i_4 \lambda_3 i' | \lambda_1 i_1 \lambda_2 i_2 J_4) \times \\
& \times \mathcal{K}_{j'}^J (J' \lambda'_2 i'_2 \lambda i | \lambda_3 i_3 \lambda_4 i_4 J_2)] - \sum_{J_2 j_3 \lambda_3 i_3} X^\tau(\lambda i \lambda i') \mathcal{M}_{\lambda_2}^J(j J_1 \lambda_1 i_1 | \lambda i' j_3 J') \times \\
& \times \left[ \mathcal{M}_{\lambda_2}^J(j_3 J' \lambda i | \lambda_3 i_3 j' J_2) (\delta_{\lambda \lambda'_1} \delta_{i_1 i'_1} \delta_{\lambda_2 \lambda'_2} \delta_{i_2 i'_2} \delta_{J'_1 J_2} + \right. \\
& \quad \left. + \frac{1}{2} \mathcal{K}_{j'}^J (J'_1 \lambda'_2 i'_2 \lambda'_1 i'_1 | \lambda_3 i_3 \lambda_2 i_2 J_2)) + (-)^{J' + J_2 + \lambda_2 + \lambda_3} \times \right. \\
& \quad \times \mathcal{M}_{\lambda_2}^J(j_3 J' \lambda_2 i_2 | \lambda_3 i_3 j' J_2) \left( \delta_{\lambda \lambda'_1} \delta_{i_1 i'_1} \delta_{\lambda_2 \lambda'_2} \delta_{i_2 i'_2} \delta_{J'_1 J_2} + \right. \\
& \quad \left. + \frac{1}{2} \mathcal{K}_{j'}^J (J'_1 \lambda'_2 i'_2 \lambda'_1 i'_1 | \lambda i \lambda_3 i_3 J_2) \right) \Big] - 2 \left( \delta_{\lambda \lambda'_1} \delta_{i_1 i'_1} \delta_{\lambda_2 \lambda'_2} \delta_{i_2 i'_2} \delta_{J'_1 J_2} + \right. \\
& \quad \left. + \frac{1}{2} \mathcal{K}_{j'}^J (J'_1 \lambda'_2 i'_2 \lambda'_1 i'_1 | \lambda i \lambda_2 i_2 J') \right) X^\tau(\lambda i \lambda i') \mathcal{M}_{\lambda_2}^J(j J_1 \lambda_1 i_1 | \lambda i' j' J') \Big\}; \tag{24}
\end{aligned}$$

$$U_{\lambda_1 i_1}^{\lambda_1 i_1}(\lambda i) = \langle |Q_{\lambda \mu i} (H_{M \nu q}^{ph} + H_{S M \nu q}^{ph}) [Q_{\lambda_1 \mu_1 i_1}^+ Q_{\lambda_2 \mu_2 i_2}^+]_{\lambda \mu}| \rangle =$$

$$\begin{aligned}
&= (-)^{\lambda_1 + \lambda_2 - \lambda} \frac{1}{V^2} [(2\lambda_1 + 1)(2\lambda_2 + 1)]^{1/2} \sum_{j_1 j_2 j_3}^{\tau} \left[ \frac{f_{j_1 j_2}^{\lambda} v_{j_1 j_2}^{(\mp)}}{V \mathcal{Y}_{\tau}^{\lambda i}} \begin{Bmatrix} \lambda_1 & \lambda_2 & \lambda \\ j_1 & j_2 & j_3 \end{Bmatrix} \times \right. \\
&\times (\psi_{j_3 j_1}^{\lambda_1 i_1} \psi_{j_2 j_3}^{\lambda_2 i_2} + (-)^{b_\lambda} \psi_{j_2 j_3}^{\lambda_2 i_2} \psi_{j_3 j_1}^{\lambda_1 i_1}) + \frac{f_{j_1 j_2}^{\lambda} v_{j_1 j_2}^{(\mp)}}{V \mathcal{Y}_{\tau}^{\lambda_1 i_1}} \begin{Bmatrix} \lambda_1 & \lambda_2 & \lambda \\ j_3 & j_2 & j_1 \end{Bmatrix} (\psi_{j_2 j_3}^{\lambda i} \psi_{j_3 j_1}^{\lambda_2 i_2} + \\
&+ (-)^{b_\lambda} \psi_{j_2 j_3}^{\lambda i} \psi_{j_3 j_1}^{\lambda_2 i_2}) + \frac{f_{j_1 j_2}^{\lambda_2} v_{j_1 j_2}^{(\mp)}}{V \mathcal{Y}_{\tau}^{\lambda_2 i_2}} \times \\
&\times \begin{Bmatrix} \lambda_1 & \lambda_2 & \lambda \\ j_1 & j_3 & j_2 \end{Bmatrix} (\psi_{j_3 j_1}^{\lambda_1 i_1} \psi_{j_2 j_3}^{\lambda_2 i_2} + (-)^{b_\lambda} \psi_{j_3 j_1}^{\lambda_1 i_1} \psi_{j_2 j_3}^{\lambda_2 i_2}) \Big], \quad (25)
\end{aligned}$$

где  $v_{j_1 j_2}^{(\mp)}$  появляется в сочетании с мультипольными матричными элементами  $f_{j_1 j_2}^{\lambda i}$ , а  $v_{j_1 j_2}^{(\pm)}$  — со спин-мультипольными; числа  $b_\lambda$  и  $b_h$  принимают значение 0 в случае мультипольных матричных элементов  $f_{j_1 j_2}^{\lambda i}$  и 1 в случае спин-мультипольных. В диагональном приближении для функций  $\mathcal{L}_J$ ,  $\mathcal{K}_J^J$  и  $\mathcal{M}_\lambda^J$  [см. выражения (18) — (20)] среднее значение гамильтониана имеет более простой вид:

$$\begin{aligned}
&\langle \Psi_v^*(JM) H' \Psi_v(JM) \rangle = \\
&= C_{Jv}^2 \left\{ \epsilon_J + \sum_{\lambda i j} [(D_j^{\lambda i}(Jv))^2 (\epsilon_j + \omega_{\lambda i} - R(Jj\lambda i)) - V\bar{2} D_j^{\lambda i}(Jv) \Gamma_l(Jj\lambda i)] \times \right. \\
&\times [1 + \mathcal{L}(Jj\lambda i)] + 2 \sum_{\lambda_1 i_1 \lambda_2 i_2 j \lambda} [F_{j\lambda}^{\lambda_1 i_1 \lambda_2 i_2}(Jv)]^2 \times \\
&\times (\epsilon_j + \omega_{\lambda_1 i_1} + \omega_{\lambda_2 i_2} + S(Jj\lambda | \lambda_1 i_1 \lambda_2 i_2)) \times \\
&\times \left[ 1 + \frac{1}{2} \mathcal{K}^\lambda (\lambda_2 i_2 \lambda_1 i_1 | \lambda_1 i_1 \lambda_2 i_2) \right] [1 + \mathcal{M}(Jj\lambda | \lambda_1 i_1 \lambda_2 i_2)] + \\
&+ 2 \sum_{\substack{\lambda_1 i_1 \lambda_2 i_2 \\ \lambda i j}} D_j^{\lambda i}(Jv) F_{j\lambda}^{\lambda_1 i_1 \lambda_2 i_2}(Jv) U_{\lambda_1 i_1}^{\lambda_2 i_2}(\lambda i) \times \\
&\times \left[ 1 + \frac{1}{2} \mathcal{K}^\lambda (\lambda_2 i_2 \lambda_1 i_1 | \lambda_1 i_1 \lambda_2 i_2) \right] [1 + \mathcal{L}(Jj\lambda i)] - \\
&- 2V\bar{2} \sum_{\substack{\lambda i \lambda_1 i_1 \\ jj' \lambda'}} D_j^{\lambda i}(Jv) F_{j'\lambda'}^{\lambda_1 i_1 \lambda i}(Jv) [(2j+1)(2\lambda'+1)]^{1/2} (-)^{j'+\lambda_1+\lambda+J} \times \\
&\times \begin{Bmatrix} \lambda_1 & \lambda & \lambda' \\ J & j' & j \end{Bmatrix} \Gamma(jj'\lambda_1 i_1) \left[ 1 + \frac{1}{2} \mathcal{K}^{\lambda'} (\lambda i \lambda_1 i_1 | \lambda_1 i_1 \lambda i) \right] \times \\
&\times [1 + \mathcal{L}(Jj'\lambda_1 i_1) + \mathcal{L}(Jj\lambda i)] \Big\}; \quad (26)
\end{aligned}$$

$$\left. \begin{aligned}
R(Jj_1 \lambda_1 i_1) &= \frac{R_J(j_1 \lambda_1 i_1 | j_1 \lambda_1 i_1)}{1 + \mathcal{L}(Jj_1 \lambda_1 i_1)}; \\
S(Jj \lambda | \lambda_1 i_1 \lambda_2 i_2) &= \\
&= \frac{S(j \lambda \lambda_2 i_2 \lambda_1 i_1 | \lambda_1 i_1 \lambda_2 i_2 \lambda)}{\left[ 1 + \frac{1}{2} \mathcal{K}^\lambda (\lambda_2 i_2 \lambda_1 i_1 | \lambda_1 i_1 \lambda_2 i_2) \right] [1 + \mathcal{M}(Jj\lambda | \lambda_1 i_1 \lambda_2 i_2)]}. \quad (27)
\end{aligned} \right\}$$

Как видно из (26), состояния, запрещенные принципом Паули, не дают вклад в среднее значение гамильтониана.

Воспользуемся вариационным принципом

$$\delta \{ \langle \Psi_v^*(JM) H' \Psi_v(JM) \rangle - \eta_{Jv} [\langle \Psi_v^*(JM) \Psi_v(JM) \rangle - 1] \} = 0 \quad (28)$$

и получим систему трех уравнений:

$$\begin{aligned} & \left\{ \varepsilon_J - \eta_{Jv} + \sum_{\lambda i j} [(D_j^{\lambda i}(Jv))^2 (\varepsilon_J + \omega_{\lambda i} - R(Jj\lambda i) - \eta_{Jv}) - \right. \\ & \quad \left. - \sqrt{2} D_j^{\lambda i}(Jv) \Gamma(Jj\lambda i)] [1 + \mathcal{L}(Jj\lambda i)] + \right. \\ & + 2 \sum_{\lambda_1 i_1 \lambda_2 i_2} [F_{j\lambda}^{\lambda_1 i_1 \lambda_2 i_2}(Jv)]^2 [\varepsilon_J + \omega_{\lambda_1 i_1} + \omega_{\lambda_2 i_2} + S(Jj\lambda | \lambda_1 i_1 \lambda_2 i_2) - \eta_{Jv}] \times \\ & \quad \times \left[ 1 + \frac{1}{2} \mathcal{K}^\lambda(\lambda_2 i_2 \lambda_1 i_1 | \lambda_1 i_1 \lambda_2 i_2) \right] [1 + \mathcal{M}(Jj\lambda | \lambda_1 i_1 \lambda_2 i_2)] + \\ & \quad + 2 \sum_{\lambda i j \lambda_1 i_1 \lambda_2 i_2} D_j^{\lambda i}(Jv) F_{j\lambda}^{\lambda_1 i_1 \lambda_2 i_2}(Jv) \times \\ & \quad \times U_{\lambda_1 i_1}^{\lambda_2 i_2}(\lambda i) \left[ 1 + \frac{1}{2} \mathcal{K}^\lambda(\lambda_2 i_2 \lambda_1 i_1 | \lambda_1 i_1 \lambda_2 i_2) \right] [1 + \mathcal{L}(Jj\lambda i)] - \\ & - 2 \sqrt{2} \sum_{\lambda i j j' \lambda' \lambda_1 i_1} D_j^{\lambda i}(Jv) F_{j'\lambda'}^{\lambda_1 i_1 \lambda_2 i_2}(Jv) (-)^{j'+\lambda_1+\lambda+J} [(2j+1)(2\lambda'+1)]^{1/2} \times \\ & \quad \times \left\{ \begin{matrix} \lambda_1 & \lambda & \lambda' \\ J & j' & j \end{matrix} \right\} \Gamma(jj'\lambda_1 i_1) \left[ 1 + \frac{1}{2} \mathcal{K}^{\lambda'}(\lambda i \lambda_1 i_1 | \lambda_1 i_1 \lambda i) \right] \times \\ & \quad \times [1 + \mathcal{L}(Jj'\lambda_1 i_1) + \mathcal{L}(Jj\lambda i)] \} = 0; \end{aligned} \quad (29)$$

$$\begin{aligned} & D_j^{\lambda i}(Jv) \left[ \varepsilon_J + \omega_{\lambda i} - R(Jj\lambda i) - \eta_{Jv} - \frac{1}{\sqrt{2}} \Gamma(Jj\lambda i) \right] [1 + \mathcal{L}(Jj\lambda i)] + \\ & + \sum_{\lambda_1 i_1 \lambda_2 i_2} F_{j\lambda}^{\lambda_1 i_1 \lambda_2 i_2}(Jv) U_{\lambda_1 i_1}^{\lambda_2 i_2}(\lambda i) \left[ 1 + \frac{1}{2} \mathcal{K}^\lambda(\lambda_2 i_2 \lambda_1 i_1 | \lambda_1 i_1 \lambda_2 i_2) \right] \times \\ & \quad \times [1 + \mathcal{L}(Jj\lambda i)] - \sqrt{2} \sum_{\lambda' j' \lambda_1 i_1} F_{j'\lambda'}^{\lambda_1 i_1 \lambda i}(Jv) [(2j+1)(2\lambda'+1)]^{1/2} \times \\ & \quad \times (-)^{j'+\lambda_1+\lambda+J} \Gamma(jj'\lambda_1 i_1) \left\{ \begin{matrix} \lambda_1 & \lambda & \lambda' \\ J & j' & j \end{matrix} \right\} \left[ 1 + \frac{1}{2} \mathcal{K}^{\lambda'}(\lambda i \lambda_1 i_1 | \lambda_1 i_1 \lambda i) \right] \times \\ & \quad \times [1 + \mathcal{L}(Jj'\lambda_1 i_1) + \mathcal{L}(Jj\lambda i)] = 0; \end{aligned} \quad (30)$$

$$F_{j\lambda}^{\lambda_1 i_1 \lambda_2 i_2}(Jv) [\varepsilon_J + \omega_{\lambda_1 i_1} + \omega_{\lambda_2 i_2} + S(Jj\lambda | \lambda_1 i_1 \lambda_2 i_2) - \eta_{Jv}] \times$$

$$\times \left[ 1 + \frac{1}{2} \mathcal{K}^\lambda(\lambda_2 i_2 \lambda_1 i_1 | \lambda_1 i_1 \lambda_2 i_2) \right] [1 + \mathcal{M}(Jj\lambda | \lambda_1 i_1 \lambda_2 i_2)] +$$

$$+ \frac{1}{2} \sum_i D_j^{\lambda i}(Jv) U_{\lambda_1 i_1}^{\lambda_2 i_2}(\lambda i) \left[ 1 + \frac{1}{2} \mathcal{K}^\lambda(\lambda_2 i_2 \lambda_1 i_1 | \lambda_1 i_1 \lambda_2 i_2) \right] \times$$

$$\begin{aligned}
& \times [1 + \mathcal{L}(Jj\lambda_i)] - \frac{1}{2\sqrt{2}} \sum_{j_2} \left[ D_{j_2}^{\lambda_2 i_2} (Jv) \Gamma(j_2 j \lambda_1 i_1) \times \right. \\
& \times [(2j_2 + 1)(2\lambda + 1)]^{1/2} (-)^{j+\lambda_1+\lambda_2+J} \left\{ \begin{matrix} \lambda_1 & \lambda_2 & \lambda \\ J & j & j_2 \end{matrix} \right\} \times \\
& \times \left[ 1 + \frac{1}{2} \mathcal{K}^\lambda (\lambda_2 i_2 \lambda_1 i_1 | \lambda_1 i_1 \lambda_2 i_2) \right] [1 + \mathcal{L}(Jj\lambda_1 i_1) + \mathcal{L}(Jj_2 \lambda_2 i_2)] + \\
& + D_{j_2}^{\lambda_2 i_1} (Jv) \Gamma(j_2 j \lambda_2 i_2) [(2j_2 + 1)(2\lambda + 1)]^{1/2} \times \\
& \times (-)^{j+J-\lambda} \left\{ \begin{matrix} \lambda_2 & \lambda_1 & \lambda \\ J & j & j_2 \end{matrix} \right\} \left[ 1 + \frac{1}{2} \mathcal{K}^\lambda (\lambda_2 i_2 \lambda_1 i_1 | \lambda_1 i_1 \lambda_2 i_2) \right] \times \\
& \left. \times [1 + \mathcal{L}(Jj\lambda_2 i_2) + \mathcal{L}(Jj_2 \lambda_1 i_1)] \right] = 0. \quad (31)
\end{aligned}$$

Подставляя выражение для  $F_{j\lambda}^{\lambda_1 i_1 \lambda_2 i_2} (Jv)$  из уравнения (31) в уравнения (29), (30), получаем основную систему уравнений КФМ для нечетных сферических ядер:

$$\mathcal{F}(\eta_{Jv}) \equiv \varepsilon_J - \eta_{Jv} - \frac{1}{\sqrt{2}} \sum_{\lambda i j} D_j^{\lambda i} (Jv) \Gamma(Jj\lambda_i) [1 + \mathcal{L}(Jj\lambda_i)] = 0; \quad (32)$$

$$\begin{aligned}
& D_{j_1}^{\lambda_1 i_1} (Jv) [\varepsilon_{j_1} + \omega_{\lambda_1 i_1} - R(Jj_1 \lambda_1 i_1) - \eta_{Jv}] [1 + \mathcal{L}(Jj_1 \lambda_1 i_1)] - \\
& (2\lambda_3 + 1) [(2j_1 + 1)(2j_3 + 1)]^{1/2} \left\{ \begin{matrix} \lambda_1 & \lambda_2 & \lambda_3 \\ j_2 & J & j_1 \end{matrix} \right\} \Gamma(j_1 j_2 \lambda_2 i_2) \rightarrow \times \\
& - \frac{1}{2} \sum_{\lambda_2 i_2 j_2 \lambda_3 i_3} \frac{- \rightarrow \times \left[ 1 + \frac{1}{2} \mathcal{K}^{\lambda_3} (\lambda_1 i_1 \lambda_2 i_2 | \lambda_2 i_2 \lambda_1 i_1) \right]}{[\varepsilon_{j_2} + \omega_{\lambda_1 i_1} + \omega_{\lambda_2 i_2} + S(Jj_2 \lambda_3 | \lambda_2 i_2 \lambda_1 i_1) - \eta_{Jv}] \rightarrow \times} \times \\
& \rightarrow \times [1 + \mathcal{M}(Jj_2 \lambda_3 | \lambda_3 i_3 \lambda_1 i_1)] \\
& \times [1 + \mathcal{L}(Jj_2 \lambda_2 i_2) + \mathcal{L}(Jj_1 \lambda_1 i_1)] \left\{ D_{j_3}^{\lambda_1 i_1} (Jv) \Gamma(j_3 j_2 \lambda_2 i_2) \left\{ \begin{matrix} \lambda_1 & \lambda_2 & \lambda_3 \\ j_1 & J & j_3 \end{matrix} \right\} \times \right. \\
& \times [1 + \mathcal{L}(Jj_2 \lambda_2 i_2) + \mathcal{L}(Jj_3 \lambda_1 i_1)] + D_{j_3}^{\lambda_2 i_2} (Jv) \Gamma(j_3 j_2 \lambda_1 i_1) (-)^{\lambda_1 + \lambda_2 - \lambda_3} \times \\
& \times \left. \left\{ \begin{matrix} \lambda_1 & \lambda_2 & \lambda_3 \\ J & j_2 & j_3 \end{matrix} \right\} [1 + \mathcal{L}(Jj_2 \lambda_1 i_1) + \mathcal{L}(Jj_3 \lambda_2 i_2)] \right\} - \\
& - \frac{1}{2} \sum_{\lambda_2 i_2 \lambda_3 i_3 i_1'} \frac{D_{j_1}^{\lambda_1 i_1'} (Jv) U_{\lambda_2 i_2}^{\lambda_3 i_3} (\lambda_1 i_1) U_{\lambda_2 i_2}^{\lambda_3 i_3} (\lambda_1 i_1') \left[ 1 + \frac{1}{2} \mathcal{K}^{\lambda_1} (\lambda_3 i_3 \lambda_2 i_2 | \lambda_2 i_2 \lambda_3 i_3) \right]}{[\varepsilon_{j_1} + \omega_{\lambda_2 i_2} + \omega_{\lambda_3 i_3} + S(Jj_1 \lambda_1 | \lambda_2 i_2 \lambda_3 i_3) - \eta_{Jv}] \rightarrow \times} \times \\
& \rightarrow \times [1 + \mathcal{M}(Jj_1 \lambda_1 | \lambda_2 i_2 \lambda_3 i_3)] \\
& \times [1 + \mathcal{L}(Jj_1 \lambda_1 i_1')] [1 + \mathcal{L}(Jj_1 \lambda_1 i_1)] + \\
& + \frac{1}{\sqrt{2}} \sum_{\lambda_2 i_2 \lambda_3 i_3 j_3} D_{j_3}^{\lambda_2 i_2} (Jv) \Gamma(j_3 j_1 \lambda_2 i_2) \sqrt{(2j_3 + 1)} (-)^{j_1 + \lambda_1 + J} \left\{ \begin{matrix} \lambda_1 & \lambda_2 & \lambda_3 \\ j_3 & J & j_1 \end{matrix} \right\} \times \\
& \times \left\{ \frac{\sqrt{(2\lambda_1 + 1)} U_{\lambda_3 i_3}^{\lambda_2 i_2} (\lambda_1 i_1) \left[ 1 + \frac{1}{2} \mathcal{K}^{\lambda_1} (\lambda_3 i_3 \lambda_2 i_2 | \lambda_2 i_2 \lambda_3 i_3) \right]}{[\varepsilon_{j_1} + \omega_{\lambda_2 i_2} + \omega_{\lambda_3 i_3} + S(Jj_1 \lambda_1 | \lambda_2 i_2 \lambda_3 i_3) - \eta_{Jv}]} \times \right.
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& \times [1 + \mathcal{M}(Jj_1\lambda_1 | \lambda_2 i_2 \lambda_3 i_3)]^{-1} [1 + \mathcal{L}(Jj_1\lambda_1 i_1)] [1 + \mathcal{L}(Jj_1\lambda_2 i_2) + \mathcal{L}(Jj_3\lambda_3 i_3)] + \\
& + \frac{\sqrt{(2\lambda_3 + 1)} U_{\lambda_2 i_2}^{\lambda_1 i_1}(\lambda_3 i_3) \left[ 1 + \frac{1}{2} \mathcal{K}^{\lambda_3}(\lambda_1 i_1 \lambda_2 i_2 | \lambda_2 i_2 \lambda_1 i_1) \right] [1 + \mathcal{L}(Jj_3 \lambda_3 i_3)]}{[\varepsilon_{j_3} + \omega_{\lambda_1 i_1} + \omega_{\lambda_2 i_2} + S(Jj_3 \lambda_3 | \lambda_2 i_2 \lambda_1 i_1) - \eta_{Jv}] [1 + \mathcal{M}(Jj_3 \lambda_3 | \lambda_2 i_2 \lambda_1 i_1)]} \times \\
& \times [1 + \mathcal{L}(Jj_3 \lambda_2 i_2) + \mathcal{L}(Jj_1 \lambda_1 i_1)] \Big\} = \frac{1}{\sqrt{2}} \Gamma(Jj_1 \lambda_1 i_1) [1 + \mathcal{L}(Jj_1 \lambda_1 i_1)]. \tag{33}
\end{aligned}$$

Найдя коэффициенты из системы уравнений (33) и подставив их в (32), можно определить энергию состояний  $\Psi_v(JM)$ . Отметим, что уравнение (32) не меняет своего вида и при учете более сложных конфигураций в волновой функции (14). Оно представляет собой не что иное, как матричную форму уравнения Дайсона для КФМ. Используя (21), можно вывести аналогичную систему уравнений и в не-диагональном приближении. Если мы предположим, что нечетная квазичастица слабо влияет на структуру фононных возбуждений четно-четного остова и пренебрежем поправками, обусловленными принципом Паули, тогда функции  $\mathcal{L}(Jj\lambda i)$ ,  $\mathcal{K}^\lambda(\lambda_1 i_1 \lambda_2 i_2 | \lambda_2 i_2 \lambda_1 i_1)$ ,  $\mathcal{M}(Jj_1 \lambda_1 | \lambda_2 i_2 \lambda_3 i_3)$  обратятся в нуль. В этом случае мы приходим к следующей системе уравнений:

$$\mathcal{F}(\eta_{Jv}) \equiv \varepsilon_J - \eta_{Jv} - \frac{1}{\sqrt{2}} \sum_{\lambda i j} \Gamma(Jj\lambda i) D_j^{\lambda i}(Jv) = 0; \tag{34}$$

$$\begin{aligned}
& \sum_{\lambda i j} D_j^{\lambda i}(Jv) \left[ \left( \varepsilon_j + \omega_{\lambda i} - \eta_{Jv} - \frac{1}{2} \sum_{\lambda_2 i_2 j_2} \frac{\Gamma^2(jj_2 \lambda_2 i_2)}{\varepsilon_{j_2} + \omega_{\lambda i} + \omega_{\lambda_2 i_2} - \eta_{Jv}} \right) \delta_{\lambda \lambda_1} \delta_{i i_1} \delta_{j j_1} - \right. \\
& - \sum_{j_3} \frac{\Gamma(j_3 j_1 \lambda i) \Gamma(j_3 j_1 \lambda_1 i_1)}{\varepsilon_{j_3} + \omega_{\lambda i} + \omega_{\lambda_1 i_1} - \eta_{Jv}} [(2j+1)(2j_1+1)]^{1/2} \left\{ \begin{matrix} \lambda_2 & j_3 & j_1 \\ \lambda_1 & J & j \end{matrix} \right\} - \\
& - \frac{1}{2} \sum_{\lambda_2 i_2 \lambda_3 i_3} \frac{U_{\lambda_3 i_3}^{\lambda_2 i_2}(\lambda_1 i_1) U_{\lambda_3 i_3}^{\lambda_2 i_2}(\lambda_1 i_1)}{\varepsilon_{j_1} + \omega_{\lambda_2 i_2} + \omega_{\lambda_3 i_3} - \eta_{Jv}} \delta_{\lambda \lambda_1} \delta_{j j_1} + \\
& + \frac{1}{\sqrt{2}} \sum_{\lambda_2 i_2} (-)^{j+\lambda_1+J} \sqrt{2j+1} \left\{ \begin{matrix} \lambda_2 & \lambda & \lambda_1 \\ J & j_1 & j \end{matrix} \right\} \Gamma(jj_1 \lambda_2 i_2) \times \\
& \times \left. \left\{ \frac{\sqrt{2\lambda_1 + 1} U_{\lambda_1 i_1}^{\lambda_2 i_2}(\lambda_1 i_1)}{\varepsilon_{j_1} + \omega_{\lambda i} + \omega_{\lambda_2 i_2} - \eta_{Jv}} + \frac{\sqrt{2\lambda + 1} U_{\lambda_2 i_2}^{\lambda_1 i_1}(\lambda i)}{\varepsilon_j + \omega_{\lambda_1 i_1} + \omega_{\lambda_2 i_2} - \eta_{Jv}} \right\} \right] = \frac{1}{\sqrt{2}} \Gamma(Jj_1 \lambda_1 i_1). \tag{35}
\end{aligned}$$

Как видно из сравнения уравнений (33) и (35), учет эффектов, обусловленных принципом Паули, приводит к перенормировке матричных элементов и сдвигу энергетических полюсов. В разд. 4 на примере более простой модельной волновой функции, в которой не учитываются компоненты квазичастица + два фонона, мы продемонстрируем роль поправок, возникающих из-за принципа Паули.

Если в уравнении (35) отбросить члены, содержащие  $U_{\lambda_3 i_3}^{\lambda_2 i_2}(\lambda i)$ , которые наиболее существенны для описания фрагментации состоя-

ний типа квазичастица + фонон [25], то можно получить уравнение, выведенное впервые в [7]:

$$\sum_{\lambda i j} D_j^{\lambda i} (Jv) \left[ \left( \epsilon_{j_1} + \omega_{\lambda_1 i_1} - \eta_{Jv} - \frac{1}{2} \sum \frac{\Gamma^2(j_1 \lambda_1 i_1)}{\epsilon_{j_2} + \omega_{\lambda_2 i_2} - \eta_{Jv}} \right) \delta_{\lambda \lambda_1} \delta_{i i_1} \delta_{j j_1} + \right. \\ \left. + \frac{1}{2} \sum_{j_3} \frac{\Gamma(j_3 j_1 \lambda_1 i_1) \Gamma(j_3 j_1 \lambda_1 i_1)}{\epsilon_{j_3} + \omega_{\lambda_1 i_1} + \omega_{\lambda_1 i_1} - \eta_{Jv}} [(2j_1 + 1)(2j + 1)]^{1/2} \begin{Bmatrix} \lambda & j_3 & j_1 \\ \lambda_1 & J & j \end{Bmatrix} \right] = \frac{\Gamma(J j_1 \lambda_1 i_1)}{\sqrt{2}}. \quad (36)$$

Уравнение (36) использовалось при вычислении распределения силы глубоких дырочных и высоколежащих частичных состояний [15, 26—28], нейтронных силовых функций [27, 29, 30]. Отбрасывание членов с  $U$  соответствует обычным предположениям феноменологических моделей [31].

Если в волновой функции возбужденного состояния нечетного ядра не учитывать компоненты квазичастица + два фонона, т. е. ограничиться волновой функцией вида

$$\Psi_v(JM) = C_{Jv} \left\{ \alpha_{JM}^+ + \sum_{\lambda i j} D_j^{\lambda i} (Jv) [\alpha_{jm}^+ Q_{\lambda \mu i}^+]_{JM} \right\} \Psi_0, \quad (37)$$

то в диагональном приближении для функций  $\mathcal{L}_j(j_1 \lambda_1 i_1 | j_2 \lambda_2 i_2)$  получаем простое выражение для  $D_j^{\lambda i} (Jv)$  [24]

$$D_j^{\lambda i} (Jv) = \frac{1}{\sqrt{2}} \frac{\Gamma(J j \lambda i)}{\epsilon_j + \omega_{\lambda i} - R(J j \lambda i) - \eta_{Jv}}. \quad (38)$$

Подставляя (38) в (32), приходим к секулярному уравнению для определения собственных энергий

$$\mathcal{F}(\eta_{Jv}) = \epsilon_J - \eta_{Jv} - \frac{1}{2} \sum_{\lambda i j} \frac{\Gamma^2(J j \lambda i) [1 + \mathcal{L}(J j \lambda i)]}{\epsilon_j + \omega_{\lambda i} - R(J j \lambda i) - \eta_{Jv}} = 0. \quad (39)$$

Если не учитывать поправки на принцип Паули, факторы  $\mathcal{L}_j$  и  $R$  обращаются в 0. Тогда (39) переходит в известное секулярное уравнение для нечетных ядер сверхтекущей модели ядра [3]. Более общие уравнения (38), (39) впервые были получены в [24].

Система уравнений (32), (33) пока не решалась. Детально исследовались только некоторые ее частные случаи. Результаты этих исследований представлены в следующих разделах.

### 3. СИЛОВЫЕ ФУНКЦИИ. РЕШЕНИЕ УРАВНЕНИЙ МОДЕЛИ

В типичных случаях ранг системы уравнений (33) равен 100—200, а в ядрах из области  $A \sim 210$  и/или для подоболочек с энергией возбуждения  $E_x \geq 10$  МэВ он может достигать 1000. Учитывая нелинейную зависимость коэффициентов в уравнениях (33) от энергии состояния  $\eta$ , решить такую систему очень сложно.

Существенно упрощает задачу метод силовых функций [32, 33]. С его помощью удается непосредственно, не решая системы уравнений

ний (32), (33), вычислять усредненные по заданному энергетическому интервалу  $\Delta$  коэффициенты волновой функции (14) или зависящие от них физические величины, типа спектроскопических факторов или вероятностей возбуждения. Метод силовых функций подробно изложен в работах [9, 11, 34]. Здесь мы только воспользуемся результатами этих работ.

Общий вид решения системы линейных уравнений (33) можно записать, воспользовавшись формулами Крамера [26]:

$$D_j^{\lambda i}(Jv) = \frac{1}{\sqrt{2}} \frac{\Gamma(Jj\lambda i)}{\varepsilon_j + \omega_{\lambda i} - R(Jj\lambda i) - \eta_{Jv}} K_j^{\lambda i}(\eta_{Jv}). \quad (40)$$

Функция  $K_j^{\lambda i}(\eta_{Jv})$  представляет собой отношение двух детерминантов и включает все полюса типа  $\varepsilon_j + \omega_{\lambda_1 i_1} + \omega_{\lambda_2 i_2} + \dots + S(Jj\lambda i | \lambda_1 i_1 \lambda_2 i_2) - \eta_{Jv}$ . Если принять во внимание (40), уравнение (32) приобретает следующий вид:

$$\mathcal{F}(\eta_{Jv}) \equiv \varepsilon_J - \eta_{Jv} - \frac{1}{2} \sum_{\lambda i j} \frac{\Gamma^2(Jj\lambda i) [1 + \mathcal{L}_J(Jj\lambda i)]}{\varepsilon_j + \omega_{\lambda i} - R(Jj\lambda i) - \eta_{Jv}} K_j^{\lambda i}(\eta_{Jv}) = 0. \quad (41)$$

В точках решения системы уравнений (32), (33) выполняется условие

$$\left. \frac{d\mathcal{F}(\eta)}{d\eta} \right|_{\eta=\eta_{Jv}} = -\frac{1}{C_J^2(\eta)}. \quad (42)$$

Определим теперь силовую функцию, описывающую распределение одноквазичастичной компоненты волновой функции (14) по спектру ядра, с помощью соотношения:

$$C_J^2(\eta) = \frac{\Delta}{2\pi} \sum_v \frac{C_{Jv}^2}{(\eta - \eta_{Jv})^2 + \Delta^2/4}. \quad (43)$$

Используя соотношение (42) и теорию вычетов, можно показать [32, 33], что справедлива следующая формула:

$$C_J^2(\eta) = \frac{1}{\pi} \operatorname{Im} \frac{1}{\mathcal{F}(\bar{\eta})}, \quad (44)$$

где  $\bar{\eta} = \eta + i\Delta/2$  — комплексная переменная. Конкретный вид  $C_J^2(\eta)$  легко получить из (44) и (41) [26]:

$$C_J^2(\eta) = \frac{1}{\pi} \frac{\frac{\Delta}{2} [1 + \Gamma_2(\eta)]}{[\varepsilon_J - \eta - \gamma_2(\eta)]^2 + \frac{\Delta^2}{4} [1 + \Gamma_2(\eta)]^2}; \quad (45)$$

$$\gamma_2(\eta) =$$

$$= \frac{1}{2} \sum_{\lambda i j} \frac{\Gamma^2(Jj\lambda i) [1 + \mathcal{L}(Jj\lambda i)] \left\{ L_j^{\lambda i}(\eta) (\varepsilon_j + \omega_{\lambda i} - \eta - R(Jj\lambda i)) - \frac{\Delta^2}{4} M_j^{\lambda i}(\eta) \right\}}{(\varepsilon_j + \omega_{\lambda i} - R(Jj\lambda i) - \eta)^2 + \Delta^2/4};$$

$$\Gamma_2(\eta) = \frac{1}{2} \sum_{\lambda i j} \frac{\Gamma^2(Jj\lambda i) [1 + \mathcal{L}(Jj\lambda i)] \{ M_j^{\lambda i}(\eta) (\varepsilon_j + \omega_{\lambda i} - \eta - R(Jj\lambda i)) + L_j^{\lambda i}(\eta) \}}{(\varepsilon_j + \omega_{\lambda i} - R(Jj\lambda i) - \eta)^2 + \Delta^2/4}.$$

Мы ввели следующее новое обозначение:

$$K_j^{\lambda i}(\bar{\eta}) = L_j^{\lambda i}(\eta) + i \frac{\Delta}{2} M_j^{\lambda i}(\eta).$$

Если в волновой функции отбросить компоненты квазичастица + + два фонона, то  $K_j^{\lambda i}(\bar{\eta}) = L_j^{\lambda i}(\eta) + i\Delta/2M_j^{\lambda i}(\eta) = 0$ , т. е.  $L_j^{\lambda i}(\eta) = 1$ , а  $M_j^{\lambda i}(\eta) = 0$ . В этом случае для функции  $C_J^2(\eta)$  получается выражение [24]:

$$\begin{aligned} C_J^2(\eta) &= \frac{1}{\pi} \frac{\frac{\Delta}{2} [1 + \Gamma_1(\eta)]}{[\epsilon_J - \eta - \gamma_1(\eta)]^2 + \Delta^2/4 [1 + \Gamma_1(\eta)]^2}; \\ \gamma_1(\eta) &= \frac{1}{2} \sum_{\lambda i j} \frac{\Gamma^2(Jj\lambda i) [1 + \mathcal{L}(Jj\lambda i)] (\epsilon_j + \omega_{\lambda i} - R(Jj\lambda i) - \eta)}{(\epsilon_j + \omega_{\lambda i} - R(Jj\lambda i) - \eta)^2 + \Delta^2/4}; \\ \Gamma_1(\eta) &= \frac{1}{2} \sum_{\lambda i j} \frac{\Gamma^2(Jj\lambda i) [1 + \mathcal{L}(Jj\lambda i)]}{(\epsilon_j + \omega_{\lambda i} - R(Jj\lambda i) - \eta)^2 + \Delta^2/4}. \end{aligned} \quad (46)$$

Если далее положить  $[\alpha_{jm}^f, Q_{\lambda\mu i}] = [\alpha_{jm}, Q_{\lambda\mu i}^f] = 0$ , то функции  $\gamma_1(\eta)$  и  $\Gamma_1(\eta)$  принимают вид, приведенный впервые в [35] (см. также [30, 32, 33]):

$$\left. \begin{aligned} \gamma_1(\eta) &= \frac{1}{2} \sum_{\lambda i j} \frac{\Gamma^2(Jj\lambda i) (\epsilon_j + \omega_{\lambda i} - \eta)}{(\epsilon_j + \omega_{\lambda i} - \eta)^2 + \Delta^2/4}; \\ \Gamma_1(\eta) &= \frac{1}{2} \sum_{\lambda i j} \frac{\Gamma^2(Jj\lambda i)}{(\epsilon_j + \omega_{\lambda i} - \eta)^2 + \Delta^2/4}. \end{aligned} \right\} \quad (47)$$

Выражение для силовой функции  $C_J^2(\eta)$ , в котором не учтено действие принципа Паули между нечетной квазичастицей и фононом, совпадает с (46).

Аналогичным образом можно получить выражение для силовой функции компоненты «квазичастица + фонон», которую мы обозначим  $d^2(\eta)$  [15, 36]. Силовая функция  $d^2(\eta)$  определена следующим образом:

$$[d^2(\eta) = \frac{\Delta}{2\pi} \sum_v [C_{Jv} D_j^{\lambda i}(Jv)]^2 \frac{1}{(\eta - \eta_{Jv})^2 + \Delta^2/4}]. \quad (48)$$

Как можно показать, опираясь на рассуждения, приведенные в [34], член  $\sim [D_j^{\lambda i}(Jv)]^2$  приводит к появлению у функции  $d^2(\eta)$  дополнительных полюсов, что затрудняет использование метода силовых функций. Но произведения  $D_j^{\lambda i}(Jv) \times D_{j'v'}^{\lambda' i'}(Jv)$ , где  $\lambda i j \neq \lambda' i' j'$ , дополнительных полюсов не содержат. Поэтому преобразуем (48) следующим образом. Выразим  $D_j^{\lambda i}(Jv)$  через другие

$D_{j'}^{\lambda'i'}(Jv)$ , используя (41):

$$\left. \begin{aligned} D_j^{\lambda i}(Jv) &= \left\{ \epsilon_J - \eta_{Jv} - \frac{1}{\sqrt{2}} \sum_{\lambda' i' j' \neq \lambda i j} \Gamma(Jj'\lambda'i') \times \right. \\ &\quad \times [1 + \mathcal{L}(Jj'\lambda'i')] D_{j'}^{\lambda'i'}(Jv) \Big\} \{ \Gamma(Jj\lambda i) [1 + \mathcal{L}(Jj\lambda i)] \}^{-1}; \\ [D_j^{\lambda j}(Jv)]^2 &= \frac{D_j^{\lambda i}(Jv)}{\Gamma(Jj\lambda i) [1 + \mathcal{L}(Jj\lambda i)]} \times \\ &\quad \times \left. \left\{ \epsilon_J - \eta_{Jv} - \frac{1}{\sqrt{2}} \sum_{\lambda' i' j' \neq \lambda i j} \Gamma(Jj'\lambda'i') [1 + \mathcal{L}(Jj'\lambda'i')] D_{j'}^{\lambda'i'}(Jv) \right\} \right\}. \end{aligned} \right\} \quad (49)$$

Подставив (49) в (48) и применив процедуру работ [32, 33], получим

$$\begin{aligned} d^2(\eta) &= \frac{1}{\pi} \operatorname{Im} \times \\ &\quad \times \frac{D_j^{\lambda i}(\bar{\eta}) \left\{ \epsilon_J - \eta_{Jv} - \frac{1}{\sqrt{2}} \sum' \Gamma(Jj'\lambda'i') [1 + \mathcal{L}(Jj'\lambda'i')] D_{j'}^{\lambda'i'}(\bar{\eta}) \right\}}{\Gamma(Jj\lambda i) [1 + \mathcal{L}(Jj\lambda i)] \mathcal{F}(\bar{\eta})}. \end{aligned} \quad (50)$$

Однако для того чтобы рассчитать  $C_J^2(\eta)$  или  $d^2(\eta)$ , необходимо уметь вычислять коэффициенты  $D_j^{\lambda i}(\bar{\eta})$  для разных значений комплексной переменной  $\bar{\eta}$ . Метод решения системы для комплексных значений  $\bar{\eta}$  был предложен и апробирован в работе [37] на примере частного случая системы (33) — системе уравнений (36). Однако он, по-видимому, применим и к общей системе (33).

Предложенный в [37] итерационный метод исходит из того эмпирического факта, что диагональные элементы матрицы коэффициентов при неизвестных  $D_j^{\lambda i}(Jv)$  (обозначим ее  $\mathfrak{J}$ , а ее матричные элементы —  $g_{ik}$ ), как правило, больше недиагональных. Это связано, в частности, с тем, что недиагональные  $g_{ik}$  образованы некогерентными суммами, а диагональные  $g_{ii}$  — когерентными. Недиагональные элементы становятся большими лишь в тех случаях, когда энергия  $\eta$  оказывается близкой к полюсу. Их роль заключается, главным образом, в уничтожении лишних полюсов системы, а корни  $\eta_{Jv}$  и фрагментация определяются в основном диагональными элементами  $g_{ii}$ .

Это свойство системы уравнений (36) было замечено давно [38]. Авторы работ [7, 38] попытались решить систему (36) в когерентном приближении, т. е. сохраняя только диагональные члены. При этом, к сожалению, появляются ложные, нефизические решения. Чтобы избавиться от них, была предпринята попытка учесть ближайшие к искомому корню недиагональные члены [39, 40]. Однако из-за флуктуаций величин  $\Gamma(Jj\lambda i)$  трудно сформулировать общий критерий выбора таких недиагональных членов. Требование, чтобы полюса этих недиагональных членов были близки к искомому корню, ока-

залось недостаточным. Учет одного-двух недиагональных полюсов достаточен для вычисления волновых функций лишь тех решений, которые имеют простую структуру. Если же в волновую функцию решения давали сравнимый между собой вклад большое число компонент, искусственное ограничение числа учитываемых недиагональных полюсов вызывало значительные искажения в структуре решений. Увеличение числа учитываемых недиагональных полюсов приводило к чрезвычайно быстрому усложнению формул, делая их малопригодными для практического использования.

Запишем систему (36) в матричном виде:

$$\mathfrak{J}\mathbf{D} = \mathbf{\Gamma}. \quad (51)$$

Матрицу  $\mathfrak{J}$  мы уже определили,  $\mathbf{D}$  — вектор неизвестных коэффициентов  $D_j^{k_1}(Jv)$ ,  $\mathbf{\Gamma}$  — вектор, образованный правыми частями уравнений (36). Тот факт, что у матрицы  $\mathfrak{J}$  матричные элементы  $|g_{ii}|$ , как правило, больше  $|g_{ik}| (i \neq k)$ , позволяет применить для решения уравнения (51) итерационный метод Якоби. Тогда  $n$ -е приближенное решение системы находится с помощью соотношения

$$\mathbf{D}^{(n)} = \mathbf{D}^{(n-1)} + \mathcal{H}(\mathbf{\Gamma} - \mathfrak{J}\mathbf{D}^{(n-1)}).$$

Матрица  $\mathcal{H}$  — диагональная и имеет следующие матричные элементы:

$$h_{ii} = g_{ii}^{-1}.$$

Начальным приближением  $\mathbf{D}^{(0)}$  служит вектор  $\mathbf{\Gamma}$ . Итерационный процесс сходится, если для всех строк матрицы  $\mathfrak{J}$  выполняется неравенство

$$k_i = |g_{ii}|^{-1} \sum_{i \neq i'} |g_{i'i}| < 1. \quad (52)$$

Если же условие (52) не выполняется, матрицу  $\mathcal{H}$  следует взять в другом виде. Пусть осуществляется ситуация, когда

$$k_i > 1, \quad i = 1, 2, \dots, m;$$

$$k_i < 1, \quad i = m+1, m+2, \dots, n$$

( $n$  — ранг матрицы  $\mathfrak{J}$ ). Тогда определим  $\mathcal{H}$  следующим образом:

$$\mathcal{H} = \begin{cases} \mathfrak{J}'^{-1} & i = 1, 2, \dots, m; \\ g_{ii}^{-1} & i = m+1, m+2, \dots, n. \end{cases} \quad (53)$$

Матрица  $\mathfrak{J}'$  образована первыми  $m$  строками и столбцами матрицы  $\mathfrak{J}$ . Каждому значению  $\bar{\eta}$  будет соответствовать своя матрица  $\mathfrak{J}'$ , и ее размерность будет меняться от точки к точке.

Здесь полезно провести аналогию с описанным выше методом многополюсного приближения. Выбор матрицы  $\mathcal{H}$  в виде (53) означает, что в первом приближении из всей матрицы  $\mathfrak{J}$  выделяется субматрица, соответствующая полюсам, наиболее сильно связанным

с состоянием, фрагментацию которого мы вычисляем. Из остальных матричных элементов  $g_{ik}$  учитываются только диагональные. Это как раз и соответствует многополюсному приближению [39, 40]. Если же условие (52) выполняется для всех строк матрицы  $\mathcal{J}$ , то первым приближением к точному решению будет результат, получавшийся с сохранением только когерентных членов [7, 38]. Но при использовании итерационного метода мы имеем численный критерий для выбора таких недиагональных элементов, вклад которых в данной точке наиболее существен, а число учитываемых элементов может изменяться от точки к точке. Кроме того, следующие итерации учитывают и вклад недиагональных элементов, вносящих небольшие поправки и исключающих лишние решения, лежащие на большом удалении.

По сравнению с прямым обращением матрицы  $\mathcal{J}$  метод работает тем эффективнее, чем меньше размерность матрицы  $\mathcal{J}'$ , т. е. чем ближе к единице величина  $(n - m)/n$ . В повышении эффективности итерационного метода известную роль играет расчет не точных значений  $C_{Jv}^j$  или  $[D_j^{(k)}(Jv)]^2$ , а их усредненных с помощью весовой функции величин, так как увеличение параметра  $\Delta$  уменьшает величину недиагональных матричных элементов и увеличивает скорость сходимости итерационного процесса.

В качестве примера в [37] была рассмотрена фрагментация дырочного нейтронного состояния  $1g_{9/2}$  ядра  $^{119}\text{Sn}$ . Учитывались все состояния квазичастица + фонон и квазичастица + два фонона из интервала  $0 \leq E_x \leq 10$  МэВ. Ранг матрицы  $\mathcal{J}$  оказался равным  $n = 276$ . Ранг матрицы  $\mathcal{J}'$  во всех точках  $\bar{\eta}$  не превышал 20 ( $m \leq 20$ ), т. е. был на порядок меньше  $n$ . Влияние на скорость сходимости итераций величины  $\Delta$  видно из следующего примера. Степень близости  $k$ -го приближения  $D^{(k)}$  к точному решению характеризуется абсолютной величиной так называемого вектора невязки  $\mathbf{r}^{(k)}$ . Значение  $\mathbf{r}^{(k)} \leq 10^{-4}$  достигалось при  $\Delta = 0,1$  МэВ после 7–8 итераций, а при  $\Delta = 0,5$  МэВ после 2–3 итераций.

#### 4. ВЛИЯНИЕ ПРИНЦИПА ПАУЛИ НА ВЗАИМОДЕЙСТВИЕ КВАЗИЧАСТИЦ С ФОНОНАМИ

Записывая волновую функцию нечетного ядра на языке операторов квазичастиц и фононов и забывая при этом о фермионной структуре фононов, мы нарушаем принцип Паули. Последствия этого будут двоякими. Во-первых, возникнет большое число лишних состояний, которых не было бы при правильной антисимметризации многоквазичастичных компонент, имеющих ту же сложность, что соответствующие компоненты квазичастица +  $n$  фононов. Во-вторых, в зависимости от структуры фононов и характеристик квазичастицы будет перенормироваться взаимодействие между ними.

В первых работах [30, 41], где в рамках КФМ исследовалась фрагментация одноквазичастичных состояний сферических ядер при

промежуточных и высоких энергиях возбуждения, с тем чтобы учесть принцип Паули хотя бы грубо, была применена эмпирическая процедура отбора правильно антисимметризованных компонент волновой функции (37). Был введен (до некоторой степени условный) критерий «коллективности» фона, в соответствии с которым все фононы были разделены на два класса — «коллективные» и «неколлективные». Коллективными считались фононы, у которых вклад максимальной двухквазичастичной компоненты в нормировку не превышал некоторого заданного верхнего предела (на практике 40—50%). Все остальные фононы считались неколлективными. Компоненты волновых функций (14) или (37), в состав которых входили только коллективные фононы, сохранялись в волновой функции без всякого дополнительного анализа. Компоненты с неколлективными фононами анализировались с точки зрения их структуры, и часть из них, неудовлетворившая тривиальным требованиям симметрии, отбрасывалась. Например, отбрасывались состояния, в которых нечетная квазичастица и квазичастицы из главной компоненты фона на составляли следующую комбинацию:

$$\alpha_{j_1}^+ \psi_{j_1 j_2}^{j_1 i} [\alpha_{j_1}^+ \alpha_{j_2}^+]_\lambda,$$

в то же время комбинации типа  $\alpha_{j_2}^+ \psi_{j_1 j_2}^{j_1 i} [\alpha_{j_1}^+ \alpha_{j_2}^+]_{\lambda'}$  сохранялись. «На всякий случай» отбрасывались все компоненты с неколлективными фононами, в которых на одном уровне находилось три и более квазичастиц, и т. п.

Такая эмпирическая процедура позволяла избавиться от большинства лишних состояний, т. е. как-то учесть, если можно так выразиться, «кинематические» эффекты. Она, однако, совершенно не учитывала «динамических» эффектов, т. е. перенормировки взаимодействия «квазичастица — фонон».

Затем в [24] была предложена последовательная процедура учета принципа Паули. Наиболее детально она исследована для волновой функции (37), содержащей компоненты не сложнее, чем квазичастица + фонон \*. Соответствующие уравнения приведены в разд. 2, а здесь мы рассмотрим лишь некоторые численные примеры.

Точные коммутационные соотношения между операторами  $\alpha_{jm}^\pm$  и  $Q_{\lambda\mu i}$  приводят к появлению в уравнениях (38), (39) двух новых факторов  $\mathcal{L}(Jj\lambda i)$  и  $R(Jj\lambda i)$ , отсутствовавших в более простых и давно известных уравнениях сверхтекущей модели ядра [3]. Фактор  $\mathcal{L}(Jj\lambda i)$  регулирует вклад данной компоненты квазичастица + фонон в нормировку волновой функции, в зависимости от «степени нарушения» принципа Паули для этой компоненты. Этот же фактор определяет перенормировку взаимодействия квазичастицы  $\alpha_{jm}^\pm$  с компонентой  $[\alpha_{jm}^\pm Q_{\lambda\mu i}]_{lm}$ , в зависимости от внутренней структуры фона  $Q_{\lambda\mu i}^\pm$ .

\* Для численного решения уравнений (38), (39), расчета на их основе структуры возбужденных состояний нечетных сферических ядер и некоторых их электромагнитных характеристик была создана программа PHOQUS [42].

и характеристики квазичастицы  $\alpha_{jm}^+$ . В случае «максимального» нарушения принципа Паули в компоненте  $[\alpha_{jm}^+ Q_{\lambda\mu i}^+]_{JM} \mathcal{L}(Jj\lambda i) = -1$  и эта компонента выбрасывается из волновой функции (37), так сказать, автоматически. Как легко видеть, эту функцию фактора  $\mathcal{L}(Jj\lambda i)$  выполняла вышеописанная эмпирическая процедура. Помимо «перенормировки» взаимодействия происходит еще и сдвиг полюса  $\varepsilon_j + \omega_{\lambda i}$ , величина которого определяется фактором  $R(Jj\lambda i)$ .

Таблица 2. Значения фактора  $\mathcal{L}(1/2^-, j\lambda i)$  для состояний  $1/2^-$  ядра  $^{59}\text{Ni}$  в случае сильного нарушения принципа Паули. Приведена также структура однофононных волновых функций

$n l j \otimes \lambda_i^\pi$	Структура фонона $\lambda_i^\pi$		$\mathcal{L}(1/2^-, j\lambda i)$
	Двухквазичастичные компоненты [ $n_1 l_1 j_1, n_2 l_2 j_2$ ]	Вклад в нормировку, %	
$1f_{5/2} \otimes 2_5^+$	$[1f_{5/2}, 1f_{5/2}]_{2+}$	94,9	-0,95
$2p_{3/2} \otimes 2_1^+$	$[2p_{3/2}, 2p_{3/2}]_{2+}$	65,4	-0,67
	$[2p_{3/2}, 2p_{1/2}]_{2+}$	4,3	-
	$[1f_{7/2}, 2p_{3/2}]_{2+}$	2,8	-
	$[2p_{3/2}, 1f_{5/2}]_{2+}$	1,4	-
$1g_{9/2} \otimes 5^-$	$[1f_{7/2}, 1g_{9/2}]_{5-}$	41,2	-0,16

Таблица 3. Значения факторов  $R(Jj\lambda i)$  некоторых полюсов  $j \otimes \lambda_i^\pi$  состояний  $J^\pi = 1/2^-, 3/2^-$  ядра  $^{59}\text{Ni}$

$J^\pi$	Структура полюса $j \otimes \lambda_i^\pi$		$R(Jj\lambda i)$ , МэВ	$J^\pi$	Структура полюса $j \otimes \lambda_i^\pi$		$R(Jj\lambda i)$ , МэВ		
	$\varepsilon_j + \omega$ , МэВ	$\frac{\varepsilon_j + \omega - R(Jj\lambda i)}{\text{МэВ}}$			$\varepsilon_j + \omega$ , МэВ	$\frac{\varepsilon_j + \omega - R(Jj\lambda i)}{\text{МэВ}}$			
$1/2^-$	$2p_{3/2} \otimes 2_1^+$	4,076	4,857	0,781	$3/2^-$	$2p_{3/2} \otimes 2_1^+$	4,076	3,311	-0,765
	$2p_{3/2} \otimes 2_3^+$	5,116	4,829	-0,287		$2p_{3/2} \otimes 2_2^+$	5,116	5,926	0,810
	$1f_{5/2} \otimes 2_1^+$	5,120	5,131	0,011		$1f_{5/2} \otimes 2_1^+$	5,120	5,096	-0,024
	$1f_{5/2} \otimes 2_2^+$	6,160	6,163	0,003		$1p_{1/2} \otimes 2_1^+$	5,456	5,446	-0,010
						$1f_{5/2} \otimes 2_2^+$	6,160	6,154	-0,006

В табл. 2, 3 приведены значения  $\mathcal{L}(Jj\lambda i)$  и  $R(Jj\lambda i)$  для некоторых состояний ядра  $^{59}\text{Ni}$ . Были выбраны такие состояния, для которых поправки на принцип Паули велики. Например, рассмотрим состояние, структура которого приведена в первой строке табл. 2. Для него фактор  $\mathcal{L}(1/2^-, 5/2^-, 2_5^+)$  близок к -1 потому, что три квазичастицы

на оболочке  $1f_{5/2}$  не могут иметь суммарного момента  $1/2$ . Отличие, хотя и слабое, фактора  $\mathcal{L}$  от  $-1$  объясняется тем, что вклад конфигурации  $[1f_{5/2}, 1f_{5/2}]_{2+}$  в структуру фонона  $2_5^+$  меньше 100 %. Из табл. 2 видно, что сильно ослабляется взаимодействие квазичастицы на уровне  $2p_{3/2}$  с нижайшим квадрупольным фононом, поскольку большой вклад в его структуру дает конфигурация  $[2p_{3/2}, 2p_{3/2}]_{2+}$ , а для трех квазичастиц на уровне  $2p_{3/2}$  суммарный момент  $1/2$  также запрещен. Отметим, что оба обсуждавшихся состояния были бы отброшены при анализе волновой функции с помощью эмпирической процедуры. При последовательном учете принципа Паули второе состояние будет сохранено.

У компоненты  $[2p_{3/2} \otimes 2_1^+]_{1/2}$  наибольшим оказывается сдвиг полюса  $[R(1/2; 3/2, 2_1^+) \sim 0,8 \text{ МэВ}]$ . На ее примере проявилась общая закономерность — сильные сдвиги полюсов возникают, как правило, у компонент, содержащих коллективные фононы. Из табл. 3 видно, что фактор  $R(J\lambda i)$  может принимать как положительные, так и отрицательные значения, т. е. полюса могут сдвигаться как вверх, так и вниз относительно их невозмущенного положения. В то же время в нечетных деформированных ядрах при той же самой процедуре учета принципа Паули сдвиг полюсов всегда происходит вверх по шкале энергии [43].

Рассмотрим теперь, как изменяется структура самих возбужденных состояний в результате точного учета принципа Паули. В качестве примера выбраны состояния  $1/2^-$  ядра  $^{59}\text{Ni}$  и  $5/2^+$  ядра  $^{119}\text{Sn}$ . В табл. 4 сравниваются результаты расчетов структуры этих состояний с последовательным учетом принципа Паули и с использованием эмпирической процедуры отбора правильно симметризованных компонент квазичастица + фонон. Отдельные компоненты волновых функций заметно изменяются, хотя резких изменений структуры состояний не происходит. Пример «драматической» перестройки структуры состояния из-за действия принципа Паули приведен в [44]. Было обнаружено, что учет принципа Паули приводит к появлению в  $^{131}\text{Va}$  низколежащего состояния с  $J^\pi = 9/2^-, E_x \simeq 150 \text{ кэВ}$  и структурой  $[1h_{11/2} \otimes 2_1^+]_{9/2^-}$ , что полностью согласуется с экспериментальными данными. Без учета принципа Паули появление этого состояния объяснить не удается. Любопытно, что в соседнем изотопе  $^{133}\text{Va}$  такое состояние не возникает (что опять-таки согласуется с экспериментальными данными).

Не вызывает сомнений, что при анализе низколежащей части спектра нечетных ядер последовательный учет принципа Паули необходим. В ряде случаев возникающие поправки будут невелики, но не всегда возможно предсказать это априори. По-иному обстоят дела с описанием усредненных характеристик ядерных спектров, особенно при промежуточных и высоких энергиях возбуждения. В этих случаях, как нам кажется, эмпирическая процедура учета принципа Паули работает вполне удовлетворительно. В пользу такого вывода говорят следующие факты. Из табл. 4 видно, что суммарные значе-

Таблица 4. Энергия и структура состояний  $J^\pi = 1/2^-$  ядра  $^{59}\text{Ni}$  и  $J^\pi = 5/2^+$  ядра  $^{119}\text{Sn}$ 

Ядро	Эмпирический учет принципа Паули				Последовательный учет принципа Паули				
	$\eta_{J\gamma\gamma}$ МэВ	$C_{J\gamma}^2$ %	$nij \otimes \lambda_i^\pi$	$(D_j^{\lambda i})^2$ %	$\eta_{J\gamma\gamma}$ МэВ	$C_{J\gamma}^2$ %	$nij \otimes \lambda_i^\pi$	$\mathcal{L}(Jj\lambda i)$	$(1+\mathcal{L})[D_j^{\lambda i}]^2$ %
$^{59}\text{Ni}$ $1/2^-$	1,810	85,16	$1f_{5/2} \otimes 2_1^+$	3,50	1,868	86,91	$1f_{5/2} \otimes 2_1^+$	-0,001	3,67
			$2p_{3/2} \otimes 2_1^+$	2,54			$2p_{3/2} \otimes 1_3^+$	-0,08	2,24
			$2p_{3/2} \otimes 1_1^+$	2,17			$1f_{5/2} \otimes 2_2^+$	0,014	1,66
			$1f_{5/2} \otimes 2_2^+$	1,57			$1g_{9/2} \otimes 4_6^-$	0,054	1,23
			$1g_{9/2} \otimes 4_6^-$	1,44					
$^{59}\text{Ni}$ $1/2^-$	5,117	0,01	$2p_{3/2} \otimes 2_2^+$	80,02	4,840	0,41	$2p_{3/2} \otimes 2_2^+$	-0,291	80,11
			$1f_{5/2} \otimes 2_1^+$	19,98			$2p_{3/2} \otimes 2_1^+$	-0,668	19,16
$^{119}\text{Sn}$ $5/2^+$	4,128	1,69	$2p_{3/2} \otimes 2_{11}^+$	96,98	4,873	0,40	$2p_{3/2} \otimes 2_1^+$	-0,668	79,25
							$2p_{3/2} \otimes 2_2^+$	-0,291	17,47
							$1f_{5/2} \otimes 2_1^+$	-0,001	2,73
3,120	2,41	2d <sub>5/2</sub> $\otimes 2_1^+$	5,96	2,139	90,91	0,66	$2d_{5/2} \otimes 2_1^+$	-0,022	2,70
			2d <sub>5/2</sub> $\otimes 2_1^+$	2,79			$3s_{1/2} \otimes 2_1^+$	-0,287	1,70
			$2d_{3/2} \otimes 2_1^+$	81,86			$2d_{3/2} \otimes 2_1^+$	0,087	99,17
3,073	3,22	$3s_{1/2} \otimes 2_1^+$	15,29	3,016	3,650	1,32	$3s_{1/2} \otimes 2_1^+$	-0,287	97,51
			$3s_{1/2} \otimes 2_1^+$	78,63					
		$2d_{3/2} \otimes 2_1^+$	17,60						

ния главных компонент волновых функций возбужденных состояний на интервале 1 МэВ практически не изменяются после точного учета принципа Паули. Далее, для состояний, описываемых волновыми функциями (14) или (37), с ростом энергии возбуждения роль принципа Паули падает, так как то же самое число квазичастиц будет распределяться по **всевозрастающему** числу одночастичных состояний. Эти соображения подтверждаются расчетами, выполненными в [45, 46]. В качестве примера мы привели на рис. 1 силовую функцию состояний  $2p_{1/2}$  ядра  $^{59}\text{Ni}$ , рассчитанную с последовательным учетом принципа Паули и с использованием эмпирической процедуры \*.

Тот факт, что эмпирическая процедура неплохо учитывает принцип Паули при промежуточных и высоких энергиях возбуждения, указывает на относительно большую важность возникновения лиш-

\* Здесь стоит отметить, что расчеты с последовательным учетом принципа Паули требуют на порядок больше времени на ЭВМ.

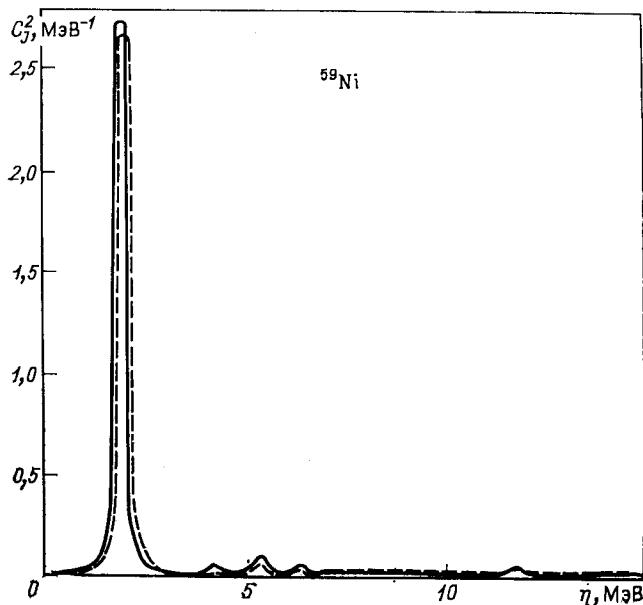


Рис. 1. Силовая функция  $C_J^2(\eta)$  состояния  $2p_{1/2}$  ядра  $^{59}\text{Ni}$ :  
сплошная линия — расчет с последовательным учетом принципа Паули; штриховая — расчет с использованием эмпирической процедуры

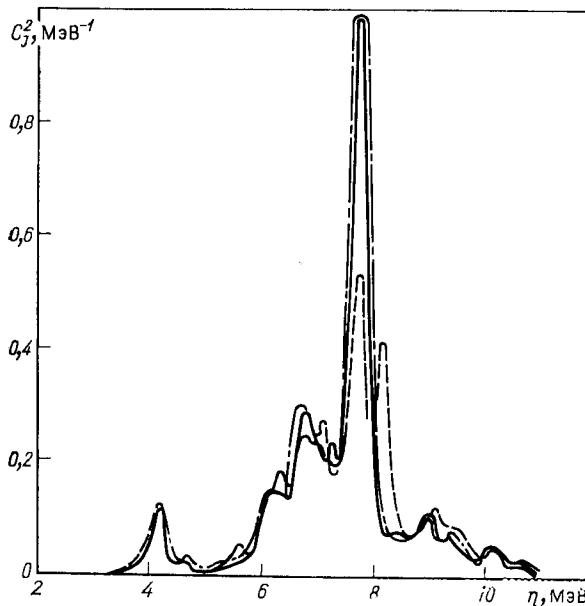


Рис. 2. Силовая функция состояния  $1h_{11/2}$  ядра  $^{205}\text{Pb}$ :  
сплошная линия — расчет с эмпирической процедурой учета принципа Паули; штрихпунктирная — расчет с последовательным учетом принципа Паули; штриховая — расчет без учета принципа Паули

них состояний из-за его нарушения, чем перенормировки взаимодействия квазичастиц с фононами и сдвигов полюсов. Хорошо демонстрирует это расчет силовой функции состояния  $1h_{11/2}$  в ядре  $^{205}\text{Pb}$ , выполненный в [46] (рис. 2). В варианте, где принцип Паули вообще не учитывался, фрагментация подоболочки  $1h_{11/2}$  получилась самой сильной, поскольку появление большого числа лишних состояний эффективно усилило взаимодействие со сложными конфигурациями. В то же время силовые функции, рассчитанные с точной и эмпирической процедурами учета принципа Паули, получились очень близкими.

## 5. ВЛИЯНИЕ КОМПОНЕНТ КВАЗИЧАСТИЦА+ДВА ФОНОНА И РАЗМЕРОВ ФОНОННОГО ПРОСТРАНСТВА НА РАСПРЕДЕЛЕНИЕ СИЛЫ ОДНОКВАЗИЧАСТИЧНЫХ СОСТОЯНИЙ ПРИ ПРОМЕЖУТОЧНЫХ И ВЫСОКИХ ЭНЕРГИЯХ ВОЗБУЖДЕНИЯ

Размерность системы уравнений (36) определяется размерностями используемых в расчетах одночастичного базиса и фононного пространства. Для состояния с энергией возбуждения  $E_x \sim 10 - 15$  МэВ она становится катастрофически велика и, даже используя метод силовых функций и эффективные численные методы расчетов, мы сталкиваемся со значительными затратами времени на ЭВМ. Поэтому в расчетах тех или иных характеристик ядерных спектров естественным образом возникает проблема отбора наиболее важных компонент квазичастиочно-фононного базиса.

Здесь мы исследуем этот вопрос применительно к задаче вычисления силовых функций одноквазичастичных состояний с энергиями возбуждения 5—10 МэВ. Дополнительный интерес к этой проблеме обусловлен тем, что в литературе встречаются попытки описать распределение силы высоколежащих одночастичных мод в спектрах нечетных ядер, учитывая «точно» только взаимодействие с нижайшими квадрупольными (иногда и с октупольными) вибрационными состояниями, а влияние всех прочих конфигураций, учитывая «эффективно» — либо искусственной «размазкой» полученных решений [47], либо введением феноменологического комплексного оптического потенциала [48].

Сила взаимодействия квазичастицы с квантовыми числами  $nlJ$  с конфигурацией  $[\alpha_{jm}^{\pm} Q_{\lambda\mu i}^{\pm}]_m$  определяется матричным элементом  $\Gamma(Jj\lambda i)$  (22). Посмотрим, для каких фононов значения  $\Gamma(Jj\lambda i)$  будут самыми большими и как влияет обрезание пространства сложных конфигураций по силе взаимодействия  $\Gamma(Jj\lambda i)$  на силовую функцию  $C_J^2(\eta)$ .

В качестве примера рассмотрим фрагментацию квазисвязанного нейтронного состояния  $1h_{9/2}$  ядра  $^{117}\text{Sn}$ . Силовая функция этого состояния, рассчитанная с учетом взаимодействия с состояниями квазичастица + фонон и квазичастица + два фонона [см. формулы (45) в разд. 3] для разных вариантов обрезания по матричному

элементу взаимодействия  $\Gamma(Jj\lambda i)$  изображена на рис. 3. Максимальным матричным элементом  $\Gamma_{\max}$  является матричный элемент  $\Gamma(1h_{9/2}, 1h_{9/2}2^+)$ . Отметим, что именно такие матричные элементы [т. е.  $\Gamma(J, J'2^+)$ ] оказываются максимальными для большинства состояний ядер, хотя встречаются и исключения. Например, в ядрах соседних с  $^{208}\text{Pb}$  наибольшие матричные элементы связаны с фононом  $3^-_1$ . В табл. 5 мы привели число компонент квазичастица + фонон

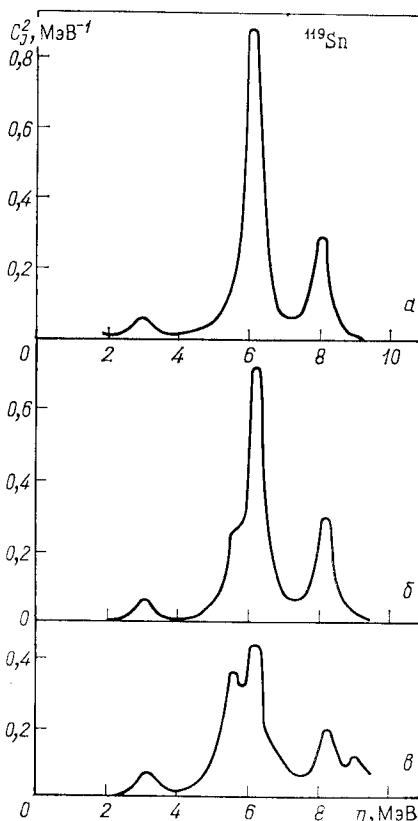
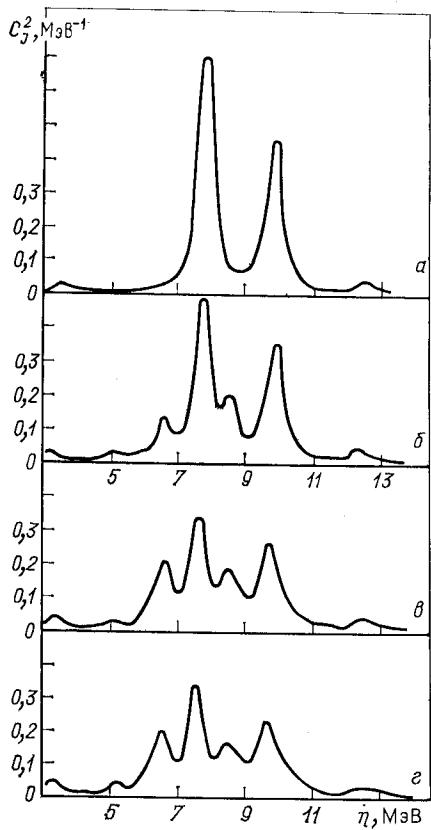


Рис. 3. Силовая функция нейтронного квазисвязанного состояния  $1h_{9/2}$  ядра  $^{117}\text{Sn}$  для разных вариантов обрезания пространства состояний квазичастица + + фонон и квазичастица + два фонона:

*a* — обрезание на уровне  $\Gamma_{\min} \geq 0,5 \Gamma_{\max}$ ; *b* — обрезание на уровне  $\Gamma_{\min} \geq 0,25 \Gamma_{\max}$ ;  
*c* — обрезание на уровне  $\Gamma_{\min} \geq 0,1 \Gamma_{\max}$ ; *d* — обрезание на уровне  $\Gamma_{\min} \geq 0,05 \Gamma_{\max}$ .

Рис. 4. Силовая функция нейтронного дырочного состояния  $1g_{9/2}$  ядра  $^{119}\text{Sn}$ :  
*a* — расчет только с низкими  $2^+$ - и  $3^-$ -фононами; *b* — расчет с  $2^+$ - и  $3^-$ -фононами, имеющими энергию  $\omega \leq 11$  МэВ; *c* — расчет с широким фононным базисом.

Таблица 5. Центроид энергии  $\bar{E}_x$ , второй момент  $\sigma$  и исчерпывание полной силы  $S$  состояния на интервале 3—14 МэВ, а также число различных компонент в волновой функции (14) для состояния  $1h_{9/2}$  ядра  $^{117}\text{Sn}$  при разных обрезаниях пространства сложных конфигураций

Обрезание по $\Gamma(Jj\lambda i)$ от $\Gamma_{\max}$ , %	Число конфигураций квазичастица + фонон	Число конфигураций квазичастица + два фонона	$\bar{E}_x$ , МэВ	$\sigma$ , МэВ	$S$ , %
50	7	34	8,69	1,66	95
25	25	289	8,55	1,82	93
10	108	4552	8,37	1,98	91
5	238	18858	8,31	2,06	90

и квазичастица + два фонона, которые входят в волновую функцию (14) при данном обрезании по  $\Gamma(Jj\lambda i)$ , и некоторые характеристики получающихся распределений одночастичной силы.

Из табл. 5 видно, что только шесть матричных элементов  $\Gamma(1h_{9/2}, j\lambda i)$  меньше  $\Gamma_{\max}$  не более чем в 2 раза. Из них два связаны с фононом  $2_1^+$ , еще 2 — с фононом  $3_1^-$  и по одному с фононами  $3_{33}^+(\omega = 17,2 \text{ МэВ})$  и  $2_{25}^-(\omega = 11,4 \text{ МэВ})$ . Таким образом, хотя главную роль в формировании гросс-структурой силовой функции играют нижайшие квадрупольный и октупольный фононы, однако нельзя пренебречь влиянием и коллективных состояний промежуточных энергий. При этом нельзя ориентироваться, оценивая их возможную роль, на такие характеристики, как вероятность возбуждения из основного состояния. Например, вышеупомянутый фонон  $2_{25}^-$  входит в состав  $M2$ -резонанса [49], однако не имеет максимального значения  $B(M2, 0_{g.s}^+ \rightarrow 2^-)$ .

В работе [26] было продемонстрировано влияние на форму силовой функции нейтронного дырочного состояния  $1g_{9/2}$  ядра  $^{119}\text{Sn}$  другого коллективного состояния промежуточной энергии — низкоэнергетического октупольного резонанса (НЭОР) [50]. На рис. 4 приведена силовая функция  $C_{1g_{9/2}}^2(\eta)$  этого состояния, рассчитанная с учетом компонент квазичастица + фонон и с разными фононными базисами. В простейшем случае, когда учитывается взаимодействие только с  $2_1^+$ - и  $3_1^-$ -фононами, подавляющая часть  $1g_{9/2}$ -силы делится между тремя состояниями (на рис. 4, a им соответствуют три пика силовой функции). После включения взаимодействия с  $2^+$ - и  $3^-$ -фононами более высоких энергий (рис. 4, б) главный пик силовой функции расщепляется. Непосредственной причиной этого является НЭОР, который связан с состоянием  $1g_{9/2}$  довольно большим матричным элементом  $\Gamma(1g_{9/2}, 1h_{11/2}3_3^-)$ . Сам НЭОР в этих расчетах получался как однофононное  $3^-$ -состояние с номером  $i = 3$  (энергия  $\omega \approx 5 \text{ МэВ}$ ) и вероятностью возбуждения из основного состояния  $B(E3) \approx \approx 0,25B(E3, 0_{g.s}^+ \rightarrow 3_1^-)$ . Расщепление главного пика, появившееся из-за взаимодействия с НЭОР, возрастает при дальнейшем расшире-

нии фононного базиса (рис. 4, в), а сам главный пик при этом упирается.

Вернемся к рис. 3. По мере уменьшения нижней границы для  $\Gamma(Jj\lambda)$  катастрофически нарастает сложность вариационной волновой функции (14). Обрезанию по  $\Gamma$  на уровне  $5 \times 10^{-4} \Gamma_{\max}$  соответствует волновая функция, у которой 919 компонент квазичастица  $+$  фонон и 38 218 компонент квазичастица  $-+$  два фонона. Вначале форма силовой функции меняется заметно, но уже при переходе от обрезания на уровне  $0,1\Gamma_{\max}$  к обрезанию на уровне  $0,05\Gamma_{\max}$  изменения в силовой функции становятся незначительными, хотя число учитываемых компонент возрастает очень сильно. Гросс-структура силовой функции формируется при учете всех матричных элементов на уровне  $0,25\Gamma_{\max}$ . При таком обрезании главный вклад в структуру состояния  $1h_{9/2}$  все еще дают квадрупольные и октупольные фононы. С их участием сформировано 12 из 25 «квазичастица  $+$  + фонон» компонент. В полной волновой функции (14) их относительный вклад меньше. Здесь наибольшее число компонент с участием фононов  $3^-, 4^+, 5^-, 6^+$ . Для состояний с другими моментами  $J$  мультипольность фононов, которые чаще всего встречаются в волновой функции (14), меняется. Например, для состояния  $13/2^+$  — это фононы с  $\lambda^\pi = 4^+, 6^+$ ; а для состояния  $3/2^-$  — это фононы с  $\lambda^\pi = 3^-, 5^-$ . Однако во всех случаях вклад спин-мультипольных фононов заметно меньше, чем мультипольных.

Рассмотрим теперь, как влияют на фрагментацию одноквазичастичных состояний компоненты квазичастица  $+$  два фонона. Хотя согласно уравнениям (32), (33) матричный элемент от оператора взаимодействия  $H_{Meq}^{ph} + H_{SMeq}^{ph}$  между одноквазичастичной компонентой и компонентами квазичастица  $+$  два фонона равен нулю, большая плотность состояний квазичастица  $-+$  два фонона при энергиях  $E_x > 10$  МэВ может косвенно привести к заметным изменениям силовой функции. Гистограммы числа состояний квазичастица  $++$ фонон и квазичастица  $+$  два фонона с  $J^\pi = 9/2^+$  на интервале  $\Delta E_x = 1$  МэВ в  $^{123}\text{Te}$  приведены на рис. 5. При энергиях возбуждения  $E_x \simeq 6 \div 8$  МэВ плотность состояний квазичастица  $+$  два фонона превосходит плотность состояний квазичастица  $+$  фонон в 3—5 раз, и с ростом  $E_x$  это преобладание усиливается. Соответственно при энергиях  $E_x > 7$  МэВ начинаются заметные изменения в силовой функции нейтронного дырочного состояния  $1g_{9/2}$  ядра  $^{123}\text{Te}$ , связанные с включением в волновую функцию компонент квазичастица  $++$  два фонона (рис. 6). Происходит перекачка  $1g_{9/2}$ -силы в сторону более высоких энергий возбуждения, в результате чего возрастает второй пик силовой функции  $C_{1g_{9/2}}^2(\eta)$ . Большинство изученных к настоящему моменту глубоких дырочных и высоколежащих частичных оболочек имеют энергию возбуждения  $E_x \leqslant 10$  МэВ. Учет компонент квазичастица  $+$  два фонона будет заметно сказываться на результатах расчетов высокогенергетической части их силовых функций.

Как показывают многочисленные расчеты в рамках КФМ, как видно и из тех результатов, что приведены в настоящем разделе, силовые функции одноквазичастичных состояний имеют довольно сложную форму. В формировании такой «тонкой» структуры силовых функций заметная роль принадлежит коллективным фононам промежуточных энергий и компонентам квазичастица + + два фонона. При эффективном учете вклада большого числа слабовзаимодействующих конфигураций в духе работ

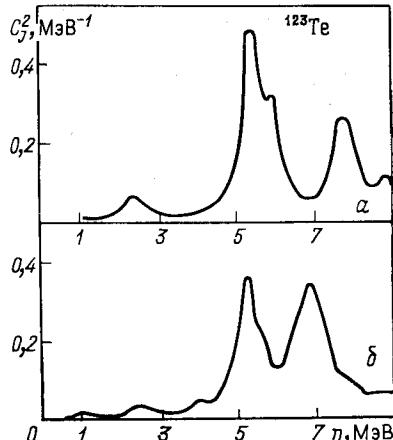
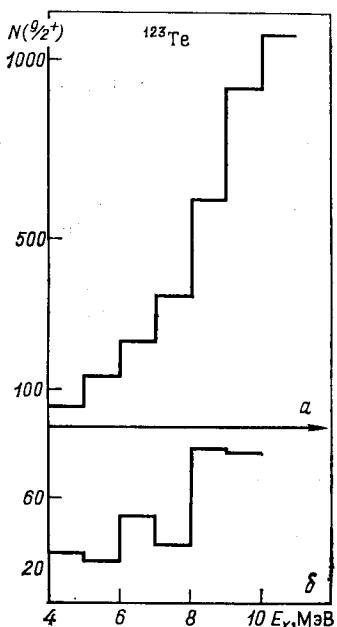


Рис. 5. Гистограмма числа состояний разной структуры с  $J^\pi = 9/2^-$  на интервале  $\Delta E_x = 1$  МэВ как функция энергии возбуждения  $E_x$  в  $^{123}\text{Te}$ :  
 а — состояния квазичастица + два фонона;  
 б — состояния квазичастица + один фонон

Рис. 6. Силовая функция нейтронного дырочного состояния  $1g_{9/2}$  ядра  $^{123}\text{Te}$ :  
 а — расчет с волновой функцией (37);  
 б — расчет с волновой функцией (14)

[47, 48] вряд ли можно рассчитывать на описание тонкой структуры. Но характерный масштаб неоднородностей в силовых функциях одноквазичастичных состояний  $\sim 1$  МэВ, и они вполне могут быть обнаружены экспериментально. В ряде случаев такая структура уже наблюдалась [51] и неплохо воспроизводится в рамках КФМ [36, 52].

## 6. ФРАГМЕНТАЦИЯ СОСТОЯНИЙ КВАЗИЧАСТИЦА+ФОНОН

К настоящему времени фрагментация состояний квазичастица + + фонон исследована гораздо менее детально, чем фрагментация одноквазичастичных состояний. Но важность изучения этой проблемы не вызывает сомнений. Не умея правильно рассчитать эти компоненты волновых функций возбужденных состояний, нельзя надеять-

ся на адекватное описание вероятностей  $\gamma$ -переходов с высоко-возбужденных состояний на низколежащие, их электрических и магнитных моментов. В правильном вычислении этих компонент лежит ключ к описанию радиационных силовых функций в нечетных ядрах [25, 53].

Правильное вычисление компонент квазичастица + фонон возможно только с вариационной волновой функцией (14), поскольку

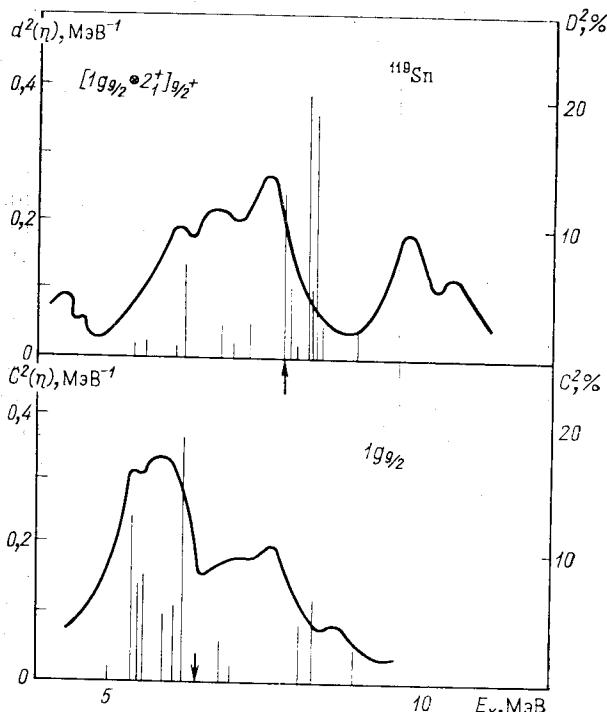


Рис. 7. Силовые функции  $d^2(\eta)$  и  $C_J^2(\eta)$  состояний  $[1g_{9/2} \otimes 2_1^+]_{9/2^+}$  и  $1g_{9/2}$  ядра  $^{119}\text{Sn}$  (левая шкала). Вертикальные линии изображают распределение силы компонент  $[1g_{9/2} \otimes 2_1^+]_{9/2^+}$  и  $1g_{9/2}$  в спектре  $^{119}\text{Sn}$ , когда взаимодействие с состояниями квазичастица + два фонона не учитывается (правая шкала)

они связаны матричными элементами от оператора взаимодействия  $H_{Mvq}^{ph} + H_{SMvq}^{ph}$  и с одноквазичастичной и с квазичастица + два фонона компонентами, причем эти матричные элементы имеют один порядок величины. Последнее обстоятельство видно наиболее ясно из уравнений (36), где отброшены поправки из-за принципа Паули и ангармоничности фононов.

Мы привели на рис. 7 силовую функцию  $d^2(\eta)$  состояния  $[1g_{9/2} \otimes 2_1^+]_{9/2^+}$  ядра  $^{119}\text{Sn}$  [15, 36]. Коэффициенты  $D_j^{\lambda i}(\eta)$  находились из уравнений (36). На этом же рисунке изображено распределение

компоненты  $[1g_{9/2} \otimes 2^+_1]_{9/2^+}$ , рассчитанное без учета влияния компонент квазичастица + два фонона. Оба распределения отличаются друг от друга кардинально. Для сравнения на нижней части рисунка мы изобразили рассчитанную в тех же приближениях силовую функцию дырочного состояния  $1g_{9/2}$  ядра  $^{119}\text{Sn}$  и распределение  $C_{1g_{9/2}}^2$ , в по состояниям ядра без учета влияния компонент квазичастица + + два фонона. Компоненты квазичастица + два фонона не меняют качественную картину распределения  $1g_{9/2}$ -силы.

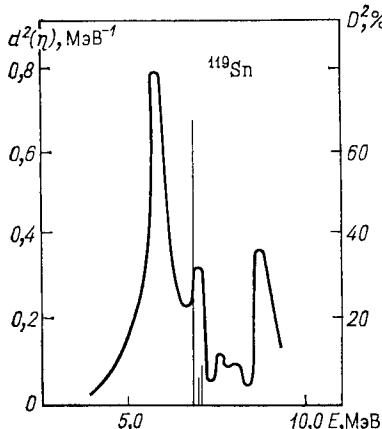


Рис. 8. Силовая функция  $d^2(\eta)$  состояния  $[2d_{5/2} \otimes 2^+_1]_{9/2^+}$  ядра  $^{119}\text{Sn}$  (левая шкала). Вертикальные линии изображают распределение силы этого состояния в спектре  $^{119}\text{Sn}$ , когда взаимодействие с состояниями квазичастица + + фонон не учитывается (правая шкала).

первого из этих эффектов до расчеты, обсуждавшиеся в разд. 4, например, табл. 4). К обсуждению влияния ангармонических эффектов мы переходим сейчас.

Большая роль ангармонических поправок была выявлена в расчетах радиационных силовых функций в нечетных изотопах Fe и Ni [25]. Мы не будем приводить здесь формулы для силовых функций  $b(E1, \eta)$  и  $b(M1, \eta)$ , так как они громоздки, а нам здесь важен лишь качественный результат, и сравнение с экспериментом не входит в нашу задачу. Достаточно сказать, что вычислялись  $E1$ - и  $M1$ -переходы с состояний в окрестности энергии связи нейтрона  $B_n$  на низколежащие одноквазичастичные состояния. Расчет был выполнен с волновой функцией (14), учитывался вклад в переход с одноквазичастичной и квазичастица + фонон компонент.

При вычислении силовой функции  $b(E1, \eta)$  переходов в  $^{55}\text{Fe}$  с сильно возбужденных состояний  $1/2^+$  на основное состояние  $3/2^-$ ,

в некотором смысле даже большее влияние оказывают компоненты квазичастица + два фонона на фрагментацию таких компонент квазичастица + фонон, где фонон — неколлективен. Из-за неколлективности фонона эта компонента связана с одноквазичастичной маленьkim матричным элементом взаимодействия и в отсутствие компонент квазичастица + два фонона практически не фрагментируется. Хорошо демонстрирует происходящие с такой компонентой изменения при включении взаимодействия с компонентами квазичастица + + два фонона рис. 8, где изображена силовая функция  $d^2(\eta)$  состояния  $[2d_{5/2} \otimes 2^+_1]_{9/2^+}$  ядра  $^{119}\text{Sn}$ .

На фрагментацию состояний квазичастица + фонон существенное влияние могут оказывать поправки из-за принципа Паули и ангармоничность фононных возбуждений. Роль некоторой степени демонстрируют

оказалось, что на величину  $b(E1, \eta)$  вблизи  $B_n = 9,29$  МэВ сильно влияет характер фрагментации компоненты  $[2p_{3/2} \otimes 1^-_5]_{1/2^+}$ , энергия которой  $\epsilon(2p_{3/2}) + \omega(1^-_5) = 11,0$  МэВ. Особая роль этой компоненты связана с относительно большой величиной  $B(E1, 0_{g.s}^+ \rightarrow 1^-_5)$ , у соседних однофононных  $1^-$ -состояний вероятности возбуждения много меньше. Если фрагментацию компоненты  $D_{2p_{3/2}}^{1^-_5}$  ( $1/2^+$ ) вычислять с помощью уравнений (35), не учитывая членов  $\sim GU$  и  $UU$ , значение  $b(E1, \eta)$  при  $\eta \simeq B_n$  оказывается небольшим (рис. 9, а). Включение в расчет членов  $\sim UU^*$ , ответственных за фрагментацию фонана  $1^-_5$ , сильно изменяет  $b(E1, \eta)$ , увеличивая ее значение

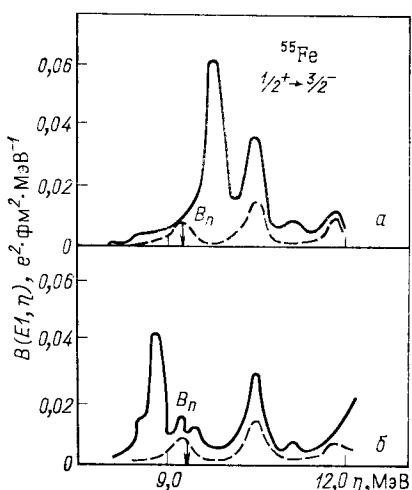


Рис. 9. Радиационная силовая функция  $b(E1, \eta)$  переходов  $1/2^+ \rightarrow 3/2_{g.s}^-$  в ядре  $^{55}\text{Fe}$ :

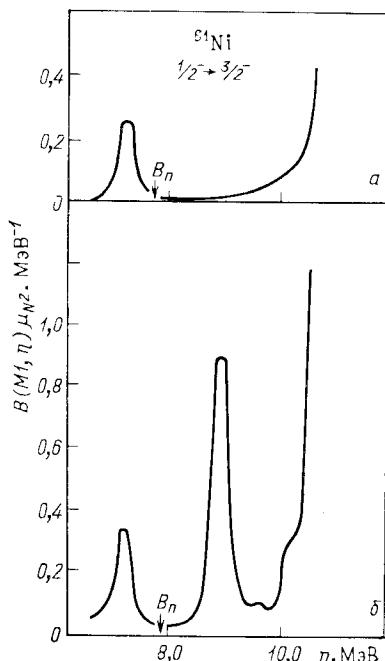
а — расчет без ангармонических поправок ( $U_{\lambda_2 i_2}^{\lambda_1 i_1}(J\nu) = 0$ ); б — расчет с ангармоническими поправками. Пунктирные линии — одноквазичастичная составляющая силовой функции. Стрелкой указано положение энергии связи нейтрона  $B_n$

Рис. 10. Радиационная силовая функция  $b(M1, \eta)$  переходов  $1/2^- \rightarrow 3/2_{g.s}^-$  в ядре  $^{61}\text{Ni}$ :

а — расчет без ангармонических поправок ( $U_{\lambda_2 i_2}^{\lambda_1 i_1}(J\nu) = 0$ ); б — расчет с ангармоническими поправками. Стрелки указывают положение энергии связи нейтрона  $B_n$

при  $\eta \simeq B_n$ . На поведении одноквазичастичной составляющей силовой функции  $b(E1, \eta)$  (изображена на рис. 9 пунктирной линией) включение ангармонических поправок практически не сказалось.

\* Члены порядка  $GU$  в расчете не учитывались [25].



Аналогичные результаты были получены для силовой функции  $M1$ -переходов  $1/2^- \rightarrow 3/2_{g.s}^+$  в  $^{61}\text{Ni}$  (рис. 10). В этом ядре на поведении  $b$  ( $M1$ ,  $\eta$ ) вблизи  $B_n$  значительно сказывается учет ангармонических эффектов в распределении силы состояния  $[2p_{3/2} \otimes 1^+_3]_{1/2^-}$ , расположенного на 3 МэВ выше  $B_n$ . Так же как и для  $E1$ -переходов в  $^{55}\text{Fe}$ , выделенная роль компоненты  $[2p_{3/2} \otimes 1^+_3]_{1/2^-}$  в описании  $M1$ -переходов в  $^{61}\text{Ni}$  объясняется большой вероятностью  $M1$ -перехода  $0_{g.s}^+ \rightarrow 1^+_3$  в  $^{60}\text{Ni}$ .

Как видно из результатов настоящего раздела, для правильного описания фрагментации состояний квазичастица + фонон необходимо учитывать эффекты, которые не имели принципиального значения в расчетах силовых функций одноквазичастичных состояний. Это существенно усложняет задачу. Но ее решение открывает широкие возможности для последовательного микроскопического анализа большой совокупности экспериментальных данных о свойствах ядер при промежуточных и высоких энергиях возбуждения. Вскоре к данным о радиационных силовых функциях ядер при энергиях возбуждения  $\sim B_n$  добавятся результаты готовящихся в ряде лабораторий мира экспериментов по  $\gamma$ -распаду глубоколежащих дырочных состояний. Эти обстоятельства делают изучение фрагментации состояний квазичастица + фонон чрезвычайно актуальным.

Авторы признательны Дао Тиен Кхоа за сотрудничество и помощь.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Соловьев В. Г. Влияние парных корреляций сверхпроводящего типа на свойства атомных ядер. М.: Госатомиздат, 1963; Soloviev V. G. Selected Topics in Nuclear Theory. Vienna: IAEA, 1963, p. 233.
2. Soloviev V. G.— Atomic Energy Rev., 1965, v. 3, N 2, p. 117; Soloviev V.G. Nuclear Structure. Dubna Symposium 1968, Vienna: IAEA, 1968, p. 101.
3. Соловьев В. Г. Теория сложных ядер. М.: Наука, 1971; Theory of Complex Nuclei. Oxford, Pergamon Press, 1976.
4. Соловьев В. Г.— Изв. АН СССР. Сер. физ., 1971, т. 35, с. 666; 1974, т. 38, с. 1580.
5. Соловьев В. Г.— ТМФ, 1973, т. 17, вып. 1, с. 90.
6. Вдовин А. И., Кырчев Г., Стоянов Ч.— Там же, 1974, т. 21, вып. 1, с. 137; Кырчев Г., Соловьев В. Г.— Там же, 1975, т. 22, вып. 2, с. 244.
7. Вдовин А. И., Соловьев В. Г.— Там же, 1974, т. 19, вып. 2, с. 275.
8. Соловьев В. Г.— ЭЧАЯ, 1978, т. 9, вып. 4, с. 810.
9. Малов Л. А., Соловьев В. Г.— Там же, 1980, т. 11, вып. 2, с. 301.
10. Вдовин А. И., Соловьев В. Г.— Там же, 1983, т. 14, вып. 2, с. 237.
11. Воронов В. В., Соловьев В. Г.— Там же, 1983, т. 14, вып. 6, с. 1381.
12. Soloviev V. G.— Nukleonika, 1978, v. 23, p. 1149.
13. Соловьев В. Г. Избранные вопросы структуры ядра. Т. 2. Изд. ОИЯИ, Д-9920, Дубна, 1976, с. 146; Структура ядра. Изд. ОИЯИ, Д-480-385, Дубна, 1980, с. 57; Международная школа-семинар по физике тяжелых ионов. Изд. ОИЯИ, Д-7-83-644, Дубна, 1983, с. 182.
14. Voronov V. V.— In: Neutron Induced Reactions/Ed. J. Ribansky, E. Beatak. Bratislava, 1980, p. 291; Вдовин А. И.— Изв. АН СССР. Сер. физ., 1979, т. 43, с. 2018.
15. Стоянов Ч.— Изв. АН СССР. Сер. физ., 1981, т. 45, с. 1820.
16. Стоянов Ч. IV Школа по нейтронной физике. Изд. ОИЯИ, Д-3, 4-82-704, Дубна, 1982, с. 87; Воронов В. В.— Там же, с. 105.

17. Беляев С. Т.— ЯФ, 1968, т. 4, с. 936.
18. Соловьев В. Г. Теория атомного ядра. Ядерные модели. М.: Энергоиздат, 1981.
19. Вдовин А. И., Пономарев В. Ю. Препринт ОИЯИ Р4-80-392, Дубна, 1980; Нгуен Динь Данг, Пономарев В. Ю.— Изв. АН СССР. Сер. физ., 1983, т. 47, с. 2147; Ропомарев В. Ju., Stoyanov Ch., Vdovin A. I.— Z. Phys. A, 1982, v. 308, p. 157; Вдовин А. И. и др. Препринт ОИЯИ Р4-84-32, Дубна, 1984.
20. Соловьев В. Г.— ТМФ, 1983, т. 57, вып. 3, с. 438; Kuzmin V. A., Soloviev V. G. Preprint JINR E4-83-786, Dubna, 1983.
21. Dao Tiên Khoa e.a. JINR, E4-84-504, Dubna, 1984.
22. Воронов В. В., Соловьев В. Г.— ТМФ, 1983, т. 57, вып. 1, с. 75.
23. Соловьев В. Г., Стоянов Ч., Николаева Р.— Изв. АН СССР. Сер. физ., 1983, т. 47, с. 2082.
24. Chan Zuy Khuong, Soloviev V. G., Voronov V. V.— J. Phys. G: Nucl. Phys., 1981, v. 7, p. 151.
25. Soloviev V. G., Stoyanov Ch.— Nucl. Phys. A, 1982, v. 382, p. 206.
26. Soloviev V. G., Stoyanov Ch., Vdovin A. I.— Ibid., 1980, v. 342, p. 261.
27. Soloviev V. G., Stoyanov Ch., Voronov V. V.— Ibid., 1983, v. 399, p. 141.
28. Stoyanov Ch., Vdovin A. I.— Phys. Lett. B, 1983, v. 130, p. 143; Нгуен Динь Тхак и др.— ЯФ, 1983, т. 37, с. 43; Nguyen Dinh Thao e.a.— J. Phys. G: Nucl. Phys., 1984, v. 10, p. 517.
29. Voronov V. V., Chan Zuy Khuong. Preprint JINR E-4-13005, Dubna, 1980.
30. Dambasuren D. e.a.— J. Phys. G: Nucl. Phys., 1976, v. 2, p. 25.
31. Alaga G., Ialongo G.— Nucl. Phys. A, 1967, v. 97, p. 600; Heyde K., Brussard P. J.— Ibid., 1967, v. 104, p. 81; Z. Physik, 1973, v. 259, p. 45.
32. Malov L. A., Soloviev V. G.— Nucl. Phys. A, 1976, v. 270, p. 87; Малов Л. А., Соловьев В. Г.—ЯФ, 1976, т. 23, с. 53; Там же, 1977, т. 26, с. 729.
33. Очирбат Г. Препринт ОИЯИ Р4-8774, Дубна, 1975.
34. Малов Л. А. Препринт ОИЯИ Р4-81-228, Дубна, 1981.
35. Бор О., Моттельсон Б. Структура атомного ядра: Пер. с англ. М.: Мир, 1971.
36. Стоянов Ч. Автор. дис. на соиск. учен. степени д-ра физ.-мат. наук. Изд. ОИЯИ, 4-82-885, Дубна, 1982.
37. Стоянов Ч.— ТМФ, 1979, т. 40, с. 422.
38. Soloviev V. G., Malov L. A.— Nucl. Phys. A, 1972, v. 196, p. 433.
39. Малов Л. А., Соловьев В. Г.— ЯФ, 1975, т. 21, с. 502; ТМФ, 1975, т. 25, с. 265.
40. Малов Л. А., Очирбат Г. Препринт ОИЯИ Р4-8447, Дубна, 1974; Р4-8492, Дубна, 1974.
41. Вдовин А. И., Стоянов Ч., Чан Зуй Кхыонг.— Изв. АН СССР. Сер. физ., 1979, т. 43, с. 999.
42. Стоянов Ч., Чан Зуй Кхыонг. Препринт ОИЯИ Р4-81-234, Дубна, 1981.
43. Бастрюков С. И., Нестеренко В. О., Соловьев В. Г.— Изв. АН СССР. Сер. физ., 1982, т. 46, с. 2144; Soloviev V. G., Nesterenko V. O., Bastrukov S. I.— Z. Phys. A, 1983, v. 309, p. 353.
44. Аликов Б. А. и др.— Изв. АН СССР. Сер. физ., 1981, т. 45, с. 2111.
45. Чан Зуй Кхыонг, Воронов В. В.— Там же, 1981, т. 45, с. 837.
46. Воронов В. В., Чан Зуй Кхыонг.— Там же. с. 1910.
47. Doll P.— Nucl. Phys. A, 1977, v. 292, p. 165; Koeling T., Iachello F.— Ibid., 1978, v. 295, p. 45.
48. Klevansky S. P., Lemmer R. H.— Phys. Rev. C, 1982, v. 25, p. 3137; Ibid., 1983, v. 28, p. 1763.
49. Ponomarev V. Ju. e.a.— Nucl. Phys. A, 1979, v. 323, p. 61.
50. Soloviev V. G., Stoyanov Ch., Vdovin A. I.— Ibid., 1977, v. 288, p. 376.
51. Stuirbrink A. e.a.— Z. Phys. A, 1980, v. 297, p. 307; Tanaka M. e.a.— Phys. Lett. B, 1978, v. 78, p. 221; Langevin-Joliot H. e.a.— Ibid., 1982, v. 114.
52. Stoyanov Ch., Vdovin A. I. Preprint JINR E4-84-330, Dubna, 1984.
53. Воронов В. В., Соловьев В. Г.— ЯФ, 1976, т. 23, с. 942.