

ВАКУУМ ЭЛЕКТРОСЛАБЫХ ВЗАИМОДЕЙСТВИЙ В ИНТЕНСИВНЫХ ВНЕШНИХ ПОЛЯХ

B. B. Скалоузуб

Днепропетровский государственный университет, Днепропетровск

Обсуждаются результаты исследований вакуумного состояния электрослабых взаимодействий в присутствии интенсивных магнитного и электрического полей. Рассматриваются следующие вопросы: введение внешнего электромагнитного поля в ренормируемых калибровках, вычисление эффективного потенциала в однопетлевом приближении и его исследование, связь с теорией Янга — Миллса в присутствии ковариантно-постоянного поля, возникновение тахионной нестабильности вакуума в магнитном поле. Изучается методом ренормализационной группы эффективный потенциал вблизи порога нестабильности, а также проблема тахиона с учетом радиационных эффектов. Дано описание фазового перехода в магнитном поле, связанного с тахионом, и отмечены некоторые черты нового вакуумного состояния. Кратко обсуждается случай внешнего электрического поля.

Recent theoretical investigations of the electroweak interaction vacuum state in the magnetic and electric fields are discussed and the following questions are considered: the background field formalism, the one loop effective potential computation and symmetry behaviour, the conformity of the basic electroweak theories vacuum properties in electromagnetic field and that of the Yang—Mills field theory in constant-covariant field $F_{\mu\nu}^a = F_{\mu\nu}n^a = \text{const}$, the tachyonic instability in the magnetic field. Using the renormalization group methods the effective potential near the threshold of instability appearance and the problem of tachion existence when radiative effects are taken into account are examined. For different regions of the parameters when tachyon exists the description of the phase transition induced by it is detailedly done. The case of electric field is briefly discussed.

ВВЕДЕНИЕ

Современные теории слабых и электромагнитных (СЭМ) взаимодействий основаны на спонтанном нарушении различных неабелевых калибровочных групп симметрии. Симметрия и свойства вакуума, представляющего собой конденсат нейтрального скалярного поля, в этих теориях не являются навсегда заданными и могут меняться при фазовых переходах, обусловленных различными внешними условиями. В данном обзоре обсуждаются результаты, полученные в последние годы при изучении вакуума СЭМ-взаимодействий в присутствии интенсивного электромагнитного поля. Поведение абелевой калибровочной симметрии во внешних полях обсуждалось, в частности, в обзоре [1].

Интерес к этим исследованиям стимулирован в первую очередь запросами космологии и возник после работы Д. А. Киржница (см. [1]), который показал, что повышение температуры ведет к восстановлению симметрии. В то время считалось, что физика вакуума СЭМ-взаимодействий сходна с физикой явления сверхпроводимости, поэтому естественно было ожидать, что к аналогичным результатам приведет и сильное магнитное поле, а также комбинация поля и температуры в соответствии со случаем сверхпроводника. Такие макроскопические условия представляются важными для понимания процессов, происходивших в ранней вселенной. Исследования в поле при нулевой температуре в этой связи представляют собой необходимый этап для их рассмотрения. Они, в частности, позволяют определить различные возможные фазы системы и свойства фаз, отклик вакуума на внешние воздействия, а также понять, насколько в действительности оправдывается аналогия со сверхпроводимостью.

Имеются и другие вопросы, связанные с потребностями развития теории, которые могут быть поставлены в рамках задачи в поле. Для современного этапа исследований характерно, что они проводятся в рамках отдельных конкретных моделей, объединяющих различные фундаментальные взаимодействия и включающих, как правило, неоткрытые экспериментально частицы. Желательно выяснить общие присущие большинству моделей свойства вакуума, а также получить следствия, обусловленные различиями в составе частиц и зависимостью от констант связей и масс. Это позволит провести некоторую классификацию моделей. Результаты такого рода, полученные для широкого диапазона внешних полей и значений входящих параметров, имеют большое значение, которое выходит за рамки изучения собственно СЭМ-взаимодействий.

Первое исследование эффектов внешнего поля в неабелевых калибровочных теориях (НКТ) было выполнено Саламом и Страдси [2], которые изучили возможность восстановления симметрии магнитным полем H . Восстановление симметрии выражается в исчезновении конденсата скалярного поля аналогично тому, как исчезает конденсат куперовских пар и разрушается сверхпроводимость в магнитном поле. Авторы [2] пришли к выводу о возможности этого эффекта, означающего, что в интенсивном поле H слабое взаимодействие становится дальнодействующим как электромагнитное и симметрия системы совпадает с симметрией исходного лагранжиана. Однако в [2] использовалось приближение, недостаточно учитывающее динамику вакуума в поле в НКТ, которая существенно отличается от случая теории Гинзбурга — Ландау [3] или модели Хиггса. Поэтому потребовалась дополнительные исследования. Кроме того, возник следующий вопрос: если скалярный конденсат исчезает, то в какой мере вакуум СЭМ-взаимодействий окажется подобным вакууму безмассовых НКТ? Его нетривиальность определяется тем обстоятельством, что вакуум теории возмущений (ТВ) в магнитном поле является нестабильным [4, 5] независимо от того, имеется или

нет спонтанное нарушение симметрии (СНС). Таким образом, решение задачи о восстановлении симметрии оказалось тесно связанным с проблемой поиска стабильного вакуума для НКТ в поле.

Наложение внешних полей является одним из эффективных методов выхода за рамки ТВ, который использует точные по полю решения. Внешнее поле представляет собой классическое решение соответствующего ему уравнения движения, на фоне которого изучаются квантовые эффекты. Оно не обязательно должно отвечать реальному физическому полю, а может служить как вспомогательный объект при исследовании. Широкое развитие метод получил в квантовой электродинамике (КЭД), где были получены важные результаты [6—9]. Отметим некоторые из них.

Это рождение электрон-позитронных пар электрическим полем, исследование асимптотических свойств КЭД, установление связи электродинамики интенсивных полей с электродинамикой малых расстояний [9, 10] и др. В НКТ аналогичные исследования также были проведены и продолжаются в настоящее время для различного рода полей. Литература по данной теме очень велика. Поэтому отметим только те результаты, которые непосредственно примыкают к обсуждаемым вопросам.

Прежде всего это изучение асимптотической свободы как задачи в поле [11—13], возникновение спонтанной намагниченности [14] и обнаружение нестабильности вакуума ТВ в магнитном поле [4, 5], тесно связанные между собой. Ниже будут указаны и другие результаты.

Модель Хиггса в магнитном (точнее квазимагнитном [1]) поле H всесторонне изучалась в [1, 15—17]. Исходный лагранжиан обладает $U(1)$ -симметрией и имеет вид

$$\mathcal{L} = -\frac{1}{4} F_{\mu\nu}^2 + P_\mu^\ast \varphi^* P^\mu \varphi - m_\varphi^2 \varphi^* \varphi - \frac{\lambda}{4} (\varphi^* \varphi)^2, \quad (1)$$

где $F_{\mu\nu} = \partial_\mu A_\nu - \partial_\nu A_\mu$; $P_\mu = i\partial_\mu + eA_\mu$; φ — комплексное скалярное поле. Для $m_\varphi^2 < 0$, $\lambda > 0$ происходит СНС, φ приобретает

вакуумное среднее $\delta(0) = \langle \varphi \rangle_0 = \sqrt{\frac{2|m_\varphi^2|}{\lambda}}$, а калибровочное поле

A_μ — массу $M_A = e\delta(0)$. В модели имеет место полная аналогия с теорией сверхпроводимости Гинзбурга — Ландау [1, 16]. В частности, для больших H происходит восстановление симметрии и масса M_A обращается в нуль. В нарушенной фазе калибровочное поле полностью заэкранировано и его измеряемое значение равно нулю. Действие внешнего поля будет сводиться к увеличению энергии вакуума и проявляться на древесном уровне. Поэтому для напряженности критического поля H_k имеется оценка $H_k^2/2 \sim O(M_A^4)$, которая показывает, что восстановление симметрии произойдет, когда плотность энергии магнитного поля сравняется с плотностью энергии скалярного конденсата $\sim M_A^4$.

В теориях СЭМ-взаимодействий калибровочная симметрия, соответствующая внешнему электромагнитному полю, остается ненарушенной. Поэтому измеряемое поле отлично от нуля и в нарушенной фазе. Из общих соображений можно ожидать, что восстановление симметрии здесь должно происходить на однопетлевом уровне. Действительно, скалярный конденсат электронейтрален и магнитное поле на него не действует в древесном приближении. Воздействие поля H сводится к изменению спектра вакуумных осцилляторов заряженных полей и посредством этого плотности энергии вакуума, что может привести к фазовому переходу. Оценка критического поля такова: $e^2 H_k^2/2 \sim O(M^4)$, где M — масса заряженных векторных бозонов.

Эти соображения были положены в основу работы [2], в которой вычислялся в однопетлевом приближении эффективный потенциал (ЭП) $V^{(1)}(\Phi_c, H)$ скалярного поля Φ_c в присутствии поля H , позволяющий изучить вопрос о поведении симметрии. Используя эффективный потенциал в приближении малых H , авторы заметили, что благодаря асимптотической свободе НКТ со спонтанным нарушением симметрии вакуумное среднее скалярного поля, определяемое по положению минимума ЭП $\delta(H)$, уменьшается при увеличении H . На основе этой тенденции было сделано заключение о возможности восстановления симметрии. Таким образом, несмотря на различие в механизмах воздействия поля на вакуум в абелевом и неабелевом случаях, считалось, что асимптотическая свобода НКТ приводит к ожидаемому конечному результату — восстановлению симметрии.

Приближенное выражение для ЭП использовалось затем Мидориковой для определения критических полей в ряде моделей [18], причем было показано, что восстановление симметрии происходит в результате фазового перехода первого рода.

Как следует из оценок, критические поля должны быть достаточно сильными. Поэтому приближение слабого поля может оказаться непригодным. В работе [4] изучено поведение точного выражения для однопетлевого ЭП $V^{(1)}(\Phi_c, H)$ и показано, что вакуумное среднее $\delta(H)$ в нуль не обращается. Наряду с этим в [4] было отмечено новое явление — возникновение нестабильности вакуума СЭМ-взаимодействий в магнитном поле, проявляющееся в наличии мнимой части $\text{Im } V^{(1)}(\Phi_c, H) \neq 0$ в ЭП. Нильсен и Олесен [5] обнаружили аналогичную нестабильность для теории Янга—Миллса (ЯМ) в присутствии ковариантно-постоянного магнитного поля $F^a = H n^a$, где n^a — вектор, фиксирующий направление в изотопическом пространстве. Отличие безмассовых и спонтанно нарушенных НКТ состоит в том, что в последних имеется порог появления $\text{Im } V^{(1)}$, определяемый массой заряженных векторных частиц M , $H_0 = M^2/e$, а для безмассовых теорий $H_0 = 0$. Физической причиной нестабильности является присутствие в спектре заряженных векторных частиц в магнитном поле тахиона, что обусловлено структурой взаимодействия в НКТ.

Обнаружение нестабильности вакуума потребовало пересмотра вопроса о поведении симметрии в поле H . Стало ясно, что использование для этой цели одного только однопетлевого ЭП является недостаточным и необходимы более разносторонние исследования. В [19] методом ренормализационной группы (РГ) изучали $V^{(1)}(\Phi_c, H)$ вблизи порога нестабильности H_0 и обнаружили особенность в поведении эффективного электрического заряда $\bar{e}^2(H)$. В [20, 21] с помощью решения классических уравнений движения было показано, что поведение и свойства вакуума СЭМ-взаимодействий в поле определяются не одним Φ_c , а двумя параметрами порядка Φ_c и $\langle W_i^\dagger W_i \rangle_0$ и взаимодействием между ними ($\langle W_i^\dagger W_i \rangle_0$ — конденсат компонент W -бозонов). Приведенные выше качественные соображения и оценки критических полей не учитывали этого обстоятельства. Оказалось также, что свойства вакуума существенно различны для случаев теорий с «легкими» и «тяжелыми» хиггсовскими мезонами.

Как видно, задача о поведении СНС оказалась довольно сложной и многоплановой. Кроме того, результаты, полученные разными авторами при изучении поведения ЭП $V^{(1)}(\Phi_c, H)$ [4, 18, 22, 23], зачастую расходятся, либо вообще противоречат друг другу. Это обусловлено рядом причин, указанных ниже. В данном обзоре поэтому изложение построено так, чтобы собрать воедино имеющиеся на сегодняшний день результаты на примерах двух конкретных моделей — теории Вайнберга — Салама (ВС) и модели Джорджи — Гэшоу (ДГ) [25] и исправить недостатки указанных работ, если они имеются.

Статья организована следующим образом. В разд. 1 после краткого описания исследуемых теорий рассматривается вопрос о введении внешнего электромагнитного поля в ренормируемых (R) и унитарной (U) калибрах. Далее описан общий формализм вычисления ЭП, использующий функции Грина. В разд. 2 проведено изучение ЭП во всей области значений магнитного поля, а также зависимость ЭП от отношения квадратов масс хиггсовского и W -бозонов: $K = K(0) = m^2/M^2$. Показано, что характер поведения $\text{Re } V^{(1)}(\Phi_c, H)$ различен для $K < 9 \div 10$ и для $K \geq 9 \div 10$. Поэтому возникает естественная граница $K \approx 9 \div 10$ в определении понятия легкий и тяжелый хиггсовский мезон. Рассмотрена связь с безмассовой теорией ЯМ, а также явление спонтанной намагниченности вакуума в зависимости от заданного скалярного поля Φ_c . Как оказывается, при достаточно больших Φ_c спонтанной намагниченности не возникает [23]. Далее обсуждается тахионная нестабильность в магнитном поле. Разд. 3 посвящен исследованиям на пороге нестабильности $H_0 = M^2/e$. Методом РГ показано, что эффективный заряд $\bar{e}^2(H)$ обнаруживает при $H \rightarrow H_0$ нуль-зарядное поведение. Изучено влияние радиационных эффектов в проблеме тахиона в магнитном поле. Введена ренорминвариантная масса заряженного векторного бозона в поле H и с ее помощью установлено, что в модели ДГ для $K(H) < 1,66$ квадрат массы $M_{\text{зф}}^2(H)$ может стать отрицательным в полях $H = H_k < H_0$,

$K(H) = \frac{m^2(H)}{M^2(H)}$ определяет отношение квадратов масс в присутствии поля. При больших $K(H)$ $M_{\text{эфф}}^2(H)$ оказывается положительным. Так же рассмотрен случай теории ВС. В разд. 4 обсуждаются фазовые переходы, связанные с тахионной нестабильностью. Описано возникновение конденсата поля W -боонов для $K < 1$ и $K > 10$ и некоторые свойства нового вакуума. В заключении подведены итоги и кратко рассмотрены случай внешнего электрического поля и состояние вопроса о роли фермионов в присутствии поля.

1. ФОРМАЛИЗМ ФОНОВОГО ПОЛЯ В ТЕОРИЯХ СО СНС

Модели электрослабых взаимодействий. Опишем кратко модели ВС [24] и ДГ [25]. Первая из них является реалистической теорией СЭМ-взаимодействий, хорошо согласующейся с экспериментальными данными, а вторая — более простая — представляет интерес по следующим причинам. Во-первых, она близка к безмассовой теории ЯМ и является фактически ее массовой регуляризацией [26, 27]. Во-вторых, в исследуемом в дальнейшем однопетлевом приближении для ЭП и массового оператора W -бозона все результаты, полученные в модели ДГ, переносятся на теорию ВС с помощью переобозначений параметров и несложных алгебраических преобразований. Поэтому многие работы были выполнены в рамках этой модели. Учитывая сказанное, а также для краткости изложения в дальнейшем вычисления будут проводиться в основном для модели ДГ, а соответствующие результаты для теорий ВС и ЯМ будут приводиться без расчетов.

Новые и наиболее существенные свойства СЭМ-взаимодействий, обсуждаемые в обзоре, обусловлены взаимодействием с внешним полем заряженных векторных частиц. Поэтому мы рассмотрим только бозонную часть лагранжианов соответствующих теорий. Фермионная часть описана во многих источниках [24, 25, 28, 58].

Модель ДГ основана на спонтанном нарушении калибровочной симметрии $SU(2) \rightarrow U(1)$. Квантование теории предполагается выполненным методом континуального интегрирования по классам полей [29]. Интересующую часть лагранжиана представим в виде

$$\mathcal{L} = \mathcal{L}_b + \mathcal{L}_g + \mathcal{L}_{\text{Ф. Р}}, \quad (1a)$$

здесь \mathcal{L}_b описывает янг-миллсовское поле, триплет скалярных полей и их взаимодействие:

$$\mathcal{L}_b = -\frac{1}{4} F_{\mu\nu}^a F^{a\mu\nu} + \frac{1}{2} D_\mu \chi^a D^\mu \chi^a - V(\chi), \quad (2)$$

$F_{\mu\nu}^a = \partial_\mu V_\nu^a - \partial_\nu V_\mu^a + g \epsilon^{abc} V_\mu^b V_\nu^c$ — напряженность калибровочного поля, $a = 1, 2, 3$ — изотопический индекс,

$$V(\chi) = \frac{1}{2} m_\chi^2 \chi^a \chi^a + \frac{\lambda}{8} (\chi^a \chi^a)^2, \quad (3)$$

\mathcal{L}_g — член, фиксирующий калибровку, $\mathcal{L}_{\text{Ф. Р}}$ — лагранжиан духов Фаддеева — Попова.

Если $m_\chi^2 < 0$, $\lambda > 0$, то потенциал (3) приобретает минимум при $(\chi^\alpha \chi^\alpha)_c = 2 |m_\chi^2| / \lambda$. В вакууме возникает конденсат скалярного поля $\chi_c^\alpha = \langle \chi^\alpha \rangle_0 \neq 0$. Для задания системы над этим несимметричным вакуумом необходимо фиксировать некоторое направление в изотопическом пространстве, что приводит к спонтанному нарушению симметрии, и перейти к новым полям φ^α , имеющим нулевое вакуумное среднее: $\langle \varphi^\alpha \rangle_0 = 0$. Положим

$$\langle \chi^\alpha \rangle_0 = \delta(0) \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}; \quad \delta(0) = \sqrt{\frac{2|m_\chi^2|}{\lambda}}; \\ \chi^\alpha = \langle \chi^\alpha \rangle_0 + \varphi^\alpha$$

и введем вместо V_μ^α , φ^α новые поля

$$\left. \begin{array}{l} W_\mu^\pm = \frac{1}{\sqrt{2}} (V_\mu^1 \pm i V_\mu^2); \quad A_\mu = V_\mu^3; \\ \varphi^\pm = \frac{1}{\sqrt{2}} (\varphi^1 \pm i \varphi^2); \quad \Phi = \varphi^3. \end{array} \right\} \quad (4)$$

Тогда получим

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_b = & -P_\mu^* W_v^+ P^\mu W^{-v} + P_\mu^* W_v^+ P^v W^{-\mu} - ie F_{\mu v} W^{+\mu} W^{-v} + \\ & + (M + e\Phi)^2 W_\mu^+ W^{-\mu} + P_\mu^* \varphi^+ P^\mu \varphi^- - (M + e\Phi) (W_\mu^+ P^\mu \varphi^- - W_\mu^- P^{*\mu} \varphi^+) - \\ & - \frac{1}{4} F_{\mu v}^2 - \frac{e^2}{2} [(W_\mu^+ W^{-\mu})^2 - W_\mu^- W^{-\mu} W_v^+ W^{+v}] + \\ & + \frac{1}{2} |\partial_\mu \Phi + ie (W_\mu^+ \varphi^- - W_\mu^- \varphi^+)|^2 - \frac{m^2}{2} \Phi^2 - \\ & - q \left(\varphi^+ \varphi^- + \frac{1}{2} \Phi^2 + \delta(0) \Phi \right) - \frac{\lambda}{8} [\Phi^4 + 4(\varphi^+ \varphi^-)^2] - \\ & - \frac{\lambda}{2} \varphi^+ \varphi^- (\Phi^2 + 2\Phi \delta(0)) - \frac{1}{2} \frac{\lambda}{e} M \Phi^3, \end{aligned} \quad (5)$$

где $F_{\mu v} = \partial_\mu A_v - \partial_v A_\mu$; Φ — хиггсовский скаляр. Его масса m и масса W -бозона $M = e\delta(0)$ связаны соотношением

$$K = m^2/M^2 = \lambda/e^2. \quad (6)$$

Константа g отождествлена с электрическим зарядом: $g \equiv e$; $q \equiv -|m_\chi^2| + \frac{1}{2} \lambda \delta^2(0)$ — условие, обеспечивающее равенство $\langle \varphi^\alpha \rangle_0 = 0$ в каждом порядке теории возмущений. Поле V_μ^3 осталось безмассовым и отождествляется с электромагнитным полем.

Лагранжиан (5) инвариантен относительно калибровочных пре-

образований:

$$\left. \begin{aligned} W_\mu^\pm &\rightarrow W_\mu^{\pm'} = W_\mu^\pm \pm ie(A_\mu\alpha^\pm - W_\mu^\pm\alpha^0) + \partial_\mu\alpha^\pm; \\ A_\mu &\rightarrow A'_\mu = A_\mu + ie(W_\mu^+\alpha^- - W_\mu^-\alpha^+) + \partial_\mu\alpha^0; \\ \varphi^\pm &\rightarrow \varphi^{\pm'} = \varphi^\pm \pm ie(\Phi\alpha^\pm - \varphi^\pm\alpha^0) \mp iM\alpha^\pm; \\ \Phi &\rightarrow \Phi' = \Phi + ie(\varphi^+\alpha^- - \varphi^-\alpha^+), \end{aligned} \right\} \quad (7)$$

где α^\pm, α^0 — параметры преобразований.

Рассмотрим также вариант модели ДГ, когда поле χ^a первоначально безмассовое, а нарушение симметрии и возникновение масс у частиц обусловлены радиационными поправками. Соответствующий механизм был предложен Коулменом и Вайнбергом [30] и носит название динамического нарушения симметрии. Выражение для потенциала в древесном приближении получается при $m_\chi^2 = 0$ в формуле (3). Лагранжиан (5) вырожден. Рассмотрим член \mathcal{L}_g , фиксирующий калибровку при квантовании, в интересующем нас контексте наложения внешних полей.

Внешнее электромагнитное поле в НКТ со СНС. В КЭД внешнее электромагнитное поле $\bar{F}_{\mu\nu}$ можно ввести, разбив электромагнитный потенциал на квантованную A_μ^R и классическую \bar{A}_μ части: $A_\mu = A_\mu^R + \bar{A}_\mu$. При этом лагранжиан будет инвариантным относительно градиентных преобразований $A_\mu \rightarrow A'_\mu = A_\mu + \partial_\mu\alpha^0$, реализуемых за счет внешнего поля:

$$A_\mu^R \rightarrow A'^R_\mu = A_\mu^R; \quad \bar{A}_\mu \rightarrow \bar{A}'_\mu = \bar{A}_\mu + \partial_\mu\alpha^0. \quad (8)$$

В НКТ дело обстоит сложнее, так как электромагнитное поле выделяется из мультиплета совместно преобразующихся по группе $SU(2)$ полей V_μ^a и при квантовании необходимо фиксировать калибровку для W_μ^\pm .

Рассмотрим наиболее общую линейную R -калибровку R_ξ [31]

$$\partial_\mu W^{\pm\mu} \mp i \frac{M}{\xi} \varphi^\pm = C^\pm(x), \quad (9)$$

где ξ — параметр. Условия (9) полностью снимают вырождение (7) для нарушенных подгрупп, описываемых параметрами α^+, α^- , что позволяет провести квантование теории. Формально дело сводится к добавлению к \mathcal{L}_b двух слагаемых

$$\mathcal{L}_g = -\xi \left| \partial_\mu W^{+\mu} - i \frac{M}{\xi} \varphi^+ \right|^2; \quad (10)$$

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_{F.P.} = & \bar{\eta}^0 \square \eta^0 + \bar{\eta}^+ \square \eta^+ + \frac{M^2}{\xi} \bar{\eta}^+ \eta^+ + \frac{eM}{\xi} \Phi \bar{\eta}^+ \eta^+ - \\ & - \frac{eM}{\xi} \bar{\eta}^+ \varphi^+ \eta^0 + ie \bar{\eta}^+ (\partial_\mu A^\mu + A_\mu \partial^\mu) \eta^+ - ie \bar{\eta}^+ (\partial_\mu W^{+\mu} + W_\mu^+ \partial^\mu) \eta^0 + \\ & + ie \bar{\eta}^0 (\partial_\mu W^{+\mu} + W_\mu^+ \partial^\mu) \eta^- + \text{a. c.}, \end{aligned} \quad (11)$$

где η^+ , η^0 — скалярные ферми-поля дубров Фаддеева — Попова. Первое слагаемое в (11) возникает, если фиксировать калибровку электромагнитного поля $\partial_\mu A^\mu = C^0(x)$.

Если теперь сделать разбиение $A_\mu = A_\mu^R + \bar{A}_\mu$, то $\mathcal{L}_b + \mathcal{L}_g$, а также $\mathcal{L}_{F.R}$ не будут инвариантными относительно преобразований (8). Это затрудняет трактовку \bar{A}_μ как потенциала внешнего электромагнитного поля. При рассмотрении процессов, обусловленных взаимодействием с \bar{A}_μ , приходится привлекать сложную систему уравнений и тождества Уорда для всей совокупности полей, отвечающих как ненарушенной, так и нарушенным подгруппам. При этом большинство задач становится практически нерешаемыми. В связи с этим, а также по причине зависимости ЭП от ξ (см. ниже) первые работы в НКТ со СНС, рассматривающие внешнее поле, были выполнены в U -калибровке, в которой присутствуют только физические поля и сохраняется явно только $U(1)$ -симметрия фотона. Соответственно внешнее поле здесь вводится как в КЭД. Однако U -калибровка обладает тем недостатком, что в ней функции Грина неперенормируемые, перенормируема только S -матрица. Это приводит к трудностям при расчетах.

Квантование теорий, обладающих произвольной локальной симметрией, с помощью введения классических полей, удовлетворяющих определенным уравнениям движения, было проведено де Виттом [32] и широко использовалось в безмассовых НКТ. Основным достоинством этого метода, называемого методом фонового поля, является возможность сохранить инвариантность относительно калибровочного преобразования внешнего поля при наложенных калибровочных условиях. Равличные аспекты калибровочной инвариантности и перенормировки в этом подходе обсуждались в [33—35].

Воспользуемся методом фонового поля для квантования теории со СНС. Вместо (9) наложим ковариантное по \bar{A}_μ условие [25]

$$\partial_\mu W^{\pm\mu} \pm ie \bar{A}_\mu W^{\pm\mu} \mp i \frac{M}{\xi} \varphi^\pm = C^\pm(x), \quad (12a)$$

дающее решение задачи о введении электромагнитного поля в R -калибровке. Добавка \mathcal{L}_g в (1) имеет вид

$$\mathcal{L}_g = -\xi \left| P_\mu^* W^{+\mu} - \frac{M}{\xi} \varphi^+ \right|^2. \quad (13)$$

Обсудим трансформационные свойства полей в присутствии \bar{A}_μ . При $SU(2)$ -преобразованиях $A_\mu = A_\mu^R + \bar{A}_\mu$ преобразуется согласно (7). При преобразованиях внешнего поля имеем (8). $SU(2)$ -преобразования можно реализовать двумя способами: 1) за счет однородного преобразования $A_\mu^{R'} = A_\mu^R + ie (W_\mu^+ \alpha^- - W_\mu^- \alpha^+)$ и $\bar{A}_\mu \rightarrow \bar{A}'_\mu$; 2) для фиксированного \bar{A}_μ

$$A_\mu^{R'} = A_\mu^R + ie (W_\mu^+ \alpha^- - W_\mu^- \alpha^+) + \partial_\mu \alpha^0. \quad (14)$$

Закон преобразования полей W_μ^\pm получается заменой в (7) $\partial_\mu \alpha^\pm$ ковариантной производной $D_\mu \alpha^\pm = \partial_\mu \alpha^\pm \pm ie\bar{A}_\mu \alpha^\pm$,

$$W_\mu^\pm \rightarrow W_\mu^{\pm'} = W_\mu^\pm \pm ie[(A_\mu^R + \bar{A}_\mu) \alpha^\pm - W_\mu^\pm \alpha^0] + \partial_\mu \alpha^\pm. \quad (15)$$

Для ϕ^\pm , Φ сохраняются формулы (7). Используя (12а), (14), (15), легко найти лагранжиан д'юнов $\mathcal{L}_{F, P}$. При его вычислении \bar{A}_μ считается фиксированным. Этот лагранжиан отличается от лагранжиана (11) присутствием дополнительных слагаемых, описывающих взаимодействие с \bar{A}_μ :

$$\Delta \mathcal{L}_{F, P} = ie\bar{\eta}^+ (\partial_\mu \bar{A}^\mu + 2\bar{A}_\mu \partial^\mu) \eta^+ + e^2 \bar{A}_\mu W^{+\mu} \bar{\eta}^+ \eta^+ - e^2 \bar{\eta}^+ (\bar{A}_\mu A_\mu^R + \bar{A}_\mu \bar{A}^\mu) \eta^+ + \text{э. с.} \quad (16)$$

В результате лагранжианы $\mathcal{L}_g + \mathcal{L}_b$ и $\mathcal{L}_{F, P}$ являются инвариантными относительно градиентных преобразований (8). Поэтому для констант перенормировки имеет место тождество Уорда $Z_1 = Z_2$, как в КЭД, и, в частности, для вычисления β -функции достаточно рассчитать поляризационный оператор. В дальнейшем также понадобится учесть эффект присутствия наряду с электромагнитным внешнего скалярного поля Φ_c . Это легко сделать, заменив в формуле (12а) $M \rightarrow e(\delta(0) + \Phi_c)$.

Мы рассмотрели вопрос о введении внешних полей в R -калибровке на примере простейшей модели ДГ. Для произвольной калибровочной группы симметрии он изучался Шором [22], который рассматривал подробно постоянные внешние электромагнитное $\bar{F} = \text{const}$ и скалярное $\Phi_c = \text{const}$ поля и сформулировал ряд простых теорем, обеспечивающих их задание. В работе [22] берется лагранжиан до нарушения симметрии, в соответствии с чем используется условие (12а), в котором M/e заменяется произвольным «бегущим» параметром скалярного поля Φ_c :

$$\partial_\mu W^{\pm\mu} \pm ie\bar{A}_\mu W^{\pm\mu} \mp i \frac{e\Phi_c}{\xi} \varphi^\pm = C^\pm(x). \quad (126)$$

Калибровка (12б) специализирована для вычислений ЭП полей \bar{F} , Φ_c , поскольку не требуется предварительного фиксирования вакуума теории. Выбор той или иной калибровки определяется удобством решения задачи. Ниже будут использоваться обе калибровки (12а) и (12б).

Установим связь между формулировками теории в R - (12а) и U -калибровках. Дополнительное условие (12а) отличается от (9) только членами, описывающими взаимодействие с \bar{A}_μ . Пропагаторы свободных частиц не меняются:

$$\left. \begin{aligned} D_{\mu\nu}^W &= -i \frac{g_{\mu\nu} - k_\mu k_\nu / M^2}{k^2 - M^2 + ie} + i \frac{k_\mu k_\nu / (M^2/\xi)}{k^2 - M^2/\xi + ie}; \\ D_{\eta^+, \varphi^+} &= i \frac{1}{k^2 - M^2/\xi + ie}, \end{aligned} \right\} \quad (17)$$

а вершины отличаются от вершин в U -калибровке членами

$$ie\xi\bar{A}_\mu(W_\mu^+\partial_v W^{-v} - W^{-\mu}\partial_v W^{+\nu}) - e^2\xi W_\mu^+ W_v^- \bar{A}^\mu \bar{A}^v. \quad (18)$$

Из (17) следует, что в пределе $\xi \rightarrow 0$ масса полей η^\pm, φ^\pm , а также масса нефизических квантов, переносимых векторным полем W_μ^\pm , стремится к бесконечности. Поэтому вклад от них в матричные элементы обращается в нуль. Обращаются в нуль и вершины (18). Таким образом, калибровка (12) содержит унитарную как предельный случай при $\xi = 0$. Фоновое поле \bar{A}_μ , вводимое в (12), и внешнее электромагнитное поле в U -калибровке тождественны.

Модель BC. Теория BC основана на спонтанном нарушении калибровочной симметрии $SU(2) \otimes U(1) \rightarrow U(1)$ [24]. Бозонная часть лагранжиана имеет вид

$$\mathcal{L}_b^{BC} = -\frac{1}{4} F_{\mu\nu}^a F^{a\mu\nu} - \frac{1}{4} f_{\mu\nu} f^{\mu\nu} + (D_\mu \chi)^+ (D^\mu \chi) - V(\chi), \quad (19)$$

где $f_{\mu\nu} = \partial_\mu b_\nu - \partial_\nu b_\mu$; $\chi = \begin{pmatrix} \chi^+ \\ \chi^0 \end{pmatrix}$ — изодублет; $D_\mu \chi = \partial_\mu \chi - \frac{-ig'}{2} b_\mu \chi - \frac{ig}{2} \tau^a V_\mu^a \chi$; $a = 1, 2, 3$ — изотопический индекс;

$$V(\chi) = m_\chi^2 \chi^+ \chi + \lambda (\chi^+ \chi)^2; \quad (20)$$

g, g' — $SU(2)$ - и $U(1)$ -калибровочные константы. Для $m_\chi^2 < 0, \lambda > 0$ возникает СНС и поле χ приобретает в древесном приближении вакуумное среднее

$$\langle \chi \rangle_0 = \begin{pmatrix} 0 \\ \frac{1}{\sqrt{2}} \delta(0) \end{pmatrix}$$

при подходящей ориентации пространственной симметрии. После сдвига $\chi = \langle \chi \rangle_0 + \Phi$ калибровочные поля V_μ^a, b_μ приобретают массу, за исключением следующей комбинации:

$$A_\mu = \frac{gb_\mu + g'V_\mu^3}{\sqrt{g^2 + g'^2}}, \quad (21)$$

отождествляемой с фотоном. Введем также поля

$$W_\mu^\pm = \frac{1}{\sqrt{2}} (V_\mu^1 \pm iV_\mu^2); \quad Z_\mu = \frac{gV_\mu^3 - g'b_\mu}{\sqrt{g^2 + g'^2}},$$

описывающие W - и Z -бозоны. Их массы выражаются через $\delta(0)$ соотношениями $M = g\delta(0)/2, M_Z = \frac{\delta(0)}{2} \sqrt{g^2 + g'^2}$. Электрический заряд e связан с g и g' соотношениями $e = g \sin \theta, \tan \theta = g'/g$; θ — угол Вайнберга.

При квантовании и (12) необходимо добавить условия, фиксирующие калибровку Z -бозона:

$$\partial_\mu Z^\mu - \frac{iM_Z}{\xi'} \varphi_Z = C_Z(x) \quad (22a)$$

или

$$\partial_\mu Z^\mu - \frac{i}{\xi'} (g^2 + g'^2)^{1/2} \Phi_c \varphi_Z = C_Z(x). \quad (22b)$$

Лагранжиан теории ВС довольно громоздок. Выпишем его в U -калибровке, полагая $\xi = \xi' = 0$:

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_U^{\text{BC}} = & -\frac{1}{4} F_{\mu\nu}^2 - \frac{1}{4} Z_{\mu\nu}^2 + \frac{\left(M + \frac{1}{2} g\Phi\right)^2}{2 \cos^2 \theta} Z_\mu^2 - \tilde{P}_\mu^* W_\nu^+ \tilde{P}^\mu W^{-\nu} + \\ & + \tilde{P}_\mu^* W_\nu^+ \tilde{P}^\nu W^{-\mu} + \left(M + \frac{1}{2} g\Phi\right)^2 W_\mu^+ W^{-\mu} - ig N_{\mu\nu} W^{+\mu} W^{-\nu} - \\ & - \frac{1}{2} g^2 [(W_\mu^+ W^{-\mu})^2 - (W_\mu^- W_\nu^-)^2] + \frac{1}{2} (\partial_\mu \Phi)^2 - \frac{m^2}{2} \Phi^2 - \frac{\lambda}{4} \Phi^4 - \\ & - 2 \frac{\lambda}{g} M \Phi^3 - V^{(0)}(\delta(0)). \end{aligned} \quad (23)$$

В формуле (23) обозначено: $\tilde{P}^\mu = i\partial_\mu + gN_\mu = i\partial_\mu + g(\sin \theta A_\mu + \cos \theta Z_\mu)$; $F_{\mu\nu}$, $Z_{\mu\nu}$ — четырехмерные роторы полей A_μ , Z_μ ; $V^0(\delta(0)) = -4 \frac{M^4}{g^2} \frac{\lambda}{g^2}$ — плотность энергии конденсата скалярного поля χ .

Все аспекты введения внешних полей в R - и U -калибровках, изложенные выше, остаются неизменными.

Формализм вычисления ЭП. Для изучения вакуума используется ЭП. Задача о вычислении ЭП в случае произвольно меняющегося электромагнитного поля чрезвычайно сложна и не решена в настоящее время. Только для постоянного и однородного электромагнитного поля $\bar{F}_{\mu\nu} = \text{const}$ известен пропагатор W -бозона [11] и удается получить ЭП $V(\bar{F}, \Phi_c)$ в замкнутом виде. С физической точки зрения ограничение постоянства поля не столь существенно при изучении поведения симметрии. Из общих соображений ясно, что представляют интерес интенсивные внешние поля, вызывающие достаточно сильную поляризацию вакуума, которая и будет определять свойства ЭП. Как известно [36], в случае интенсивных полей результаты для поляризации вакуума, полученные при постоянном поле, остаются справедливыми для быстро меняющихся от точки к точке полей. Условие применимости приближения постоянного поля при изучении неоднородных полей $(\nabla F)^2/F^2 \ll eF/M^2$ [36] показывает, что оно является вполне подходящим для рассматриваемой проблемы и может соответствовать широкому диапазону реальных физических условий, создающих поле.

Физический смысл ЭП состоит в том, что он дает плотность энергии классического поля при фиксированном его значении [44]. Поясним это утверждение более формально. Запишем действие для лагранжиана (1) в присутствии внешних источников

$$S [J_\mu, J] = \int \{ \mathcal{L}_{\text{эф}} (A, \Phi) + J_\mu A^\mu + J\Phi \} d^4x$$

и производящий функционал [2, 22, 37]

$$\exp W [J_\mu, J] = \int DW_\mu^\pm D A_\mu D\Phi D\varphi^\pm D\eta^0 D\eta^\pm \exp [S (J_\mu, J, V_\mu^a, \chi^a)]. \quad (24)$$

Интегрирование в правой части формулы (24) ведется по всем полям, включая дубли. Сделав преобразование Лежандра, введем эффективное действие

$$\Gamma (\bar{F}, \Phi_c) = W [J_\mu, J] - \int d^4x (J_\mu A^\mu + J\Phi). \quad (25)$$

Классические поля

$$\bar{A}_\mu = \delta W / \delta J_\mu; \quad \Phi_c = \delta W / \delta J \quad (26)$$

определяются как вакуумные средние квантованных полей:

$$\bar{A}_\mu = \langle A_\mu \rangle_0, \quad \Phi_c = \langle \Phi \rangle_0.$$

Эффективное действие можно разложить в ряд по степеням импульса внешнего поля. В координатном представлении получим

$$\begin{aligned} \Gamma (\bar{F}, \Phi_c) = & \int d^4x \left[-V(\Phi_c, \bar{F}) + \right. \\ & \left. + \frac{1}{2} Z(\Phi_c(x), \bar{F}) (\partial_\mu \Phi_c(x))^2 + \dots \right]. \end{aligned} \quad (27)$$

Первый член в разложении (27) и есть ЭП. Он представляет собой обычную функцию, зависящую от Φ_c и \bar{F} .

Возникновение СНС выражается в существовании ненулевого вакуумного среднего скалярного поля, определяемого из уравнения

$$\delta \Gamma (\Phi_c, \bar{A}) / \delta \Phi_c = 0. \quad (28)$$

Аналогичное уравнение имеет место для электромагнитного поля в присутствии классического источника:

$$\frac{\delta \Gamma (\bar{A}, \Phi_c)}{\delta \bar{A}^\mu} = -J_\mu, \quad (29)$$

причем J_μ должен быть выражен через \bar{A}_μ, Φ_c с помощью (26). Подбирая источник J_μ , можно создать любое внешнее поле $\bar{F}_{\mu\nu}$. Если интересоваться другим явлением — спонтанным возникновением электромагнитного поля в присутствии скалярного, то необходи-

мо, наоборот, в уравнении (29) положить $J_\mu = 0$, а в правой части (28) задать источник J , поддерживающий Φ_c любого значения.

Отметим также, что постоянное электромагнитное поле удовлетворяет уравнению Максвелла без источника. Поэтому формально задание такого поля производится непосредственно в уравнении (28), где \bar{A}_μ — свободный параметр. Потенциал внешнего поля мы выберем в виде [13, 23]

$$\bar{A}_\mu = -\frac{1}{2} \bar{F}_{\mu\nu} x^\nu, \quad (30)$$

который учитывает, что соответствующая подгруппа не нарушена. Для постоянных полей \bar{F} , Φ_c уравнение (28) из функционального превращается в уравнение на экстремум функции $V(\Phi_c, \bar{F})$:

$$\partial V(\Phi_c, \bar{F}) / \partial \Phi_c = 0. \quad (31)$$

Выражение для $V(\Phi_c, \bar{F})$ очень сложное, оно может быть вычислено лишь в разложении по петлям со всевозможным числом внешних электромагнитных и скалярных линий:

$$V(\Phi_c, \bar{F}) = \sum_{n=0}^{\infty} V^{(n)}(\Phi_c, \bar{F}).$$

В данном обзоре обсуждаются результаты исследования ЭП в однопетлевом приближении, для чего необходимо сохранить в приведенном разложении слагаемые с $n = 0$ и 1:

$$V(\Phi_c, \bar{F}) = V^{(0)}(\Phi_c) + V^{(0)}(\bar{F}) + V^{(1)}(\Phi_c, \bar{F}). \quad (32)$$

Здесь $V^{(0)}(\Phi_c)$ — потенциал древесного приближения, определяемый по (3); $V^{(0)}(\bar{F})$ — энергия классического максвелловского поля; $V^{(1)}(\Phi_c, \bar{F})$ — однопетлевая поправка. Потенциал $V(\Phi_c, \bar{F})$ можно рассчитать с помощью функций Грина квантованных полей $G_{AB}(\Phi_c, \bar{F})$. Они понадобятся также при вычислении изменения массы W -бозона в магнитном поле, обусловленного радиационными поправками. Буквами AB в G_{AB} для краткости обозначены подходящие комбинации полей $W^\pm, A^R, \Phi, \varphi^\pm, \eta^\pm, \eta^0$. Имеет место формула [34]

$$\int d^4x V^{(1)}(\Phi_c, \bar{F}) = -\frac{i}{2} \ln \det G_{AB}. \quad (33)$$

Используя тождество

$$\ln \det G_{AB} = \text{Sp} \ln G_{AB},$$

где след означает суммирование по всем парам AB и интегрирование по координатам x_μ , получаем

$$V^{(1)}(\Phi_c, \bar{F}) = -\frac{i}{2} \sum_{(A, B)} \langle x | \ln G_{AB}(\Phi_c, \bar{F}) | x \rangle. \quad (34)$$

Функции Грина $G_{AB}(x, y)$ определяются по оператору G_{AB} следующим образом:

$$G_{AB}(x, y) = (x | G_{AB} | y) = G_{AB}\delta(x - y)$$

и вычисляются по формуле

$$G_{AB}^{-1}(x, y) = -\frac{\delta^2 S}{\delta A(x) \delta B(y)}, \quad (35)$$

которую можно обратить, используя граничные условия причинности. Таким образом, $V^{(1)}(\Phi_c, \bar{F})$ находится по диагональным элементам матрицы $\ln G_{AB}$.

Условия нормировки ЭП. Проведем вычисление ЭП в калибровке (126) [23]. Это позволит одновременно рассмотреть как случай спонтанного, так и случай динамического нарушения симметрии. В выражении для $V^{(1)}$ выделим вклад дубров Фаддеева — Попова, получим

$$\int d^4x V^{(1)}(\Phi_c, \bar{F}) = -\frac{i}{2} \text{Sp} \ln \left(\frac{\delta^2 S}{\delta A \delta B} \right) + i \text{Sp} \ln D_{F.P.} \quad (36)$$

Детерминант $D_{F.P.}$ равен

$$D_{F.P.} = \det \begin{bmatrix} -P_\mu^*(\bar{A}) P^{\mu\lambda}(\bar{A}) + \frac{(e\Phi_c)^2}{\xi} & 0 & 0 \\ 0 & -P_\mu(\bar{A}) P^\mu \bar{A} + \frac{(e\Phi_c)^2}{\xi} & 0 \\ 0 & 0 & \partial_\mu^2 \end{bmatrix}. \quad (37)$$

Матрица $\delta^2 S / \delta A \delta B$ запишется в виде

$$\frac{\delta^2 S}{\delta A \delta B} = \begin{bmatrix} G_{\mu\nu}^{*-1} & 0 & 0 \\ G_{\mu\nu}^{-1} & D_{\mu\nu}^{-1} & I^{*-1} \\ D_{\mu\nu}^{-1} & I^{*-1} & I^{-1} \\ 0 & I^{-1} & K_\Phi^{-1} \end{bmatrix}, \quad (38)$$

где

$$C_{\mu\nu}^{-1} = \{[P_\lambda P^\lambda - (e\Phi_c)^2] g_{\mu\nu} - (1 - \xi) P_\mu P_\nu + 2ie\bar{F}_{\mu\nu}\}; \quad (39)$$

$$D_{\mu\nu}^{-1} = \partial_\lambda \partial^\lambda g_{\mu\nu} - (1 - 1/\rho) \partial_\mu \partial_\nu; \quad (40)$$

$$I^{-1} = P_\lambda P^\lambda - \frac{(e\Phi_c)^2}{\xi} - \frac{\lambda}{2} \Phi_c^2 + m_\chi^2; \quad (41)$$

$$K_\Phi^{-1} = -\partial_\lambda^2 - \frac{3}{2} \lambda \Phi_c^2 + m_\chi^2. \quad (42)$$

Первый член формулы (36) дается суммой шести слагаемых, стоящих на диагонали матрицы (38). Слагаемое $\sim D_{\mu\nu}^{-1}$ не зависит от Φ_c , \bar{F} и дает тривиальный вклад. Для получения потенциала, соот-

ветствующего динамическому нарушению симметрии, необходимо в (41), (42) положить $m_\chi^2 = 0$.

Запишем пропагаторы в представлении собственного времени s

$$G_{AB} = -i \int_0^\infty ds e^{-i s G_{AB}^{-1}}.$$

Вычисление следа тогда производится по формуле [32, 34]

$$-\frac{i}{2} \operatorname{Sp} \ln G_{AB} = \frac{i}{2} \int_0^\infty \frac{ds}{s} \operatorname{tr} \exp(-isG_{AB}^{-1}). \quad (43)$$

При нахождении правой части воспользуемся собственными значениями $F_{\mu\nu}$

$$F_{1,2} = \left\{ \left[\left(\frac{E^2 - H^2}{2} \right)^2 + (EH)^2 \right]^{1/2} \pm \frac{E^2 - H^2}{2} \right\}^{1/2}. \quad (44)$$

Выпишем окончательный результат вычислений:

$$\begin{aligned} V^{(1)}(\Phi_c, \bar{F}) = i \int_C \frac{ds}{s} & \{ \exp(-ise^2\Phi_c^2) (1 - 2 \operatorname{ch} 2eF_1 s - 2 \cos 2eF_2 s) + \\ & + \exp(-ise^2\Phi_c^2/\xi) \langle x(s) | x(0) \rangle + \\ & + i \int_C \frac{ds}{s} \exp \left[-is(e^2\Phi_c^2/\xi + \frac{\lambda}{2}\Phi_c^2 - m_\chi^2) \right] \langle x(s) | x(0) \rangle + \\ & + \frac{i}{2} \int_C \frac{ds}{s} \exp \left[-is \left(\frac{3}{2}\lambda\Phi_c^2 - m_\chi^2 \right) \right] \frac{(-i)}{(4\pi s)^2}, \end{aligned} \quad (45)$$

где

$$\langle x(s) | x(0) \rangle = -\frac{i}{(4\pi s)^2} \exp[L(s)],$$

$$L(s) = \ln \left[\frac{\operatorname{sh}(eF_1 s)}{eF_1 s} \frac{\operatorname{sh}(ieF_2 s)}{ieF_2 s} \right],$$

а контур C идет в комплексной плоскости s из нуля в бесконечность в направлении сходимости интеграла. Как видно из (45), в случае теории со СНС ЭП при произвольном значении Φ_c зависит от калибровочного параметра ξ . Эта зависимость исчезает для равновесных значений $\Phi_c = \delta(H)$, где ЭП калибровочно-инвариантен. В дальнейшем при расчетах мы выберем U -калибровку, положив $\xi = 0$. В теории с динамическим нарушением симметрии ($m_\chi^2 = 0$) константы λ и e^4 связаны соотношением $\lambda \simeq 0 (e^4)$ и слагаемым порядка λ во втором интеграле формулы (45) можно пренебречь. Члены порядка λ^2 должны быть опущены и в не зависящих от \bar{F} слагаемых. После этого содержащие ξ слагаемые взаимно уничтожаются и ЭП оказывается калибровочно-инвариантным при произвольных Φ_c .

Интегралы в формуле (45) расходятся при $s \rightarrow 0$. Для устранения расходимостей и фиксирования ЭП зададим условия перенормировки. Они имеют разный вид для спонтанного и динамического нарушения симметрии. В случае СНС условия перенормировки выберем в виде [18]

$$\frac{\partial V(\Phi_c, \bar{F})}{\partial V^0(\bar{F})} \Big|_{\Phi_c=\delta(0), \bar{F}=0} = 1; \quad (46)$$

$$\frac{\partial V(\Phi_c, \bar{F})}{\partial \Phi_c} \Big|_{\Phi_c=\delta(0), \bar{F}=0} = 0; \quad (47)$$

$$\frac{\partial^2 V(\Phi_c, \bar{F})}{\partial \Phi_c^2} \Big|_{\Phi_c=\delta(0), \bar{F}=0} = 2|m_\chi^2|, \quad (48)$$

где $V^{(0)} = \frac{1}{2} (\mathbf{E}^2 + \mathbf{H}^2)$, что соответствует перенормировке в положении минимума древесного потенциала (3) [1]. В случае динамического нарушения симметрии условие (46) сохраняется, а два других заменяются одним

$$\frac{\partial^2 V(\Phi_c, \bar{F})}{\partial \Phi_c^2} \Big|_{\Phi_c=\delta(0), \bar{F}=0} = \frac{\lambda}{4}, \quad (49)$$

поскольку при $m_\chi^2 = 0$ расходимости $\sim \Phi^2$ отсутствуют (при подходящем способе регуляризации). Точка вычитания $\delta(0)$ теперь соответствует положению минимума при $\bar{F} = 0$ только полного ЭП, учитывающего и радиационные поправки [см. формулу (60)], минимум ЭП древесного приближения $V^{(0)}(\Phi_c)$ расположен в точке $\Phi_c = 0$. На перенормированный потенциал обычно налагают дополнительное требование [23, 30]

$$\frac{\partial V^{(1)}(\Phi_c, \bar{F})}{\partial \Phi_c} \Big|_{\Phi_c=\delta(0), \bar{F}=0} = 0,$$

позволяющее исключить λ из $V^{(1)}$, выразив его через e^4 . Находим

$$\lambda = \frac{3}{4\pi^2} e^4. \quad (50)$$

Подробное изучение ЭП проведено в следующем разделе.

Эффективный лагранжиан электромагнитного поля. Как отмечалось, ЭП зависит от калибровки. Существует другая близкая к нему функция — эффективный лагранжиан внешнего электромагнитного поля $\mathcal{L}_{\text{эф}}(M^2, \bar{F})$. Он определяет нелинейные поправки к лагранжиану максвелловского поля

$$\mathcal{L}^{(0)}(\bar{F}) = \frac{1}{2} (\mathbf{E}^2 - \mathbf{H}^2),$$

обусловленные поляризацией вакуума заряженного поля. В однопетлевом приближении $\mathcal{L}_{\text{эф}}^{(1)}(M^2, \bar{F})$ вычисляется в модели ДГ со спонтанным [12, 27] и динамическим [22] нарушениями симметрии

и имеет вид

$$\mathcal{L}_{\text{eff}}^{(1)}(M^2, F_1, F_2) = \frac{1}{16\pi^2} \int_C \frac{ds}{s} e^{-iM^2 s} \frac{e^2 F_1 F_2 (1 - 2\operatorname{ch} 2eF_1 s - 2\cos 2eF_2 s)}{\operatorname{sh} eF_1 s \sin eF_2 s}, \quad (51)$$

где M — масса W -бозона; F_1, F_2 определяются формулой (44); C — контур в s -плоскости. В отличие от ЭП \mathcal{L}_{eff} калибровочно-инвариантен, так как масса M калибровочно-инвариантна. Зависящая от \bar{F} часть ЭП в U -калибровке и \mathcal{L}_{eff} связаны простым соотношением $V^{(1)}(\Phi_c, \bar{F}) = -\mathcal{L}^{(1)}(M \rightarrow e\Phi_c; \bar{F})$, используемым в [4].

Перенормируя $\mathcal{L}_{\text{eff}}^{(1)}$ с помощью вычитания при $\bar{F} = 0$, найдем константу перенормировки внешнего поля Z_3^{-1} и электрический заряд:

$$Z_3^{-1} = 1 + \frac{7}{16} \frac{e^2}{\pi^2} \ln \left(\frac{1}{i\gamma s_0 M^2} \right);$$

$$e_0^2 = e^2 \left[1 + \frac{7}{16} \frac{e^2}{\pi^2} \ln \left(\frac{1}{i\gamma s_0 M^2} \right) \right].$$

Индекс 0 относится к неперенормированной величине; γ — постоянная Эйлера; $s_0 \rightarrow 0$ — параметр обрезания на нижнем пределе в интеграле (51). Зная Z_3 , легко найти β -функцию Каллан-Симанчика, регулирующую ультрафиолетовую ($\bar{F} \rightarrow \infty$) асимптотику [27]:

$$\beta = -\frac{7}{16} \frac{e^2}{\pi^2}. \quad (52)$$

Знак «минус» указывает на асимптотическую свободу в поле.

Обсудим предельный переход к нулевой массе поля W_μ^\pm в $\mathcal{L}_{\text{eff}}^{(1)}$. Полагая $M = 0$, перепишем (51) следующим образом [27]:

$$\mathcal{L}_{\text{eff}}^{(1)}(M = 0, F_1, F_2) = \mathcal{L}_{Y.M}^{(1)} + \frac{1}{16\pi^2} \int_C \frac{ds}{s} \frac{e^2 F_1 F_2}{\operatorname{sh} eF_1 s \sin eF_2 s}. \quad (53)$$

В (53) $\mathcal{L}_{Y.M}^{(1)}$ — эффективный лагранжиан, полученный Баталиным, Матиняном и Саввиди [13] в безмассовой теории ЯМ для случая внешнего ковариантно-постоянного цветного поля $\bar{F}^a = \bar{F} n^a$, n^a — изотопический вектор. Второе слагаемое в правой части равно вкладу безмассовых скалярных частиц [8]. Выражение (53) указывает на существование предельного перехода к нулевой массе поля W_μ^\pm . В пределе $M \rightarrow 0$ вклад заряженных скалярных полей, образующих продольную поляризацию массивного W -бозона, легко отделяется.

Для теории ВС $\mathcal{L}_{\text{eff}}^{(1)}$ совпадает с (51), поскольку в однопетлевом приближении Z -бозоны не дают вклад в поляризацию. Меняется лишь формула, связывающая M с вакуумным средним скалярного поля.

В положении минимума ЭП не зависит от калибровки и определяет плотность энергии классического скалярного поля. Масса частиц в поле \bar{F} должна определяться по положению минимума ЭП

$\delta(\bar{F})$, в частности это касается массы W -бозона. Поэтому ясно, что M в формуле (51) зависит от \bar{F} и именно поэтому $\mathcal{L}_{\text{аф}}$ калибровочно-инвариантен.

2. ИССЛЕДОВАНИЯ ЭП В МАГНИТНОМ ПОЛЕ

Выражение для ЭП. Будем считать, что $E = 0$, $H = \text{const} \neq 0$. Инварианты поля (44) в этом случае равны: $F_1 = 0$; $F_2 = H$. Формула (32) принимает вид

$$V(\Phi_c, H) = V^{(0)}(\Phi_c) + \frac{H^2}{2} + V^{(1)}(\Phi_c) + V^{(1)}(\Phi_c, H). \quad (54)$$

В (54) выделены древесный и однопетлевой потенциалы $V^{(0)}(\Phi_c)$, $V^{(1)}(\Phi_c)$, зависящие от конкретной модели. Содержащая поле часть $V^{(1)}(\Phi_c, H)$ одинакова во всех обсуждаемых случаях (с точностью до переобозначений параметров).

Рассмотрим модель ДГ. Где будет необходимо, ЭП, соответствующий случаю СНС, будем обозначать $V_{sb}(\Phi_c)$, а для динамически нарушенной симметрии — $V_{db}(\Phi_c)$. Из уравнения (45) получаем потенциал

$$\begin{aligned} V^{(1)}(\Phi_c, H) = & \frac{1}{16\pi^2} \left[\int_0^\infty \frac{ds}{s^2} e^{-e^2 \frac{\Phi_c^2 s}{eH}} \frac{-3eH}{\sinh eHs} - 4 \int_0^\infty \frac{ds}{s^2} e^{-ie^2 \Phi_c^2 s} eH \sin eHs \right] + \\ & + a_1 \frac{H^2}{2} + a_2 \Phi_c^2 + a_3 \Phi_c^4. \end{aligned} \quad (55)$$

Первое слагаемое в скобках равно утроенному вкладу заряженных скалярных частиц [8], а второе — дает вклад, обусловленный магнитным моментом W -бозона; a_1 , a_2 , a_3 — контрчлены перенормировки. Начнем со случая СНС. Используя условия (46) — (48), фиксируем контрчлены. Первый интеграл в (55) находим, используя обобщенную ζ -функцию Римана [2]

$$\begin{aligned} V_{sc}^{(1)}(\Phi_c, H) = & V_{sc}^{(1)}(\Phi_c) + \frac{3}{16\pi^2} (eH)^2 \left\{ 4\xi'_R \left[-1, \frac{1}{2} \left(1 + \frac{e^2 \Phi_c^2}{eH} \right) \right] + \right. \\ & + \frac{1}{6} + \frac{1}{4} \frac{e^4 \Phi_c^4}{(eH)^2} + \left[\frac{1}{6} - \frac{1}{2} \frac{e^4 \Phi_c^4}{(eH)^2} \right] \ln \left(\frac{e^2 \Phi_c^2}{2eH} \right) - \frac{1}{6} \ln \frac{e^2 \Phi_c^2}{e^2 \delta^2(0)} \left. \right\}. \end{aligned} \quad (56)$$

$V_{sc}^{(1)}(\Phi_c)$ выписано в формуле (57б) (слагаемое во вторых квадратных скобках); $\delta(0)$ — точка нормировки, выбранная в положении минимума древесного потенциала (3). Напомним, что масса W -бозона в отсутствие поля H равна $M = e\delta(0)$. Легко вычислить и второй интеграл в выражении (55).

Другое представление для ЭП, удобное при численных расчетах, получается, если воспользоваться соотношением [38]

$$\zeta'(-1, x) = \ln \Gamma_1(x) + \zeta'(-1), \quad \zeta'(-1) = \frac{1}{12} - 0,2487,$$

$$\ln \Gamma_1(x) = \int_0^x dy \ln \Gamma(y) + \frac{1}{2} x(x-1) - \frac{1}{2} x \ln(2\pi).$$

В дальнейшем будем измерять ЭП в единицах $H_0^2 = (M^2/e)^2$ и использовать безразмерные переменные $\Phi^2 = e^2 \Phi_0^2/M^2$, $h = eH/M^2$, $K = \lambda/e^2$. Эффективный потенциал $v(\Phi^2, h, K) = V(\Phi_c, H)/H_0^2$ определяется суммой следующих слагаемых:

$$v^{(0)}(\Phi^2, K) = K \left(-\frac{1}{4} \Phi^2 + \frac{1}{8} \Phi^4 \right); \quad (57a)$$

$$\begin{aligned} v^{(1)}(\Phi^2, K) = & \frac{K^2}{32\pi} \alpha \left[\left(\frac{9}{2} \Phi^4 - 3\Phi^2 + \frac{1}{2} \right) \ln \left(\frac{3\Phi^2-1}{2} \right) + \right. \\ & + \frac{1}{2} \ln(4\pi\alpha K) - \frac{27}{4} \Phi^4 + \frac{21}{2} \Phi^2 \left. \right] + \\ & + \frac{\alpha}{\pi} \left[\frac{3}{8} \Phi^4 \ln \Phi^2 - \frac{9}{16} \Phi^4 + \frac{3}{4} \Phi^2 \right]; \end{aligned} \quad (57b)$$

$$\begin{aligned} v^{(0)}(h) + v^{(1)}(\Phi^2, h) = & \frac{h^2}{2} + \frac{\alpha}{\pi} \left\{ 3h^2 \ln \Gamma_1 \left[\frac{1}{2}(1+\Phi^2/h) \right] + 3h^2 \zeta'(-1) - \right. \\ & - \frac{3}{8} \Phi^4 \ln(\Phi^2/2h) - \frac{1}{8} h^2 \ln(2h) - \frac{3}{16} \Phi^4 + \frac{1}{8} h^2 \left. \right\} + \\ & + \frac{\alpha}{2\pi} \{ h^2 + h\Phi^2 \} \ln(h+\Phi^2) + (h^2 - h\Phi^2) \ln|h-\Phi^2| - 2h^2 \} + \\ & + i \operatorname{Im} v^{(1)}(\Phi^2, h), \\ \alpha = & 1/137. \end{aligned} \quad (57b)$$

В формуле (57b) слагаемое в первых квадратных скобках дает вклад хиггсовских скаляров. Выражения в первой и второй фигурных скобках формулы (57b) описывают зависящие от h вклады интегралов (55) соответственно:

$$\operatorname{Im} v^{(1)}(\Phi^2, h) = -\frac{\alpha}{2} \theta(h-\Phi^2)(h^2-h\Phi^2). \quad (58)$$

Как видно, в полях $h > \Phi^2$ в ЭП возникает мнимая часть [4, 22, 23]. Она является характерным моментом, свойственным НКТ (безмассовым и со СНС). Связанные с нею исследования составляют значительную часть данной статьи.

Перейдем к систематическому изучению $v(\Phi^2, h, K)$ как функции всех параметров. Теперь видно преимущество измерения ЭП в единицах H_0^2 . Энергия конденсата скалярного поля при этом непосредственно выражается через отношение квадратов масс частиц K . Поскольку хиггсовский мезон в настоящее время не обнаружен, ес-

тественно выражать величины через надежно фиксированный в экспериментах параметр — массу W -бозона.

Найдем значения K , при которых возможно СНС в отсутствие поля h — так называемое ограничение Линде — Вайнберга [1, 39]. Образование конденсата энергетически выгодно, если $v^{(0)}(\Phi^2 = 1) \leq v^{(1)}(\Phi^2 = 1)$. В безразмерных переменных точка $\Phi^2 = 1$ соответствует положению минимума при $h = 0$. С помощью (57а), (57б) находим

$$K > K_0 = \frac{3}{2} \frac{\alpha}{\pi}. \quad (59)$$

С увеличением K энергия конденсата Φ понижается, соответственно минимум ЭП углубляется, как это изображено на рис. 1.

Для теории с динамическим нарушением симметрии потенциал $v_{db}(\Phi^2)$ вычисляется из формулы (45) при использовании условия перенормировки (49) и соотношения (50) и имеет вид [30]

$$v_{db}(\Phi^2) = \frac{3}{8} \frac{\alpha}{\pi} \Phi^4 \left(\ln \Phi^2 - \frac{1}{2} \right). \quad (60)$$

Это выражение необходимо использовать вместо (57а) и первой квадратной скобки (57б). В данном случае $K = 3\alpha/\pi$.

Асимптотические свойства ЭП. Вопрос о возможности восстановления СНС магнитным полем был поднят в [2] в связи с анализом разложения формул (57) в слабом поле: $h/\Phi^2 \ll 1$. Выражение (57в) в этом приближении имеет вид [2, 18]

$$v^{(0)}(h) + v^{(1)}(\Phi^2, h) = \frac{h^2}{2} + \frac{7}{8} \frac{\alpha}{\pi} h^2 \ln \Phi^2. \quad (61)$$

Оно определяется зависящей от Φ^2 частью константы перенормировки $Z_3 = 1 + \frac{7}{4} \frac{\alpha}{\pi} \ln \Phi^2$. Знак плюс перед логарифмом возникает вследствие асимптотической свободы теории и приводит к уменьшению вакуумного среднего скалярного поля при малых h . Этот факт и послужил основанием для утверждения о возможности восстановления симметрии.

В работе Мидорикавы [18] изучался вопрос о восстановлении симметрии в теории ВС. Рассматривался случай $K_0 < K \ll 1$ и использовалось приближение (61) для ЭП. Отмечалось, что восстановление симметрии возникает, причем переход в состояние $\Phi = 0$ является фазовым переходом первого рода. Критическое поле h_c вычи-

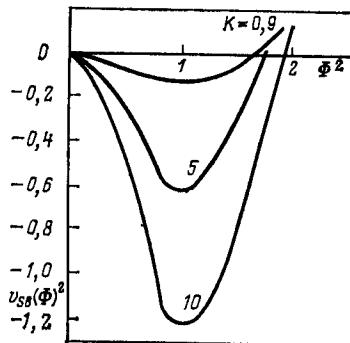


Рис. 1. Поведение $v_{sb}(\Phi^2, K)$ как функции Φ^2 при фиксированных K

сялось из системы уравнений

$$\partial v(\Phi^2, h)/\partial \Phi = 0; \quad (62)$$

$$v(0, h) = v(\Phi = \delta(h), h). \quad (63)$$

Первое из них определяет положение минимума ЭП $\delta(h)$, а второе — является условием энергетической выгодности отсутствия конденсата.

Как отмечалось во введении, при изучении вопроса о восстановлении симметрии необходимо использовать точное выражение (57). Дело осложняется тем, что в ЭП присутствует мнимая часть (58). Возникает новая физическая ситуация, требующая более разностороннего подхода к изучению ЭП. Такое же положение имеет место в безмассовых НКТ в присутствии ковариантно-постоянного магнитного поля $\bar{F}^a = Hn^a$ [5], что обсуждалось в различных аспектах [5, 40—42]. В литературе сложилась тенденция разделять исследования ЭП на две части: 1) изучение свойств вещественной части $\operatorname{Re} v(\Phi^2, h, K)$; 2) рассмотрение круга вопросов, связанных с наличием $\operatorname{Im} v^{(1)}(\Phi^2, h)$. Этой традиции мы будем следовать ниже.

Займемся вещественной частью ЭП. Выпишем асимптотику в сильном поле $h/\Phi^2 \gg 1$:

$$\begin{aligned} \operatorname{Re} v(\Phi^2, h, K) = & v^{(0)}(\Phi^2) + v^{(1)}(\Phi^2) + h^2/2 + \\ & + \frac{\alpha}{\pi} \left\{ h^2 \left[\frac{7}{8} \ln h + 3 \int_0^{1/2} \ln \Gamma(y) dy - \frac{3}{4} \ln \pi - \right. \right. \\ & - \frac{7}{8} \ln 2 + 3\zeta'(-1) - \frac{5}{4} \left. \right] - \frac{3}{4} \Phi^2 h \ln 2 + \\ & \left. \left. + \Phi^4 \left[\frac{17}{16} + \frac{3}{8} \psi(1/2) + \frac{3}{8} (\ln(2h) - \ln \Phi^2) \right] \right\}. \right. \end{aligned} \quad (64)$$

Отметим появление линейного по h слагаемого в (64), играющего роль полевой добавки к массе скалярного поля. Считая $K < 1$ и опуская $\sim K^2$ вклады в (57б), найдем решение уравнения (62):

$$\delta^2(h) = \frac{K + 3 \frac{\alpha}{\pi} (h \ln 2 - 1)}{K + 3 \frac{\alpha}{\pi} (\ln 2h + \psi(1/2) + 4/3)}. \quad (65)$$

Подстановка (65) в (64) дает $\operatorname{Re}[v(\delta^2(h), h) - v(0, h)] < 0$. Поэтому в сильных полях вакуумное среднее скалярного поля не убывает, а возрастает. Асимметрия вакуума увеличивается (разумеется, если игнорировать факт наличия $\operatorname{Im} v^{(1)}$).

Формула (64) позволяет обсудить еще одно интересное возможное явление — возникновение спонтанной намагниченности вакуума. Оно было обнаружено Савиди [14] для безмассовой теории ЯМ.

Рассмотрим потенциал при $\Phi = 0$:

$$v(h, 0) = \frac{h^2}{2} + \frac{7}{8} \frac{\alpha}{\pi} h^2 (\ln h - 0,916). \quad (66)$$

Он имеет минимум при $h = h_0$,

$$H_0 = \frac{M^2}{e} \exp \left(-\frac{4\pi}{7\alpha} + 0,416 \right). \quad (67)$$

Возникновение уровня с отличным от нуля средним полем также широко обсуждалось в литературе [40—49] и считается важной чертой квантовой хромодинамики. Отметим, что показатель экспоненты в (67) несколько отличается от соответствующего показателя в [14], что обусловлено вкладом дополнительного слагаемого в теории со СНС [см. формулу (53)]. Как видно, M^2 играет роль точки нормировки в поле для безмассовой теории. Существование гладкого предельного перехода $\Phi^2 \rightarrow 0$ является очень существенной чертой НКТ со СНС, имеющей двоякое значение. Благодаря этому возникает подобие свойств вакуума электрослабых взаимодействий и хромодинамики (при соответствующих внешних условиях). С другой стороны, теории со СНС можно рассматривать как массовую регуляризацию, позволяющую избавиться от инфракрасных расходимостей в безмассовых теориях. Возможность спонтанной намагниченности при $\Phi = 0$ ставит следующий вопрос: если в вакууме поддерживать каким-то способом $\Phi \neq 0$, то как это повлияет на возникновение спонтанной намагниченности? Асимптотика (64) позволяет рассмотреть его для случая малых Φ^2 . Дифференцируя (64) по h и приравнивая производную нулю, получаем уравнение

$$\frac{1}{h} \frac{\partial v(\Phi^2, h)}{\partial h} = 1 + 2 \frac{\alpha}{\pi} \left[\frac{7}{8} \ln h + \frac{7}{8} - B \right] - \frac{3}{4} \left(\frac{\Phi^2}{h} \right) \ln 2 = 0,$$

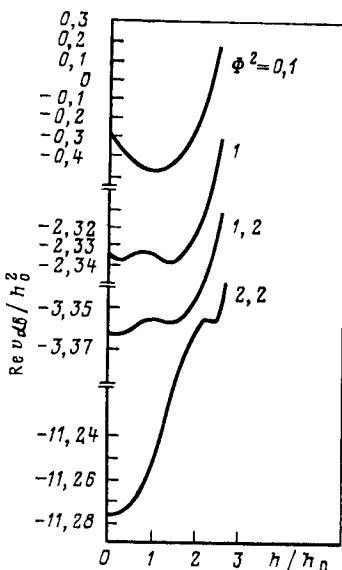
где B — несущественная сейчас постоянная. Решение уравнения в принятом приближении имеет вид

$$h(\Phi^2) = h_0 \left[1 + \frac{3}{7} \frac{\pi}{\alpha} \left(\frac{\Phi^2}{h} \right) \ln 2 \right], \quad (68)$$

где h_0 дается формулой (67). Таким образом, при малых Φ^2 уровень Саввиди возникает. Он сдвинут в область полей $h > h_0$. Глубина этого уровня меньше, чем глубина при $\Phi = 0$.

Спонтанная намагниченность вакуума при $\Phi^2 \neq 0$. Гороку [23] исследовал возможность возникновения спонтанной намагниченности вакуума при различных значениях $\Phi_c = \text{const}$ в рамках модели ДГ с динамическим нарушением симметрии. Использовалось численное интегрирование $v(\Phi^2, h)$. Его результаты представлены на рис. 2.

По оси абсцисс отложено отношение h/h_0 , где h_0 — магнитное поле при $\Phi = 0$ (68), по оси ординат — отношение $\text{Re } v_{db}/h_0^2$ для фиксированных значений Φ^2 . Как видно из рисунка, локальный минимум при $h \neq 0$ с увеличением Φ^2 сдвигается в область больших

Рис. 2. Поведение $v_{db}(\Phi^2)$ как функции h/h_0 при фиксированных Φ^2

значений h . Одновременно минимальное значение $\operatorname{Re} v_{db}$ уменьшается. Когда $\Phi^2 = 1,2 h_0$, нетривиальный минимум сдвигается до $h = 1,5 h_0$ и его глубина в этой точке сравнивается с минимумом в точке $h = 0$. При $\Phi^2 \geq 1,2 h_0$, абсолютный минимум находится в точке $h = 0$. С увеличением Φ^2 нетривиальный минимум продолжает смещаться вправо и исчезает при достаточно больших Φ^2 . Наоборот, малое вначале минимальное значение $\operatorname{Re} v_{db}$ при $h = 0$ сохраняется при больших Φ^2 и становится дном потенциала при $\Phi = \Phi_0 = 1$.

согласно (60). Таким образом, если возникает большое вакуумное значение у скалярного поля, то спонтанная намагниченность вакуума невозможна. Этот вывод справедлив и для теорий со СНС*.

Поведение симметрии в магнитном поле. Исследуем поведение $\operatorname{Re} v(\Phi^2, h)$ как функции Φ^2 для фиксированных h и K . При этом возникает необходимость в численных расчетах ввиду наличия $\ln \Gamma_1 \left[\frac{1}{2} (1 + \Phi^2/h) \right]$ в формуле (57в). Для теории со СНС при $K > 1$ этот вопрос рассматривался в [4], а при $K \ll 1$ — в [23]. В [23], а также в [22] рассматривался случай модели ДГ с динамическим нарушением симметрии. Выводы о проведении симметрии, сделанные в [4, 23] и [22], противоположны. Шор [22] как и Мидорикава [18], пришел к заключению, что происходит фазовый переход в состояние с $\Phi = 0$. При этом возникают проблемы, связанные с наличием $\operatorname{Im} v^{(1)}(\Phi = 0, h)$, как и в теории ЯМ. В [4, 23] утверждается, что восстановление симметрии не происходит, так как $\delta(h) \neq 0$, хотя отмечается, что наличие мнимой части в ЭП (но при $\Phi^2 \neq 0$) делает этот вывод неокончательным **.

* Необходимо отметить, что уровень Саввиди возникает в области h , где не выполняется условие применимости однопетлевого приближения. Наше изложение этого вопроса следует распространенной в литературе точке зрения, что явление спонтанной намагниченности возможно и не является лишь только отражением особенностей используемого приближения. Более подробно см. по этому поводу с. 1036.

** В работах [4, 23] не учитывалось то обстоятельство, что поведение $\operatorname{Re} v(\Phi^2, h, K)$ качественно различно при $K < 9 \div 10$ и при $K \geq 9 \div 10$, что привело к расхождениям при описании свойств ЭП в поле h .

Начнем со случая динамического нарушения симметрии. Рассмотрим функцию $v'_{db}(\Phi^2, h) = \operatorname{Re} v_{db}(\Phi^2, h) - \operatorname{Re} v_{db}(0, h)$, которая и представляет интерес при изучении поведения симметрии. Результаты численных исследований представлены на рис. 3.

Как видно, с увеличением h положение начального минимума при $\Phi^2 = 1$ смещается к меньшим значениям. В области полей $0,1 < h < 0,4$ имеется два минимума. Минимум при больших Φ^2 перемещается в направлении уменьшения Φ^2 . Второй появившийся минимум при меньших Φ^2 возникает благодаря действию магнитного поля. Он обусловлен членом с магнитным моментом W -бозона [второй интеграл в формуле (55)]. Характерно, что этот минимум находится в области $\Phi^2 \lesssim h$. При $h \approx 0,3$ и $h > 0,3$ глубина нового минимума сравнивается и становится больше глубины смещенного исходного. Положение обусловленного полем минимума с ростом h перемещается в сторону увеличения Φ^2 . В области $h > 0,4$ минимум, который смешался из точки $\Phi^2 = 1$, исчезает вовсе. Изменение относительной глубины минимумов может привести к туннелированию в более глубокий минимум, для которого $\operatorname{Im} v^{(1)}(\Phi^2, h) \neq 0$. На рисунках отмечены риской значения Φ^2 , слева от которых ЭП имеет мнимую часть. Как будет показано ниже, наличие мнимой части указывает на нестабильность системы в новом минимуме, поэтому возможны дальнейшие фазовые переходы.

Описанное поведение ЭП имеет место в модели ДГ со СНС при $K < 1$. В интервале $1 < K < 9 \div 10$ меняется лишь взаимное расположение кривых на графике $v'_{sb}(\Phi^2, h, K)$ для различных h . Линии, соответствующие большим h , здесь проходят ниже. На рис. 4, 5 представлены графики $v'_{sb}(\Phi^2, h, K)$ для $K = 0,06$ и $K = 5$ соответственно. Как видно, с увеличением K обусловленный полем минимум возникает при более сильных полях, расстояние между минимумами, когда их глубина становится одинаковой, уменьшается, полевой минимум становится менее выраженным на фоне всей кривой. Например, при $K = 0,06$ глубина минимумов сравнивается для $h = 0,7$, а расстояние между ними $\Delta\Phi^2 = 0,12$. Для $K = 5$ эти значения таковы: $h = 0,9919$; $\Delta\Phi^2 = 0,002$. В работе [22] полевой минимум не учитывался, а указывалось, что происходит фазовый переход первого рода в состояние с $\Phi^2 = 0$, начиная с полей $h = 0,336$. Однако игнорирование более глубокого минимума неоправдано. Это очевидно в случае теории со СНС, где $v'_{sb}(\Phi^2, h, K) < 0$ вплоть до исчезновения исходного минимума с ростом h . Дальнейшее увеличение K качествен-

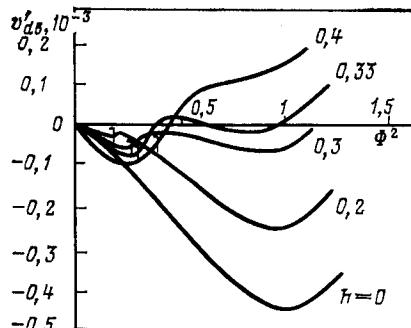


Рис. 3. Поведение $v'_{db}(\Phi^2, h)$ как функции Φ^2 при фиксированных h

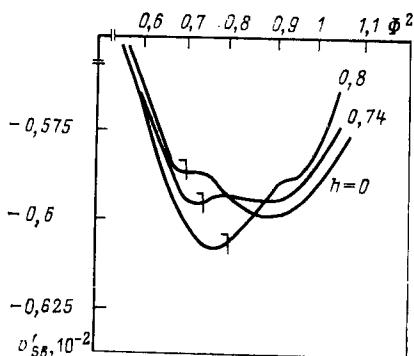


Рис. 4. Поведение v'_{sb} (Φ^2 , h , $K = 0,06$) как функции Φ^2 при фиксированных h

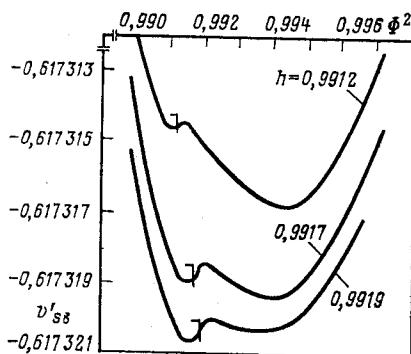


Рис. 5. Поведение v'_{sb} (Φ^2 , h , $K = 5$) как функции Φ^2 при фиксированных h

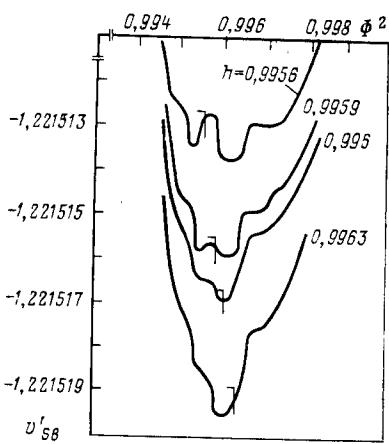


Рис. 6. Поведение v'_{sb} (Φ^2 , h , $K = 10$) как функции Φ^2 при фиксированных h

но изменяет свойства ЭП. На рис. 6 представлено поведение v'_{sb} (Φ^2 , h , K) для $K = 10$. Наиболее существенно, что полевой минимум остается мельче исходного при всех h . Поэтому туннелирование невозможно и система всегда находится в одном минимуме, несколько смещенному к меньшим Φ^2 . Мнимая часть появляется с ростом h в исходном минимуме. Такое поведение ЭП описано в [4], где полевой минимум поэтому вовсе не учитывался*.

Описанное поведение ЭП как функции K приводит к существен-

ным различиям теорий с легкими ($K < 9 \div 10$) и тяжелыми ($K \geq 9 \div 10$) хиггсовскими мезонами, поскольку ЭП является основной характеристикой системы, определяющей ее свойства. Эти различия во многом станут ясными из дальнейшего изложения. Если не учитывать $\text{Im } v^{(1)}$, то с увеличением h система перейдет в новый полевой минимум при $K < 9 \div 10$ либо останется в исходном минимуме при $K > 9 \div 10$. Наличие $\text{Im } v^{(1)} (\Phi^2, h)$, таким образом, определяет все дальнейшее свойства НКТ в поле h . Как видно, вакуумное

* В [4] расчет соответствует $K \approx 1,2$, но с меньшей точностью, чем в настоящей статье, вычислена функция $\ln \Gamma_1(x)$.

состояние системы и его свойства не определяются одним $V(\Phi_c, H)$ и остаются неизвестными. ЭП в теории ВС отличается от рассмотренного случая дополнительным вкладом Z -бозонов, который не зависит от K и h . Это несколько меняет глубину потенциала $v(\Phi^2, h = 0)$, но все полученные результаты полностью относятся к теории ВС.

Мнимая часть ЭП. Физический смысл ЭП как плотности энергии вакуумного состояния определяет интерпретацию мнимой части (58). А именно, $2 \operatorname{Im} v^{(1)}(\Phi^2, h)$ дает вероятность распада вакуума в единицу времени [8, 44]. Большое числовое значение $\operatorname{Im} v^{(1)}$ приводит к быстрому затуханию вакуумной амплитуды.

Причиной нестабильности является присутствие в спектре заряженного векторного бозона в магнитном поле состояния с отрицательным квадратом массы — тахиона. Рассмотрим линеаризованное уравнение W -бозона в поле H . Соответствующий вакуум является вакуумом ТВ, т.к. $\langle W_\mu^\pm \rangle_0 = 0$, $\langle Z_\mu \rangle_0 = 0$. Уравнение движения, следующее из лагранжиана в U -калибровке (23), имеет вид

$$[(P^2 - M^2) g_{\mu\nu} - P_\mu P_\nu - ie\bar{F}_{\mu\nu}] W^{-\mu} = 0, \quad (69)$$

где $P_\mu = i\partial_\mu + e\bar{A}_\mu$. Учитывая коммутационные соотношения для P_μ , преобразуем (69) к следующему уравнению с дополнительным условием

$$\left. \begin{aligned} & [(P^2 - M^2) g_{\mu\nu} + 2ie\bar{F}_{\mu\nu}] W^{-\nu} = 0; \\ & P_\mu W^{-\mu} = 0. \end{aligned} \right\} \quad (70)$$

Его спектр равен [2, 45]

$$P_0^2 = p_\parallel^2 + M^2 + (2n + 1 - 2\sigma)eH, \quad (71)$$

где p — проекция импульса вдоль поля H ; σ — спиновая переменная, принимающая значение 0, ± 1 , а $n = 0, 1, 2 \dots$ Не ограничивая общности, положим $p_\parallel = 0$. Основное состояние спектра $n = 0$, $\sigma = +1$;

$$P_0^2 = M^2 - eH = M^{2(0)}(H) \quad (72)$$

становится тахионным при $H > H_0 = M^2/e$. Оно и приводит к возникновению мнимой части в ЭП. Такое же явление происходит в теории ЯМ [5]. Соответствующий спектр и $\operatorname{Im} v^{(1)}$ получаются из (71) и (58) при $\Phi_c = 0$. Значение $\sigma = 0$ необходимо исключить.

Нестабильность вакуума ТВ при $\Phi \neq 0$ дает основание поставить вопрос о восстановлении симметрии по-новому: не произойдет ли исчезновение классического скалярного поля иным, чем ожидалось первоначально, способом, а именно в результате эволюции системы, вызванной тахионом? Изучением этого, а также других связанных с ним вопросов, мы займемся в последующих разделах. Как видно, нестабильность вакуума в абелевом поле является характерной чертой НКТ. Поэтому возникает проблема поиска стабильного основного состояния и определения его свойств и структуры. В КХД этим

вопросам посвящено большое число работ. В частности, серия работ [40—42], изучающих эволюцию вакуума ТВ в хромомагнитном поле, привела к построению так называемого копенгагенского вакуума. Случай спонтанно нарушенных теорий рассматривался в [19—21]. Здесь имеется ряд особенностей, связанных с наличием порога возникновения нестабильности, к обсуждению которых мы переходим.

3. ИССЛЕДОВАНИЯ В БЛИЗИ ПОРОГА НЕСТАБИЛЬНОСТИ

Тахион появляется в спектре уравнения движения древесного приближения. Существенно выяснить, как изменится ситуация, если учсть радиационные поправки к массе $M^{(0)}(H)$, определяемой формулой (72). Важно также установить свойства ЭП, выходя за рамки однопетлевого приближения. Наличие порога возникновения нестабильности позволяет в теориях со СНС, по крайней мере при $H < H_0$, использовать традиционные методы теории поля — расчет радиационных поправок и решение уравнений РГ. В безмассовых НКТ последовательный учет радиационных поправок в настоящее время не представляется возможным, поскольку вакуум ТВ нестабилен, а истинное вакуумное состояние не известно. В то же время, как мы видели, у теорий со СНС существует регулярный предел $M \rightarrow 0$ и могут быть получены некоторые результаты, отвечающие безмассовым НКТ.

Уравнение ренорм-группы для $\mathcal{L}'(H)$. Исследуем свойства эффективного лагранжиана $\mathcal{L}'(H)$ методом РГ при $H \rightarrow H_0$ [19]. Рассмотрение $\mathcal{L}'(H)$ а не ЭП, прежде, так как M^2 является фиксированным числом*. Выберем калибровку (12а). Напомним, что действие в этой калибровке инвариантно относительно градиентных преобразований $A_\mu \rightarrow \bar{A}_\mu + \partial_\mu \alpha^0$. Электрический заряд e и A_μ перенормируются одной константой перенормировки $Z_3^{1/2}$. Поэтому эффективный лагранжиан $\mathcal{L}'(M^2, H)$ является калибровочно- и ренорм-инвариантным. Использование ковариантной калибровки существенно упрощает вывод уравнений РГ [46].

Воспользуемся ренормировочной схемой вычитания в поле, предложенной Матиняном и Саввиди [46] при исследовании $\mathcal{L}'(H)$ в теории ЯМ. По существу она является аналогом обычной импульсной РГ схемы, примененной для анализа функции $\mathcal{L}'(H)$. Наложим условие перенормировки

$$2 \frac{\partial L}{\partial H^2} \Big|_{H=\mu^2/e} = -1, \quad (73)$$

где $L = -H^2/2 + \mathcal{L}'(H)$. Выражение для $\mathcal{L}'(H)$ находится в виде разложения $\mathcal{L}' = \mathcal{L}^{(1)} + \mathcal{L}^{(2)} + \dots$, $\mathcal{L}^{(1)}, \mathcal{L}^{(2)}, \dots$, содержит одну, две и т. д. петель и имеет вид

$$\mathcal{L}' = \mathcal{L}'(H, M, m, e, \lambda).$$

* При изучении ЭП необходимо рассматривать систему связанных уравнений РГ для инвариантных зарядов \bar{e}^2 и $\bar{\lambda}$. Решая уравнение РГ для $\mathcal{L}'(M^2, H)$ при $H \rightarrow H_0$, мы изучаем только \bar{e}^2 в указанном пределе.

В лагранжианах теорий СЭМ-взаимодействий нет вершин, связывающих хиггсовское и электромагнитное поля. Поэтому зависимость \mathcal{L}' от λ появляется, начиная с трехпетлевого приближения по полю излучения в вакууме. В главном приближении ею можно пренебречь.

Уравнения РГ упрощаются и будут такими же, как в безмассовом случае [46]:

$$\left[\mu^2 \frac{\partial}{\partial \mu^2} + \beta(e) \left(\frac{\partial}{\partial e} - \frac{H}{e} \frac{\partial}{\partial H} \right) \right] L = 0. \quad (74)$$

В (74) учтена связь между β - и γ -функциями: $\beta(e) = -e\gamma(e)$, имеющаяся в ковариантных калибровках. Определим безразмерную функцию

$$L' = 2 \frac{\partial L}{\partial H^2},$$

зависящую от безразмерных параметров. Вид параметров и характер зависимости от них функции L' определяются областью значений H , подлежащей исследованию.

Для анализа асимптотики $H \rightarrow H_0$ выберем точку нормировки $\mu^2 = (M^2 - \tau^2)/e$, $\tau^2 \rightarrow 0$. Тогда при $H \rightarrow H_0$ L' принимает вид

$$L' = \bar{L}' [(M^2 - eH)/\tau^2, e, \lambda] + O(\tau^2/M^2, \tau^2/m^2, (M^2 - eH)/\tau^2).$$

Поэтому при $H \rightarrow H_0$ можно заменить $L' \rightarrow \bar{L}'(t, e, \lambda)$, $t = \ln(M^2 - eH)/\tau^2$.

Решение уравнения (74) для функции $\bar{L}'(t, e)$ при граничном условии

$$\bar{L}'(t, e) |_{t=0} = -1$$

имеет вид [46]

$$\bar{L}'(t, e) = -e^2/\bar{e}^2, \quad (75)$$

где $\bar{e}^2(t, e)$ — инвариантный заряд, удовлетворяющий условию $\bar{e}(0, e) = e$. β -Функция определяется по формуле

$$\bar{\beta}(e) = \lim_{H \rightarrow H_0} \frac{e}{2} \frac{\partial \bar{L}'(t, e)}{\partial t} \Big|_{t=0}. \quad (76)$$

Эффективный заряд \bar{e}^2 на пороге нестабильности. Воспользуемся теперь результатом ТВ. Однопетлевой эффективный лагранжиан для рассматриваемых теорий дается формулой (51). Полагая $E = 0$ и выполняя перенормировку согласно (73), для $L'^{(1)}$ при $H \rightarrow H_0$ находим

$$\begin{aligned} L'^{(1)} &= \bar{L}'^{(1)} + O(\tau^2/M^2, (M^2 - eH)/\tau^2); \\ \bar{L}'^{(1)} &= -1 - \frac{e^2}{8\pi^2} \ln \left(\frac{M^2 - eH}{\tau^2} \right). \end{aligned} \quad \left. \right\} \quad (77)$$

Из (75), (76) с учетом (77) получаем

$$\bar{e}^2 = e^2 \left[1 + \frac{e^2}{8\pi^2} \ln \left(\frac{M^2 - eH}{\tau^2} \right) \right]^{-1}; \quad (78)$$

$$\bar{\beta}(e) = e^3/16\pi^2. \quad (79)$$

Формулы (78), (79) определяют эффективный заряд и β -функцию при средних полях порядка $\sim H_0$. Видно, что при $H \rightarrow H_0$ \bar{e}^2 вначале растет, а затем стремится к нулю. Это поведение известно как нуль-заряд. Аналогичное поведение \bar{e}^2 имеет место для безмассовых НКТ при H , меньших точки нормировки в поле μ^2/e . В КЭД нуль-заряд возникает в ультрафиолетовой области $eH/m_e^2 \gg 1$ [9, 47]. Рост \bar{e}^2 приводит к выходу из области слабой связи и не позволяет сделать надежные заключения о свойствах системы в соответствующих областях. Более того, установление самого факта наличия нуль-заряда является чрезвычайно трудной задачей. В работе Киржница и Линде [48] на примере КЭД было показано, что присутствие нуль-заряда ведет к перестройке вакуума. При этом истинной трудностью КЭД, если в ней действительно реализуется нуль-заряд, является спонтанная генерация электрического поля неограниченной интенсивности.

В НКТ со СНС нуль-зарядное поведение \bar{e}^2 , вообще говоря, отсутствует. Однако во внешнем магнитном поле оно возникает при средних полях $H \sim H_0$. Существует область H , в которой $\bar{e}^2 \geq 1$. Переход от полей $H < H_0$ к полям $H > H_0$ не контролируется по ТВ. В этой области находится порог возникновения тахиона.

Как отмечалось, доказательство нуль-заряда является нерешенной проблемой. В такой ситуации остается лишь проанализировать физические следствия, к которым приводит его возможное присутствие, и найти область параметров теории, когда наличие нуль-заряда несущественно для системы. Ниже мы рассмотрим с этой точки зрения ситуацию, возникающую вблизи H_0 .

И тахион, и нуль-заряд ведут к нестабильности системы. Характер фазового перехода в поле будет зависеть от того, существует ли в действительности нуль-заряд, обнаруживаемый в ТВ. Если он существует, то магнитная проницаемость вакуума, определяемая в однопетлевом приближении с помощью (77): $\mu^{(1)} = 1 + \chi^{(1)} = -\bar{L}'^{(1)} = 1 + (e^2/8\pi^2) \ln \left(\frac{M^2 - eH}{\tau^2} \right)$, где $\chi^{(1)}$ — магнитная восприимчивость, обращается в нуль при $eH = M^2 - \tau^2 \exp(-8\pi^2/e^2)$ и далее становится отрицательной, что приводит к нестабильности вакуума (см. в этой связи [48]).

Поскольку $0 \leq M^2 - eH < \tau^2$, то видно, что она возникает в той области H , где $M^{2(\omega)}(H) > 0$. Причем проявления нестабильности, связанной с нуль-зарядом, в НКТ со СНС могут принципиально отличаться от описанных в КЭД [48], так как в сравниваемых теориях нуль-зарядное поведение \bar{e}^2 имеет место для различных областей H . Поле $H_0 = M^2/e$ вообще может быть недостижимым, поскольку внешний магнитный момент, необходимый для его создания, стремится к бесконечности: $M_{ext}^{(1)}(H) = \partial \mathcal{L}^{(1)} / \partial H |_{H \rightarrow H_0} \rightarrow \infty$. Более подробно последствия нуль-заряда в спонтанно нарушенных теориях не изучены. Можно думать, однако, что нуль-заряд связан с неправильным выбором вакуума ТВ для $H \sim H_0$ подобно безмассовым НКТ при $H <$

$< \mu^2/e$. В связи с этим кажется естественным использовать результаты ТВ в области ее применимости, т.е. при $H < H_0$ и $H > H_0$, а при $H \sim H_0$ применять методы, не связанные с ТВ. Полученные результаты определяют параметр разложения в средних полях: $e_V^2(M^2, H) = e^2 \ln(1 - eH/M^2) < 1$.

Функция $\bar{L}'^{(1)}$, определяемая формулами (51), (77), позволяет установить характер фазового перехода в окрестности $H \sim H_0$. При $H < H_0$ магнитная восприимчивость $\chi^{(1)} < 0$ и вакуум обладает свойствами диамагнетика. При $H > H_0$ восприимчивость $\chi^{(1)} > 0$ [$\mu^{(1)}(H) = 1 - \frac{7e^2}{16\pi^2} + \ln \frac{eH}{M^2}$ при $H \rightarrow \infty$ согласно (52)] и вакуум становится парамагнетиком. В системе происходит фазовый переход диамагнетик — парамагнетик. Наличие мнимой части в $\mathcal{L}^{(1)}$ указывает на неустойчивость новой фазы. Применимость ТВ при $H > H_0$, $H \rightarrow \infty$ обеспечит сохранение $\chi \geq 0$. Можно поэтому предполагать, что стабильное вакуумное состояние обладает свойствами ферромагнетика.

Исследуя $\mathcal{L}^{(1)}(H)$, мы поступали с M^2 как с фиксированным параметром. В действительности масса в поле должна определяться по положению минимума ЭП $\delta(H)$: $M^2(H) = e^2 \delta^2(H)$. Если параметр $K \geq 9 \div 10$, то ЭП имеет один существенный минимум (см. разд. 2). В этом случае все сказанное выше о $\mathcal{L}'(H)$ остается в силе. Необходимо лишь провести замену $M^2 \rightarrow M^2(H)$, что несколько изменит абсолютные значения входящих параметров, но не изменит выводы.

Иная ситуация возникает при $K < 9 \div 10$, когда ЭП имеет два существенных минимума в некотором интервале полей H , зависящем от K . Причем, как мы видели, новый обусловленный полем минимум находится в области $H \geq \Phi_c^2/e$, а порог нестабильности $H_0 = e^2 \Phi_c^2/e$ соответствует неравновесному значению Φ_c в ЭП (находится вне положения минимума). Согласно (78) нуль-заряд находится в непосредственной близости от H_0 и также не соответствует равновесному значению Φ_c . В связи с этим фазовый переход, обусловленный нуль-зарядом, по-видимому, невозможен вовсе. Кроме того, в интервале значений H , когда ЭП имеет два минимума, полевой минимум находится в области, где $e_V^2(\Phi^2, H) \leq 1$.

Отмеченные обстоятельства приводят к заключению, что при анализе вопросов поведения симметрии в случае $K < 9 \div 10$ методы теории возмущений становятся непригодными. Если $K > 9 \div 10$, к порогу возникновения нестабильности можно приблизиться при необходимых значениях H , оставаясь в положении минимума ЭП и не выходя за рамки применимости ТВ. В последнем случае имеет смысл рассмотреть проблему тахиона с учетом радиационных эффектов.

Заканчивая исследование ЭП, отметим, что область, где справедливо однопетлевое приближение, ограничена некоторыми интервалами переменных Φ_c^2, H . Поскольку в высших приближениях по числу петель появляются степени $\ln \left[\frac{eH + (e\delta(0))^2}{(e\delta(0))^2} \right]$, подходящая область ограничена

ничена значениями $eH + (e\delta(0))^2 \sim O((e\delta(0))^2)$. Окрестность возле $\Phi_c \simeq 0$ и $H = H_0 \exp(-\text{const}/e^2) \ll (e\delta(0))^2$ [см. формулу (67)], где $\text{Re } v_{ab}(\Phi_c^2, H)$ имеет нетривиальный минимум при изучении его как функции H , находится вне области применимости однопетлевого приближения. Поэтому, строго говоря, минимальная структура в этой области не может быть надежно определена. Аналогичное обстоятельство имеет место в безмассовой теории, где уровень Саввиди возникает при $eH = \mu^2 \exp\left(\int_e^\infty dx/\beta(x)\right)$, где $\beta(e) = d\bar{e}(t)/dt$, $t = \ln(eH/\mu^2)$, μ^2 — некоторая масса (см. примечание на с. 1028). Однопетлевое приближение справедливо в области $\Phi_c \simeq 0$ и $H \simeq e^2\delta^2(0)/e$, его надежность здесь подчеркивается приближенной формулой (64). При изучении ЭП как функции Φ_c^2 имеется дополнительный полевой минимум в некотором интервале H при $(e\Phi_c)^2 \sim eH$. В этой области, как мы видели, условие применимости однопетлевого приближения также нарушается. Если $|eH - (e\Phi_c)^2| \sim O((e\Phi_c)^2)$, то результаты однопетлевого приближения надежны. Это позволяет, в частности, установить факт исчезновения исходного минимума с ростом H в случае малых $K(0)$ и фазового перехода в некоторое не определяемое по ЭП изученного вида $V(\Phi_c^2, H)$ состояние, а также отсутствие перехода из этого минимума при $K(0) \geq 10$.

Радиационный спектр W -бозона в магнитном поле. Квадрат массы W -бозона в магнитном поле определяется формулой

$$M_{\text{eff}}^2(H) = M^{2(0)}(H) + \Delta M^2(H),$$

где $\Delta M^2(H)$ — добавка, обусловленная квантовыми радиационными эффектами в поле. Существенная роль последних при изучении проблемы тахиона обусловлена тем, что квадрат массы древесного приближения $M^{2(0)}(H) = M^2 - eH \rightarrow 0$ при $H \rightarrow H_0^*$. Для нахождения $\Delta M^2(H)$ необходимо рассчитать массовый оператор W -бозона в поле и найти его среднее значение в основном состоянии спектра (71), которое становится тахионным: $\Delta M^2(H) = \langle M_{n=0}^{0,+1} \rangle$. Эта задача была решена в однопетлевом приближении по полю излучения в [49]. Расчеты проводились в модели ДГ со СНС. Использовалась калибровка (12а) и представление собственного времени для пропагаторов (39) — (42). В [50] было показано, что состояние $n = 0$, $\sigma = +1$ является собственным для массового оператора в целом.

Выражение для эффективной массы в пределе $H \rightarrow H_0$ имеет вид [49]

$$M_{\text{eff}}^2(H) = M^{2(0)}(H) + \Delta M_W^{2(1)}(H) + \Delta M_\Phi^{2(1)}(H); \quad (80)$$

$$\Delta M_W^{2(1)}(H) = 2eH \frac{\alpha}{4\pi} \ln\left(\frac{1}{M^2/eH - 1}\right); \quad (80\text{a})$$

$$\Delta M_\Phi^{2(1)}(H) = -4M^2 \frac{\alpha}{4\pi} e^{m^2/2eH} \left| \text{Ei}\left(-\frac{m^2}{2eH}\right) \right| \ln\left(\frac{1}{M^2/eH - 1}\right), \quad (80\text{b})$$

* Учитывая сказанное (см. п. «эффективный заряд \bar{e}^2 на пороге нестабильности»), мы пишем M^2 вместо $M^2(H)$ для массы древесного приближения.

где $\Delta M_W^{2(1)}$ описывает вклад, обусловленный полем излучения векторных частиц; $\Delta M_\Phi^{(1)}$ — вклад поля излучения хиггсовского скаляра. Как видно, $M_W^{2(1)}(H)$ в указанном пределе обнаруживает инфракрасную сингулярность. Причина ее возникновения и связанная с ней существенная роль радиационных эффектов в поле состоят в том, что в пропагатор W -бозона (39) входит мода с $M^{2(0)}(H) \rightarrow 0$. Асимптотика $\Delta M_\Phi^{(1)}$ отрицательна, ее величина зависит от отношения $m^2(H)/eH \approx K(H)$. Из формул (80) следует, что если $K(H) < 2$, то порог появления тахионного состояния находится в области более слабых полей, чем предписывается древесным приближением. Если $K(H) > 2$, то доминирует вклад ΔM_W^2 . Квадрат эффективной массы $M_{\phi}^{2(1)}(H)$, оставаясь положительным, логарифмически растет при $H \rightarrow H_0$. Поэтому тахионной нестабильности не возникает. Результаты (80), (80а), (80б) справедливы при выполнении условий

$$1 - \frac{eH}{M^2} < \frac{\alpha}{4\pi} \ln \left(\frac{1}{M^2/eH - 1} \right) < 1.$$

Левая часть неравенства определяет значения H , при которых доминируют радиационные эффекты, а правая — применимость приближения слабой связи.

Формула (80а) описывает асимптотику поправки к энергии основного состояния для безмассовой теории ЯМ, причем M^2 играет роль точки нормировки. Знак выражения (80а), а также существование предела нульевой массы для модели ДГ указывают на возможность устранения нестабильности в безмассовых НКТ радиационными поправками.

Ренорм-инвариантная масса W -бозона. Результат предыдущего пункта допускает обобщение методами РГ. Стоит отметить, что сам факт существования нетривиальной РГ для массы в поле является интересной особенностью. В НКТ неперенормированный массовый оператор содержит расходимости, пропорциональные $(P^2 - M^2 + 2i e \bar{F})_{\mu\nu}$, которые устраняются перенормировкой волновой функции поля W_μ^\pm и исчезают на массовой поверхности [49]*. Внешнее поле $\bar{F}_{\mu\nu}$ наряду с кинетическим импульсом P_μ определяет массовую поверхность по формуле (70) и участвует в выборе точки вычитания при перенормировке. Это позволяет записать уравнение РГ, варьируя $\bar{F}_{\mu\nu}$ как параметр РГ, и тем не менее все время оставаться на массовой поверхности за счет фиксации связи между полем и импульсом:

$$\{(P^2 - M^2) g_{ik} + 2ie\bar{F}_{ik}\} W^{-k} = 0, \quad i, k = 1, 2, 3.$$

Благодаря этому РГ-процедура для величин, находящихся на массовой поверхности во внешнем поле, соответствует известной РГ-процедуре для амплитуд рассеяния, описанной Бланком [53, 54].

Ренорминвариантная (РИ) масса векторного бозона во внешнем

* В КЭД расходимости $\sim \bar{F}_{\mu\nu}$ отсутствуют, поэтому нетривиальной РГ не возникает [51, 52].

поле имеет вид

$$\bar{M}^2(H) = M_{\text{физ}}^2(H) - eH, \quad (81)$$

где $M_{\text{физ}}(H)$ — физическая масса в поле, определяемая по двухточечной функции Грина W -бозона. В качестве древесного приближения для РГ-суммирования необходимо выбрать M^2 , так как eH является РИ-величиной. При анализе интересующей асимптотики $H \rightarrow H_0$ вводится безразмерная функция

$$f(x, y, \alpha, K) = M_{\text{физ}}^2(H)/M^2. \quad (82)$$

Переменные x, y равны:

$$x = (M^2 - eH)/\tau^2; y = M^2/\tau^2.$$

Используется ренормировочная процедура для масс, развитая в импульсном пространстве Ловенстайном [55] и обобщенная в [56] на случай наличия внешнего поля. Роль импульса стандартной РГ-схемы (см., например, [54]) играет $M^2 - eH$, массовый аргумент y присутствует в РГ-схеме независимо от наличия внешнего поля [55].

Уравнения РГ для f при $H \rightarrow H_0$ и начальное условие имеют вид [56]

$$[x\partial_x + (1 - \beta_M) y\partial_y - \beta_\alpha\partial_\alpha - \beta_K\partial_K - \beta_m] f = 0; \quad (83)$$

$$f((x)) = 0, \quad y, \alpha, K = 1. \quad (84)$$

Опуская подробности вычислений, приведем окончательное выражение $\bar{M}^2(H)$ в главном приближении [56]:

$$\bar{M}^2(t, \alpha, K) = M^2(1 + t\beta_\alpha^{(1)})^{\beta_M^{(1)}/\beta_\alpha^{(1)}} - eH, \quad (85)$$

где $t = \ln x$; $\beta_\alpha^{(1)} = \alpha/2\pi$ в соответствии с формулой (79). $\beta_M^{(1)}$ определяется по асимптотикам (80а), (80б) и равна

$$\beta_M^{(1)} = \beta_{M_W}^{(1)} + \beta_m^{(1)}, \quad (86a)$$

$$\beta_{M_W}^{(1)} = -\alpha/2\pi, \quad \beta_m^{(1)} = \frac{\alpha}{\pi} e^{K/2} E_1(K/2), \quad (86b)$$

$E_1(x)$ — интегральная показательная функция. Область применимости формулы (85) определяется областью применимости асимптотики эффективного заряда $\bar{\alpha}(H)$, которая находится из известного условия [57]

$$1 + t\beta_\alpha^{(1)} \gg \alpha.$$

В зависимости от значения K РГ-функция $\beta_M^{(1)}$ может быть положительной или отрицательной. Границное значение K_0 вычисляется из уравнения $\beta_M^{(1)}(K_0) = 0$. Для функции (86) $K_0 \approx 1,66$.

Проблема тахиона с учетом РИ-массы. Поведение $\bar{M}^2(H)$ кардинальным образом зависит от $K(H)$. Если $K(H) < 1,66$, то вклад хиггсовского сектора в модели $D\Gamma$ со СНС доминирует и $\beta_M^{(1)} > 0$. Первое слагаемое в (85) стремится к нулю при $H \rightarrow H_0$, и значение

$\bar{M}^2(H)$ становится отрицательным. Поэтому с учетом радиационных эффектов тахион возникает в области более слабых, чем H_0 , полей. Например, для $K(H) = 1,1 H_k \approx 0,995 H_0$. При таких полях эффективный параметр разложения $|t\beta_\alpha^{(1)}| \approx 6,1 \cdot 10^{-3} \ll 1$ и пороговая область значений поля H_k контролируется по ТВ. Для $K(H) \geq 1,66$ доминирует векторный сектор, $\beta_M^{(1)} < 0$ и $\bar{M}^2(H)$ больше нуля вплоть до выхода из области слабой связи.

Результаты предыдущих пунктов легко распространить на теорию ВС. Для этого новые вычисления практически не нужны. Вклад, обусловленный полем излучения Z -бозона, просто находится из вклада фотона. Асимптотика для основного состояния при $H \rightarrow H_0$ имеет вид [56]

$$\langle M_{n=0}^{\sigma=+1} \rangle \approx \beta_M^{(1)BC} M^2 \ln(M^2/eH - 1), \quad (87)$$

где

$$\beta_M^{(1)BC} = -\frac{\alpha}{4\pi} \frac{R}{R-1} \left[2 + e^{R/2} E_1(R/2) - e^{K/2} Ei(K/2) \right], \quad (88)$$

$R = M_Z^2/M^2 = \frac{1}{\cos^2 \theta}$. Считая $\sin^2 \theta = 0,238$ [58], т.е. $R \approx 1,312$, получаем, что $\beta_M^{(1)BC}$ отрицательно при $K < 0,08$ и положительно для остальных K . Напомним, что в двух предыдущих пунктах мы писали для краткости K вместо $K(H)$, а также, что учет свойств $\bar{M}^2(H)$ в проблеме тахиона имеет смысл проводить в случае $K = K(0) > 9 \div 10$, когда в ЭП имеется один существенный минимум. Таким образом, будут радиационные поправки вести к стабилизации спектра W -бозона в поле или усиливать нестабильность, зависит от того, насколько меняется отношение квадратов масс $K(H)$ с ростом поля и может ли оно стать меньше 1,66 для модели ДГ и 0,08 для теории ВС раньше, чем появится мнимая часть в минимуме ЭП*.

Квадрат массы хиггсовского мезона в поле определяется кривизной ЭП в положении минимума:

$$m^2(H) = \frac{\partial^2 v(\Phi^2, h, K)}{\partial \Phi^2} \Big|_{\Phi=\delta(h)} M^2(0), \quad (89)$$

а квадрат массы W -бозона — положением минимума ЭП:

$$M^2(h) = M^2(0) \delta^2(h).$$

Используя явный вид $v^{(1)}(\Phi^2, h, K)$ в однопетлевом приближении (57), получаем

$$m^2(h) = M^2(0) (v''_1 + v''_2 + v''_3 + v''_4) \Big|_{\Phi=\delta(h)}; \quad (90)$$

$$v''_1 = K \left(\frac{3}{2} \Phi^2 - \frac{1}{2} \right); \quad (90a)$$

$$v''_2 = \frac{\alpha}{\pi} \left\{ \frac{3}{16} K^2 \left[(9\Phi^2 - 1) \ln \left| \frac{3\Phi^2 - 1}{2} \right| + 3 - 3\Phi^2 \right] + \right.$$

* В [56] обсуждалась проблема тахиона с помощью РИ-массы, но не учитывалось ограничение $K(0) > 9 \div 10$ и зависимость K от H .

$$+ \frac{3}{2} (3\Phi^2 \ln \Phi^2 + 1 - \Phi^2) \} ; \quad (90\text{б})$$

$$\nu_3'' = \frac{\alpha}{\pi} \left\{ 3h \ln \Gamma \left[\frac{1}{2} (1 + \Phi^2/h) \right] + 3\Phi^2 \psi \left[\frac{1}{2} (1 + \Phi^2/h) \right] + \frac{3}{2} \Phi^2 - \frac{9}{2} \Phi^2 \ln (\Phi^2/2h) - \frac{3}{2} h \ln (2\pi) \right\} ; \quad (90\text{в})$$

$$\nu_4'' = \frac{\alpha}{\pi} \left[h \ln \left| \frac{h + \Phi^2}{h - \Phi^2} \right| - 4 \frac{\Phi^2}{(\Phi^2/h^2)^2 - 1} \right]. \quad (90\text{г})$$

Положение минимума ЭП $\delta^2(h)$ можно определить, пользуясь графиками, изображенными на рис. 4—6. В таблице приведены результаты для случая $K(0) = 10$.

Массы W - и хиггсовского бозонов в поле для $K(0)=10$

h	$M^2(h)/M^2(0)$	$m^2(h)/M^2(0)$	$K(h)$
0,9956	0,99645	4,5431	4,5590
0,9957	0,9964	3,3380	3,3392
0,9958	0,9963	0,7518	0,7547

Как видно из формулы (90г), выражение $m^2(h)$ (90) неприменимо вблизи $\delta^2(h) \approx h$ вследствие расходности. В целом форма графиков такова, что минимум ЭП делается пологим и кривизна в положении минимума достаточна мала. Это приводит к тому, что $K(h)$ становится меньше 1,66 и квадрат РИ-массы W -бозона в исходном минимуме может стать отрицательным в достаточно сильных полях. В теории ВС такое заключение сделать труднее, так как значение $K(h) < 0,08$ можно получить лишь заведомо выходя из области применимости формул (90). Здесь наиболее вероятное значение $K(h) > 0,08$.

Таким образом, полученные результаты показывают, что в теории ВС с тяжелыми хиггсовскими мезонами в принципе возможна стабилизация спектра W -бозона радиационными поправками. Окончательное решение этого вопроса сопряжено с трудностями используемого метода и требует более существенного отхода от ТВ.

Подведем некоторый итог. Проблема тахиона в НКТ со СНС требует учета ряда обстоятельств и в значительной степени модельно зависима. Появление тахиона ожидается над вакуумом ТВ в поле H , определяемом по ЭП вида $V(\Phi_c^2, H, K)$. В случае $K < 9 \div 10$ проблемы фактически не возникает, так как данный ЭП становится неадекватным задаче вследствие туннелирования системы в полевой минимум, нестабильный относительно генерации W_c^\pm -полей (см. разд. 2). Поэтому следует использовать для определения вакуума более общий ЭП — $V(\Phi_c^2, W_c^\pm, H, K)$ (см. разд. 4). Для $K \geq 10$ тахион мо-

жет возникнуть. Поскольку на пороге имеются особенности и в ЭП, и в массовом операторе, более подробно рассмотрим условия применимости ТВ. Отметим, что необходимо учитывать два параметра разложения по ТВ. Для ЭП параметр разложения по числу петель равен $e_V^2 (\Phi_c^2, H) = \frac{\alpha}{\pi} \ln (e^2 \Phi_c^2 - eH) \Big|_{eH \rightarrow e^2 \Phi_c^2 \rightarrow 0} \ll 1$. Для массового оператора $e_M^2 (\delta^2 (H), H) = \frac{\alpha}{\pi} \ln (e^2 \delta^2 (H) - eH) \Big|_{eH \rightarrow e^2 \delta^2 (H)} \ll 1$ — параметр разложения по полю излучения в присутствии H . Как мы видели, порог появления $\text{Im } V^{(1)} (\Phi_c, H)$ в ЭП находится в области, где $e_V^2 (\Phi_c^2, H) \geq 1$. Однако это не означает, что возникновение тахиона также не контролируется по ТВ. В случае, когда $eH \rightarrow e^2 \delta^2 (H)$, выполняется условие $e^2 \Phi_c^2 = eH < e^2 \delta^2 (H)$. Поэтому, хотя $e_V^2 > e_M^2$, вследствие медленного роста логарифмов квадрат эффективной массы (80) может стать отрицательным в области применимости ТВ $e_V^2, e_M^2 \ll 1$. Таким образом, с учетом радиационных эффектов появление тахиона может быть надежно установлено.

4. К ОПРЕДЕЛЕНИЮ СТАБИЛЬНОГО ВАКУУМА

В этом разделе рассматриваются два метода, примененные для описания фазового перехода в магнитном поле в связи с нестабильностью вакуума ТВ. В первом из них вводится эффективный лагранжиан для нестабильной моды $\mathcal{L}^{\text{unst}}$ и изучаются его свойства. Найденные для $\mathcal{L}^{\text{unst}}$ классические решения с минимальной энергией принимаются в качестве нового вакуума. По существу здесь воспроизводится подход, использованный при построении копенгагенского вакуума [40—43], но с учетом РГ-суммирования [56]. Второй метод основан на исследовании классических уравнений движения в заданном внешнем поле и применялся в [20, 21] для теорий ДГ и ВС.

Главная идея, используемая при описании фазовых переходов в квантовой теории поля, сформулирована в работах А. Б. Мигдала по π -конденсации (см. [36] и цитируемую там литературу). Она состоит в том, что если в линеаризованной системе при определенных условиях возникают нестабильные моды, то учет нелинейностей системы может привести к конденсации этих мод и образованию нового вакуумного состояния. Конкретная реализация этого принципа, разумеется, может быть различной.

Эффективный лагранжиан для нестабильной моды. Рассмотрим модель ДГ со СНС для $K(0) > 9 \div 10$, $K(H) < 1,66$. Квадрат эффективной РИ-массы W -бозона становится отрицательным при $H_k < H_0$. Конденсация тахионов возникает, если учесть их самодействие. Определение параметров конденсата проводится следующим способом [36]. Выделим из оператора W_μ^- , записанного в виде разложения по собственным функциям, соответствующим спектру (71),

$$W_\mu^- = \sum_{n, \sigma} a(n, \sigma) W_\mu^{-\langle n, \sigma \rangle}(x)$$

состояние, которое становится тахионным [56]:

$$W_{\mu}^{-(n=0, \sigma=+1)}(x) = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ i \\ 0 \end{pmatrix} \sqrt{\frac{eH}{2\pi}} \exp \left(-\frac{eH}{4} x_{\perp}^2 + \frac{ieH}{2} x_1 x_2 \right) \times \psi(x_0, x_3), \quad (91)$$

где $x_{\perp}^2 = x_1^2 + x_2^2$, поле H направлено по оси x_3 . Пренебрегая другими модами, запишем эффективный лагранжиан $\mathcal{L}^{\text{unst}}$, описывающий тахион и его самодействие. Пробная функция $\psi(x_0, x_3)$ в (91) должна быть определена минимизацией эффективного действия S^{unst} .

Затравочный лагранжиан (1) содержит слагаемое, описывающее четырехчастичное самодействие поля W_{μ}^{\pm} , которое имеет порядок α . Учет этой нелинейности использовался при получении конденсатной структуры в КХД [40, 43]. Радиационные поправки в поле являются функциями H того же порядка малости ($\sim \alpha$). Такие поправки не рассматривались в [40 — 47], однако самосогласованное в рамках ТВ исследование требует принятия их во внимание.

Используя (91) и выполняя интегрирование по поперечным координатам x_1, x_2 с помощью приема, описанного в [40], получаем выражение для S^{unst} :

$$S^{\text{unst}} = \int d^4x \mathcal{L}^{\text{unst}} = \int dx_0 dx_3 [\psi^* P_{\parallel}^2 \psi - \bar{M}^2(H) |\psi|^2 - \alpha eH |\psi|^4], \quad (92)$$

где под волновой функцией ψ следует понимать ее перенормированное значение. Калибровочная инвариантность приводит к тому, что самодействие полей W_{μ}^{\pm} и взаимодействие их с внешним полем происходят с одной константой связи. Поэтому при исследовании в окрестности порога нестабильности заменим α на $\bar{\alpha}(H)$, определяемое формулой (78)*. Эффективный потенциал нестабильной моды [56]

$$V^{\text{unst}}(\psi) = \bar{M}^2(H) |\psi|^2 + \bar{\alpha}(H) eH |\psi|^4$$

имеет минимум при $\psi = \psi_0(H)$:

$$|\psi_0|^2 = \frac{|\bar{M}^2(H)|}{2\bar{\alpha}(H) eH}. \quad (93)$$

Плотность энергии вакуума в магнитном поле понижается на величину

$$V(\psi_0) = -\frac{[\bar{M}^2(H)]^2}{4\bar{\alpha}(H) eH}. \quad (94)$$

* В работе [56] использовалось α вместо $\bar{\alpha}(H) = \bar{e}^2/4\pi$.

Магнитное поле H и поле сконденсированной тахионной моды имеют одну неисчезающую изотопическую компоненту

$$F_{12}^3 = H - 2e |W_\mu^-|^2, \quad (95)$$

причем второе слагаемое определяет собственное поле конденсата. Максимальная амплитуда этого поля при $x_\perp^2 = 0$ равна

$$H_{\max} = \frac{2}{e} |\bar{M}^2(H)|.$$

Для возникновения в конденсате пространственно-неоднородных структур типа доменов, описанных в [41, 42], необходимо, чтобы H_{\max} достигало значения внешнего поля H . Тогда на границе области $F_{12}^3 = 0$. Однако это возможно для полей, весьма близких к H_0 , где $\alpha(H) \rightarrow \infty$ и ТВ становится неприменимой.

Таким образом, в модели ДГ при $H > H_k$ возможна конденсация векторных бозонов, что понижает энергию вакуума. Начальный этап конденсации определяется радиационными поправками и находится в области применимости ТВ. Изучение дальнейшего развития конденсата и его структуры при $H \rightarrow H_0$ требует решения нуль-зарядной проблемы.

Перейдем к изложению второго упомянутого метода, пригодного для $K < 1$. Предварительно более детально обсудим механизм возникновения тахиона.

Взаимодействие с аномальным магнитным моментом W -бозона. В лагранжианах (5), (23) и уравнении движения (69) присутствует слагаемое $\sim \bar{F}_{\mu\nu}$, определяющее аномальный магнитный момент (АММ) W -бозона. Взаимодействие с АММ имеет дальнодействующий характер и играет роль полевой массы, приводящей к нестабильности [4, 5, 45]. Убедимся в этом, рассмотрев движение вдоль поля $H = H_3$. Потенциал выберем в виде $\bar{A}_\mu = (0, 0, Hx_1, 0)$. Положим в уравнении (69) оператор P_μ равным $i\partial_\mu$, что исключает обусловленные полем осцилляции в плоскости (x_1, x_2) . В результате придем к уравнению

$$[\partial_\lambda^2 g_{\mu\nu} - \partial_\mu \partial_\nu + ie\bar{F}_{\mu\nu} + M^2 g_{\mu\nu}] W^{-\mu} = 0. \quad (96)$$

Используя p -представление и полагая импульсы p_1, p_2 равными нулю, найдем продольный спектр для (96):

$$p_{\parallel}^2 = M^2 \pm eH, \quad p_{\parallel}^2 = p_0^2 - p_3^2 = M^2. \quad (97)$$

Он содержит уровни $p_{\parallel}^2 = M^2 - eH$, соответствующий основному состоянию полного спектра (71).

Факт выделенности взаимодействия с АММ для образования тахиона и продольный характер осцилляторов в основном состоянии W -бозона очень существенны. Как оказывается, механизм и область формирования тахиона иные по сравнению со стабильными модами. Обсудим это подробнее. Известно, что спектр заряженной частицы

в магнитном поле формируется на расстояниях порядка ларморовского радиуса $r \geq r_0 = (eH)^{-1/2}$ в плоскости (x_1, x_2) [9,10]*. Если частица обладает спином 1, то вследствие некоммутативности P_μ появляется «нормальный» магнитный момент. Гидромагнитное отношение, определяемое слагаемыми с P_μ , равно $g_P = 1$, как в теории Прока [60]. Возникновение АММ ($\kappa = g_{Y.M} - 1 = 1$) в НКТ не связано органически с наличием спина у заряженной векторной частицы, а обусловлено структурой тройной вершины, определяемой группой симметрии. Для выбранного потенциала операторы P_μ коммутируют при продольных смещениях, для которых спиновый магнитный момент «не возникает». Формально замена $P_\mu \rightarrow i\partial_\mu$ в уравнении (69) допустима в областях $x_1 \ll (eH)^{-1/2}$, где слагаемое $\sim e\bar{F}_{\mu\nu}$ доминирует. В этой области нет ларморовских орбит и существенны только продольные осцилляции поля W_μ^\pm . Говоря об области формирования нестабильности, мы будем иметь в виду, что тахионный характер продольных осцилляторов обусловлен АММ, взаимодействие с которым определяет свойства теории при $r < r_0$, где можно пренебречь эффектами, связанными с зарядом и спином.

Описание фазового перехода. Рассмотрим теорию ВС в присутствии поля H . При вычислениях воспользуемся U -калибровкой. Уравнения движения для полей W_μ , Φ следуют из (23) и имеют вид

$$\left[\tilde{P}^2 g_{\mu\nu} - \tilde{P}_\mu \tilde{P}_\nu - ig N_{\mu\nu} - \left(M + \frac{1}{2} g\Phi \right)^2 g_{\mu\nu} \right] W^{-\mu} + \\ + g^2 (W_\mu^+ W^{-\mu} W_\nu^- - W_\mu^- W^{-\mu} W_\nu^+) = 0; \quad (98)$$

$$\partial_\mu^2 \Phi + m^2 \Phi + \lambda \Phi^3 + 6 \frac{\lambda}{g} M \Phi^2 - \\ - g \left(M + \frac{1}{2} g\Phi \right) (W_\mu^+ W^{-\mu} + Z_\mu^2 / (2 \cos^2 \theta)) = 0. \quad (99)$$

Система (98), (99) должна быть дополнена уравнениями для полей Z_μ , A_μ . Потенциал $A_\mu = \bar{A}_\mu + \hat{A}_\mu$, где $\bar{A}_\mu = (0, 0, H x_1, 0)$, \hat{A}_μ — потенциал электромагнитного поля, развивающегося в системе.

Зададимся целью изучить эволюцию вакуума ТВ в поле, используя классические уравнения движения. Внешнее поле H предполагается постоянным. Оно удовлетворяет уравнениям Максвелла без источников и требует использования надлежащих граничных условий. Система уравнений (96), (97) (с уравнениями для Z_μ , A_μ) очень сложна. Ее решения в общем случае неизвестны. Однако результаты II. «Взаимодействие с аномальным магнитным моментом W -бозона» позволяют установить факт возникновения фазового перехода в некоторой области пространства и выявить его специфику. То обстоятельство, что тахионы представляют собой продольные полю линейные осцилляторы, которые формируются на расстояниях $r < r_0$ в перпендикулярном к полю направлении, позволяет найти стабильное ваку-

* Для простоты рассуждений примем H сильным и пренебрежем массой M^2 .

умное состояние следующим способом. Достаточно получить решение для всей связанной системы полей, выполняющееся в области формирования нестабильности. Здесь система упрощается и становится легко разрешимой. Возникновение фазового перехода будет проявляться в смене характера решения при некотором $H = H_k$. В таком подходе выделяется не тахионная мода, а взаимодействие с АММ, доминирующее в этой области и приводящее к тахиону. Найденное решение точно учитывает движение вдоль поля, обусловленное дальнодействующим характером взаимодействия с АММ.

В области $x_1 < (e, H)^{-1/2}$ заменим $\tilde{P}_\mu \rightarrow i\partial_\mu$. При этом в системе (98), (99) имеются ненулевые константные решения, определяемые формулой (102). В [21] показано, что если обозначить ε величину $\varepsilon = x_1 (eH)^{1/2} \ll 1$, то поля \hat{A}_μ , Z_μ имеют в этой области оценку $\hat{A}_\mu \approx Z_\mu \sim O(\varepsilon^3)$. Поэтому решение только двух уравнений является обоснованным.

Для нахождения константных решений получим систему

$$-ie\bar{F}_{\mu\nu}W^{-\mu} + \left(M + \frac{1}{2}g\Phi\right)^2 W_v^- + g^2 (W_\mu^+ W^{-\mu} W_v^- - W_\mu^- W^{-\mu} W_v^+) = 0; \quad (100)$$

$$-m^2\Phi + g \left(M + \frac{1}{2}g\Phi\right) W_\mu^+ W^{-\mu} - \lambda\Phi^3 - 6 \frac{\lambda}{g} M\Phi^2 = 0. \quad (101)$$

Полагая $W_0^\pm = 0$ и умножая (100) на W_i^- , приDEM к соотношению $W_i^- W^{-i} = 0$. При $i = 3$ находим $W_3^\pm = 0$, $W_k^+ W^{-k} \neq 0$ и поэтому $(W_1^\pm)^2 + (W_2^\pm)^2 = 0$. Используя явный вид $\bar{F}_{\mu\nu}$, легко получить ненулевые решения [21]*

$$\left. \begin{aligned} (W_i^+ W_i^-)_c &= i (W_1^+ W_2^- - W_2^+ W_1^-) = \frac{eH}{g^2} = 2\rho^2; \\ \Phi_c &= -2M/g; \quad Z_\mu = \hat{A}_\mu = 0. \end{aligned} \right\} \quad (102)$$

Вычисление плотности энергии полей Φ_c , $(W_i^+ W_i^-)_c$ в присутствии H показывает, что энергия конденсата Φ_c полностью компенсирует энергию скалярного конденсата, имеющегося после нарушения симметрии [см. формулу (23)]: $V^{(0)}(\Phi_c) = |V^{(0)}(\delta(0))|$. Таким образом, классическое скалярное поле полностью исчезает. Взамен возникает конденсат $(W_i^+ W_i^-)_c$, образование которого следует из уравнений (100), (101) при условии понижения энергии [21]: $V^{(0)}[(W_i^+ W_i^-)_c] = -\frac{H^2}{2} \sin^2 \theta < V^{(0)}(\delta(0))$. Критическое поле фазового перехода равно $H_k = H_0 \frac{m}{M}$. Если $\frac{m}{M} = \sqrt{K} < 1$, то порог появления тахиона не достигается. При $K \geq 1$ анализ уравнений движения

* Кубическое уравнение (101) имеет три корня. Корень (102) имеет наименьшую энергию [20].

существенно усложняется. Выше мы исследовали этот случай с помощью \mathcal{L}^{unst} .

Обсудим найденный результат. Учитывая, что поля $\tilde{A}_\mu(\varepsilon)$, $Z_\mu(\varepsilon) \sim O(\varepsilon^3)$ [21], приходим к выводу: в малой окрестности вблизи начала координат в плоскости (x_1, x_2) решение (102) с достаточной точностью удовлетворяет уравнениям движения всех полей и описывает фазовый переход, состоящий в замещении скалярного поля классическим полем W -бозона. Как видно, переход возникает на древесном уровне, несмотря на то что магнитное поле на нейтральный конденсат $\Phi_c = \delta(0)$ не действует. Взаимодействие H с полем W -бозонов и связь «параметров порядка» Φ_c и $(W_i^+ W_i^-)_c$ определяют механизм перехода в НКТ.

Таким образом, классическое поле W -бозонов обусловливает все свойства вакуума электрослабых взаимодействий в приложенном интенсивном магнитном поле. Возникающие в этом случае проблемы аналогичны имеющимся в КХД в присутствии ковариантно-постоянного магнитного поля. Основной из них является определение макроскопической структуры вакуума, требующее исследования нелинейных уравнений типа (98), (99) для всех полей во всем пространстве. Так, решение (102) не согласуется с уравнениями для полей \tilde{A}_μ , Z_μ вне области формирования нестабильности, теория копенгагенского вакуума использует линеаризованное уравнение (98) (при M , Φ , равных нулю), причем всегда в одной и той же калибровке*.

Отметим, что при описании фазовых переходов свойств и структуры вакуума в большинстве случаев используются функции, не удовлетворяющие точным уравнениям движения, а на первый план выдвигается требование понижения энергии для некоторого приближенного решения (как правило, решения линеаризованного уравнения движения)**. Однородное решение (102) является одним из возможных кандидатов для описания вакуумного состояния. Внешнее поле H постоянно, и выбор начала координат в плоскости (x_1, x_2) произволен. При $K < 1$ фазовый переход наступает при более слабых полях, чем порог возникновения тахиона. Поэтому нет оснований ожидать нарушения однородности в вакууме. Скачкообразная смена конденсата Φ_c напоминает исчезновение сверхпроводимости в сверхпроводниках первого рода или аналогичный эффект в абелевой модели Хиггса при $m_\phi/M_A < 1/\sqrt{2}$ [1]. Однако результаты фазовых переходов различны в сравниваемых теориях. Образование в неабелевом случае W -конденсата ведет к частичной, а возможно и полной, экранировке внешнего поля внутри системы, так как поле конденсата направлено противоположно внешнему.

Результат для модели ДГ получается из (102), если положить $g \equiv e$, $2M \rightarrow M$, $\sin \theta \rightarrow 1$. Энергия W -конденсата $V^{(0)}[(W_i^+ W_i^-)_c]$

* См. замечания по работам копенгагенской группы в [62].

** В [63] дано интересное развитие метода эффективного лагранжиана для нестабильной моды в хромодинамике.

по абсолютному значению оказывается в точности равной энергии внешнего поля. Классическое поле $\bar{F}_{12} = -H + ie(W_1^+W_2^- - W_2^+W_1^-) = 0$. Такой же результат будет иметь место для безмассовой теории ЯМ, если реализуется решение с однородным вакуумным конденсатом.

Заканчивая изложение фактического материала, обсудим затронутый во введении вопрос о соотношении теорий СЭМ-взаимодействий, а также теории ЯМ со сверхпроводимостью и ее релятивистским аналогом — моделью Хиггса. Это позволит лучше понять результаты данного раздела. Случай теории ЯМ проще, поэтому начнем с него.

Наличие у заряженных глюонов АММ приводит к появлению динамического хиггсовского поля. В лагранжиане (5) функция $e\bar{F}_{ik}$, описывающая взаимодействие АММ с внешним полем, играет роль квадрата массы для компонент W_i^\pm ($i = 1, 2$), среди которых только одна независимая вследствие связи $W_1^2 + W_2^2 = 0$, найденной при получении формулы (102). Аналогичное условие используется в модели копенгагенского вакуума [41, 42]. Как оказывается, полевая масса имеет тахионный характер, поэтому W_i^\pm реализуют хиггсовское поле. Константа взаимодействия $e^2/2$ выступает в качестве константы λ . Отсюда следует, что внешнее магнитное поле может вести лишь к упорядочению системы и образованию хиггсовской фазы в вакууме за счет нелинейности. Его действие в теории ЯМ противоположно действию H в абелевых теориях, где поле входит только в кинетическую энергию и ведет к разупорядочению. Динамическое происхождение тахионной массы приводит к тому, что потенциальная энергия в теории ЯМ доминирует при всех значениях H^* . Это позволяет при определении вакуума пренебречь кинетической энергией во внешнем поле для W_i^\pm компонент и получить решение, аналогичное (102) при $\Phi_c = 0$. Структура решения сходна со случаем сверхпроводника первого рода в слабом поле. Поскольку динамическая масса компонент W_i^\pm и возникающая после конденсации экранирующая масса нейтрального глюонного поля имеют порядок $(eH)^{1/2}$ [20, 21], параметр Гинзбурга — Ландау $\kappa \approx 1$. Поэтому не исключена возможность, что существует решение, соответствующее сверхпроводнику второго рода. Такой вакуум был построен в работах [40—42] по аналогии с теорией сверхпроводимости вблизи критического поля H_c , на основе решений линеаризованных уравнений движения для W_i^\pm полей. Однако в противоположность случаю сверхпроводимости для линеаризации уравнений ЯМ нет никаких оснований. Как показывают результаты настоящего раздела, а также собственные результаты работ [40—42], амплитуда конденсата W_{ic}^\pm не мала, она сравнима с амплитудой внешнего поля. Поэтому нелинейность существенна и полученная

* В [27] показано, что при сохранении взаимодействий с полем H только АММ выполняются основные свойства НКТ над вакуумом ТВ — тахионная нестабильность и асимптотическая свобода в поле.

в [42] структура вакуума типа решетки Абрикосова, но из трубок с неквантованным магнитным потоком, по-видимому, не отражает реальную ситуацию (замечания о невозможности возникновения решетки в теории ЯМ см. в [62]). Более вероятно, что макроскопическая структура вакуума напоминает сверхпроводник второго рода в поле, далеком от H_{c_2} , когда амплитуда хиггсовского поля не мала. Такая картина возникает на классическом уровне. Выбор между описанными структурами сделать трудно, так как $\kappa \approx 1$. Для получения полного представления о свойствах вакуума, возникающего в результате устранения тахионной нестабильности, необходимо учесть квантовые поправки. Большое численное значение e^2 может, вообще говоря, существенно изменить характер описанной статической картины в обоих случаях, в отличие от модели Хиггса, где λ мало [17].

Перейдем к теориям СЭМ-взаимодействий. Здесь имеется дополнительный параметр порядка Φ_c и взаимодействие порядка $\Phi^2 W^+ W^-$, играющее важную роль. При изучении фазового перехода существенно использование U -калибровки и рассмотрение уравнений над несимметричным вакуумом с $\Phi_c = \delta(0) \neq 0$. При этом формально возникает только одна тахионная масса полевого происхождения и теория математически (но не в отношении физических свойств) напоминает теорию Гинзбурга — Ландау. Характер фазового перехода и свойства вакуума зависят от величины K . Роль термодинамического критического поля H_c играет $H_k = H_0 \sqrt{K}$, описывающее порог смены конденсата $\delta(0)$ на конденсат W_c^\pm . Роль поля H_c , играет H_0^* . Если $K < 1$, поле H_0 не достигается, а происходит фазовый переход первого рода. В случае больших K поле H_0 достигается и возникает тахион над вакуумом со скалярным конденсатом. Для H , несколько превышающих H_0 , появляющееся вследствие конденсации тахионов классическое поле W_c^\pm будет малым. Поэтому при описании его структуры допустима линеаризация уравнения (98) в полном соответствии со случаем сверхпроводника второго рода в полях, мало отличающихся от H_{c2} . Ясно поэтому, что именно к данному случаю следует отнести результаты, полученные в [40—42], в КХД, хотя для понимания возникающей макроскопической структуры необходимо учесть взаимодействие параметров порядка, что пока не сделано. Не изучено также влияние квантовых флуктуаций, как и в теории ЯМ.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Результаты исследований вакуума электрослабых взаимодействий в интенсивном электромагнитном поле, полученные различными методами, приводят к заключению, что он во многом подобен вакууму теории ЯМ в ковариантно-постоянном поле $\bar{F}_{\mu\nu}^a = \bar{F}_{\mu\nu} n^a$. Свойства

* Поля H_{c_1} и H_0 определяют пороги появления заряженного конденсата в вакууме. Но первое является верхним, а второе — нижним критическим полем.

ЭП как функции H при фиксированных Φ_c^2 указывают на возможность возникновения спонтанной намагниченности вакуума при малых Φ^2 , исчезающей с ростом Φ^2 . Появление уровня Савиди в теориях СЭМ-взаимодействий обусловлено существованием непрерывного предельного перехода $\Phi^2 \rightarrow 0$. Его, по-видимому, необходимо учитывать при температурном восстановлении симметрии, происходящем в присутствии магнитного поля. Спонтанное нарушение симметрии сдвигает область H , где проявляются свойства, аналогичные инфракрасным свойствам безмассовых НКТ, к средним полям $\sim H_0 = M^2/e$, не контролируемым по ТВ. Масса M при этом играет роль точки нормировки в поле для безмассового случая.

Исследование ЭП $V^{(1)}(\Phi_c, H, K)$ как функции Φ^2 при фиксированном H показало, что его поведение различно для $K(0) < 9 \div 10$ и $K(0) \geq 9 \div 10$. В первом случае ЭП имеет два существенных минимума, а во втором — один, что отражает различия в физике вакуума для теорий с легкими и тяжелыми хиггсовскими бозонами. Изменение характера поведения ЭП при изменении K не является неожиданностью. Действительно, рассмотрим формулу (57) для ЭП. При $K \ll \ll 1$ не зависящие от поля H слагаемые порядка K имеют порядок малости α/π , как и обусловленные полем. В этом случае в теории фактически нет малого параметра: $\alpha/\pi K \sim 1$. Если $K \geq 1$, такой параметр имеется, что отражается на свойствах ЭП.

При изучении радиационного спектра W -бозона в магнитном поле было установлено, что в модели ДГ при $K(H) < 1,66$ порог появления тахиона сдвинут в область более слабых полей, чем H_0 . При $K(H) > 1,66$, а в теории ВС при $K(H) > 0,08$ квадрат эффективной массы в поле положителен. Радиационные поправки ведут к стабилизации спектра. Однако окончательное решение этого вопроса требует более кардинального отхода от ТВ.

Рассмотрение фазового перехода в модели ДГ для $K(0) > 10$, $1 < K(H) < 1,66$, описываемого с помощью эффективного лагранжиана для нестабильной моды, показало, что в этом случае поведение системы вблизи порога перехода H_k контролируется по ТВ и удается рассмотреть конденсацию W -бозонов в рамках самосогласованной задачи, учитывая РГ-суммирование. Полученные результаты здесь во многом согласуются с моделью копенгагенского вакуума для КХД, вплоть до выхода из области слабой связи. Так, если не учитывать ограничение $e_V^2(\Phi^2, H), e_M(\delta^2(H), H) < 1$, то можно получить для этой модели структуру типа «спагетти» см. [41, 42].

Решение классических уравнений движения позволило выявить ряд характерных черт фазового перехода в НКТ со СНС для $K(0) < < 1$. Наиболее существенными являются наличие не одного, а двух параметров порядка Φ_c и $(W_i^\dagger W_i)_c$ и взаимодействие между ними. Благодаря этому фазовый переход возникает на древесном уровне. Порог перехода $H_k = H_0 V \bar{K}$ сдвинут в область меньших полей, чем H_0 . Критическое поле здесь совпадает с оценкой, возникающей для модели Хиггса в случае $m_\Phi/M_A < (2)^{-1/2}$ [1]. Однако результаты

фазового перехода в абелевой и неабелевой теориях противоположны. В модели Хиггса при $H > H_k$ симметрия восстанавливается, все поля имеют нулевые вакуумные средние, магнитное поле в системе равно приложенному внешнему. В неабелевом случае происходит замена скалярного конденсата $\Phi_c = \delta(0)$ конденсатом W -бозонов, что понижает энергию системы. Говорить о восстановлении симметрии поэтому нельзя. Образование W -конденсата приводит к частичной или, возможно, к полной экранировке внешнего поля.

В данном обзоре при обсуждении вопроса о поведении симметрии все внимание было сосредоточено на результатах, относящихся к бозонным секторам теории СЭМ-взаимодействий, так как именно они определяют главные черты динамики вакуума в магнитном поле. Для полноты картины опишем кратко роль фермионов. В первую очередь отметим, что влияние фермионов в значительной степени модельно зависимо. В работе [2] при исследовании ЭП в случае слабых полей ($\Phi^2/h \gg 1$), соответствующем формуле (61), отмечалось, что действие заряженных фермионов и скаляров ведет к усилению вакуумной асимметрии. Однако если теория асимптотически свободна, преобладает влияние калибровочного сектора, благодаря чему тенденция к уменьшению вакуумного среднего $\Phi_c = \delta(H)$ сохраняется. Наличие фермионов несколько увеличивает численное значение критического поля, определяемого из уравнений (62), (63). В работе [65] изучалось влияние фермионов на свойства ЭП в приближении сильных полей ($\Phi^2/h \ll 1$), аналогичном асимптотике (64). Было показано, что характер поведения обусловленной фермионами части ЭП определяется их затравочной массой. Если в древесном приближении фермионы массивны (как в модели ДГ), то имеется тенденция к восстановлению симметрии. В случае бозоновых затравочных фермионов (подобно теории ВС) их вклад приводит к наличию ненулевого вакуумного среднего $\delta(H) \neq 0$ независимо от влияния скаляров и векторных частиц. Однако безотносительно к тому, какова роль фермионов в ЭП, наличие $\text{Im } V^{(1)}$ является наиболее существенным моментом фазовых переходов (аналогичное заключение см. в [66]).

Опишем кратко ситуацию, возникающую в интенсивном электрическом поле. Здесь также имеет место тахионная нестабильность вакуума, в чем можно убедиться, решая уравнение (69) для $E = \text{const}$. Аналогично имеется тахион в цветном постоянном электрическом поле в теории ЯМ, как это отмечается в работе [64].

Исследование фазового перехода в теории ВС при $K(0) < 1$ показывает, что в электрическом поле происходит смена скалярного конденсата $\Phi_c = \delta(0)$ конденсатом W -бозонов $(W_i^+ W_i^- W_k^+ W_k^-)_c = \frac{(eE)^2}{g^4}$.

Плотность его энергии равна $V^{(0)}(W_c^\pm) = -\frac{E^2}{2} \sin^2 \theta$. Физическое проявление W -конденсата, по-видимому, совпадает со случаем магнитного поля.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Kirzhnits D. A., Linde A. D.— Ann. Phys. (N.Y.), 1976, v. 101, p. 195.
2. Salam A., Strathdee J.— Nucl. Phys., 1975, v. B90, p. 203.
3. Гинзбург В. Л., Ландау Л. Д.— ЖЭТФ, 1950, т. 20, с. 1064; Лишин Е. М., Питаевский Л. П. Статистическая физика. Ч. 2. М.: Наука, 1978.
4. Скалоуб В. В.— ЯФ, 1978, т. 28, с. 228.
5. Nielsen N. K., Olesen P.— Nucl. Phys., 1978, v. B144, p. 379.
6. Erber T.— Rev. Mod. Phys., 1966, v. 38, p. 626.
7. Ритус В. И.— В кн.: Квантовая электродинамика явлений в интенсивном поле. (Труды ФИАН, т. 111). М.: Наука, 1979, с. 5; Никишов А. И.— В кн.: Квантовая электродинамика явлений в интенсивном поле. (Труды ФИАН, т. 111). М.: Наука, 1979, с. 152.
8. Schwinger J.— Phys. Rev., 1954, v. 82, p. 664.
9. Ритус В. И.— ЖЭТФ, 1975, т. 69, с. 1517.
10. Мигдал А. Б.— ЖЭТФ, 1972, т. 62, с. 1621.
11. Ванишин В. С., Терентьев М. В.— ЖЭТФ, 1965, т. 48, с. 565.
12. Скалоуб В. В.— ЯФ, 1975, т. 21, с. 1337.
13. Баталин И. А., Матинян С. Г., Саввиди Г. К.— ЯФ, 1977, т. 26, с. 407.
14. Savvidy G. K.— Phys. Lett., 1977, v. 71B, p. 133.
15. Nielsen H. B., Olesen P. Nucl. Phys., 1973, v. B61, p. 45.
16. Bender I., Gromes D., Rothe H. J.— Nuovo cimento, 1976, v. A32, p. 211.
17. Shore G. M.— Ann. Phys. (N.Y.), 1981, v. 134, p. 259.
18. Midorikawa S.— Phys. Rev., 1980, v. D22, p. 2045.
19. Скалоуб В. В.— ЯФ, 1981, т. 34, с. 1397.
20. Скалоуб В. В.— ЯФ, 1982, т. 35, с. 782.
21. Скалоуб В. В.— ЯФ, 1983, т. 37, с. 474.
22. Shore G. M.— Ann. Phys. (N.Y.), 1981, v. 137, p. 262.
23. Ghoroku K.— Progr. Theoret. Phys., 1982, v. 68, p. 1340.
24. Weinberg S.— Phys. Rev. Lett., 1967, v. 19, p. 1264; Salam A. In: Elementary particle theory. Almquist and Wiksell, Stockholm, 1968, p. 367.
25. Georgi H., Glashow S. L.— Phys. Rev. Lett., 1972, v. 28, p. 1494.
26. Andraši A., Taylor J. C.— Nucl. Phys., 1979, v. B154, p. 111.
27. Скалоуб В. В.— ЯФ, 1980, т. 31, с. 798.
28. Abers E. S., Lee B. W.— Phys. Reports, 1973, v. 9, p. 1.
29. Faddeev L. D., Popov V. N.— Phys. Lett., 1967, v. 25B, p. 30; Попов В. Н. Континуальные интегралы в квантовой теории поля и статистической физике. М.: Атомиздат, 1976.
30. Coleman S., Weinberg E.— Phys. Rev., 1973, v. D7, p. 1888.
31. Fujikawa K., Lee B. W., Sanda A. I.— Phys. Rev., 1972, v. D6, p. 2923.
32. De Witt B. S.— Phys. Rev., 1967, v. 162, p. 1195.
33. Тютин И. В.— ТМФ, 1978 т. 35, с. 29.
34. Honerkamp J.— Nucl. Phys., 1972, v. B48, p. 269.
35. Kallosh R.— Nucl. Phys., 1974, v. B78, p. 293.
36. Мигдал А. Б. Фермионы и бозоны в сильных полях. М.: Наука, 1978.
37. Iliopoulos J., Itzykson C., Martin A.— Rev. Mod. Phys., 1975, v. 47, p. 165.
38. Dittrich W., Tsai W.-Y., Zimmerman K. H.— Phys. Rev., 1979, v. D19, p. 2928.
39. Линде А. Д.— Письма в ЖЭТФ, 1976, т. 23, с. 73.
40. Ambjørn J., Nielsen N. K., Olesen P.— Nucl. Phys., 1979, v. B152, p. 75.
41. Nielsen H. B., Olesen P.— Nucl. Phys., 1979, v. B160, p. 380.
42. Ambjørn J., Olesen P.— Nucl. Phys., 1980, v. B170, p. 60, p. 265.
43. Ghoroku K.— Progr. Theoret. Phys., 1980, v. 64, p. 1485.
44. Coleman S.— In: Laws of Hadronic Matter, Academic Press, 1975.
45. Goldman T., Tsai W.-Y., Yildiz A.— Phys. Rev., 1972, v. D8, p. 1926.
46. Matinyan S. G., Savvidy G. K.— Nucl. Phys., 1978, v. B134, p. 539.
47. Ритус В. И.— ЖЭТФ, 1977, т. 73, с. 807.

48. Kirzhnits D. A., Linde A. D.— Phys. Lett., 1978, v. 73B, p. 323.
 49. Ваняшин В. С., Резников Ю. Ю., Скалоузб В. В.— ЯФ, 1981, т. 33,
 с. 429.
50. Ваняшин В. С., Резников Ю. Ю., Скалоузб В. В.— ЯФ, 1983, т. 38,
 с. 149.
51. Воронов Б. Л., Крючков Г. Ю.— ТМФ, 1979, т. 41, с. 40.
 52. Крючков Г. Ю.— ЖЭТФ, 1980, т. 78, с. 446.
 53. Бланк В. З.— ЖЭТФ, 1957, т. 32, с. 932.
 54. Боголюбов Н. Н., Ширков Д. В. Введение в теорию квантованных полей. М.: Наука, 1976.
 55. Lowenstein J. H.— Comm. Math. Phys., 1971, v. 24, p 1.
 56. Резников Ю. Ю. Препринт ИТФ, 82-158Р, Киев, 1982; ЯФ, 1983, т. 38,
 с. 503.
57. Лишниц Е. М., Питаевский Л. П. Релятивистская квантовая теория.
 Ч. 2. М.: Наука, 1971, 159 с.
58. Окуни Л. Б. Лептоны и кварки. М.: Наука, 1981.
 59. Мигдал А. Б. Теория конечных ферми-систем и свойства атомных ядер.
 М.: Наука, 1983.
60. Вентцель Г. Введение в квантовую теорию волновых полей. М.—Л.,
 Гостехиздат, 1947.
61. Poggio E.— Phys. Rev., 1977, v. D16, p. 2586.
 62. Arodz H., Zalewski K.— Acta Phys. Polonica, 1981, v. B12, p. 115.
 63. Pottinger D. E. L., Warner R. C. Nucl. Phys., 1983, v. B216, p. 336.
 64. Schanbacher V.— Phys. Rev., 1982, v. D26, p. 489.
 65. Roy P.— Phys. Rev., 1984, v. D29, p. 1857.
 66. Chakrabarti J.— Phys. Rev., 1984, v. D29, p. 1859.