

ОБМЕННЫЕ ЭФФЕКТЫ В ЯДРО-ЯДЕРНЫХ ПОТЕНЦИАЛАХ И ЯДЕРНОЕ РАДУЖНОЕ РАССЕЯНИЕ

Дао Тиен Кхoa, O. M. Князьков

Объединенный институт ядерных исследований, Дубна

Излагается полумикроскопический подход к описанию ядро-ядерных взаимодействий при низких энергиях. Вещественные оптические потенциалы и формфакторы неупругих переходов получены в замкнутой форме на основе эффективных нуклон-нуклонных сил и учета обменных эффектов в формализме матрицы плотности. Обсуждается проявление эффекта ядерной радуги. Полумикроскопический подход применяется к анализу данных по ядерному радужному рассеянию, наблюдаемому в упругом рассеянии α -частиц и других составных частиц, и к исследованию роли эффектов однонуклонного обмена в этих процессах.

The semimicroscopic approach to the description of nucleus-nucleus interaction at low energies is presented. The real optical potentials and formfactors of the inelastic transition were obtained in a closed form on the basis of the effective nucleon-nucleon force and with the account of the exchange effects in the density matrix formalism. The nuclear rainbow phenomenon is discussed. The semimicroscopic approach is applied to analyse the data of nuclear rainbow scattering observed in the elastic scattering of α -particles and some other composite particles and to examine the role of the single-nucleon knock-on exchange effects in these processes.

ВВЕДЕНИЕ

Анализ рассеяния составных частиц на ядрах при низких энергиях является важным источником информации о свойствах межъядерного потенциала [1]. Такой анализ проводится как в рамках стандартной оптической модели с заданием потенциала в параметризованной форме и нахождением его параметров из сравнения теоретических сечений с экспериментальными, так и в рамках микроскопической модели, в которой потенциалы строятся на основе эффективных нуклон-нуклонных сил [2]. Эти построения не ограничиваются лишь использованием процедуры двойной свертки, но и включают в себя учет многочастичных нуклон-нуклонных корреляций, моделируемых плотностной зависимостью эффективных сил [3], а также учет обменных нуклон-нуклонных корреляций, обусловленных действием принципа Паули [3, 4].

Включение в формализм теории в явном виде нуклон-нуклонных корреляций позволяет детализировать форму ядро-ядерного потен-

циала, а также уточнять его поведение в поверхностной и внутренней области ядра-мишени. Длительное время считалось, что сечения упругого рассеяния α -частиц и тяжелых ионов на ядрах чувствительны к поведению потенциала на радиусе сильного поглощения (R_{SA}) [2]. Однако открытие эффекта ядерной радуги (ЯР) [5, 6] в рассеянии α -частиц на ядрах показало, что угловые распределения упругорассеянных α -частиц при углах, больших угла ядерного радужного рассеяния, чувствительны к поведению потенциала на расстояниях, меньших R_{SA} . Это обстоятельство позволило однозначно определить α -частичные потенциалы для каждого из исследуемых ядер-мишеней в [6]. В этой связи приобретает особый интерес построение ядро-ядерного потенциала в микроскопическом подходе на основе эффективных нуклон-нуклонных сил и явного учета корреляций.

При низких энергиях наиболее существенными являются обменные корреляции. Последовательный учет эффектов антисимметризации в ядро-ядерных потенциалах возможен на основе метода резонирующих групп [7], однако этот метод ограничен применением лишь к легким частицам-снарядам и ядрам-мишням, у которых $A \leq 40$ и, кроме того, $A = 4n$. Универсальным способом рассмотрения эффектов однонуклонного обмена является метод матрицы плотности [8], который широко применялся в задачах нуклон-ядерного рассеяния и лишь в отдельных случаях для построения α -частичных [9, 10] и тяжелоионных [11] потенциалов. Развитая недавно безытерационная схема расчета обменных членов в ядро-ядерных потенциалах [12, 13] позволяет проводить анализ свойств таких потенциалов и сечений рассеяния в широком энергетическом интервале. Это дает возможность исследовать зависимость «геометрии» потенциала от энергии и, таким образом, изучать факторы, определяющие поведение потенциала в поверхностной области и приводящие к проявлению эффекта ЯР в упругом рассеянии.

Дополнительными по отношению к экспериментальным данным по упругому рассеянию являются измеренные угловые распределения в неупругих и квазиупругих процессах. Помимо уточнения свойств ядро-ядерных потенциалов такие экспериментальные данные дают возможность апробации переходных ядерных плотностей, построенных в рамках полумикроскопических ядерных моделей.

Цель данного обзора — анализ теоретических схем учета эффектов однонуклонного обмена при построении ядро-ядерных потенциалов и исследование на этой основе проявления эффектов ЯР в упругом и неупругом рассеянии. В разд. 1 обсуждается выбор эффективных нуклон-нуклонных сил, основные способы построения обменных членов в ядро-ядерных потенциалах. Теоретический формализм метода матрицы плотности излагается в разд. 2. Проводятся результаты расчетов потенциалов, исследуется зависимость «геометрии» потенциала от энергии, проводится сравнение с приближением псевдопотенциала нулевого радиуса действия [14] и данными эмпирического анализа. В разд. 3 обсуждаются некоторые особенности про-

явления эффекта ЯР и результаты макроскопического анализа. Результаты анализа экспериментальных данных по упругому и неупругому рассеянию в формализме матрицы плотности приводятся в разд. 4. В заключении сформулированы основные результаты и выводы.

1. ЭФФЕКТИВНЫЕ НУКЛОН-НУКЛОННЫЕ СИЛЫ И УЧЕТ ОБМЕННЫХ ЭФФЕКТОВ В ЯДРО-ЯДЕРНЫХ ПОТЕНЦИАЛАХ

В последние годы при микроскопическом анализе рассеяния составных частиц с энергией до нескольких десятков МэВ/нуклон на ядрах широко используется так называемое МЗУ-эффективное NN -взаимодействие [15], основанное на G -матричных элементах взаимодействий Рида и Эллиота. Прямая (v_D) и обменная (v_E) компоненты эффективного NN -взаимодействия находятся по формуле [1]:

$$V_{D(E)} = 1/16 (3v_{TE}^c + 3v_{SE}^c \pm 9v_{T0}^c \pm v_{S0}^c),$$

где четные (v_{TE}^c, v_{SE}^c) и нечетные (v_{T0}^c, v_{S0}^c) триплетные и синглетные компоненты центральных сил берутся из [15]. В результате имеем:

$$v_D(s) = 7999,0 \frac{\exp(-4s)}{4s} - 2134,25 \frac{\exp(-2,5s)}{2,5s}; \quad (1)$$

$$v_E(s) = 4631,4 \frac{\exp(-4s)}{4s} - 1787,1 \frac{\exp(-2,5s)}{2,5s} - 7,8474 \frac{\exp(-0,7072s)}{0,7072s}. \quad (2)$$

Обменная часть содержит вклад от однопионного обменного потенциала [последнее слагаемое в (2)], в прямой части этот вклад равен нулю.

Позднее была введена другая версия МЗУ-эффективного взаимодействия, построенная на G -матричном элементе так называемого «парижского» потенциала [16]. В этом случае для прямой и обменной компонент соответственно получаем:

$$v_D(s) = 11061,6 \frac{\exp(-4s)}{4s} - 2537,5 \frac{\exp(-2,5s)}{2,5s}; \quad (3)$$

$$v_E(s) = -1524,0 \frac{\exp(-4s)}{4s} - 518,8 \frac{\exp(-2,5s)}{2,5s} - 7,8474 \frac{\exp(-0,7072s)}{0,7072s}. \quad (4)$$

Из сравнения формул (1), (2) и (3), (4) можно видеть, что для парижского потенциала обменная компонента более притягательная, чем для взаимодействия Рида — Эллиота, вклад от однопионного обменного потенциала один и тот же в обоих случаях. В дальнейшем будет

показано, что прямая часть потенциала, построенного на парижском потенциале, полностью отталкивательная, притяжение появляется только за счет обменной компоненты.

Рассмотрим взаимодействие налетающей составной частицы с ядром-мишенью. В первом порядке по эффективным NN -силам потенциал взаимодействия может быть представлен в виде

$$U(\mathbf{R}) = U^D(\mathbf{R}) + U^E(\mathbf{R}). \quad (5)$$

Здесь первое слагаемое — прямой потенциал модели двойной свертки:

$$U^D(\mathbf{R}) = \int \int \rho^{(1)}(\mathbf{r}_1) v_D(s) \rho^{(2)}(\mathbf{r}_2) d\mathbf{r}_1 d\mathbf{r}_2, \quad s = \mathbf{r}_2 - \mathbf{r}_1 - \mathbf{R}, \quad (6)$$

где $\rho^{(i)}(\mathbf{r}_i)$ — плотности сталкивающихся ядер. Большие вычислительные трудности, связанные с расчетом второго (обменного) слагаемого в (5), приводили к тому, что в течение длительного времени это второе слагаемое не учитывалось, т. е. полагалось, что $v_E(s) = 0$, а вместо этого в $v_D(s)$ вводился псевдопотенциал нулевого радиуса действия [14]. Вместо (1) в таком случае получаем:

$$v'_D(s) = 7999,0 \frac{\exp(-4s)}{4s} - 2134,25 \frac{\exp(-2,5s)}{2,5s} + \hat{J}_{00}(E) \delta(s); \quad (7)$$

$$\hat{J}_{00}(E) = -276(1 - 0,005 E/A).$$

Эффективное взаимодействие (7) широко и успешно использовалось в анализе упругого рассеяния тяжелых ионов на ядрах [2]. Отметим, что это взаимодействие не зависит от плотности распределения вещества в ядре. Оно усреднено по некоторой области изменения плотности и может рассматриваться как соответствующее среднему значению плотности, составляющему $1/3$ значения ρ_0 нормальной ядерной материи. Энергетическая зависимость МЗУ-взаимодействия (7) не важна для тяжелых ионов, однако это не совсем так для легких частиц-снарядов при высоких энергиях.

Расширение круга экспериментальных данных: увеличение углового и энергетического диапазонов, включение в анализ легких частиц-снарядов, в частности α -частиц, а также данных по неупругому рассеянию, привело к необходимости использования МЗУ-взаимодействия, явно зависящего от плотности распределения вещества в ядре [17]. Оно было названо DDM3Y-взаимодействием и построено в факторизованной по зависимости от координат и плотности форме:

$$v(s, \rho) = v'_D(s) f(\rho), \quad (8)$$

где $v'_D(s)$ — прямая часть МЗУ-взаимодействия с добавлением псевдопотенциала нулевого радиуса действия, а фактор плотностной зависимости определяется формулой

$$f(\rho) = C_\rho(E)(1 + \alpha(E) \exp[-\beta(E)(\rho_1 + \rho_2)]). \quad (9)$$

Параметры C , α и β находятся из сравнения объемных интегралов от (8) после подстановки в них (9) с объемными интегралами от G -матричных элементов, построенных в рамках теории ядерной материи [18]. Значения этих параметров для энергий α -частиц в интервале от 28 до 140 МэВ приведены в табл. 1. Можно видеть, что поведение всех величин является монотонным в зависимости от энергии, за исключением поведения α при низких энергиях. Анализ данных табл. 1 показывает, что все параметры имеют более сильную

Таблица 1. Параметры DDM3Y-эффективного взаимодействия

E/A , МэВ/нуклон	7	10	15	20	25	29,5	35
C	0,444	0,420	0,405	0,380	0,354	0,336	0,279
α	4,10	4,24	4,21	4,25	4,37	4,39	5,14
β , fm^3	10,67	10,15	9,66	9,12	8,54	8,05	7,20
$-\hat{J}_{00}$, МэВ· fm^3	265,6	262,2	255,3	248,4	241,5	234,6	227,7

энергетическую зависимость, чем константа псевдопотенциала \hat{J}_{00} . Так, параметр C , который по существу является параметром перенормировки M3Y-взаимодействия [см. формулу (8)], меняется в данном энергетическом интервале на 37 %, в то время как \hat{J}_{00} всего на 14 %. Такая сильная энергетическая зависимость и приводит к тому, что дополнительный нормировочный множитель (см. ниже) в DDM3Y-потенциалах уже не зависит от энергии.

Успешное описание упругого рассеяния α -частиц с энергией 140 МэВ на ядрах ^{40}Ca , 46 , 48 , ^{50}Ti , ^{58}Ni , ^{90}Zr и с энергией 172 МэВ на изотопах 58 , 60 , 62 , ^{64}Ni было достигнуто в [17] с DDM3Y-взаимодействием при введении нормировочного множителя $\lambda \simeq 1,3$. Это описание было расширено на случай анализа упругого рассеяния α -частиц при энергии $E_\alpha = 25 \div 120$ МэВ, а также неупругого рассеяния с возбуждением нижних состояний ядра-мишени. В отличие от M3Y-взаимодействия введение плотностной зависимости в DDM3Y позволяет на полуфеноменологическом уровне учесть обменные эффекты, обусловленные действием принципа Паули. Однако дальнейший анализ [19] показал, что не удается с одним и тем же нормировочным множителем на основе DDM3Y-взаимодействия описать рассеяние как α -частиц, так и тяжелых ионов на ядрах.

Чтобы учесть в явном виде обменные эффекты при построении ядро-ядерного потенциала, будем исходить, выражаясь терминологией из работы [10], из первых принципов и рассматривать $U^E(\mathbf{R})$ в формализме матрицы плотности. Обменный член является антисим-

метризованным матричным элементом:

$$U^E = \sum_{\substack{i \in 1 \\ j \in 2}} \langle ij | v_E | ji \rangle,$$

где $|i\rangle$ и $|j\rangle$ представляют одночастичные волновые функции нуклонов в сталкивающихся ядрах. Локализованная форма обменного члена имеет следующий вид [20]:

$$U^E(\mathbf{R}) = \int \int \rho^{(1)}(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_1 + \mathbf{s}) v^E(\mathbf{s}) \rho^{(2)}(\mathbf{r}_2, \mathbf{r}_2 - \mathbf{s}) \times \exp[i \mathbf{k}(\mathbf{R}) \mathbf{s}/\zeta] d\mathbf{r}_1 d\mathbf{r}_2, \quad (10)$$

где локальный импульс $\mathbf{k}(\mathbf{R})$ определяется формулой

$$k^2(\mathbf{R}) = (2m\zeta/h^2)[E - U(\mathbf{R}) - V^C(\mathbf{R})], \quad \zeta = A_1 A_2 / (A_1 + A_2). \quad (11)$$

В формуле (10) $\rho^{(i)}(\mathbf{r}, \mathbf{r}')$ — матрицы плотности сталкивающихся ядер:

$$\rho^{(i)}(\mathbf{r}, \mathbf{r}') = \sum_k \varphi_k^*(\mathbf{r}) \varphi_k(\mathbf{r}'), \quad (12)$$

$V^C(\mathbf{R})$ — кулоновский потенциал. При получении локализованной формы (10) использовалось плосковолновое приближение [20, 21]. Как отмечалось в [21], где применялась очень упрощенная версия для матрицы плотности, это приближение вполне оправдано при описании периферических столкновений, в которых плотности сталкивающихся ядер слабо перекрываются. Этим же обстоятельством обусловлено пренебрежение в (5) членами второго порядка по эффективному взаимодействию. Перенормировка эффективных NN -сил, вводимая при сравнении теоретических результатов с экспериментальными, в некоторой степени компенсирует неучет этих факторов.

Для расчета обменного члена необходимо задать явный вид матриц плотности $\rho^{(i)}(\mathbf{r}, \mathbf{r}')$. Непосредственное построение $\rho^{(i)}(\mathbf{r}, \mathbf{r}')$ на основе одночастичных волновых функций [см. формулу (12)] является довольно громоздкой процедурой (см., например, [22]), поэтому в литературе широкое распространение получило так называемое слэтеровское выражение для $\rho(\mathbf{r}, \mathbf{r}')$ [23]:

$$\rho(\mathbf{r}, \mathbf{r} + \mathbf{s}) = \rho(\mathbf{r} + \mathbf{s}/2) \hat{j}_1(k_{\text{eff}}(\mathbf{r} + \mathbf{s}/2) s), \quad (13)$$

где

$$\hat{j}_1(x) = 3(\sin x - x \cos x)/x^3; \quad (14)$$

$$k_{\text{eff}}^2(\mathbf{r}) = \frac{5}{3\rho(\mathbf{r})} \left[0,6 k_F^2(\mathbf{r}) \rho(\mathbf{r}) + \frac{(\nabla \rho(\mathbf{r}))^2}{36\rho(\mathbf{r})} + \frac{\nabla^2 \rho(\mathbf{r})}{12} \right]. \quad (15)$$

Выражение (15) для k_{eff} соответствует использованию расширенного приближения Томаса — Ферми для плотности кинетической энергии движения нуклонов в ядре. Здесь

$$k_F^2(\mathbf{r}) = [(3/2)\pi^2 \rho(\mathbf{r})]^{2/3}. \quad (16)$$

Для бесконечной ядерной материи поверхностные члены в (16) равны нулю и $k_{\text{eff}}(\mathbf{r}) = k_F(\mathbf{r})$, что соответствует слэтеровскому приближению [24]. Отметим, что выбор k_{eff} в форме (15) приводит к расчетам по формулам (13), (14) $\rho(\mathbf{r}, \mathbf{r} + \mathbf{s})$, близкой к матрице плотности, получаемой с использованием реалистических одночастичных волновых функций [23].

Подставляя (13) в (10) и производя соответствующую замену координат [9, 10], получаем:

$$U^E(\mathbf{R}) = \int \int \rho^{(1)}(\mathbf{r}) \hat{j}_1(k_{\text{eff}\ 1}(\mathbf{r}) s) v_E(s) \rho^{(2)}(\mathbf{r} - \mathbf{R}) \times \\ \times \hat{j}_1(k_{\text{eff}\ 2}(\mathbf{r} - \mathbf{R}) s) \exp[i \mathbf{k}(\mathbf{R}) s/\zeta] d\mathbf{r} ds. \quad (17)$$

Формулы (5), (6), (17) являются основой для построения ядро-ядерных потенциалов с учетом обменных эффектов. Отметим, что в формализме матрицы плотности, здесь изложенном, учтены только эффекты однонуклонного обмена. Рассмотрение n -нуклонного обмена ($n \geq 2$) в данном формализме является чрезвычайно сложной задачей и до настоящего времени не проводилось. Однако вопрос о вкладе n -нуклонного обмена интенсивно исследовался в рамках метода резонирующих групп. Остановимся лишь на последних работах и их результатах. Было показано [25, 26], что основной вклад в обменные члены ядро-ядерных потенциалов дают эффекты однонуклонного обмена, а также эффекты обмена кором (в случае взаимодействия α -частиц с ядрами обмена четырьмя нуклонами). Однако вклад эффектов обмена кором уменьшается с увеличением различий масс сталкивающихся ядер [25]. Таким образом, в случае взаимодействия α -частиц или других легких ионов со средними и тяжелыми ядрами можно ограничиться при построении обменных потенциалов учетом эффектов однонуклонного обмена.

2. ОБМЕННЫЕ ПОТЕНЦИАЛЫ В ФОРМАЛИЗМЕ МАТРИЦЫ ПЛОТНОСТИ

В работах [9, 10] формализм матрицы плотности был применен для построения α -частичных потенциалов, а в [11] он был обобщен на случай взаимодействия тяжелых ионов с ядрами. Рассмотрим расчетную схему работы [9]. Сохраняя требуемую точность в расчете $U^E(\mathbf{R})$ по формуле (17), можно разложить в (17) члены, содержащие функции Бесселя и юкавские формфакторы, одновременно вычисляя их фурье-образы. В результате будем иметь [9]:

$$U^E(\mathbf{R}) = \int \rho^{(1)}(\mathbf{r}) \rho^{(2)}(\mathbf{r} - \mathbf{R}) \sum_{i=1}^3 I_i(\mathbf{r}, \mathbf{r} - \mathbf{R}) d\mathbf{r}; \quad (18)$$

$$I_i(\mathbf{r}, \mathbf{r}-\mathbf{R}) = \frac{4\pi v_i}{(k/\zeta) \alpha_i} \sum_{\substack{n, m \\ -1, -1}} (-)^{n+m} \frac{36nm (2n+2m-4)!}{(2n+1)! (2m+1)!} k_{F1}^{2n-2} k_{F2}^{2m-2} \times \\ \times [\alpha_i^2 + (k/\zeta)^2]^{3/2-(n+m)} \sin \left\{ (2n+2m-3) \left(\tan \frac{k}{\zeta \alpha_i} \right)^{-1} \right\}, \quad i = 1, 2; \quad (19)$$

$$I_3(\mathbf{r}, \mathbf{r}-\mathbf{R}) = \frac{4\pi v_3}{\alpha_3 [\alpha_3^2 + (k/\zeta)^2]} [1,0 - 0,07 (k_{F1}^2 + k_{F2}^2)/(k/\zeta)^2]. \quad (20)$$

Здесь α_i — величины, обратные по отношению к радиусам юковских формфакторов, k_{F1} и k_{F2} зависят соответственно от аргументов \mathbf{r} и $\mathbf{r} - \mathbf{R}$. В этом методе разложения интеграл по s вычисляется аналитически с использованием фурье-преобразования, в результате чего появляются выражения типа $[\alpha_i^2 + (k/\zeta)^2]^{-n}$. В формулах (19), (20) v_i — силовые константы юковских формфакторов [см. формулу (2)]. Как показывает анализ выражения (19), достаточно в $\sum_{n, m}$ ограничиться членами с $n = m = 3$.

Нетрудно видеть, что при постоянных k_{F1} и k_{F2} величина $I(\mathbf{r}, \mathbf{r}-\mathbf{R})$ тоже является константой. Таким образом, в этом случае (18) сводится к формуле (6), в которую вместо $v_E(s)$ подставляется выражение для псевдопотенциала нулевого радиуса действия. Энергетическая зависимость псевдопотенциала определяется зависимостью k от энергии. Отсюда можно сделать вывод, что приближение псевдопотенциала для учета обменных эффектов [см. формулу (7)] соответствует представлению о распределении вещества в ядре, как о распределении в бесконечной ядерной материи с постоянной плотностью. Учет зависимости k_{F1} и k_{F2} от плотности (15) приводит к эффективному обменному взаимодействию, также зависящему от плотности. В обменном потенциале $U^E(\mathbf{R})$, построенном исходя из первых принципов, проявляются те свойства, которые присущи полуфеноменологическому DDM3Y-взаимодействию: энергетическая зависимость и «внутренняя» плотностная зависимость.

На основе изложенного формализма и с использованием эффективных NN -взаимодействий (1)–(2), (3)–(4) в работе [9] были построены потенциалы взаимодействия α -частиц с энергией 172,5 МэВ с ядром-мишенью ^{58}Ni . Для плотности распределения вещества в α -частице и в ^{58}Ni использовались соответственно представления из [27] и [17]. Результаты расчета приведены на рис. 1. Как отмечалось выше, прямая часть, построенная на парижском потенциале, отталкивательная. Это связано с тем обстоятельством, что в отличие от потенциала Рида — Эллиота парижский потенциал имеет ненулевую короткодействующую компоненту в триплетном нечетном состоянии. Таким образом, притягивающая часть α -частичного потенциала полно-

стью обязана вкладу обменного члена. Можно видеть на рис. 1, что полный потенциал, построенный с парижским эффективным взаимодействием, глубже, чем α -частичный потенциал, основанный на эффективном взаимодействии Рида — Эллиота. Однако в поверхностной области ($R > 5$ фм) потенциалы для обоих эффективных взаимодействий сближаются.

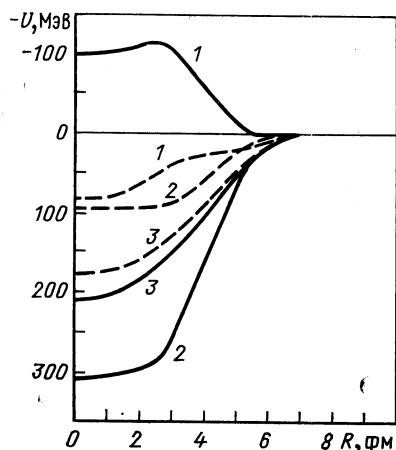


Рис. 1. M3Y-потенциалы в системе $\alpha + {}^{58}\text{Ni}$ при $E_\alpha = 172,5$ МэВ, построенные на основе парижского (сплошные кривые) и Рида — Эллиота (штриховые) взаимодействий: 1 — прямой потенциал; 2 — обменный; 3 — суммарный

необходимо осуществлять громоздкую итерационную процедуру, поскольку искомая величина входит в правую часть (10) через импульс k (\mathbf{R}), при этом на каждом шаге итерации вычисляется шестимерный интеграл. При описании неупругих переходов (в работах [9—11] вычислялись только потенциалы и анализировалось

Таблица 2. Оптические потенциалы для рассеяния α -частиц на ядрах ${}^{40}\text{Ca}$, ${}^{50}\text{Ti}$, ${}^{52}\text{Cr}$, ${}^{58}\text{Ni}$, ${}^{208}\text{Pb}$

Ядро	$E_{\text{лаб}}$, МэВ	λ	$-U_0$, МэВ	J_R , МэВ·фм ³	$\langle r^2 \rangle^{1/2}$, фм	$-W_v$, МэВ	r_v , фм	a_v , фм	χ^2/F
${}^{50}\text{Ti}$	104,0	0,80	189,5	295,0	4,32	22,55	1,539	0,599	11,2
${}^{52}\text{Cr}$	104,0	0,80	190,0	296,2	4,36	25,64	1,496	0,660	5,5
${}^{58}\text{Ni}$	172,5	0,76	179,1	252,5	4,46	23,50	1,467	0,745	20,6
${}^{208}\text{Pb}$	140,0	0,84	195,0	292,4	6,19	20,54	1,484	0,755	25
${}^{40}\text{Ca}$	141,7	0,80	171,2	283,7	4,18	22,41	1,529	0,706	53,7
${}^{58}\text{Ni}^*$	172,5	0,64	210,1	242,2	4,43	22,49	1,453	0,792	35,6

* Анализ с M3Y-потенциалом, построенным на основе парижского взаимодействия.

упругое рассеяние) такая же процедура требуется и для нахождения формфакторов неупругих переходов (ФНП). По мере роста числа связанных каналов резко возрастает объем необходимого машинного времени. В работе [28] также отмечается, что итерационная процедура вычисления обменного потенциала слишком громоздка, чтобы можно было с такими потенциалами проводить интенсивные исследования ядерных плотностей в модельно-независимом анализе (МНА). Кроме того, при использовании фононной модели для ядра-мишени необходимо построение фононного образа взаимодействия налетающей частицы с ядром-мишенью (эта проблема возникает уже в задаче нуклон-ядерного рассеяния), что предполагает разложение взаимодействия по фононным операторам [29]. Поэтому желательно иметь схему расчета, в которой ОП и ФНП получаются в замкнутой форме без использования итерационной процедуры.

Для решения поставленной задачи удобно, преобразовывая выражение (17), перейти к импульсному представлению. Предварительно проинтегрируем в (17) по углам вектора s . Будем иметь [13]:

$$U^E(\mathbf{R}) = 4\pi \int_0^\infty f^{(1)}(\mathbf{r}, s) f^{(2)}(\mathbf{r} - \mathbf{R}, s) \times \\ \times v_E(s) j_0(k(\mathbf{R}) s/\zeta) s^2 ds d\mathbf{r}, \quad (21)$$

где

$$f^{(i)}(\mathbf{r}, s) = \rho^{(i)}(\mathbf{r}) \hat{j}_1(k_{\text{eff}} i(\mathbf{r}) s). \quad (22)$$

Осуществляя фурье-преобразование, получаем

$$\int f^{(1)}(\mathbf{r}, s) f^{(2)}(\mathbf{r} - \mathbf{R}, s) d\mathbf{r} = \\ = 1/(2\pi)^3 \int \tilde{f}^{(1)}(-\mathbf{t}, s) \tilde{f}^{(2)}(\mathbf{t}, s) \exp(i\mathbf{t}\mathbf{R}) dt. \quad (23)$$

Здесь

$$\tilde{f}^{(i)}(\mathbf{t}, s) = \int f^{(i)}(\mathbf{r}, s) \exp(i\mathbf{t}\mathbf{r}) d\mathbf{r}. \quad (24)$$

Разложим локальные плотности в ряд по мультипольям:

$$\rho(\mathbf{r}) = \sum_{\lambda\mu} C_\lambda \rho_\lambda(r) Y_{\lambda\mu}^*(\hat{\mathbf{r}}), \quad (25)$$

где $C_\lambda = 1$ при $\lambda \neq 0$ и $C_0 = \sqrt{4\pi}$ [1].

Разлагая все величины в (23) и (24) также по мультипольям и используя (25), будем иметь:

$$\int f^{(1)}(\mathbf{r}, s) f^{(2)}(\mathbf{r} - \mathbf{R}, s) d\mathbf{r} = \sum_{\lambda\mu} C_\lambda G_{\lambda\mu}(R, s) Y_{\lambda\mu}^*(\hat{\mathbf{R}}); \quad (26)$$

$$G_{\lambda\mu}(R, s) = (C_{\lambda_1} C_{\lambda_2} / \sqrt{4\pi}) i^{\lambda_1 - \lambda_2 - \lambda} \left[\frac{(2\lambda_1 + 1)(2\lambda_2 + 1)}{2\lambda + 1} \right]^{1/2} \times \\ \times \langle \lambda_1 \mu_1 \lambda_2 \mu_2 | \lambda \mu \rangle \langle \lambda_1 0 \lambda_2 0 | \lambda 0 \rangle (1/2\pi^2) \int_0^\infty f_{\lambda_1}^{(1)}(t, s) f_{\lambda_2}^{(2)}(t, s) j_\lambda(tR) t^2 dt; \quad (27)$$

$$f_{\lambda_i}^{(i)}(t, s) = 4\pi \int_0^\infty \rho_{\lambda_i}^{(i)}(r) \hat{j}_1(k_{\text{eff}, i}(r) s) j_{\lambda_i}(tr) r^2 dr. \quad (28)$$

Взаимодействие (6), (21), (26)–(28) может приводить как к возбуждению одного из сталкивающихся ядер ($\lambda_1 = 0, \lambda_2 \neq 0; \lambda_1 \neq 0, \lambda_2 = 0$), так и к взаимному возбуждению ядер ($\lambda_1 \neq 0, \lambda_2 \neq 0$) (предполагается, что при возбуждении происходит передача момента). Разлагая левую часть (21) аналогично (25) и подставляя (26)–(28) в (21), будем иметь для обменной части ФНП с передачей момента L :

$$C_L U_{LM}^E(R) = 4\pi \sum_{\lambda\lambda' \mu\mu'} C_\lambda C_{\lambda'} S(L\lambda\lambda'; \mu\mu') \times \\ \times \int_0^\infty J_{\lambda'\mu'}(k(R)s/\zeta) G_{\lambda\mu}(R, s) v_E(s) s^2 ds; \quad (29)$$

$$S(L\lambda\lambda'; \mu\mu') = \left[\frac{(2\lambda + 1)(2\lambda' + 1)}{4\pi(2L + 1)} \right]^{1/2} \langle \lambda\mu\lambda'\mu' | LM \rangle \langle \lambda 0 \lambda' 0 | L 0 \rangle; \quad (30)$$

$$C_\lambda J_{\lambda\mu}(k(R)s/\zeta) = \int j_0(k(\mathbf{R})s/\zeta) Y_{\lambda\mu}(\hat{\mathbf{R}}) d\hat{\mathbf{R}}. \quad (31)$$

Чтобы получить замкнутые выражения для величин $U_{LM}^E(R)$, используем, как это было сделано в работе [30] в случае нуклон-ядерной задачи, теорему умножения для функции Бесселя $j_0(k(\mathbf{R})s/\zeta)$ [31]:

$$j_0(yz) = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{n!} j_n(z) \left(\frac{1-y^2}{2} z \right)^n, \quad |1-y|^2 < 1. \quad (32)$$

С учетом (5) и (11) определим y и z следующим образом:

$$y = [k_0^2(R) - k_1^2(\mathbf{R})]^{1/2} / |k_0(R)|, \quad z = |k_0(R)| s/\zeta; \quad (33)$$

$$k_0^2(R) = (2m\zeta/\hbar^2) [E - U_0^D(R) - V_0^C(R)]; \quad (34)$$

$$k_1^2(\mathbf{R}) = (2m\zeta/\hbar^2) \{ U_0^E(R) + \sum_{LM}' [U_{LM}^E(R) + U_{LM}^D(R) + V_{LM}^C(R)] Y_{LM}^*(\hat{\mathbf{R}}) \}. \quad (35)$$

Здесь штрих у знака суммы означает, что $L \neq 0$, $k_0(R)$ есть импульс относительного движения сталкивающихся ядер в случае упругого рассеяния без каких-либо обменных взаимодействий. В некоторых случаях рассеяния тяжелых ионов при энергии ниже кулоновского

барьера $k_0^2(R) < 0$ и рассеяние происходит благодаря непрямым процессам (обменные, туннельные эффекты). В таких случаях необходим точный учет принципа Паули в задаче рассеяния. Используя (33)–(35), можно (32) записать в виде

$$j_0(k(\mathbf{R})s/\zeta) = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{n!} j_n(|k_0(R)|s/\zeta) \times \\ \times \begin{cases} [(k_1^2(\mathbf{R}) - 2k_0^2(R))s/(2\zeta|k_0(R)|)]^n, & k_0^2(R) < 0; \\ [k_1^2(\mathbf{R})s/(2\zeta k_0(R))]^n, & k_0^2(R) \geq 0. \end{cases} \quad (36)$$

Можно видеть, что при энергиях до нескольких десятков МэВ на нуклон выражение в квадратных скобках в (36) существенно меньше единицы при всех R . Оставляя в разложении (36) первые три слагаемые, в результате получаем:

$$U_{LM}(R) = U_{LM}^D(R) + U_{LM}^E(R) = U_{LM}^D(R) + I_{LM}^{(0)}(R) + \\ + \varkappa(R) I_{LM}^{(1)}(R) A_0(R) [1 + \varkappa(R) I_{00}^{(1)}(R)] + \varkappa^2(R) I_{LM}^{(2)}(R) A_0^2(R) + \\ + \frac{\varkappa^2(R)}{4\pi} \sum'_{\lambda\mu} [I_{\lambda\mu}^{(1)}(R) I_{LM}^{(1)}(R) + I_{LM}^{(2)}(R) B_{\lambda\mu}(R)] B_{\lambda\mu}(R) + \\ + \varkappa(R) \sum_{\lambda\mu} \sum'_{\lambda'\mu'} (C_\lambda/C_L) S(L\lambda\lambda'; \mu\mu') \{I_{\lambda\mu}^{(1)}(R) B_{\lambda'\mu'}(R) + \varkappa(R) A_0(R) \times \\ \times [I_{\lambda\mu}^{(1)}(R) I_{\lambda'\mu'}^{(1)}(R) + 2I_{\lambda\mu}^{(2)}(R) B_{\lambda'\mu'}(R)] + \\ + \varkappa(R) \sum'_{\lambda_1\mu_1} \sum'_{\lambda_2\mu_2} S(\lambda'\lambda_1\lambda_2; \mu_1\mu_2) I_{\lambda\mu}^{(2)}(R) B_{\lambda_1\mu_1}(R) B_{\lambda_2\mu_2}(R)\}, \quad (37)$$

где

$$B_{\lambda\mu}(R) = I_{\lambda\mu}^{(0)}(R) + U_{\lambda\mu}^D(R) + V_{\lambda\mu}^C(R); \quad (38)$$

$$A_0(R) = I_{00}^{(0)}(R) - f_{k_0}(R); \quad \varkappa(R) = m/(|k_0(R)|\hbar^2). \quad (39)$$

Здесь

$$I_{\lambda\mu}^{(n)}(R) = (4\pi/n!) \int_0^\infty v_E(s) j_n(|k_0(R)|s/\zeta) G_{\lambda\mu}(R, s) s^{n+2} ds \quad (40)$$

— обменные интегралы;

$$f_{k_0}(R) = \begin{cases} \hbar^2 k_0^2(R)/m\zeta, & k_0^2(R) < 0; \\ 0, & k_0^2(R) \geq 0. \end{cases} \quad (41)$$

По формулам (37)–(41) при $L = 0$ может быть вычислена вещественная часть ОП, а при $L \neq 0$ — ФНП. Анализ показывает [12, 13] что вклад членов третьего порядка по $\varkappa(R)$ в потенциал составляет в целом 1–2 %, что меньше неопределенностей в эффективных NN -силах или в определении ядерных плотностей [1, 2].

Обсудим представленный формализм. Расчет величин $U_{LM}^E(R)$ не требует применения громоздкой итерационной процедуры. Кроме того, величины $G_{\lambda\mu}(R, s)$ не зависят от энергии. Это обстоятельство позволяет значительно сократить время счета при анализе экспериментальных данных по рассеянию в широком энергетическом интервале. Сравнение формул (29)–(31) с аналогичными выражениями для описания нуклон-ядерного рассеяния [22, 30] показывает, что они имеют подобную структуру. Различие состоит в том, что для нуклонов $\zeta = A/(A + 1)$ и $G_{\lambda\mu}(R, s)$ вычисляются не по формулам (27), (28), а сводятся к соответствующим компонентам матрицы плотности. Таким образом, в рассматриваемом формализме построение ОП и ФНП для взаимодействия нуклонов с ядрами является частным случаем задачи нахождения ОП и ФНП для составных частиц. Представленный формализм в этом смысле можно рассматривать как обобщение полумикроскопического подхода к описанию взаимодействия нуклонов низких энергий с ядрами [30, 32], в котором впервые и была предложена безытерационная схема расчета обменного потенциала. Использование в (37)–(41) переходных плотностей, вычисленных в полумикроскопических моделях (например, в квазичастично-фононной [33] или в теории конечных ферми-систем [34]), дает возможность проверки таких моделей относительно описания ими состояний сложной структуры. Отметим, что в представленном формализме содержится описание так называемого эффекта смешивания мультиполей [22, 30], который отсутствует в приближении псевдопотенциала нулевого радиуса действия. Он состоит в том, что L -компонента потенциала определяется не только L -компонентой переходной плотности, но и λ -компонентами с $\lambda \neq L$.

В связи с тем что исследование эффекта ядерной радуги позволяет изучать потенциалы на расстояниях меньше радиуса сильного поглощения, где может быть значительным перекрытие плотностей сталкивающихся ядер, следует сделать два замечания к представленному формализму. Первое относится к тому, что в области значительного перекрытия ядерных плотностей неучт поляризационных членов в потенциале (членов второго порядка по эффективному взаимодействию) уже не может быть скомпенсирован перенормировкой эффективных сил или введением их зависимости от плотности. Предваряя дальнейшее изложение, отметим, что до сих пор эффект ядерной радуги надежно установлен лишь для легких составных частиц, поэтому можно надеяться, что представленный формализм адекватно описывает экспериментальную ситуацию.

Второе замечание можно отнести к тому, что при описании неупругих переходов необходимо учитывать влияние взаимодействия сталкивающихся ядер на перестройку их спектров возбужденных состояний. И в этом случае отметим, что представленный формализм может быть применим к описанию неупругого рассеяния α -частиц на ядрах непосредственно, в то время как для описания неупругого

рассеяния тяжелых составных частиц на ядрах потребуется анализ указанной проблемы перестройки внутреннего движения нуклонов.

Чтобы иметь возможность описывать неупругие рассеяния составных частиц (например, α -частиц) на ядрах с возбуждением нижних

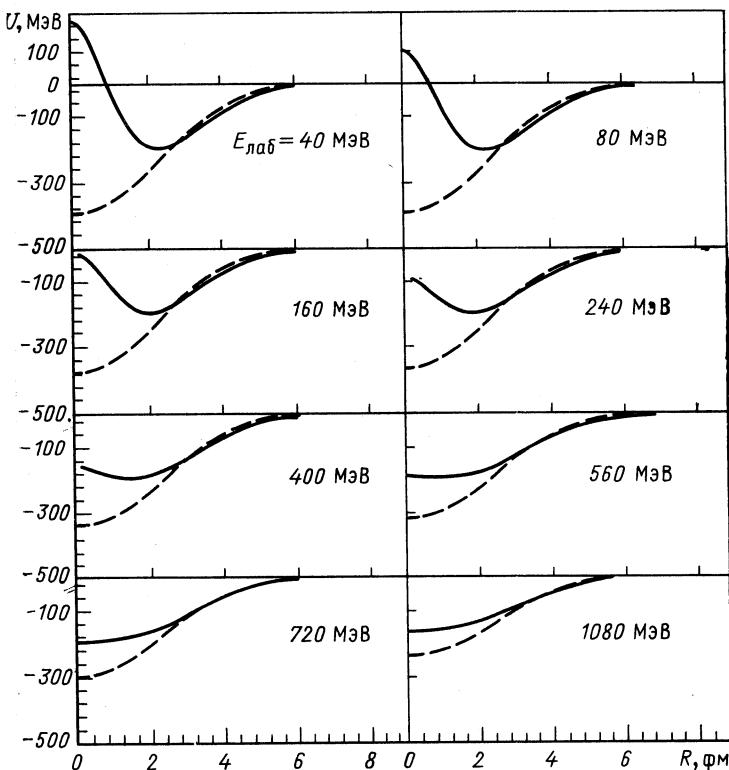


Рис. 2. М3Y-потенциалы (сплошные кривые) и М3Y(ПИ)-потенциалы (штриховые) для системы $^{12}\text{C} + ^{12}\text{C}$

состояний вибрационной природы, необходимо взаимодействие налетающей частицы с ядрами-мишениями построить в фононном представлении. Для этой цели матрица плотности $\rho(\mathbf{r}, \mathbf{r}')$ должна быть разложена по параметрам динамической деформации ядра. Согласно формуле (22) в первом приближении разложение $\rho(\mathbf{r}, \mathbf{r}')$ сводится к разложению по параметрам динамической деформации переходных плотностей. Для них может быть использована одна из стандартных параметризаций [1]:

$$\rho_\lambda(r) = -\beta_\lambda r \left(\frac{r}{R_{00}}\right)^{\nu-2} \frac{d\rho(r)}{dr}. \quad (42)$$

Формулы (37)–(41) использовались в работах [12, 13, 35] для анализа ядро-ядерных потенциалов и вклада в них эффектов однонуклонного обмена. На рис. 2 и 3 представлены результаты расчета

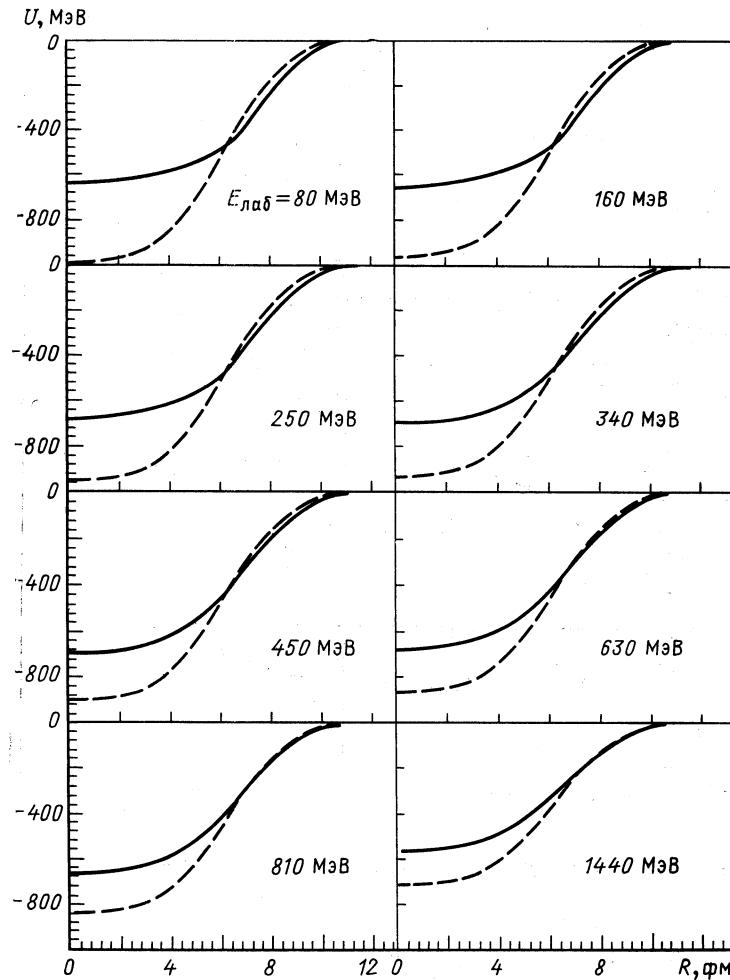


Рис. 3. То же, что и на рис. 2, для системы $^{16}\text{O} + ^{208}\text{Pb}$

в широком энергетическом интервале потенциалов для систем $^{12}\text{C} + ^{12}\text{C}$ и $^{16}\text{O} + ^{208}\text{Pb}$. В качестве плотностей $\rho_0(r)$ для ^{12}C и ^{16}O взяты двухпараметрические фермиевские распределения с параметрами из [19], а для ^{208}Pb $\rho_0(r)$ рассчитана в рамках КФМ. Вычисления потенциалов проводились в двух вариантах: с явным учетом эффектов однонуклонного обмена в формализме матрицы плотности при исполь-

зовании M3Y-взаимодействия [см. формулы (1) и (2)] и с учетом обменных эффектов в приближении псевдопотенциала * в рамках модели двойной свертки [см. формулы (6) и (7)]. Можно видеть, что для обеих систем M3Y (ПП)-потенциалы глубже, чем M3Y-потенциалы во внутренней области, и мельче — в поверхностной. Между ними существенные различия во внутренней области, оба потенциала близки в поверхностной области. С ростом энергии различия между потенциалами уменьшаются, особенно в поверхностной области. Это уменьшение отражает тот факт, что с увеличением энергии вклад в потенциал обменных нуклон-нуклонных корреляций, обусловленных действием принципа Паули, уменьшается.

На рис. 4 представлены результаты расчетов α -частичного потенциала для ядер-мишеней ^{58}Ni и ^{90}Zr . На рис. 4 показан также потенциал (сплошная кривая), найденный из МНА [36]. Можно видеть, что M3Y (ПП)-потенциал существенно глубже во внутренней области, чем M3Y-потенциал. Эти потенциалы близки при $R > 5,5$ фм. В то же время M3Y-потенциал обнаруживает поразительное сходство со сплайн-потенциалом из МНА в области $3 < R < 8$ фм. В табл. 3 даны значения α -частичных потенциалов для $E_\alpha = 139$ и 172,5 МэВ при нескольких значениях R . Приведены также значения потенциала, извлеченные из МНА [37] при $E_\alpha = 172,5$ МэВ, и значения феноменологического потенциала в форме $(WS)^2$ [38] при $E_\alpha = 139$ МэВ. Для $E_\alpha = 172,5$ МэВ представлены также значения потенциала, построенного с DDM3Y-эффективным взаимодействием [17, 18] (для краткости будем называть эти потенциалы DDM3Y-потенциалами). Можно видеть, что M3Y (ПП)-потенциалы глубже, чем M3Y-потенциалы

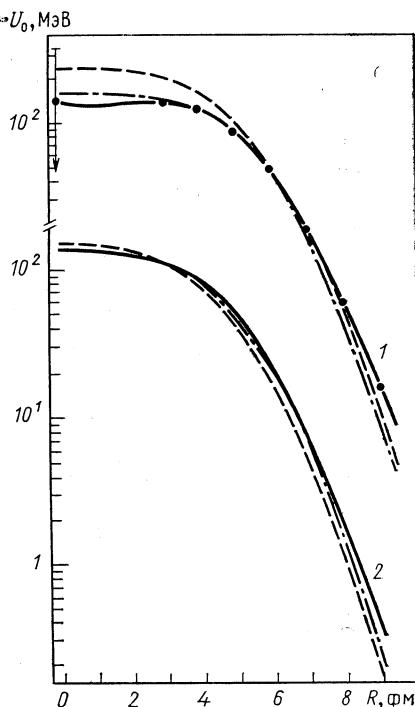


Рис. 4. Потенциалы для системы $\alpha + ^{90}\text{Zr}$ при $E_\alpha = 99,5$ МэВ (верхняя часть) и для системы $\alpha + ^{58}\text{Ni}$ при $E_\alpha = 139,5$ МэВ (нижняя часть): 1 — из МНА [36]; 2 — $(WS)^2$ из [38]; штриховая — M3Y (ПП)-потенциал; штрих-пунктирная — M3Y-потенциал

* В дальнейшем для краткости потенциалы, построенные первым способом, будем называть M3Y-потенциалами, а потенциалы, построенные вторым способом, — M3Y (ПП)-потенциалами.

Таблица 3. Вещественные части ОП [— $U_0(R)$, МэВ] для системы $\alpha + {}^{58}\text{Ni}$

$R, \text{ фм}$	$E_\alpha = 139 \text{ МэВ}$			$E_\alpha = 172,5 \text{ МэВ}$			
	M3Y (ПП)	M3Y	(WS) ² [38]	M3Y (ПП)	M3Y	DDM3Y	MHA [36]
0	146,7	137,9	140,5	137,1	134,0	137,0	50–200
4	76,7	81,1	82,3	71,4	76,2	77,2	81,5
6	16,1	20,1	20,3	15,2	19,1	18,2	20,9
8	1,0	1,2	1,6	0,9	1,2	1,7	1,3

циалы, во внутренней области и мельче на поверхности. M3Y-потенциалы очень близки к феноменологическим потенциалам в поверхностной области, а также к DDM3Y-потенциалу при $E_\alpha = 172,5 \text{ МэВ}$.

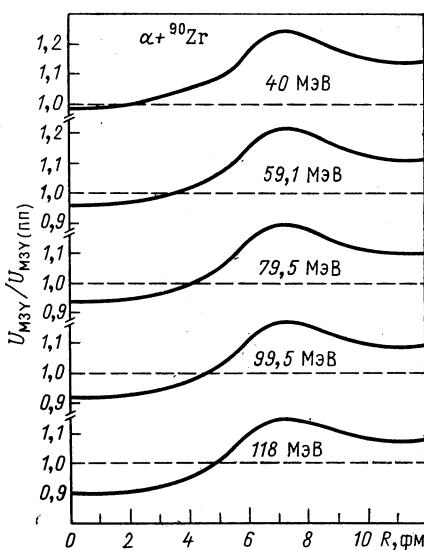
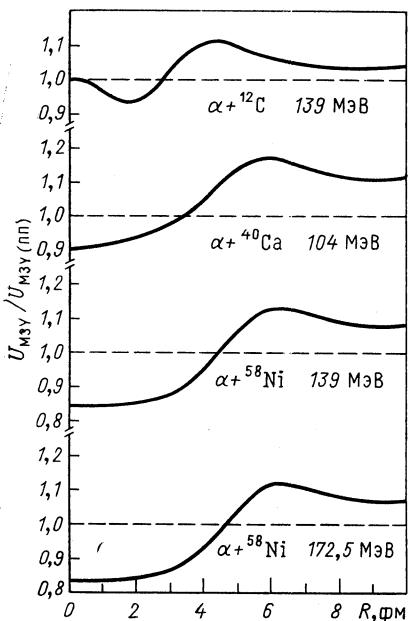


Рис. 5. Радиальная зависимость отношений неперенормированных M3Y- и M3Y (ПП)-потенциалов для $\alpha + {}^{12}\text{C}$, ${}^{40}\text{Ca}$, ${}^{58}\text{Ni}$ при различных энергиях

Рис. 6. То же, что и на рис. 5, для $\alpha + {}^{90}\text{Zr}$ при $E_\alpha = 40 \div 118 \text{ МэВ}$

Проведенный анализ показывает, что приближение псевдопотенциала не дает адекватного описания α -частичных потенциалов как в поверхностной, так и во внутренней области. В то же время явный учет обменных эффектов на основе первых принципов дает результаты, близкие к полуфеноменологическому учету обменных эффектов в модели с DDM3Y-эффективным взаимодействием.

На рис. 5—7 представлены отношения M3Y — и M3Y (ПП)-потенциалов как функции R , построенные для α -частиц, ионов ${}^6\text{Li}$ и ${}^9\text{Be}$, взаимодействующих с ядрами при различных энергиях. Можно видеть, что во всех случаях M3Y-потенциалы отличаются по форме от M3Y (ПП)-потенциалов. Для α -частиц значения этих потенциалов совпадают в отдельных точках при $R < R_{SA}$, причем при $E_\alpha \geq 100$ МэВ M3Y (ПП)-потенциалы по сравнению с M3Y-потенциалами глубже во внутренней области ($R \sim 2 \div 4$ фм) и мельче на поверхности ($R \sim 5 \div 8$ фм) (рис. 5). В случае α -частиц, взаимодействующих с ядром ${}^{90}\text{Zr}$, видно (рис. 6), как эта закономерность формируется с ростом энергии. Для ионов ${}^6\text{Li}$ и ${}^9\text{Be}$ M3Y-потенциалы более притягательные, чем M3Y (ПП)-потенциалы как во внутренней области ядра, так и на поверхности. Однако после введения коэффициентов перенормировки при оптимальном описании экспериментальных угловых распределений (см. табл. 8) M3Y (ПП)-потенциалы, так же как и для α -частиц, становятся глубже во внутренней области и мельче на поверхности.

Рассмотрим подробнее зависимость геометрии потенциала от энергии. В табл. 4 представлены результаты расчета α -частичного потен-

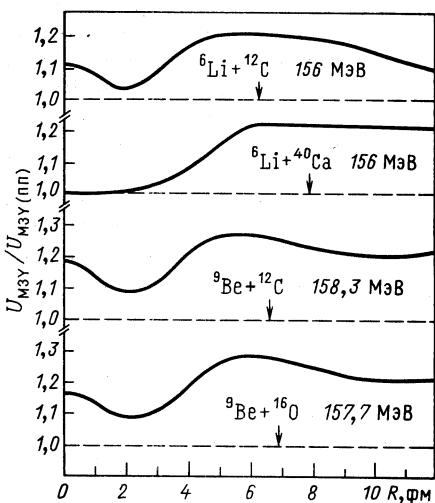


Рис. 7. То же, что и на рис. 5, для ${}^6\text{Li} + {}^{12}\text{C}$, ${}^{40}\text{Ca}$ при $E = 156$ МэВ и ${}^9\text{Be} + {}^{12}\text{C}$, ${}^{16}\text{O}$ при $E = 158,3$ и $157,7$ МэВ

Таблица 4. Вещественная часть ОП для системы $\alpha + {}^{90}\text{Zr}$

E_α , МэВ	40	60	80	100	120	150	200	250	300
$-U_0$, МэВ	241,7	238,6	235,6	232,7	230,3	226,6	221,6	217,5	214,1
$-U$, МэВ ($R = 6$ фм)	48,65	47,57	46,54	428,9*	45,58	44,79	43,58	42,02	40,20

* Значения потенциала для параметризации Саксона — Вудса при $E_\alpha = 104$ МэВ.

циала в системе $\alpha + {}^{90}\text{Zr}$ для энергетического интервала от 0 до 300 МэВ [39]. В вычислениях обменные эффекты учитывались в более приближенной форме, чем это описано выше, и использовались эффе-

ктивные NN -силы Вильдермута — Шмида [40] с плотностной зависимостью [32]. Построенные таким способом потенциалы отличаются от M3Y-потенциалов (см. разд. 4) во внутренней области, но близки к ним на поверхности ядра (ср. значение потенциала при $R = 6$ фм и $E_\alpha = 100$ МэВ в табл. 4 и на рис. 4). Поэтому выводы, сделанные об изменении геометрии потенциала с энергией, связанном с учетом обменных эффектов, носят общий характер.

Особенностью полумикроскопических потенциалов является то, что их радиальная зависимость существенно отличается от радиальной зависимости потенциала Саксона — Вудса. Из данных табл. 4 следует, что при $E = 100$ МэВ внутри ядра значения феноменологического и полумикроскопического потенциалов различаются почти в 2 раза, в то время как на поверхности это различие составляет всего 5 %.

Построенный потенциал как функция энергии внутри ядра может быть аппроксимирован следующими выражениями:

$$-U(E) = U_0 - \gamma E, \quad U_0 = 247.8 \text{ МэВ}, \quad \gamma = 0.15, \quad (43)$$

$$-U(E) = U_0 - \gamma E + \beta E^2, \quad \gamma = 0.15, \quad \beta = 0.00019 \text{ МэВ}^{-1}. \quad (44)$$

Формула (43) (линейное приближение) с хорошей точностью воспроизводит потенциал и его энергетически зависящую часть при $E_\alpha \leq 100$ МэВ, в интервале же $E = 100 \div 300$ МэВ энергетически зависящая часть потенциала воспроизводится в линейном приближении с погрешностью, достигающей 35 %. Квадратичное приближение [см. формулу (44)] оказывается существенно лучшим и воспроизводит энергетически зависящую часть потенциала с точностью до 6 %.

Сравнение данных для U_0 и U показывает, что во внутренней области ядра потенциал слабее зависит от энергии, чем на поверхности ядра. Это обстоятельство позволяет записать потенциал в следующем виде:

$$U(R, E) = U_0 [1 - \alpha(R) E] f(R), \quad (45)$$

где $\alpha(R_{1/2}) > \alpha(0)$. Из приведенного анализа следует, например, что на радиусе половинного спада потенциала $\alpha(R_{1/2}) \simeq 1.7 \alpha(0)$, т. е. вклад обменных корреляций в энергетическую зависимость потенциала увеличивается в 1,7 раза, что свидетельствует о преимущественной локализации обменных корреляций в поверхностной области ядра. Соотношение (45) можно интерпретировать также, как зависимость радиуса половинного спада потенциала от энергии $R_{1/2}(E)$. Заметим, что в эмпирическом анализе в ряде случаев использовались потенциалы с $R_{1/2}(E)$. Некоторые такие случаи рассмотрены в работе [41]. Для нуклонов зависимость $R_{1/2}(E)$ обнаружена и в полумикроскопических исследованиях [32, 42, 43], в то время как для α -частиц вопрос о зависимости $R_{1/2}$ от энергии на полумикроскопической основе рассмотрен лишь недавно [39]. Следуя этой работе, будем так же, как

и для глубины ОП, иметь две возможные аппроксимации:

$$R_{1/2}(E) = R_{0\ 1/2} - \gamma_R E, \quad \gamma_R = 0,001 \text{ фм} \cdot \text{МэВ}^{-1}, \\ R_{0\ 1/2} = 4,69 \text{ фм}; \quad (46)$$

$$R_{1/2}(E) = R_{0\ 1/2} - \gamma_R E + \beta_R E^2, \quad \gamma_R = 0,0011 \text{ фм} \cdot \text{МэВ}^{-1}; \\ \beta_R = 0,0000012 \text{ МэВ}^{-2} \cdot \text{фм}. \quad (47)$$

Формула (46), как и формула (43), воспроизводит с хорошей точностью $R_{1/2}(E)$ в интервале до $E_\alpha = 100$ МэВ, а в интервале $E = 100 \div 300$ МэВ погрешность в энергетически зависящей части $R_{1/2}(E)$ достигает 35 %. Квадратичное приближение (47) во всем энергетическом диапазоне «работает» с погрешностью до 1 %.

Представленный полумикроскопический анализ подтверждает, таким образом, вывод, сделанный в эмпирическом анализе, о том, что радиус половинного спада α -частичного ОП с ростом энергии уменьшается [36, 44—46]. Покажем, что зависимости типа (46), вводимые в стандартной оптической модели, эквивалентны выбору функциональной зависимости потенциала в виде (45). Разлагая потенциалы $U(R, R_{1/2}(E))$ как функцию $R_{1/2}$ в ряд Тейлора вблизи точки $R_{1/2} = R_{0\ 1/2}$, будем иметь

$$U(R, R_{1/2}(E)) = U(R, R_{0\ 1/2}) - \gamma(R) E, \quad (48)$$

где

$$\gamma(R) = \gamma_R \frac{\partial U(R, R_{0\ 1/2})}{\partial R_{1/2}} \Big|_{R_{1/2}=R_{0\ 1/2}}. \quad (49)$$

Предполагая, что $U(R)$ имеет радиальную зависимость Саксона — Будса, из (48) и (49) получаем

$$U(R, R_{1/2}(E)) = U(R, R_{0\ 1/2}) [1 - \alpha(R) E];$$

$$\alpha(R) = (\gamma_R/a) \exp [(R - R_{0\ 1/2})/a] / [1 + \exp ((R - R_{0\ 1/2})/a)].$$

Нетрудно видеть, что $\alpha(R_{1/2}) > \alpha(0)$ и максимум функции $\alpha(R)$ находится в поверхностной области ядра. Эти выводы совпадают с выводами, полученными в полумикроскопическом анализе [см. выше обсуждение формулы (45)].

3. НЕКОТОРЫЕ ОСОБЕННОСТИ ПРОЯВЛЕНИЯ ЭФФЕКТА ЯДЕРНОЙ РАДУГИ

Длительное время считалось, что анализ упругого рассеяния составных частиц на ядрах может давать лишь информацию о поведении ядро-ядерного потенциала в окрестности радиуса сильного поглощения [1]. Это утверждение было основано на концепции сильного поглощения в поверхностной области, отсюда следовал вывод о дискретной неоднозначности в определении параметров ОП. Два различных по своему проявлению феномена, обнаруженных в связи с изучением упругого рассеяния α -частиц на ядрах, привели к пере-

смотру этих представлений. Феномен так называемого аномального обратного рассеяния [47] α -частиц низких энергий на легких ($A \leq 44$) ядрах с кластерной структурой показал, что результаты рассеяния чувствительны к поведению потенциала во внутренней области ядра и, в частности, к наличию кора в α -частичном ОП. Другое явление — эффект ядерной радуги — проявляется в рассеянии α -частиц достаточно высоких энергий как на легких, так и на средних и тяжелых ядрах, при этом не установлено какой-либо связи этого явления с кластерной структурой ядра-мишени.

Впервые эффект ЯР в α -частичном рассеянии был открыт в работах [5, 6, 48] при изучении взаимодействия α -частиц с энергией $E_\alpha \sim \simeq 140$ МэВ с ядрами ^{12}C , ^{40}Ca , ^{58}Ni , ^{90}Zr . Характерной особенностью эффекта ЯР является искажение, начиная с некоторого угла рассеяния ($\theta_{\text{ЯР}}$), дифракционной картины, образование широкого максимума в угловом распределении и затем экспоненциальное спадание сечения рассеяния. В области углов, переходной от дифракционной картины к максимуму, сечение описывается функцией Эйри [49], и обычно такое поведение формы углового распределения связывается с проявлением эффекта ЯР [50, 51]. В соответствии с полуклассическим рассмотрением [52] угол ядерного радужного рассеяния $\theta_{\text{ЯР}}$ связан со значением потенциала соотношением

$$\theta_{\text{ЯР}} \simeq \theta_{\text{КР}} - 0,56 (V/E) (R_v/a_v)^{1/2}, \quad (50)$$

где $\theta_{\text{КР}} = V_c/E$ — угол кулоновского радужного рассеяния, V_c — кулоновский барьер. Формула (50) справедлива для параметризации радиальной зависимости потенциала в форме Саксона — Вудса.

Соотношение (50) указывает на возможность исключения дискретной неоднозначности в определении параметров ОП при анализе угловых распределений α -частиц для углов $\theta > \theta_{\text{ЯР}}$ [6, 53, 54]. В [6] для каждого ядра-мишени было определено единственное семейство оптических α -частичных потенциалов в форме Саксона — Вудса. Было также найдено [6], что угол $\theta_{\text{ЯР}}$ приближенно линейно зависит от A .

В анализе эффекта ЯР в упругом рассеянии широкое распространение получило разложение амплитуды рассеяния на «ближнюю» $f_N(\theta)$ и «далнюю» $f_F(\theta)$ компоненты так называемое N/F -разложение [55, 56]. Согласно полуклассическим представлениям [56], ближняя компонента амплитуды $f_N(\theta)$ отвечает рассеянию на ближнем (по отношению к рассеиваемой частице) крае потенциала, в то время как $f_F(\theta)$ соответствует рассеянию на дальнем крае потенциала. N/F -разложение позволяет определить вклад рассеяния от дальнего края потенциала, т. е. от его внутренней части, в сечение рассеяния. Появляется возможность апробирования потенциала на расстояниях, меньших R_{SA} . Подчеркнем, что речь в данном случае идет не об изучении потенциала на малых расстояниях, вообще, а о продвижении внутри ядра от R_{SA} на $\Delta R = 1 \div 2$ фм. На рис. 8

изображен вклад в сечение упругого рассеяния α -частиц с энергией 99,5 МэВ на ядре ^{90}Zr ближней и дальней компонент амплитуды,

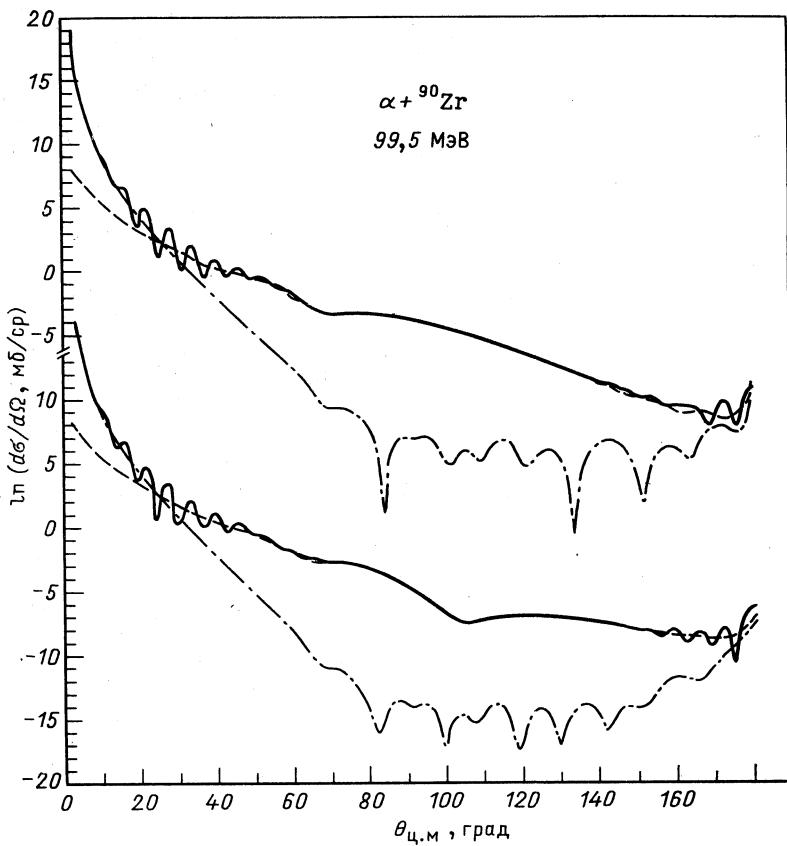


Рис. 8. Разложение оптической амплитуды рассеяния для системы $\alpha + ^{90}\text{Zr}$ при $E_\alpha = 99,5$ МэВ на ближнюю (штрихпунктирные кривые) и дальнюю (штриховые) компоненты; сплошные кривые — когерентная сумма вкладов этих компонент. Верхняя часть рисунка — МЗУ-потенциал, нижняя часть — МЗУ(ПП)-потенциал

вычисленный с МЗУ- и МЗУ (ПП)-потенциалами в [35]. Можно видеть, что вклад в сечение $f_F(\theta)$ является преобладающим в обоих случаях при $\theta > \theta_{\text{яр}}$.

До недавнего времени обнаружение эффекта ЯР в рассеянии тяжелых ионов на ядрах считалось маловероятным (см., например, [56, 58]) из-за сильного поглощения и малой прозрачности поверхности ядра для тяжелых ионов. Однако в недавней работе [59] исследо-

довалось упругое рассеяние ионов ^{16}O на ядре-мишени ^{16}O при $E_{\text{лаб}} = 350$ МэВ. Как отмечают авторы, полученные результаты впервые однозначно свидетельствуют о проявлении эффекта ЯР в рассеянии тяжелых ионов ($A > 6$). Угловые распределения удалось описать с M3Y (ПП)-потенциалом при коэффициенте перенормировки эффективного взаимодействия $N = 1$ [59]. Ядро ^6Li можно рассматривать как промежуточное между легкими ($^3\text{He}, ^4\text{He}$) и тяжелыми ($A > 6$) ионами. Ситуация с обнаружением эффекта ЯР в рассеянии ^6Li неоднозначна. Рудиментарные проявления ЯР наблюдались при рассеянии ионов ^6Li с энергией $E = 93$ МэВ на ядрах $^{13,14}\text{C}$ в работе [60], при этом потенциал однозначно определить не удалось. В то же время в [61] изучалось взаимодействие ионов ^6Li с энергией $E = 210$ МэВ с ядрами $^{28}\text{Si}, ^{40}\text{Ca}, ^{90}\text{Zr}$ и ^{208}Pb . Наблюдаемый диапазон углов рассеяния был расширен до углов рассеяния, соответствующих ЯР. В результате удалось однозначно определить потенциалы для ^6Li . Анализ, проведенный в [58], показал, что в реакции $^{12}\text{C} (^6\text{Li}, ^6\text{Li})$ при $E = 90$ МэВ эффект ЯР проявляется, в то время как в реакции $^{28}\text{Si} (^6\text{Li}, ^6\text{Li})$ при $E = 154$ МэВ отсутствует. Таким образом, требуются дополнительные экспериментальные исследования для дальнейшего выяснения вопроса о феномене эффекта ЯР в случае рассеяния тяжелых ионов на ядрах.

Расширение области проявления ЯР во взаимодействии составных частиц с ядрами и, в частности, на неупругие процессы обсуждалось в работах [62, 63]. Впервые эффект ЯР наблюдался в зарядово-обменных процессах в [64], где изучались в широком угловом диапазоне угловые распределения для зарядово-обменной реакции ^{14}C ($^3\text{He}, t$) ^{14}N с переходом в основное, аналоговое и гамов-теллеровское состояния ядра ^{14}N . В анализе использовался зарядово-обменный микроскопический формфактор. Описание эффекта оказалось чувствительным как к поведению ОП, так и формфактора на расстояниях, меньших R_{SA} ($R \sim 6$ фм). В работе [65] также отмечалась необходимость привлечения данных по зарядово-обменным реакциям для исключения неоднозначностей в определении вещественной части ОП, связанных с корреляцией между вещественной и мнимой частями ОП. Таким образом, изучение неупругих процессов, сопровождающихся проявлением эффекта ЯР, может стать чувствительным инструментом исследования ядро-ядерного взаимодействия на расстояниях, меньших R_{SA} [64].

В заключение раздела остановимся на общей характеристики теоретических подходов к описанию рассеяния и, в частности, эффектов ЯР в рассеянии. Существует два таких подхода: S -матричный подход и потенциальный. В S -матричном подходе в формализм описания не заложена информация о свойствах ядро-ядерного потенциала, а элементы S -матрицы параметризуются, и соответствующие параметры извлекаются из сравнения теории с экспериментом. Применение этого подхода к описанию эффекта ЯР в рассеянии изложено в недавнем обзоре [58], так что на этом вопросе останавливаться не будем.

дем. Отметим лишь, что с использованием формулы, содержащей 13 параметров, удалось успешно описать угловые распределения ^3He и α -частиц, рассеянных на большой группе ядер при $E > > 100$ МэВ, а также упругое рассеяние ионов ^6Li . В потенциальном подходе теоретическое описание основано на явном введении ядро-ядерного потенциала. Этот потенциал либо параметризуется в форме Саксона — Вудса или ему подобной, либо рассчитывается на основе эффективных NN -сил. Способы такого построения рассмотрены в первых разделах обзора. Представляется более предпочтительным использование потенциального подхода для описания эффектов ЯР в рассеянии, поскольку в этом случае возникает возможность выяснить, какие факторы: характер эффективных NN -сил, учет эффектов однонуклонного обмена и т. п.— влияют на формирование поведения потенциала в поверхностной области и, таким образом, на проявление ЯР.

4. АНАЛИЗ ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫХ ДАННЫХ

Рассмотрим применение схемы учета эффектов однонуклонного обмена в ядро-ядерном взаимодействии к анализу экспериментальных данных по рассеянию составных частиц на ядрах, в том числе и данных с проявлением ЯР. Чтобы иметь возможность провести последовательный и достоверный анализ, необходимо располагать экспериментальными данными в широком энергетическом и угловом диапазонах. Анализ в широком энергетическом интервале позволяет апробировать теоретические предсказания относительно изменений геометрии потенциала в зависимости от энергии. Эти изменения, как было показано во втором разделе, связаны с явным учетом эффектов однонуклонного обмена. Использование расширенного углового диапазона дает возможность с применением процедуры минимизации χ^2 более надежно определять параметры потенциала или эффективного взаимодействия. Это утверждение иллюстрируется рис. 9, на котором представлены два варианта расчета из [17] вместе с экспериментальными данными из [66]. Штриховая кривая соответствует расчету с МЗУ (ПП)-потенциалом, причем для оптимального описания экспериментальных угловых распределений введен нормировочный коэффициент $N_R = 0,55$. Качественно ($\chi^2/F \simeq 89$, где F — число степеней свободы) описывается как сечение вблизи $\theta_{\text{ЯР}}$, так и тонкая дифракционная структура при очень малых углах. Сплошная кривая соответствует такой схеме расчета, когда подгонка с МЗУ (ПП)-потенциалом осуществляется только в интервале углов до $\theta = 30^\circ$, при этом $\chi^2/F = 3,0$, т. е. достигнута очень хорошая подгонка с небольшой перенормировкой взаимодействия ($N_R = 0,96$), однако за углом радужного рассеяния сечения теоретические на несколько порядков отличаются от сечений экспериментальных.

В работах [12, 13, 35] представленная во втором разделе безытерационная схема расчета эффектов однонуклонного обмена применяется к анализу следующих экспериментальных данных по упру-

гому и неупругому рассеянию составных частиц на ядрах: ^{58}Ni (α , α) при $E = 104$ МэВ [67], 139 МэВ [48] и 172,5 МэВ [66]; ^{58}Ni (α , α') при $E = 139$ МэВ [48]; ^{90}Zr (α , α) при $E = 40$, 59,1, 79,5, 99,5 и 118 МэВ [36]; ^{90}Zr (α , α') при $E = 99,5$ МэВ [36]; ^{208}Pb (α , α) при

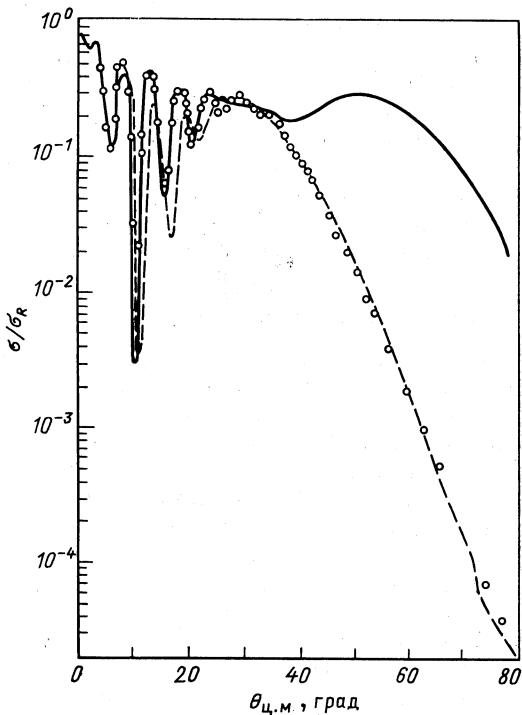


Рис. 9. Угловые распределения α -частиц, рассеянных ^{58}Ni при $E_\alpha = 172,5$ МэВ: сплошная кривая — расчет с $\text{M}3\text{Y}$ (ПП)-потенциалом и подгонкой по угловому диапазону $\theta < 30^\circ$; штриховая — расчет с перенормированным $\text{M}3\text{Y}$ (ПП)-потенциалом; точки экспериментальные данные

$E = 27,6$ МэВ [68], 42 МэВ [69], 104 МэВ [70], 139 МэВ [48] и 166 МэВ [71]; ^{12}C (α , α) при $E = 139$ МэВ [72]; ^{40}Ca (α , α) при $E = 104$ МэВ [73]; ^{12}C (^6Li , ^6Li) и ^{40}Ca (^6Li , ^6Li) при $E = 156$ МэВ [74], ^{12}C (^9Be , ^9Be) при $E = 158,3$ МэВ и ^{16}O (^9Be , ^9Be) при $E = 157,7$ МэВ [75]; ^{208}Pb (^{16}O , ^{16}O) в интервале $78 \leq E \leq 312,6$ МэВ; ^{208}Pb (^{16}O , ^{16}O) при $E = 104$ МэВ [76—79]; ^{40}Ca (^{16}O , ^{16}O) в интервале $40 \leq E \leq 214,1$ МэВ [80—82]; ^{40}Ca (^{40}Ca , ^{40}Ca) в интервале $129,6 \leq E \leq 240,0$ [83].

Поскольку $\text{M}3\text{Y}$ - и $\text{M}3\text{Y}$ (ПП)-эффективные взаимодействия вещественны, то к вещественным $\text{M}3\text{Y}$ - и $\text{M}3\text{Y}$ (ПП)-потенциалам добавляются мнимые потенциалы из стандартной оптической модели, а именно потенциал поглощения берется в форме Саксона—Вудса.

Параметры $\beta_L^{(I)}$ извлекаются из соотношения (см. [1]): $\beta_L^{(I)} R_v = \beta_L^{(c)} R_{Ch}$, где зарядовые радиусы находятся из данных по рассеянию электронов [84], а параметры деформации зарядового распределения — из измеренных значений вероятностей электромагнитных переходов B (EL).

Плотности $\rho(r)$ для α -частицы и ${}^6\text{Li}$ использовались в гауссовой форме с параметрами соответственно из [2] и [85]; для ${}^9\text{Be}$ $\rho(r)$ вычисляется в рамках модели независимых частиц (версия B) [86]. Для ${}^{12}\text{C}$, ${}^{16}\text{O}$ и ${}^{40}\text{Ca}$ в качестве $\rho(r)$ берутся двухпараметрические фермиевские распределения с параметрами из [19]. Плотности $\rho(r)$ и переходные плотности $\rho_\lambda(r)$ для средних и тяжелых ядер-мишеней вычисляются на основе КФМ [87].

Результаты анализа упругого и неупругого рассеяния α -частиц представлены на рис. 10—14 и в табл. 5—7. Энергии α -частиц, рав-

Таблица 5. Оптические потенциалы для рассеяния α -частиц на ядрах ${}^{12}\text{C}$, ${}^{40}\text{Ca}$, ${}^{58}\text{Ni}$, ${}^{90}\text{Zr}$

Ядро	$E_{\text{лаб}}$, МэВ	V_{eff}	N_R	$-U_0$, МэВ	J_R , МэВ· \cdot фм ³	$\langle r^2 \rangle^{1/2}$, фм	$-W_v$, МэВ	r_v , фм	a_v , фм	χ^2/F
${}^{12}\text{C}$	139	M3Y (ПП)	0,722	123,2	270,5	3,201	19,72	1,568	0,634	31,7
		M3Y	0,731	124,1	278,2	3,264	19,93	1,517	0,775	9,4
${}^{40}\text{Ca}$	104	M3Y (ПП)	0,696	163,2	269,0	4,053	26,94	1,342	0,853	80,8
		M3Y	0,739	156,3	294,8	4,157	23,65	1,478	0,766	13,5
${}^{58}\text{Ni}$	139	M3Y (ПП)	0,695	146,7	250,0	4,424	25,48	1,382	0,864	49,9
		M3Y	0,785	139,7	277,7	4,524	23,62	1,473	0,775	6,1
${}^{58}\text{Ni}$	172,5	M3Y (ПП)	0,670	137,1	243,3	4,434	22,24	1,429	0,900	25,2
		M3Y	0,780	132,4	262,4	4,538	22,31	1,483	0,816	4,9
${}^{90}\text{Zr}$	40	M3Y (ПП)	1,134	282,7	463,0	4,830	17,63	1,472	0,614	26,2
		M3Y	1,157	261,5	476,4	4,921	21,92	1,400	0,575	10,9
${}^{90}\text{Zr}$	59,1	M3Y (ПП)	1,377	337,3	553,6	4,834	23,48	1,554	0,479	14,1
		M3Y	0,986	215,3	392,9	4,931	26,58	1,293	0,907	9,6
${}^{90}\text{Zr}$	79,5	M3Y (ПП)	0,972	233,9	383,8	4,839	23,23	1,463	0,728	16,9
		M3Y	0,777	163,9	299,3	4,940	24,66	1,447	0,775	13,6
${}^{90}\text{Zr}$	99,5	M3Y (ПП)	0,987	233,3	382,9	4,844	27,28	1,437	0,766	29,6
		M3Y	0,780	159,4	291,0	4,949	26,23	1,384	0,907	13,3
${}^{90}\text{Zr}$	118	M3Y (ПП)	0,686	159,5	261,7	4,849	26,31	1,351	0,909	33,6
		M3Y	0,779	154,6	282,2	4,956	22,77	1,470	0,747	7,0

ные 139 и 172,5 МэВ в случае ${}^{58}\text{Ni}$, достаточны для проявления ЯР (рис. 10). В работе [38] было показано, что при рассеянии α -частиц с $E = 139$ МэВ вещественная часть ОП однозначно определяется в форме $(WS)^2$ и имеет глубину около 140 МэВ. Можно видеть, что M3Y (ПП)-потенциалы дают плохое описание данных как для упругого, так и для неупругого рассеяния (рис. 10, 12). В случае упругого рассеяния такое расхождение связано с тем, что M3Y (ПП)-потенциалы слишком глубоки во внутренней области. После перенормировки с $N_R = 0,7$ они становятся мельче на поверхности, чем

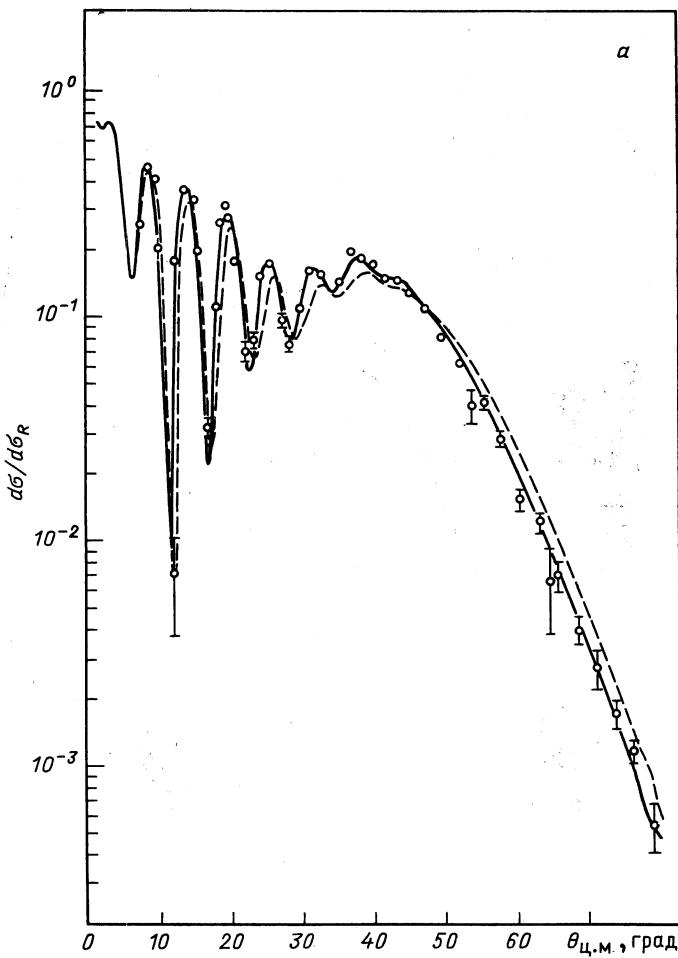
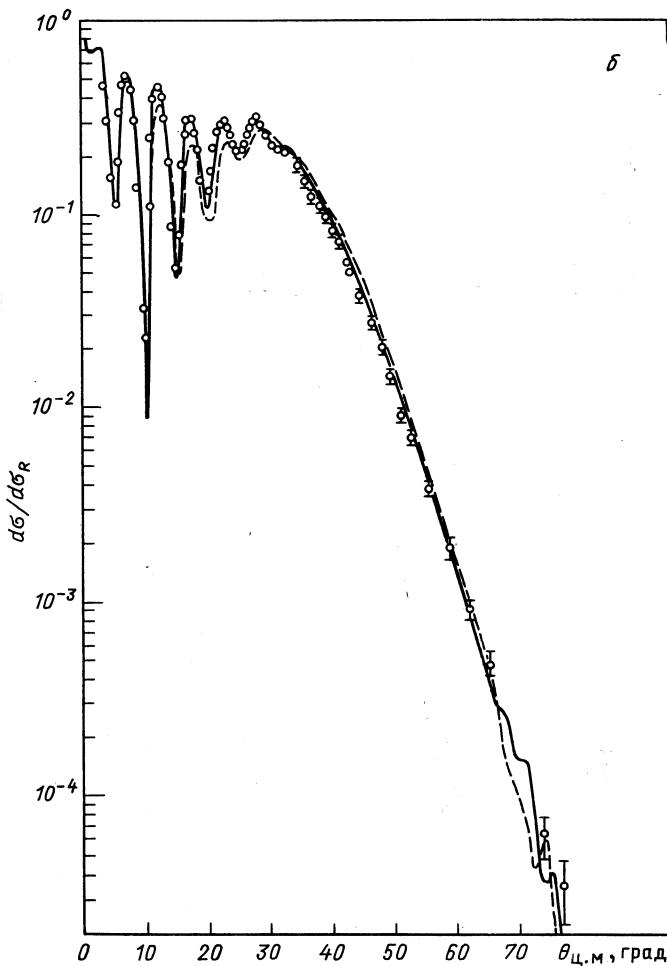


Рис. 10. Угловые распределения α -частиц, рассеянны
сплошные кривые — расчет с M3Y-потенциалом; штриховые — с

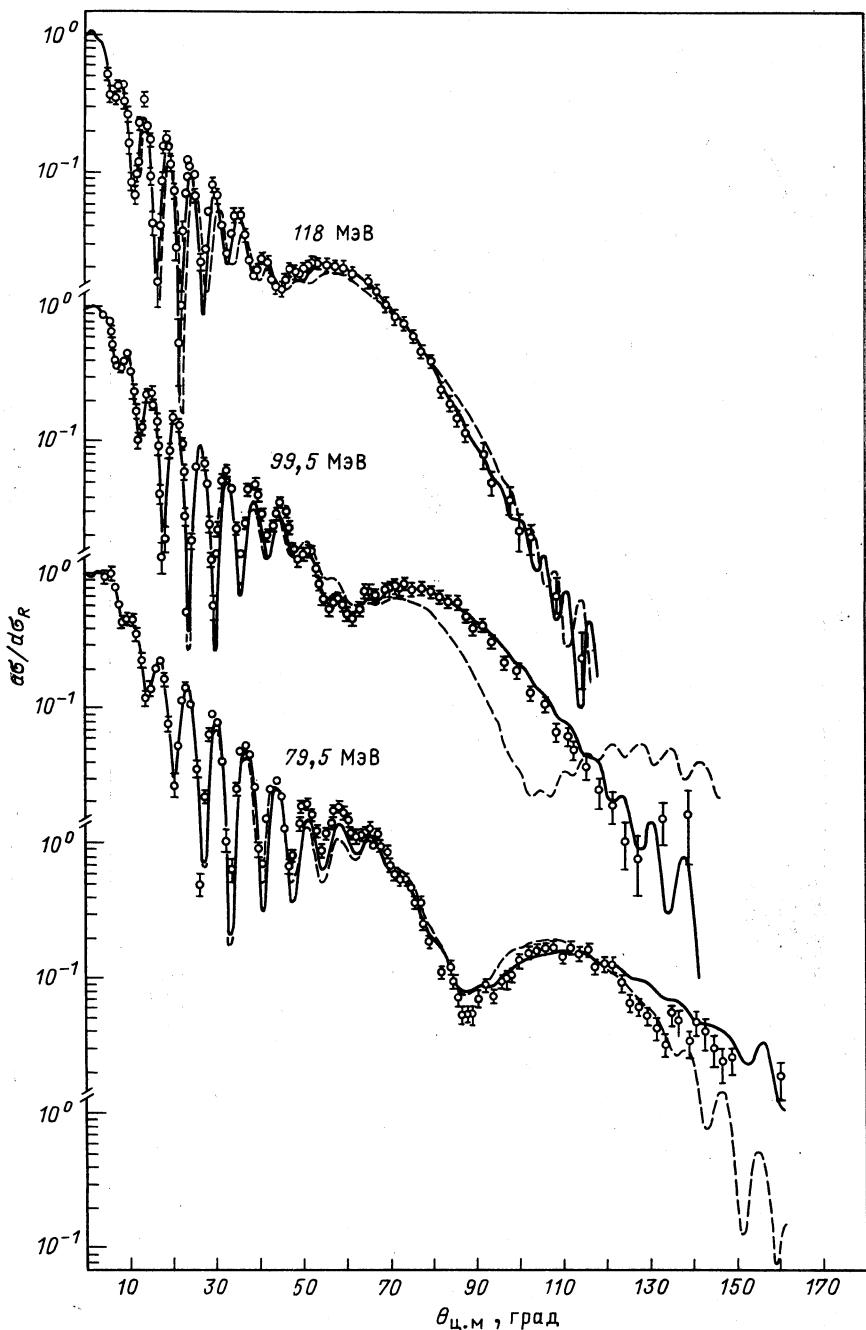
M3Y-потенциалами, и поэтому не приводят к описанию осцилляций для передних углов. Учет в явном виде эффектов однонуклонного обмена (использование M3Y-потенциалов) дает хорошее описание угловых распределений как упруго-, так и неупругорассеянных α -частиц во всем угловом диапазоне.

На рис. 11, 13 представлены результаты анализа упругого рассеяния α -частиц на ^{90}Zr в широком энергетическом интервале, а также неупругого рассеяния для $E = 99,5$ МэВ. С ростом энергии различие в качестве описания экспериментальных угловых распределений



^{58}Ni при $E_\alpha = 139$ МэВ (а) и $E_\alpha = 172,5$ МэВ (б):
M3Y (ПП)-потенциалом, точки — экспериментальные данные

ний при использовании M3Y (ПП)- и M3Y-потенциалов возрастает. Так, при $E = 99,5$ МэВ в приближении псевдопотенциала не описывается характерный для эффекта ЯР широкий максимум при $\theta > \theta_{\text{ЯР}}$, в то время как с явным учетом эффектов однонуклонного обмена описываются все характерные особенности ЯР. Это обстоятельство согласуется с тем фактом, что M3Y-потенциал очень близок к ОП, извлеченному из МНА, в области $3 \leq R \leq 8$ фм (см. рис. 4), и именно в этой области существенны расхождения M3Y-потенциала с M3Y (ПП)-потенциалом. Разложение же амплитуды рассеяния



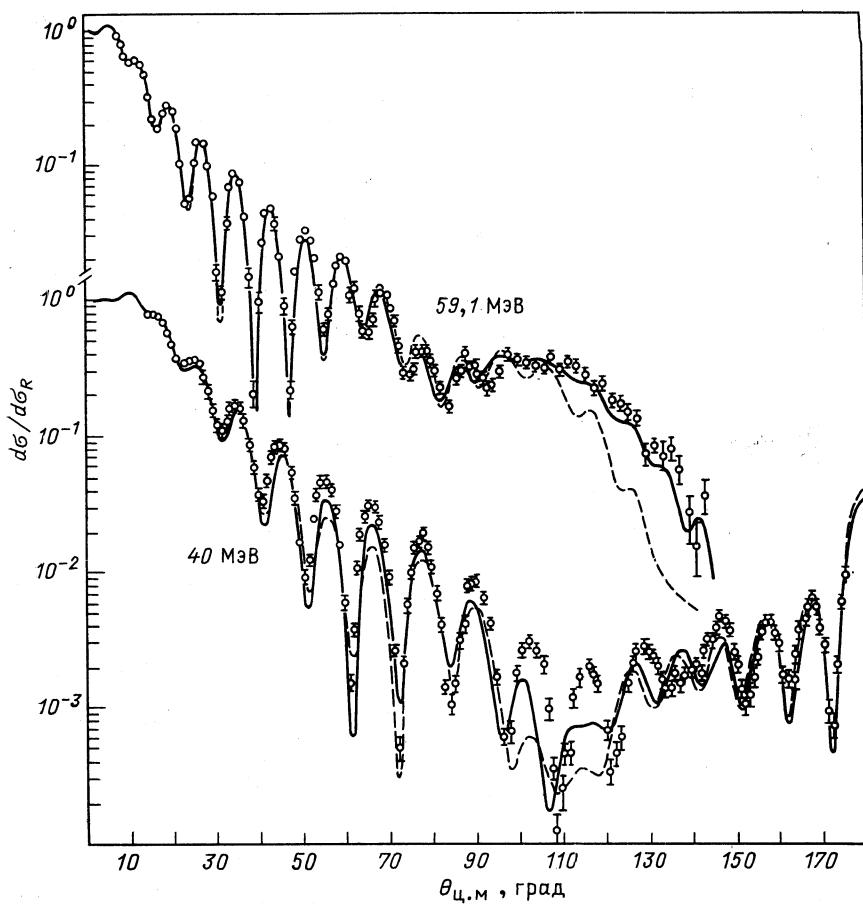


Рис. 11. То же, что и на рис. 10, для ядра ^{90}Zr при различных E_α

на дальнюю и ближнюю компоненту (рис. 8) иллюстрирует утверждение о том, что основной вклад в районе ЯР и вплоть до углов $\theta \sim \sim 150^\circ$ дает дальняя компонента амплитуды, т. е. преломление на внутренней части потенциала. Отметим, что анализ, проведенный ранее для этого случая [36] с использованием простой фолдинг-модели, также приводит к расхождению теоретических предсказаний с экспериментальными данными. И успешное фитирование было лишь осуществлено путем модификации плотности $\rho(r)$ в ^{90}Zr , которая не имела физического обоснования. В табл. 6 приведены данные сравнительного анализа различных методов описания упругого рассеяния α -частиц с энергиями от 40 до 118,0 МэВ на ядре ^{90}Zr . Можно видеть, что шестипараметрическая модель дает наилуч-

Таблица 6. χ^2/F в различных вариантах анализа упругого рассеяния α -частиц на ^{90}Zr

E_α , МэВ	Варианты анализа				
	I	II	III	IV	V
40,0	6	82,6	34,1	26,2	10,9
59,1	14,9	28,5	23,3	14,1	9,6
79,5	9,2	9,6	21,7	16,9	13,6
99,5	5,1	6,0	32,7	29,6	13,3
118,0	5,2	5,1	25,0	33,6	7,0
$\sum E_\alpha \chi^2/F$	40,4	131,8	136,8	120,4	54,4

Причесание. I — шестипараметрическая оптическая модель [36]; II — оптическая модель с фиксированной «геометрией» [36]; III — фолдинг-модель с $\lambda(E)$ [36]; IV — M3Y (ПП)-потенциалы для вещественной части ОП [12]; V — M3Y-потенциалы для вещественной части ОП [35].

Таблица 7. Оптические потенциалы для рассеяния α -частиц на ядре ^{208}Pb

$E_{\text{лаб}}$, МэВ	V_{eff}	N_R	$-U_0$, МэВ	J_R , МэВ· фм^3	$\langle r^2 \rangle^{1/2}$, фм	$-W_v$, МэВ	r_v , фм	a_v , фм	χ^2/F
104,0	M3Y (ПП)	1,016	244,5	392,7	6,008	23,54	1,461	0,694	7,5
	M3Y	0,839	189,0	330,5	6,137	28,10	1,428	0,719	7,2
139,0	M3Y (ПП)	1,126	262,5	421,7	6,015	23,09	1,475	0,755	13,8
	M3Y	0,972	204,9	359,3	6,149	22,74	1,470	0,795	10,9
166,0	M3Y (ПП)	0,904	205,2	329,9	6,021	23,64	1,428	0,849	18,9
	M3Y	0,756	151,9	266,5	6,159	20,35	1,442	0,924	16,2

шее описание экспериментальных данных (если пользоваться критерием минимума χ^2). Потенциалы с фиксированной геометрией в рамках оптической модели приводят к существенному ухудшению описания угловых распределений при низких энергиях. Анализ микроскопических потенциалов (см. 4-й — 6-й столбцы табл. 6) показывает, что все более точный учет эффектов однонуклонного обмена (переход к приближению псевдопотенциала, а от приближения псевдопотенциала к формализму матрицы плотности) ведет к систематическому уменьшению величины χ^2/F . Что касается глобального сравнения (см. последнюю строку в табл. 6) микроскопических потенциалов с феноменологическими, то простая фолдинг-модель дает такое же качество описания, что и оптическая модель с фиксированной геометрией, а M3Y-потенциалы — такое же описание экспериментальных данных, что и шестипараметрическая оптическая модель.

Представленные на рис. 12, 13 сечения неупругого рассеяния с возбуждением в ядре-мишени состояний $|2_1^+\rangle$ и $|3_1^-\rangle$ вычислены

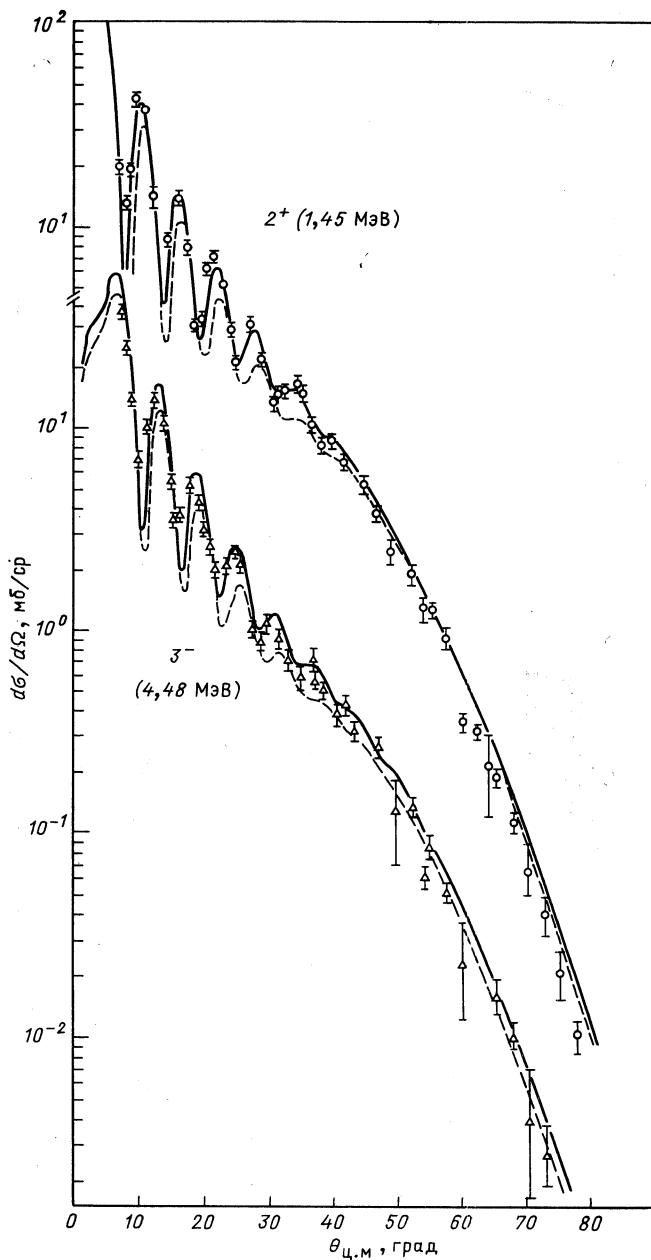


Рис. 12. Сечения неупругого рассеяния для $\alpha + {}^{58}\text{Ni}$ при $E_\alpha = 139$ МэВ: сплошные кривые — расчет с $M3Y$ -потенциалами и формфакторами; штриховые — с $M3Y(\text{ПП})$; точки — экспериментальные данные

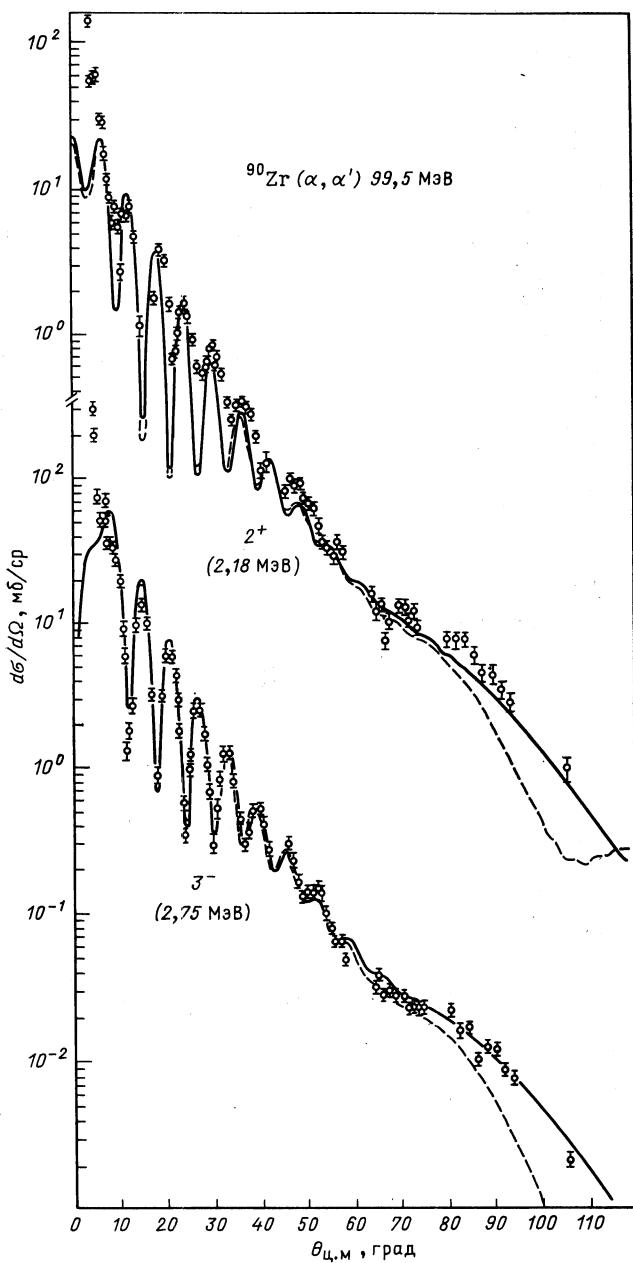


Рис. 13. То же, что и на рис. 12, для $\alpha + {}^{90}\text{Zr}$ при $E_\alpha = 99,5 \text{ MeV}$

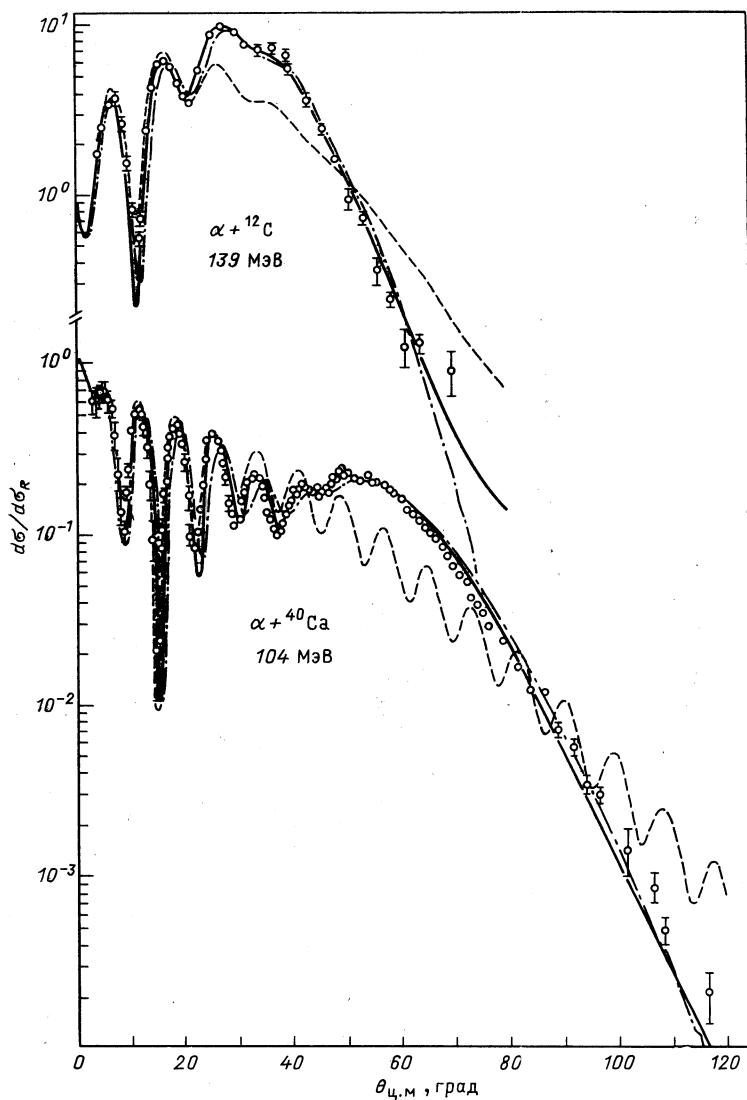


Рис. 14. Сечения упругого рассеяния для $\alpha + ^{12}\text{C}$ при $E_\alpha = 139$ МэВ и $\alpha + ^{40}\text{Ca}$ при $E_\alpha = 104$ МэВ:
 сплошные кривые — расчет с M3Y-потенциалом; штрихпунктирные — с M3Y (ПП)-потенциалом; штриховые — с «прямой» частью M3Y-взаимодействия; точки — экспериментальные данные

с переходными плотностями, построенными в КФМ в предположении однофононной природы этих состояний. Расчет проводился как в МИВ, так и в МСК. Различия оказались не существенными [21]. Более существенны расхождения, связанные с учетом эффектов одонуклонного обмена в искажающих ОП. Приближение псевдопотенциала не воспроизводит осцилляций в сечениях неупругого рассеяния α -частиц на ^{58}Ni в передней области углов, а также угловые распределения при $\theta > 70^\circ$ для рассеяния α -частиц на ^{90}Zr , в то время как МЗY-потенциалы хорошо воспроизводят сечения неупругого рассеяния, за исключением района очень малых углов ($\theta < 5^\circ$) для ^{90}Zr .

В работе [12] проводился также анализ взаимодействия α -частиц с энергиями от 27,6 до 166 МэВ с ядром-мишенью ^{208}Pb . Если при низких энергиях МЗY (ПП)-потенциалы в этом случае были мельче МЗY-потенциалов как во внутренней области, так и на поверхности ядра, то при высоких энергиях ($E > 100$ МэВ) МЗY (ПП)-потенциалы оказались глубже во внутренней области ядра, оставаясь мельче, чем МЗY-потенциалы, на поверхности. Таким образом, и в случае ядра ^{208}Pb учет эффектов одонуклонного обмена приводит к изменению геометрии потенциала с ростом энергии. Результаты анализа угловых распределений упругорассеянных α -частиц для трех значений энергии приведены в табл. 7. Эти экспериментальные данные в основном были получены для передних углов рассеяния [48, 70, 71], поэтому качество их описания с МЗY (ПП)- и МЗY-потенциалами оказалось близким (см. χ^2/F в табл. 7). Все различие свелось к значениям нормировочного множителя N_R .

В связи с наличием определенных кластерных свойств у ядер-мишеней ^{12}C и ^{40}Ca особый интерес представляет анализ взаимодействия α -частиц с этими ядрами в формализме матрицы плотности. На рис. 14 и в табл. 5 представлены результаты описания упругого рассеяния α -частиц с энергией 139 МэВ на ядре ^{12}C и с энергией 104 МэВ на ядре ^{40}Ca . Можно видеть, что использование в анализе только прямой части МЗY-взаимодействия [см. формулу (1)] без учета в какой-либо форме эффектов одонуклонного обмена приводит к плохому описанию данных (не воспроизводятся абсолютные значения сечений) во всем угловом диапазоне, за исключением самых малых углов. Как следует из табл. 5, МЗY-потенциалы существенно лучше описывают угловые распределения, чем МЗY (ПП)-потенциалы. Успешное описание рассеяния α -частиц на легких ядрах свидетельствует о том, что эффекты одонуклонного обмена, по-видимому, исчерпываются и для легких ядер-мишеней вклад обменных корреляций в α -частичный потенциал при достаточно высоких энергиях. Это утверждение согласуется и с выводами о преобладании одонуклонного обмена при высоких энергиях, сделанных в рамках метода резонирующих групп [25].

Как отмечалось выше, для ионов, более тяжелых, чем α -частицы, эффект ЯР в рассеянии не проявляется либо проявляется руди-

ментарно [75]. В [36] был проведен анализ рассеяния ионов ${}^6\text{Li}$ на ядрах ${}^{12}\text{C}$, ${}^{40}\text{Ca}$ и ионов ${}^9\text{Be}$ на ядрах ${}^{12}\text{C}$, ${}^{16}\text{O}$. Некоторые результаты анализа приведены на рис. 15 и в табл. 8. Особенности угловых распределений при $\theta > 45^\circ$ в обоих случаях связываются в [75] сrudиментарным проявлением эффекта ЯР. Можно видеть из рис. 15, что расчет только с прямой частью M3Y-взаимодействия не воспроизводит абсолютные значения сечений в этой области углов. Результаты с M3Y (ПП)- и M3Y-потенциалами дают удовлетворительную и сравнительно одинаковую (см. табл. 8) подгонку к экспериментальным данным. Однако они отличаются друг от друга при $\theta > 55^\circ$. N/F -разложение для обоих случаев показывает [35], что эффекты преломления приводят к доминированию дальней компоненты до углов $\theta = 80^\circ$. Как следует из данных табл. 8, аналогичное качество описания достигнуто с M3Y (ПП)- и M3Y-потенциалами рассеяния ионов ${}^6\text{Li}$ с энергией 156 МэВ на ядрах ${}^{12}\text{C}$ и ${}^{40}\text{Ca}$. Существенная разница состоит в том, что в случае ядра-мишени ${}^{12}\text{C}$ проявляется эффект ЯР, в то время как для ядра-мишени ${}^{40}\text{Ca}$ он отсутствует.

Сравнивая результаты анализа рассеяния α -частиц и ионов ${}^6\text{Li}$, ${}^9\text{Be}$ на ядрах в рамках расчетной схемы, учитывающей эффекты одноклонного обмена, можно прийти к выводу о том, что в случае α -частиц M3Y-потенциалы приводят к существенно лучшему описанию, чем M3Y (ПП)-потенциалы, в то время как для ионов ${}^6\text{Li}$, ${}^9\text{Be}$ явный учет одноклонного обмена и приближение псевдопотенциала дают примерно одинаковое качество описания экспериментальных данных. Учитывая, что в рассмотренных случаях именно в α -частичном рассеянии проявляется эффект ЯР, а для рассеяния ионов ${}^6\text{Li}$ и ${}^9\text{Be}$ он не проявляется либо проявляетсяrudиментарно, можно утверждать, что эффекты одноклонного обмена, обусловленные учетом антисимметризации, и являются решающим фактором формирования таких свойств потенциала при $R < R_{SA}$, которые и приводят к проявлению ЯР. Следует отметить, что коэффициент перенормировки N_R больше отличается от единицы для ионов ${}^6\text{Li}$ и ${}^9\text{Be}$, чем

Таблица 8. Оптические потенциалы для рассеяния ионов ${}^6\text{Li}$ и ${}^9\text{Be}$

Система	$E_{\text{лаб.}}$, МэВ	V_{eff}	N_R	$-U_0$, МэВ	J_R , МэВ · фм ³	$\langle r^2 \rangle^{1/2}$, фм	$-W_v$, МэВ	r_v , фм	σ_p , фм	χ^2/F
${}^6\text{Li} + {}^{12}\text{C}$	156	M3Y (ПП)	0,793	147,4	306,5	3,711	44,74	1,486	0,837	8,8
		M3Y	0,642	132,8	298,7	3,786	52,89	1,302	0,972	7,8
${}^6\text{Li} + {}^{40}\text{Ca}$	156	M3Y (ПП)	0,713	211,3	275,3	4,478	32,41	1,653	0,924	6,8
		M3Y	0,599	177,9	266,3	4,592	33,80	1,639	0,938	8,9
${}^9\text{Be} + {}^{12}\text{C}$	158,3	M3Y (ПП)	0,812	203,0	323,1	3,837	30,88	1,032	0,929	20,2
		M3Y	0,706	203,2	312,9	3,887	31,99	1,029	0,923	18,1
${}^9\text{Be} + {}^{16}\text{O}$	157,7	M3Y (ПП)	0,706	202,6	281,0	4,008	30,22	1,041	0,937	8,7
		M3Y	0,643	211,3	287,7	4,064	33,46	1,031	0,936	8,8

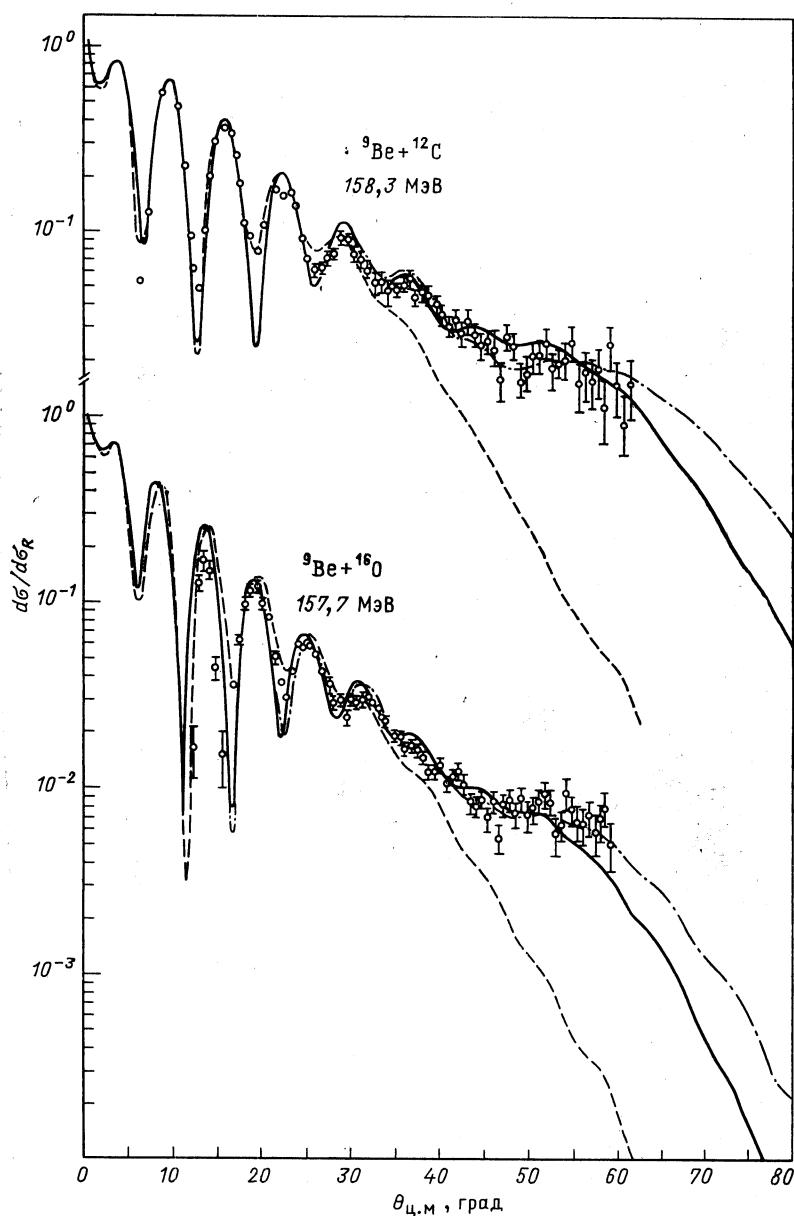


Рис. 15. То же, что и на рис. 14, для ${}^9\text{Be} + {}^{12}\text{C}$ при $E = 158,3$ МэВ и ${}^9\text{Be} + {}^{16}\text{O}$ при $E = 157,7$ МэВ

в случае α -частиц (ср. данные в табл. 5, 7, 8). Это может быть связано с тем, что для таких слабосвязанных систем, как ${}^6\text{Li}$ и ${}^9\text{Be}$, существенны могут быть процессы разрыва или эффекты кластерного обмена [88, 89]. Кроме того, в расчетах [35] не учитывалось спин-орбитальное взаимодействие и влияние ядерной деформации (${}^9\text{Be}$ имеет квадрупольный момент $Q_2 = 5,3 \text{ фм}^2$) на упругое рассеяние. Хотя эти эффекты не пренебрежимо малы, но они не оказывают существенных изменений в центральном потенциале [74, 90].

Как следует из изложенной выше схемы анализа экспериментальных данных в рамках формализма матрицы плотности, единственным свободным параметром в расчете вещественной части ОП является параметр перенормировки N_R (параметр λ в [10]). Введение параметра не может, однако, скомпенсировать неучет в явном виде эффектов однонуклонного обмена в приближении псевдопотенциала. Действительно, как показано в разд. 2, эти эффекты приводят к изменению геометрии потенциала с ростом энергии. Такое изменение не может быть достигнуто за счет какого-либо, даже зависящего от энергии, масштабного преобразования МЗУ(ПП)-потенциала. Отметим, что в случае явного учета эффектов однонуклонного обмена, т. е. когда, пользуясь терминологией из [9—11], эффекты антисимметризации рассматриваются на основе первых принципов, коэффициенты N_R (или λ) одни и те же для α -частиц и тяжелых ионов (см. табл. 5, 7, 8 и табл. 3 из [12]). Таким образом, в этом подходе достигается согласованное описание рассеяния α -частиц и тяжелых ионов на ядрах, в то время как в полуфеноменологической модели с DDM3Y-эффективным взаимодействием коэффициент перенормировки для α -частиц и тяжелых ионов различаются более чем в 1,5 раза (соответственно 1,3 и 0,8). В то время как в модели с DDM3Y-взаимодействием λ не зависит от энергии, в настоящем подходе N_R при низких энергиях, близких к кулоновскому барьеру, имеет значения около единицы, а при высоких энергиях — около 0,8.

Существует ряд факторов, приводящих к отклонению N_R в рассмотренном подходе от единицы и зависимости нормировочного множителя от энергии. Прежде всего это отсутствие зависимости МЗУ-эффективного взаимодействия от $\rho(\mathbf{r})$. В работе [9], как это отмечалось в разд. 1 обзора, показано, что учет эффектов однонуклонного обмена эквивалентен учету плотностной зависимости в обменном эффективном взаимодействии. Такого рода зависимость была названа [9] внутренней плотностной зависимостью. Было замечено [19], что в теории Бракнера возникает зависимость от $\rho(\mathbf{r})$ и прямого члена в эффективном взаимодействии. Выделение такой внешней плотностной зависимости является сложной теоретической проблемой. Использование же DDM3Y-взаимодействия в формализме матрицы плотности было бы непоследовательным, поскольку DDM3Y-эффективное взаимодействие уже содержит в приближенной форме учет обменных эффектов. Можно пойти по пути введения плотностной зависимости в параметризованной форме непосредственно в фор-

мулу (6). Такой способ построения α -частичного потенциала, но при более приближенном учете обменных эффектов был успешно реализован при едином описании упругого и неупругого рассеяния нуклонов и α -частиц низких энергий на ядрах в работах [39, 91]. Другим фактором, приводящим к отклонению N_R от единицы, может быть неучет в расчете ядро-ядерного потенциала членов второго порядка по эффективным NN -силам. Эти члены описывают вклад в потенциал эффектов выхода за рамки приближения «замороженных» нуклонов. Такое приближение характерно как для полумикроскопического подхода, так и для полуфеноменологической модели учета обменных эффектов с DDM3Y-взаимодействием. Однако для расстояний взаимного сближения ядер при столкновении, меньших R_{SA} , происходит значительное перекрытие плотностей сталкивающихся ядер, так что в этом случае могут быть существенны члены второго порядка по эффективным NN -силам в потенциале. Расчет таких эффектов является трудоемкой задачей (см. выше обсуждение вопроса о расчете потенциала поглощения). Наконец, некоторое влияние на величину N_R могут оказывать эффекты n -нуклонного обмена ($n > 1$).

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В формализме матрицы плотности учет эффектов однонуклонного обмена при построении ядро-ядерных потенциалов проводится на основе «первых принципов», т. е. путем явного введения в рассмотрение матрицы плотности $\rho(\mathbf{r}, \mathbf{r}')$, для которой обычно используется модифицированное слейтеровское приближение с учетом поверхностных эффектов. Существует два способа построения ядро-ядерных потенциалов с введением $\rho(\mathbf{r}, \mathbf{r}')$. Первый из них основан на использовании громоздкой итерационной процедуры в расчете локализованной формы обменного члена в потенциале. Второй предполагает применение безытерационной схемы расчета обменных потенциалов. В таком подходе сохраняются достоинства формализма матрицы плотности и появляются дополнительные (по сравнению с итерационной схемой) преимущества. К ним относятся значительное сокращение счетного времени при анализе экспериментальных данных по рассеянию в широком энергетическом интервале, возможность описания в едином подходе рассеяния нуклонов и составных частиц на ядрах, а также упругого и неупругого рассеяния.

Анализ построенных потенциалов показывает, что явный учет эффектов однонуклонного обмена приводит к такой структуре обменных потенциалов, которая может быть получена введением «обменного» эффективного взаимодействия, зависящего от плотности распределения вещества в ядре. Различия между M3Y- и M3Y (ПП)-потенциалами уменьшаются с ростом энергии, что свидетельствует о том, что эффекты однонуклонного обмена менее существенно влияют на потенциалы с увеличением энергии частиц-снарядов. Основной вывод состоит в том, что именно эффекты однонуклонного обмена приводят к изменению геометрии потенциала с изменением энер-

гии. Такое изменение феноменологически в рамках стандартной ОМ может быть описано введением зависимости от энергии радиуса половинного спада потенциала $R_{1/2}(E)$.

Расширение углового и энергетического диапазона в экспериментальных исследованиях рассеяния составных частиц на ядрах привело к обнаружению эффектов ЯР в угловых распределениях рассеянных частиц. Сначала это было сделано в случае α -частичного рассеяния для широкого круга ядер-мишеней, затем это явление или егоrudименты были обнаружены и для рассеяния тяжелых ионов. Открытие явления ЯР позволило зондировать поведение ядро-ядерного потенциала на расстояниях $R < R_{SA}$. Таким образом, открывается возможность проверки и теоретических представлений о факторах, в том числе и обменных эффектах, формирующих свойства потенциалов на расстояниях, меньших R_{SA} .

Осуществлено применение МЗY (ПП)- и МЗY-потенциалов в анализе упругого (а в отдельных случаях и неупрого) рассеяния α -частиц, ионов ^6Li и ^9Be , а также более тяжелых ионов на группе ядер-мишеней в широком энергетическом интервале. Показано, что в тех случаях, в которых для α -частичного рассеяния экспериментальные данные получены для достаточно широкого (для наблюдения явления ЯР) углового диапазона, МЗY (ПП)- и МЗY-потенциалы приводят к существенно различному описанию экспериментальных данных, причем качество описания угловых распределений выше при использовании МЗY-потенциалов. В случае же ограниченного углового диапазона для α -частичного рассеяния или при описании рассеяния ионов ^6Li и ^9Be , а также более тяжелых ионов на ядрах качество описания экспериментальных данных при использовании МЗY- и МЗY (ПП)-потенциалов различается незначительно. Таким образом, решающим фактором воспроизведения эффектов ЯР в α -частичном рассеянии является учет одноклонного обмена при построении α -частичных ОП. Подтверждается ранее полу~~ченный~~ий вывод о том, что приближение псевдопотенциала является хорошим приближением для описания обменных эффектов во взаимодействии тяжелых ионов с ядрами. Успешное описание в формализме матрицы плотности упругого рассеяния α -частиц с энергией $E_\alpha > 100$ МэВ на ядрах ^{12}C и ^{40}Ca показало, что одноклонный обмен при достаточно высоких энергиях исчерпывает вклад обменных эффектов в α -частичный потенциал. В рамках единой схемы достигнуто хорошее описание упругого и неупрого (с возбуждением нижних состояний ядра-мишени) рассеяния α -частиц на ядрах ^{58}Ni и ^{90}Zr . В отличие от полуфеноменологического учета обменных эффектов в модели двойной свертки с DDM3Y-взаимодействием в данном подходе получено согласованное описание рассеяния α -частиц и тяжелых ионов на ядрах при одних и тех же значениях параметра перенормирования эффективного взаимодействия, однако эти значения обнаруживают некоторую зависимость от энергии.

Остановимся на перспективах дальнейшего исследования вопро-

сов, рассмотренных в обзоре. С точки зрения экспериментального изучения важно расширение углового и энергетического диапазонов в случае рассеяния полутяжелых и тяжелых ионов на ядрах с целью прояснения ситуации с полным илиrudиментарным проявлением эффектов ЯР в этих случаях. Существенно также получение данных по квазиупругим и неупругим процессам. Такие данные могут быть источником исключения дискретной неоднозначности при определении потенциала в области, заключенной внутри сферы сильного поглощения.

С точки зрения теоретической необходимо включение в формализм описания наряду с учетом обменных нуклон-нуклонных корреляций также многочастичных корреляций, моделируемых плотностной зависимостью эффективных сил. Существен также выход за рамки приближения «замороженных» нуклонов и учет при построении ядро-ядерных потенциалов членов второго порядка по эффективному NN -взаимодействию, расчет потенциалов поглощения на полумикроскопической основе. Наконец, для согласованного описания упругих и квазиупругих процессов необходимо развитие такой расчетной схемы, в амках которой на единой основе учитываются обменные эффекты в упругом и зарядово-обменном каналах.

В заключение авторы считают приятным долгом выразить благодарность Ф. А. Гарееву, В. З. Гольдбергу, С. Г. Кадменскому, А. А. Оглоблину и Х. Ребелю за полезные обсуждения вопросов, рассмотренных в обзоре.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Satchler G.R. Direct Nuclear Reactions. N.Y.— Oxford: Oxford Univ. Press, 1983.
2. Satchler G.R., Love W.G.//Phys. Rep. 1979. Vol. 55. P. 183—254.
3. Majka Z., Gils H.J., Rebel H.//Z. Phys. 1978. Vol. A288. P. 139—152.
4. Duggan F., Lassaut M., Michel F.e.a.//Nucl. Phys. 1981. Vol. A355. 144—170.
5. Goldberg D.A., Smith S.M.//Phys. Rev. Lett. 1972. Vol. 29. P. 500—503.
6. Goldberg D.A., Smith S.M., Burdzik G.F.//Phys. Rev. 1974. Vol. C10. P. 1362—1371.
7. Вильдермут К., Тан Я. Единая теория ядра: Пер. с англ. М.: Мир, 1980.
8. Sinha B.C.//Phys. Rep. 1975. Vol. 20. P. 1—57.
9. Gupta S.K., Sinha B.//Phys. Rev. 1984. Vol. C30. P. 1093—1095.
10. Chaudhuri A.K., Basu D.N., Sinha B.//Nucl. Phys. 1985. Vol. A439. P. 415—426.
11. Chaudhuri A.K., Sinha B.//Nucl. Phys. 1986. Vol. A455. P. 169—178.
12. Dao Tien Khoa, Knyazkov O.M.//Z. Phys. 1987. Vol. A328. P. 67—79.
13. Дао Тиен Кхоя, Князьков О. М.//ЯФ. 1988. Т. 47. С. 1246—1257.
14. Petrovich F., McManus H., Madsen V.A.e.a.//Phys. Rev. Lett. 1969. Vol. 22. P. 895—899.
15. Bertsch G., Borysowicz J., McManus H.e.a.//Nucl. Phys. 1977. Vol. A284. P. 399—419.
16. Anantaraman N., Toki H., Bertsch G.F.//Nucl. Phys. 1983. Vol. A398. P. 269—278.
17. Kobos A.M., Brown B.A., Hodgson P.E.e.a.//Nucl. Phys. 1982. Vol. A384. P. 65—87.; Kobos A.M., Brown B.A., Lindsay R.e.a.//Nucl. Phys. 1984. Vol. A425. P. 205—232.

18. Jeukenne J.P., Lejeune A., Mahaux C.//Phys. Rev. 1977. Vol. C16. P. 80—96.
19. El-Azab Farid M., Satchler G.R.//Nucl. Phys. 1985. Vol. A438. P. 525—535.
20. Eisen Y., Day B.//Phys. Lett. 1976. Vol. B63. P. 253—256.
21. Sinha B., Moszkowski S.A.//Phys. Lett. 1979. Vol. B81. P. 289—294.
22. Georgiev B.Z., Mackintosh R.S.//Nucl. Phys. 1978. Vol. A307. P. 377—401.
23. Campi X., Bouyssy A.//Phys. Lett. 1978. Vol. B73. P. 263—266.
24. Negele J.W., Vautherin D.//Phys. Rev. 1972. Vol. C5. P. 1472—1493.
25. LeMere M., Tang Y.C.//Phys. Rev. 1989. Vol. C39. P. 1696—1700.
26. Wada T., Horiuchi H.//Progr. Theoret. Phys. 1988. Vol. 80. P. 502—516.
27. McCarthy J.S., Sick L., Whitney R.R.//Phys. Rev. 1977. Vol. C15. P. 1396—1414.
28. Gils H.J.//Nucl. Phys. 1987. Vol. A473. P. 111—128.
29. Tamura T.//Rev. Mod. Phys. 1965. Vol. 37. P. 676—708.
30. Князьков О. М., Некрасов А. А.//ЯФ. 1983. Т. 38. С. 36—43.
31. Градштейн И. С., Рыжик Н. М. Таблицы интегралов, сумм, рядов и произведений. М.: Физматгиз, 1963.
32. Князьков О. М.//ЭЧАЯ. 1986. Т. 17. С. 318—359.
33. Соловьев В. Г.//ЭЧАЯ. 1978. Т. 9. С. 580—622.
34. Khodel V.A., Saperstein E.E.//Phys. Rep. 1982. Vol. 92. P. 183—337.
35. Dao Tien Khoa//Nucl. Phys. 1988. Vol. A484. P. 376—396.
36. Put L.W., Paans A.M.J.//Nucl. Phys. 1977. Vol. A291. P. 93—125.
37. Dabrowski H., Budzanowski A., Mayer-Boricke O.//Institut für Kernphysik der Kernforschungsanlage Jülich, Annual report, 1979. P. 3—4.
38. Goldberg D.A.//Phys. Lett. 1975. Vol. B55. P. 59—62.
39. Дао Тиен Кхоя, Князьков О. М., Кухтина И. Н., Феофилов Г. А.//ЯФ. 1989. Т. 50. С. 80—90.
40. Schmid E.W., Wilder muth K.//Nucl. Phys. 1961. Vol. 26. P. 463—468.
41. Зарубин П. П.//Изв. АН СССР. Сер. физ. 1987. Т. 51. С. 119—123.
42. Jeukenne J.P., Lejeune A., Mahaux C.//Phys. Rep. 1976. Vol. 25. P. 83—174.
43. Kohno M., Sprung D.W., Nagata S.e.a.//Phys. Lett. 1984. Vol. B137. P. 10—14.
44. Eickoff H., Frekers D., Löhner H.e.a.//Nucl. Phys. 1975. Vol. A252. P. 333—342.
45. Chang H.H., Ridley B.W., Braid T.H.e.a.//Nucl. Phys. 1976. Vol. A270. P. 413—427.
46. Бактыбаев К. Б., Дуйсебаев А. Д., Кабулов А. Б.//Изв. АН СССР. Сер. физ. 1975. Т. 39. С. 2152—2155.
47. Гридинев К. А., Оглоблин А. А.//ЭЧАЯ. 1975. Т. 6. С. 393—434.
48. Goldberg D.A., Smith S.M., Pugh H.G.e.a.//Phys. Rev. 1973. Vol. C7. P. 1938—1950.
49. Ньютон Р. Теория рассеяния волн и частиц: Пер. с англ. М.: Мир, 1969.
50. Khalil N.M., McVoy R.W., Shalaby M.M.//Nucl. Phys. 1986. Vol. A455. P. 100—117.
51. McVoy K.W., Khalil H.M., Shalaby M.M.e.a.//Nucl. Phys. 1986. Vol. A455. P. 118—140.
52. Knoll J., Schaeffer R.//Ann. Phys. 1976. Vol. 97. P. 307—366.
53. Satchler G.R.//Nucl. Phys. 1983. Vol. A409. P. 3—20.
54. Pesl R., Gils H.J., Rebel H.e.a.//Z. Phys. 1983. Vol. A313. P. 111—122.
55. Fuller R.C.//Phys. Rev. 1975. Vol. C12. P. 1561—1574.
56. McVoy K.W., Satchler G.R.//Nucl. Phys. 1984. Vol. A417. P. 157—173.
57. Fuller R.C., McVoy K.W.//Phys. Lett. 1975. Vol. B55. P. 121—124.
58. Бережной Ю. А., Кузниченко А. В., Онищенко Г. М. и др.//ЭЧАЯ. 1987. Т. 18. С. 289—322.
59. Stiliaris E., Bohlen H.G., Fröbrich P.e.a.//Phys. Lett. 1989. Vol. B223. P. 291—295.
60. Demyanova A.S., Bang J.M., Gareev F.A.e.a.//Nucl. Phys. 1989. Vol. A501. P. 336—366.

61. Nadasen A., McMaster M., Fingal M.e.a./*Phys. Rev.* 1989. Vol. C39. P. 536—545.
62. Демьянова А. С. Препринт ИАЭ-4139/2, 1985.
63. Бережной Ю. А., Пилипенко В. В./*Изв. АН СССР. Сер. физ.* 1984. Т. 52. С. 274—279.
64. Demyanova A.S., Ogloblin A.A., Lyshko Yu. V.e.a./*Phys Rev.* 1988. Vol. C38. P. 1975—1978.
65. Ershov S.N., Gareev F.A., Kurmanov R.S.e.a./*Phys. Lett.* 1989. Vol. B227. P. 315—320.
66. Albinski J., Budzanowski A., Dabrowski H.e.a./*Nucl. Phys.* 1985. Vol. A445. P. 477—494.
67. Rebel H., Lohken R., Schweimer G.W.e.a./*Z. Phys.* 1972. Vol. A256. P. 258—290.
68. Karcz W., Kluska L., Sarok Z.e.a./*Acta Phys. Polon.* 1972. Vol. B3. P. 525—530.
69. Alstel J./*Phys. Rev.* 1966. Vol. 141. P. 1138—1145.
70. Gils H.J., Rebel H., Buschmann J.e.a./*Z. Phys.* 1976. Vol. A279. P. 55—68.
71. Tatischeff B., Brissaud I./*Nucl. Phys.* 1970. Vol. A155. P. 89—108.
72. Smith S.M., Tibell G., Cowley A.A.e.a./*Nucl. Phys.* 1973. Vol. A207. P. 273—286.
73. Gils H.J., Friedman E., Rebel H.e.a. Kernforschungszentrum Karlsruhe report KfK 2838, 1979.
74. Cook J., Gils H.J., Rebel H.e.a./*Nucl. Phys.* 1982. Vol. A388. P. 173—186.
75. Satchler G.R., Fulmer C.B., Auble R.L.e.a./*Phys. Lett.* 1983. Vol. B128. P. 147—153.
76. Lilley J.S., Fulton B.R., Nagarajan M.A. e.a./*Phys. Lett.* 1985. Vol. B151. P. 181—184.
77. Pieper S.C., Macfarlane M.H., Gloeckner D.H. e.a./*Phys. Rev.* 1978. Vol. C18. P. 180—204.
78. Ball J.B., Fulmer C.B., Gross E.E. e.a./*Nucl. Phys.* 1975. Vol. A252. P. 208—236.
79. Olmer C., Mermaz M., Buenerd M.e.a./*Phys. Rev.* 1978. Vol. C18. P. 205—222.
80. Groeneveld R.O., Meyer-Schultzmeister L., Richter A. e.a. //*Phys. Rev.* 1972. Vol. C6. P. 805—840.
81. Vigdor S.E., Kovar D.G., Sperr P. e.a./*Phys. Rev.* 1979. Vol. C20. P. 2147—2169.
82. Rehm K.E., Henning W., Erskine J.R. e.a./*Phys. Rev. Lett.* 1978. Vol. 40. P. 1479—1482.
83. Doubre H., Jacmart J.C., Plagnol E. e.a./*Phys. Rev.* 1977. Vol. C15. P. 693—704.
84. Барретт Р. С., Джексон Д. Ф. Размеры и структура ядра: Пер. с англ. Киев: Наукова думка, 1981.
85. Bray K. H., Jain M., Jayaraman K.S. e.a./*Nucl. Phys.* 1972. Vol. A189. P. 35—64.
86. Satchler G.R./*Phys. Lett.* 1979. Vol. B83. P. 284—288; *Nucl. Phys.* 1979. Vol. A329. P. 233—258.
87. Дао Тиен Кхоя, Кухтина И. Н., Пономарев В. Ю./ЯФ. 1986. Т. 44. С. 906—915.
88. Nagarajan M.A., Thompson I.J., Johnson R.C./*Nucl. Phys.* 1982. Vol. A385. P. 525—536.
89. Sakuragi Y., Yahiro M., Kamimura M./*Progr. Theoret. Phys.* 1983. Vol. 70. P. 1047—1070.
90. Fulmer C.B., Satchler G.R., Erb K.A. e.a./*Nucl. Phys.* 1984. Vol. A427. P. 545—567.
91. Князьков О. М., Кухтина И. Н., Феофилов Г. А. Препринт ОИЯИ Р4-85-908. Дубна, 1985.