

# ФЕНОМЕНОЛОГИЯ ФАЗОВЫХ ПЕРЕХОДОВ В РАННЕЙ ВСЕЛЕННОЙ

*Б. Кэмпфер*

Объединенный институт ядерных исследований, Дубна

*Б. Лукаш*

Центральный институт физических исследований, Будапешт

*Г. Паал*

Обсерватория Конколи, Будапешт

Эволюция космической материи от планковской температуры до температуры атомной рекомбинации рассмотрена в рамках феноменологического подхода. Особое внимание уделено последовательности фазовых переходов в ранней Вселенной. Детально анализируются инфляционная эра при температурах порядка энергии Большого Объединения и переход конфайнмента.

The evolution of cosmic matter from the Planck temperature to the atomic combination temperature is considered from a phenomenological point of view. Particular emphasis is devoted to the sequence of phase transitions in the early Universe. The inflationary era at the temperature of the order of the Grand Unification energy scale and the quantum chromodynamic confinement transition are dealt with in some detail.

## ВВЕДЕНИЕ

В последние десять лет космология привлекла неожиданно большое внимание. Причин для этого имеется несколько. С одной стороны, краеугольные камни теоретической космологии были уже заложены. Например, теория гравитации Эйнштейна проверена с высокой точностью; наблюдение фонового излучения с температурой 2,7 К и его интерпретация как красного смещения излучения черного тела, так же как и интерпретация красного смещения далеких галактик и квазизвездных объектов как результат расширения Вселенной, позволяют принять нам «горячую стандартную модель». Под этим понимается первоначально нагретая и плотная Вселенная, которая — по крайней мере в более поздние времена — расширяется и охлаждается. Такая картина эволюции Вселенной позволяет объяснить примодальный нуклеосинтез, дополненный удовлетворительным пониманием процессов звездной эволюции. Модель Фридмана представляет, по-видимому, простую математическую модель для экстраполяции про-

цессов назад, в прошлое. Основываясь на знании известных из лабораторных экспериментов семейств элементарных частиц, таких, как лептоны, адроны и фотоны, можно пойти назад к температурам порядка  $T \approx 100$  МэВ ( $\cong 10^{12}$  К), и описание этой эры уже вошло в учебники (см. [1—4] и приведенные там ссылки).

С другой стороны, с развитием физики элементарных частиц стало ясно, что при температурах  $T \cong 200$  МэВ сильно взаимодействующие частицы, т.е. адроны, должны диссоциировать на кварки и глюоны. При еще более высоких температурах ( $T \approx 100$  ГэВ) происходит объединение электромагнитных и слабых взаимодействий. Опираясь на теорию сильного взаимодействия (т.е. квантовую хромодинамику КХД) и электрослабого взаимодействия (т.е. теорию Глэшоу — Вайнберга — Салама), теоретики попытались развить обобщенную теорию всех типов взаимодействий, так называемую Теорию Великого Объединения (ТВО). Характерный масштаб энергии для такого объединения лежит далеко за пределами лабораторных возможностей, так что сама Вселенная становится лабораторией для проверки физических следствий новой обобщающей теории. Новая теория предсказывает некоторые космологические явления, которые представляют самостоятельный интерес и, кажется, могут помочь в решении некоторых давно стоящих проблем в космологии.

С определенной степенью осторожности можно схематически изобразить (для грубой ориентации и как рабочую гипотезу) космологическую эволюцию так, как представлено на рис. 1 [5—9]. Для краткости мы назовем новым стандартным сценарием эру, простирающуюся от планковской температуры ( $T_{\text{Pl}} \cong 10^{19}$  ГэВ) до температуры фазового перехода конфайнмента. Условия рождения Вселенной довольно неопределены и являлись предметом многих необоснованных спекуляций, поэтому мы начнем здесь с возможной космографии при планковских температурах и проследим эволюцию ранней Вселенной после Большого Взрыва.

Ниже планковской температуры и вплоть до температуры конфайнмента происходит последовательность фазовых переходов, при которых меняются симметрии фундаментальных взаимодействий и относительное содержание доминирующих частиц:

1. При  $T_{\text{GUT}} \cong 10^{15}$  ГэВ разделяются сильные и электрослабые взаимодействия, т.е. нарушается симметрия между этими взаимодействиями. В связи с доминирующей ролью скалярного хиггсовского поля это нарушение симметрии порождает инфляционную эпоху, «раздувающейся» Вселенной.

2. Имеются указания на то, что при некоторых температурах нарушается симметрия между бозонными и фермионными фундаментальными составляющими материи. Масштаб энергии и детали этого перехода очень неопределенны. Далее, в соответствии с нашими представлениями находится, по-видимому, огромный интервал («пустыня») по шкале энергий и температур, на котором не происходит ничего интересного.

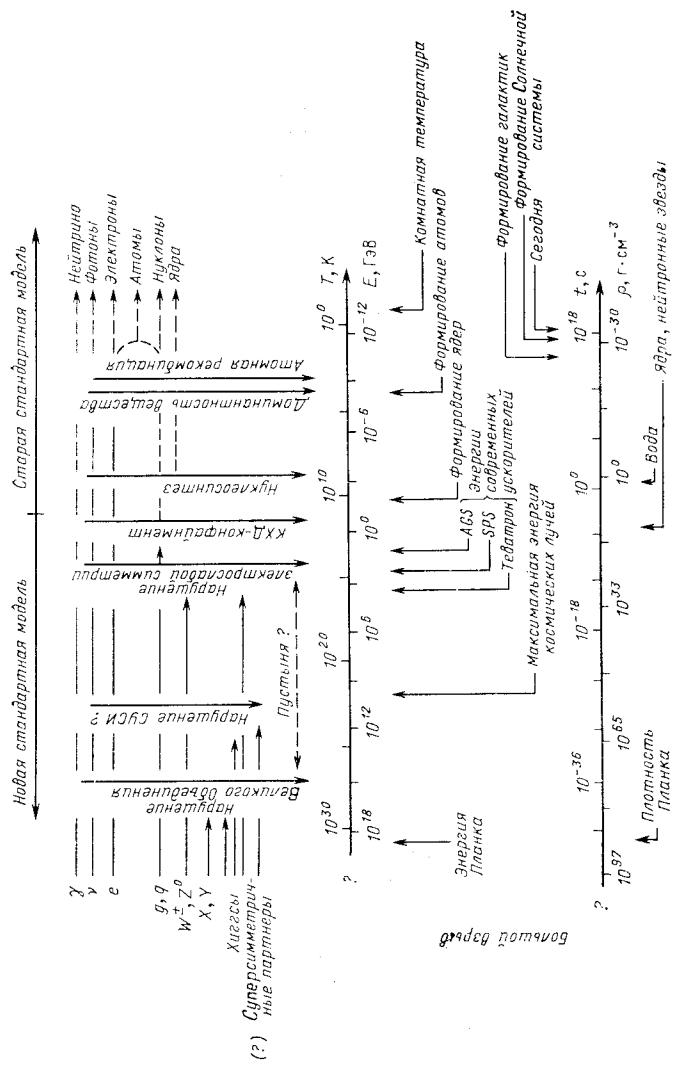


Рис. 4. Грубая схема космологической эволюции как она представляется в рамках горячей стандартной модели: верхняя часть; горизонтальные линии указывают соответствующие частицы; в положении, отмеченном стрелкой, они или распадаются или комбинируются в более тяжёлые сложные частицы. Пунктирная линия указывает временной промежуток, в течение которого наблюдаемые сегодня частицы (за исключением нейтрино) могут нести информацию о ранних стадиях, поскольку они не связаны с другой материей. Вертикальные линии отмечают границы, где существенно меняется состояние космологической материи. Их нижняя часть: представлена соответствующие шкалы для температуры, энергии, времени и плотности энергии. Для ориентации нанесены типичные значения. Детали см. в тексте.

3. При электрослабой температуре  $T_{EW} \cong 100$  ГэВ имеет место нарушение симметрии между электромагнитными и слабыми взаимодействиями. Поскольку эта область энергий достижима в современных лабораторных условиях, в последние годы серьезно обсуждаются возможные явления, связанные с нарушением этой симметрии.

4. В области КХД-энергий, оцениваемой как  $T_{QCD} \cong 200$  МэВ, свободные кварки и глюоны коагулируют при фазовом переходе конфайнмента, образуя адроны.

Это есть именно та область температур, которую мы собираемся обсудить в данном обзоре с феноменологической точки зрения. Для более детального и теоретико-полевого рассмотрения мы отсылаем читателя к недавним монографиям [6, 7]. Отличительный момент нашей работы заключается в том, что мы рассматриваем космологическую эволюцию с феноменологической (т. е., главным образом, с термодинамической) точки зрения. Особое внимание уделено феноменологии фазовых переходов в ранней Вселенной. Следует упомянуть, что, в частности для ТВО и суперсимметрических (СУСИ) фазовых переходов, в большом числе интересных и важных работ были исследованы в основном лишь теоретико-полевые аспекты проблемы, тогда как термодинамические аспекты освещены довольно скромно. Мы находимся заполнить этот пробел нашим обзором. В частности, мы представим результаты широких численных расчетов по феноменологическому (т. е. термогидродинамическому) описанию фазовых переходов в ранней Вселенной при весьма различных характерных масштабах энергии.

Исходя из имеющегося материала, мы уделим основное внимание инфляционной эпохе ранней Вселенной при  $T_{GUT}$  и космологическому фазовому переходу конфайнмента. Мы заранее просим извинения у коллег, чьи работы мы здесь не цитируем. Но число работ по космологии настолько велико, что мы вынуждены цитировать только публикации, близко связанные с предметом нашего обсуждения.

Наш обзор организован следующим образом. В разд. 1 излагаются общие феноменологические основы подхода, включая эйнштейновскую теорию гравитации, стандартную релятивистскую диссипативную термогидродинамику и модель Фридмана. Раздел 2 имеет дело с феноменологическим описанием фазовых переходов. Рассматриваются диссипативные эффекты при фазовом переходе и вопросы теории нуклеации. В разд. 3 обсуждаются различные аспекты уравнения состояния. Исходя из общего термодинамического подхода, включающего возможность фазового перехода первого рода и спонтанное нарушение симметрии, мы приходим к полуколичественному рассмотрению уравнения состояния для широкого интервала температур — от планковской, ТВО и электрослабой и до температуры КХД-конфайнмента, включая также и материю из суперструн. Приводятся некоторые замечания о материи-антиматерии, двухфазной ядерной материи и смеси плазма — газ на атомном энергетическом масштабе.

бе. Этот раздел является основой для обсуждения временной эволюции космологической материи. Последовательность космологических фазовых переходов рассматривается в разд. 4, где разнообразные сценарии анализируются при различных предположениях. Наибольшее внимание уделено инфляционной эволюции при температуре ТВО. Дано описание проблемы монополя и общих идей инфляции, а также конкретных реализаций инфляционных моделей, таких, например, как инфляция до и во время нарушения симметрии, инфляция без переохлаждения. Детально обсуждается космологический фазовый переход к конфайнменту. Краткое изложение результатов и выводы приведены в разд. 5.

## 1. ОСНОВЫ ОБЩЕГО ФЕНОМЕНОЛОГИЧЕСКОГО ПОДХОДА

**Гравитационные уравнения Эйнштейна.** Цель этого раздела очер- тить рамки подхода для всего последующего рассмотрения. Как было сказано во введении, мы ограничимся здесь эйнштейновской теорией гравитации. Полевые уравнения

$$G^{ij} = \kappa_0 T^{ij}, \quad \kappa_0 = 8\pi G/c^4, \quad (1)$$

где  $G$  — ньютоновская гравитационная константа, являются, в общем случае, существенно нелинейными дифференциальными уравнениями в частных производных для десяти метрических коэффициентов  $g_{ij} = g_{ji}$ , которые входят в тензор Эйнштейна

$$G^{ij} = R^{ij} - \frac{1}{2} g^{ij} R. \quad (2)$$

В соответствии с определением Риччи, тензор  $R^{ij}$  и скалярная кривизна  $R$

$$R^{ij} = R^{kijl} g_{kl}, \quad R = R^{ij} g_{ij} \quad (3)$$

строится из тензора кривизны

$$R^i_{jkl} = \partial_k \Gamma^i_{jl} - \partial_l \Gamma^i_{jk} + \Gamma^i_{nk} \Gamma^n_{jl} - \Gamma^i_{nl} \Gamma^n_{jk} \quad (4)$$

с помощью символов Кристоффеля

$$\Gamma^i_{kl} = \frac{1}{2} g^{in} (g_{nk,l} + g_{nl,k} - g_{kl,n}). \quad (5)$$

Здесь мы используем стандартные обозначения для индексов и правила индексной семантики; через индексную запятую обозначена частная производная. Детальное изложение гравитационных уравнений Эйнштейна можно найти в работах [1–4, 10].

**Стандартная релятивистская диссипативная термогидродинамика.** Уравнения Эйнштейна (1) являются феноменологическими уравнениями, поскольку их правая часть, т.е. источник гравитации, задается феноменологическим симметричным тензором энергии-импульса  $T^{ij}$ . Его вычисление из первых принципов для различных сред пред-

ставляет неизменный интерес. Мы ограничимся чисто феноменологическим описанием материи, приняв термогидродинамическую картину. В рамках этого подхода тензор энергии-импульса отдельного флюида (т.е. выделенного объема жидкости или газа) может быть представлен как  $(3+1)$ -разложение по времениподобному единичному векторному полю  $u^i$ :

$$u^i u_i = -1, \quad (6)$$

$$T^{ij} = eu^i u^j + q^i u^j + p^{ij}, \quad (7)$$

где  $q^i u_i = p^{ij} = 0$  и  $q^i$  есть 3-вектор потока энергии (т.е. ортогонален  $u^i$ ) и  $p^{ij}$  — пространственный тензор натяжения. Векторное поле  $u^i$  есть как раз 4-скорость рассматриваемой материи. Если  $q^i = 0$ , то собственные значения тензора энергии-импульса, принадлежащие времениподобному собственному вектору  $u^i$ , являются плотностью энергии  $e$  данного вещества:

$$eu^i = -T^{ij} u_j. \quad (8)$$

Имеется некоторая степень неопределенности в выборе направления  $u^i$ :

калибровка Ландау, при которой

$$u^i \text{ параллельна энергетическому потоку (тогда } q^i = 0\text{);} \quad (9a)$$

калибровка Экарта, при которой

$$u^i \text{ параллельна барионному току (тогда барионный ток } n^i = n u^i\text{).} \quad (9b)$$

В зарядово-симметричной среде можно выбрать определение (9a), тогда как в среде с сохраняющимся зарядом иногда более полезным оказывается соотношение (9b). Другие величины, входящие в (7), определены следующим образом:

$$\text{тепловой поток } q^k = \kappa (T_{,j} + Tu_{j,l}u^l) P^{jk}, \quad (10)$$

$$\text{тензор натяжения } p^{ij} = PP^{ij} + p^{ij}, \quad p_i^i = 0. \quad (11)$$

Уравнение (11) определяет изотропную пространственную часть натяжения как динамическое давление  $P$ ; термодинамическое давление  $p$  в общем случае составляет лишь часть его. Термодинамическое давление является объектом термодинамического (или статистического) рассмотрения, так же как и температура  $T$ , градиенты которой приводят к тепловым потокам. Мы подчеркиваем этот момент, поскольку иногда возникает путаница, когда имеют дело с динамическим давлением (см. ниже). Величина  $P^{ij}$  есть проектор, свойства которого определены следующим образом:

$$P^{ij} = g^{ij} + u^i u^j, \quad P^{ij} P_{ik} = P_k^j, \quad P^{ij} u_j = 0.$$

Остальные эффекты скрыты в тензоре натяжения  $p^{ij}$ . Известные эффекты сдвиговой и объемной вязкости являются линейными по гра-

дивентам скорости

$$p^{ij} = \wp^{ij} - \eta \left\{ u^i_{;k} P^{ik} - u^j_{;k} P^{kj} - \frac{2}{3} u^l_{;l} P^{ij} \right\}, \quad (12)$$

$$P = p + \wp - \zeta u^i_i$$

(точка с запятой означает ковариантное дифференцирование). Если  $\wp^{ij} = 0$  и  $\wp = 0$  (т.е. пренебрегая вкладом членов более высокого порядка по градиентам скорости), тензор энергии-импульса (7) определяет изотропную ньютоновскую (с линейной теплопроводностью) среду типа жидкости или газа. Чтобы закончить набор необходимых уравнений и установить связь с термодинамикой, необходимо определить поток энтропии:

$$s^i = su^i + q^i/T. \quad (13)$$

Все вместе это называется стандартной релятивистской диссипативной гидродинамикой. С другой стороны, хотя это и чисто феноменологический подход, гидродинамика может быть выведена также из первого порядка кинетической теории (скажем, из уравнения Больцмана). Из последнего ясно, что область применимости данного подхода ограничена средами, достаточно близкими к локальному равновесию.

Феноменологическое рассмотрение предполагает, что имеется локально-равновесная часть, определяемая уравнением состояния, например, в виде

$$e = e(s, n), \quad (14)$$

что будет обсуждаться в разд. 3, и диссипативная или перавновесная часть, действие которой контролируется транспортными коэффициентами:

$$\chi — \text{теплопроводности}, \quad (15a)$$

$$\zeta — \text{объемной вязкости}, \quad (15b)$$

$$\eta — \text{сдвиговой вязкости}, \quad (15)$$

которые могут быть оценены в кинетической теории или должны быть фиксированы феноменологически. Уравнение состояния и транспортные коэффициенты допускают большую гибкость термогидродинамического описания состояния вещества. Форма записи потока энтропии (13) обеспечивает выполнение второго закона термодинамики

$$\bar{\sigma} \equiv s^i_{;i} = \left\{ \zeta u^i_{;i} + p^{ij} P_{ij}/2\eta + \frac{1}{\chi T} P^{ij} q_i q_j \right\} / T \geqslant 0, \quad (16)$$

если транспортные коэффициенты являются положительно определенными.

Недавно было установлено, что стандартная релятивистская диссипативная гидродинамика, по-видимому, приводит к появлению

нестабильностей [11]. Чтобы избежать их, необходимо модифицировать определение потока энтропии (13) путем включения последующих градиентных и перекрестных членов [12]. Следует отметить также возможность включения градиентных членов более высокого порядка в тензор напряжения через  $\mathfrak{p}^{ij}$  и  $\mathfrak{p}$ , что приводит к уравнениям Барнетта.

В настоящей работе в качестве базиса принята стандартная релятивистская диссипативная термогидродинамика, определенная уравнениями (6) — (16) с  $\mathfrak{p}^{ij} = 0$  и  $\mathfrak{p} = 0$  и уравнениями Эйнштейна (1) — (5).

Условия интегрируемости уравнений Эйнштейна,  $G_{;j}^{ij} = 0$  (представляющие собой сокращенную запись тождества Бианки), дают уравнения движения материи

$$T_{;j}^{ij} = 0. \quad (17)$$

Поскольку тензор  $T^{ij}$  определяется не только свойствами материи (т. е. чисто термодинамическими и транспортными свойствами), но и в силу самосогласованности теории метрическими величинами (в данном случае  $g^{ij}$ ), для нахождения уравнения движения материи в собственном гравитационном поле уравнения (17) должны решаться совместно с (1).

Проекция уравнения (17) на направление 4-скорости приводит к уравнению энергетического баланса

$$T_{;j}^{ij} u_i = 0, \quad (18a)$$

которое имеет вид

$$e_{,i} u^i + (e + P) u_{;i}^i + q_{,i}^i + q^i u_{;i} u^j + p_{;j}^{ij} u_i = 0. \quad (18b)$$

Уравнение (18b) есть дифференциальная формулировка первого закона термодинамики в форме уравнения баланса для внутренней энергии. Проекция уравнения (17) на направление, ортогональное  $u^i$ , дает уравнения Эйлера — Навье — Стокса

$$T_{;j}^{ij} P_{il} = 0, \quad (19a)$$

которое можно записать как

$$u_{i;j} u^j = P_{,i} (e + p)^{-1} + \text{диссипативные члены}, \quad (19b)$$

выражающие тот факт, что градиенты давления управляют изменением скорости.

Приняв описанный выше подход, мы уже ввели ряд существенных упрощений. В частности, мы ограничили движение космической материи единым полем скоростей. Однако можно было бы представить, что имеются различные скоростные поля, например, одно принадлежит свободному пейтринному фоновому излучению, другое — фотонному, третье поле описывает конденсированную материю (скажем, галактики). Такие мультифлюидные, или многокомпонентные, модели рассматривались в другом контексте в работе [13], но до на-

стоящего времени это еще не нашло приложения в космологии. Но так или иначе эффекты вязкости и связь между различными флюидными компонентами ведут к установлению равновесия по скоростям.

**Фридмановская космология.** В настоящее время невозможно решить уравнения Эйнштейна (1) в общем виде (см. [10], где дан обзор аналитических решений). Поэтому необходимо ввести дополнительные упрощения при рассмотрении пространственно-временной симметрии. Обычно при этом принимают космологический принцип: никакая область и никакое направление во Вселенной не являются предпочтительными. Это означает, что пространство однородно и изотропно. Этот принцип переводится на язык  $SO(4)$ - или  $E(3)$ - или  $SO(3,1)$ -симметрии пространства-времени. Тогда выражение для инвариантного квадрата бесконечно малого расстояния в псевдоримановом пространстве упрощается:

$$ds^2 = g_{ij} dx^i dx^j = -dt^2 + R(t)^2 \{dr^2 + \chi(r)^2 [d\theta^2 + \sin^2 \theta d\phi^2]\} = -dt^2 + R(t)^2 \{(1 - kr^2)^{-1} dr^2 + r^2 (d\theta^2 + \sin^2 \theta d\phi^2)\}, \quad (20)$$

где величина  $\chi$  принимает значения  $\chi = \sin r$  ( $k = 1$ ) или  $r$  ( $k = 0$ ), или  $\operatorname{sh} r$  ( $k = -1$ ). Уравнение (20) как раз фиксирует метрику Робертсона — Уолкера. Случай  $k = +1, 0, -1$  отвечают соответственно замкнутому, плоскому и открытому 3-пространству. В этих пространствах можно преобразовать 4-скорость в собственную, сопутствующую систему координат

$$u^i = \delta_0^i. \quad (21)$$

Тогда уравнения Эйнштейна сводятся к уравнениям Фридмана

$$\ddot{R} = -(e + 3P) R (4\pi G/3), \quad (22a)$$

$$\dot{R} = [eR^2 (8\pi G/3) - k]^{1/2}. \quad (23a)$$

На стадии ранней Вселенной часто можно пренебречь различием между открытым, замкнутым и пространственно плоским мирами и использовать  $k = 0$  [1—4]. Тогда фридмановские уравнения можно представить как

$$\dot{e} = -3C(e + P)e^{1/2}, \quad (22b)$$

$$\dot{R} = CR e^{1/2}, \quad (23b)$$

где  $C = \pm (8\pi/3)^{1/2}$  и планковская масса  $M_{Pl} = 1,22 \cdot 10^{19}$  ГэВ. Заменив динамическое давление  $P$  термодинамическим  $p$ , получим уравнения Фридмана для идеальной жидкости. Уравнения (12), (22a), (23a) являются динамической основой всего дальнейшего рассмотрения в данной работе. Если имеются сохраняющиеся токи (такие, как барионный или электрический, или лептонный), то динамические уравнения должны быть дополнены соответствующими законами сохранения

$$(u^i n_\alpha) = 0, \quad (24a)$$

где индекс  $\alpha$  обозначает сорт заряда. В метрике Робертсона — Уолкера с  $u^i_{;i} = 3\dot{R}/R$  уравнение (24а) принимает следующий вид:

$$n_\alpha R^3 = \text{const.} \quad (24б)$$

## 2. ФЕНОМЕНОЛОГИЧЕСКОЕ ОПИСАНИЕ ДИНАМИКИ ФАЗОВЫХ ПРЕВРАЩЕНИЙ

Как отмечалось во введении и как будет детально обсуждаться в последующих разделах, в ходе эволюции космическая материя испытывает последовательность фазовых переходов. Чтобы включить фазовые превращения в рассмотрение, необходимо разработать общий феноменологический подход, который и описывается в данном разделе. Следует отметить, что подобный подход применялся в основном к случаю КХД перехода конфайнмента (см. разд. 4), кроме того, исключая отдельные очень качественные рассмотрения электротяжелых и ТВО-преобразований, большинство авторов концентрировались на теоретико-полевых аспектах. Другими словами, они прослеживали эволюцию наиболее важных полей в фоновой метрике и рассматривали, например, распад или туннелирование ложного вакуума. Это — адекватный подход при рассмотрении процесса зарождения отдельных пузырей новой фазы, но ценность его ограничена в приложении ко всей космической материи. Поскольку для нас главный интерес представляют как раз усредненные объемные свойства космической материи, мы уделим основное внимание глобальным свойствам и меньшее — свойствам индивидуальных пузырей.

**Диссипативные эффекты при фазовых переходах.** Идеальная однокомпонентная однофазовая среда эволюционирует адиабатически, т. е. прирост энтропии ( $s$ ) в сопутствующей системе координат,

$$\xi = sR^3 (s_0 R_0^3)^{-1}, \quad (25)$$

удовлетворяет начальному условию  $\xi = 1$ , где  $s_0$  и  $R_0$  — некоторые значения, от которых ведется отсчет. В идеальной, но многофазовой среде энтропия возрастает. Для случая двух фаз в соответствии с космологическим принципом мы введем крупномасштабное усреднение

$$e = xe_1 + (1 - x)e_2 \quad (26)$$

и аналогично для плотности всех других величин, таких, как давление или энтропия. Величина  $x$  определяет долю объема, занимаемого фазой 1. При значениях  $x = 1$  или 0 мы имеем чистую фазу 1 или 2 соответственно, тогда как область  $0 < x < 1$  описывает их смесь. Уравнение (26) отвечает глобальному приближению, т. е. предполагается, что поверхностные эффекты пренебрежимо малы. Тогда, используя уравнения (13), (26) и термодинамические соотношения для индивидуальных фаз, легко найти силу источника энтропии

в зарядово-симметричной среде [14]:

$$\begin{aligned}\bar{\sigma} = \dot{s} + 3(\dot{R}/R)s = 2(T_1 + T_2)^{-1} &\{(p_1 - p_2)\dot{x} + \\ &+ (T_1 - T_2)[\dot{\Delta} + 3(\dot{R}/R)\Delta]\}, \\ \Delta = xs_1 - (1-x)s_2.\end{aligned}\quad (27)$$

(В общем случае среды с сохраняющимся зарядом появляется дополнительный член  $\sim (\mu_1 - \mu_2)$ , где  $\mu$  — химический потенциал [15].) Это означает, что различие в температуре и давлении в фазах приводит к увеличению энтропии. При равновесном фазовом переходе  $\sigma = 0$  и выполняются условия Гиббса

$$T_1 = T_2, \quad p_1 = p_2, \quad \mu_1 = \mu_2. \quad (28)$$

**Динамика фазового перехода.** В данной работе мы рассматриваем фазовые переходы первого рода. Чтобы замкнуть систему динамических уравнений, необходимо доопределить кинетику фазового перехода, т. е. выписать динамические уравнения для относительного веса фазы  $x$ . Как известно из «повседневного опыта», фазовые преобразования — явление сложное. Они успешно описываются эффективными феноменологическими теориями (см. обзоры [16—18]). Мы попытаемся здесь сохранить преимущества такого эффективного описания и тем самым оперировать с понятиями, адекватность которых доказана. Читателям, заинтересованным в использовании этих понятий в теоретико-полевом подходе к плотной материи, мы рекомендуем обратиться к работе [19] и приведенным там ссылкам.

Приближение времени релаксации. Простейшее предположение о динамике фазового состояния реализуется приближением времени релаксации

$$\dot{x} = -(x - x_{\text{eq}})/\tau_R, \quad (29)$$

где  $\tau_R$  — характерное время фазового преобразования. Уравнение (29) подтверждает общую схему термодинамики, что обобщенный ток (здесь  $\dot{x}$ ) управляет силой (в данном случае  $x - x_{\text{eq}}$ ), которая действует в направлении восстановления равновесия. Очевидно, что уравнение (29) описывает только линейные явления, т. е. ситуацию, не очень далекую от равновесия. Определение как времени релаксации  $\tau_R$  (и его возможной зависимости от параметров состояния материи), так и соответствующего равновесного состояния  $x_{\text{eq}}$  содержит некоторую неоднозначность. Полезное *ad hoc*-предположение состоит в том, чтобы выбрать  $x_{\text{eq}}$  как эквивалентное равновесное состояние, которое было бы представлено действительно независимыми переменными термодинамического состояния [29].

Элементы классической теории нуклеации. Более детальное описание динамики фазовых преобразований

дается классической теорией нуклеации. Введем следующие понятия:

1) вероятность рождения пузыря или зародыша \* новой фазы в единичном объеме в единицу времени [19, 20]

$$w = w_0 \exp \left\{ -16\pi\sigma^3/3T (p_1 - p_2)^2 \right\}; \quad (30a)$$

2) скорость роста пузыря

$$v = v \text{ (термодинамические переменные);} \quad (31a)$$

3) кинетика заполнения пространства новой фазой

$$x = f(w, v, R_c, \dots). \quad (32a)$$

Хотя детальное рассмотрение введенных элементов довольно сложно уже само по себе (см. ниже), нужно помнить, что классическая теория нуклеации является эффективным феноменологическим описанием преобразований материи с использованием сильно упрощенных понятий. Например, вероятность нуклеации не учитывает обратного влияния окружения; аналогично предполагается, что скорость роста не зависит от окружающей среды. Не все вопросы нашли свое решение и в кинетике макроскопической материи при лабораторных условиях [16, 21]. Тем не менее во многих лабораторных экспериментах теория нуклеации проявила себя как мощный инструмент, дающий адекватное описание явления.

Оценка вероятности нуклеации основывается на идее поверхностного натяжения  $\sigma$ . Стандартные расчеты приводят к выражению [20]:

$$\sigma = \sigma_0 T_{\text{eq}}^3, \quad (33)$$

где  $T_{\text{eq}}$  — температура фазового равновесия, когда условия (28) выполнены. Более сильная зависимость  $\sigma$  от переменных состояния материи обсуждается в работах [16—18]. Некоторые оценки для среды, описываемой ТВО (в том числе и вероятность нуклеации), могут быть найдены в [19], тогда как в [22] оценена величина  $\sigma$  для КХД-фазы. Другие оценки представлены в [23].

Дебатируется также и величина предэкспоненциального фактора  $W_0$  в вероятности нуклеации [16, 19]. Исходя из размерных соображений (мы полагаем  $\hbar = c = 1$  в этом разделе), имеем

$$w_0 = \bar{w}_0 T_{\text{eq}}^4. \quad (30b)$$

Мы предполагаем, что  $\bar{w}_0 \approx 0$  (1) (ср. [19] для дальнейших оценок). Простой способ учесть временную задержку — это сделать замену:

$$w(t) \Rightarrow w(t - t_R), \quad (30b)$$

где  $t_R$  — время релаксации. Это означает, что имеется некоторое временное запаздывание для накопления флуктуаций, которые приводят к формированию пузырей или зародышей. Конечно, следовало бы рассмотреть динамику образования пузырей в пространстве их

\* Мы используем как синонимы понятия «пузырь» и «зародыш».

радиусов [24]. Чтобы избежать излишнего усложнения формул, часто используется стационарная вероятность нуклеации  $w(t)$  и учитывается временная задержка, чтобы подправить слишком сильное упрощение.

Уравнение (30а) включает только тепловые флуктуации. При низких температурах становятся важными квантовые флуктуации (ср. с [19]). Чтобы учесть их, мы используем простой способ:

$$w = w^*Q \text{ для } T < T^* \text{ и } w_{\text{therm}} < w^*Q, \quad (30\text{г})$$

где величина  $Q$  оценена в работе [25]. Помеченные звездочкой величины соответствуют значениям  $w$  в максимуме  $T^*$ , который обычно расположен при  $T^* \approx T_{\text{eq}}/2$ .

Рассматриваемые пузыри есть критические пузыри радиуса

$$R_c = 2\sigma/(p_1 - p_2). \quad (34)$$

Это первые пузыри, которые оказались стабильны и могут расти дальше.

Оценки возможных скоростей роста пузыря приведены в [19, 26–28]. Поскольку мы имеем здесь дело с эффективным описанием, принятая параметризация скорости роста должна включать предельные случаи: при  $T \Rightarrow T_{\text{eq}}$  пузыри не должны больше расти [27, 28], а при  $T \Rightarrow 0$  после некоторого времени должны развалиться со скоростью света [21]. Ниже мы используем ad hoc-параметризацию

$$v = (1 - T/T_c)^k \quad (31\text{б})$$

с различными значениями параметра  $k$ .

Динамика фазовых превращений. В данной работе динамика нуклеации рассматривается в основном в приближении Аврами [16, 19, 21, 25, 30]:

$$x = 1 - \exp\{-h\};$$

$$h = \frac{4\pi}{3} \int_0^t d\tau w(\tau) R^3(\tau) \left[ R_c(\tau)/R(\tau) + \int_0^t d\vartheta v(\vartheta)/R(\vartheta) \right]^3 \quad (32\text{б})$$

с дополнительным предположением  $R_c \Rightarrow 0$ . Это уравнение может быть выведено исходя из уравнения «баланса»

$$\begin{aligned} \dot{V}_2(t) &= \frac{4\pi}{3} (V - V_2(t)) w(t) R_c(t)^3 + \\ &+ 4\pi v(t) \int_0^t d\tau (V - V_2(\tau)) w(\tau) \left[ R_c(\tau) - \int_0^\tau d\delta v(\delta) \right]^2, \end{aligned} \quad (35)$$

которое выражает тот факт, что объем  $V_2(t)$ , занимаемый фазой 2, изменяется вследствие рождения новых пузырей радиуса  $R_c$  и роста пузырей, уже рожденных ранее в моменты времени  $\tau < t$ . Дело в том, что нуклеация может происходить только в незанятом объеме

$V - V_2(t)$ . Решение уравнения (35) показано на рис. 2 для специального случая  $T = \text{const}$ . Видно, что после некоторого времени  $V_2 > V$ . Эта нелепость явилась результатом того, что уравнение (35) подсчитывает занятый объем не совсем корректно, а именно пузырь может расти, даже находясь в другом пузыре. Чтобы устранить этот дефект, необходимо уменьшить скорость роста зародышей, когда они касаются друг друга. Это может быть сделано заменой фактора

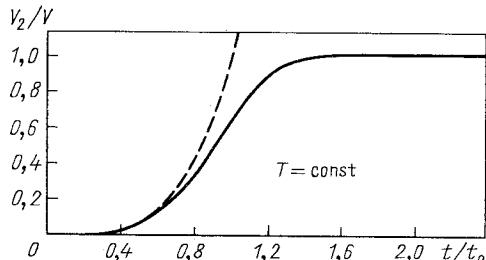


Рис. 2. Временная эволюция доли объема, занимаемого новой фазой, для случая изотермического процесса нуклеации. Время дано в единицах  $t_0 = (\pi w v^3 / 3)^{1/4}$ :  
сплошная линия — приближение Аврами, пунктир — приближение Ру肯штейна — Има

обеднения объема  $V - V_2(t)$  его максимальным значением  $V - V_2(t)$ . Тогда после деления на полный объем  $V$  (который предполагается постоянным,  $x = 1 - V_2/V$ ), мы приходим к выражению

$$\begin{aligned} -\dot{x}(t) = & \frac{4\pi}{3} x(t) w(t) R_c(t)^3 + \\ & + 4\pi v(t) \int_0^t d\tau w(\tau) \left[ R_c(\tau) + \int_\tau^t d\delta v(\delta) \right]^2. \end{aligned} \quad (36)$$

Вводя обезразмеренные переменные путем замены  $w \Rightarrow wR^3$ ,  $R_c \Rightarrow R_c/R$ ,  $v \Rightarrow v/R$ , после интегрирования получаем (32б) (другой «вывод» см. в [25]).

Решение уравнения (36) представлено на рис. 2 снова для случая  $T = \text{const}$ . Видно, что в самом начале фазового превращения оба приближения совпадают, но различаются на завершающей стадии перехода. В приближении Аврами (36) пространство постепенно заполняется новой фазой. Различие в приближениях (35) и (36) можно охарактеризовать следующим образом. Приближение Аврами (32б), (36) есть просто замена фактора обеднения объема  $V - V_2(t)$  в интегrale (35) его максимальным значением, тем самым принимается во внимание так называемое поверхностное истощение (см. [21] для дальнейшей дискуссии), тогда как пренебрежение любыми эффектами поверхностного истощения приводит нас к приближению Руkenштейна — Има (35). Это и другие приближения систематически исследованы в работах [21, 29].

Многочисленные монте-карловские расчеты процесса нуклеации указывают на то, что приближение Аврами более адекватно, нежели Руkenштейна — Има. Но это утверждение справедливо только в случае фиксированного объема  $V$ . Монте-карловские расчеты процесса

нуклеации для расширяющейся Вселенной отсутствуют. Поэтому кроме (32б) мы будем также использовать приближение Рукенштейна — Има, для которого в обезразмеренной форме имеем

$$x = 1 - \frac{4\pi}{3} \int_0^t d\tau x(\tau) w(\tau) R(\tau)^3 \left[ R_c(\tau)/R(\tau) + \int_\tau^t d\delta v(\delta)/R(\delta) \right]^3. \quad (32в)$$

Это уравнение следует из (35) при подстановке  $x$  вместо  $V_2(t)$ , интегрирования и обезразмеривания пространственных переменных. Уравнение (32в) является интегральным уравнением Вольтерра второго рода. Удобно переписать уравнения (32б), (32в) как дифференциальные уравнения четвертого порядка (30), а затем решить их вместе с (22а), (23а) стандартными методами.

Отметим также, что было бы желательно получить спектр зародышей и его эволюцию во времени. Но, к сожалению, оказалось, что эта проблема еще не решена удовлетворительно (о попытках решения см. [29]). Одна из трудностей заключается в том, что полученный спектр зародышей должен быть совместим с уравнениями (32б) или (32в). Наивная оценка среднего радиуса пузыря

$$\bar{R}(t) = \left\{ 3R(t)^3 (1-x) / \int_0^t d\tau w(\tau) R(\tau)^3 \right\}^{1/3} \quad (37)$$

оказывается достаточно корректной лишь на самой начальной стадии фазового превращения, но не в конце перехода. Монте-карловское моделирование [21] показывает, что в самом конце превращения большие пузыри «съедают» маленькие и, кроме того, рост пузырей перестает быть сферически-симметричным. Наивное приложение тех положений, которые мы использовали при выводе уравнений (35), (36), предсказывает слишком много маленьких пузырей. Таким образом, мы вынуждены отложить до будущих исследований чрезвычайно интересные проблемы спектра зародышей новой фазы, среднего масштаба возникающих неоднородностей и т. д.

В заключение упомянем о двух деликатных проблемах. Во-первых — это спинодальный распад нестабильной фазы (см. недавний обзор [19]); такое поведение материи не включено в наш феноменологический подход. Спинодали ограничивают область метастабильности, где материя становится неустойчивой. Формально это соответствует  $\sigma \Rightarrow 0$ . Однако, как обсуждалось в [18], понятие пузыря-зародыша теряет тогда свой смысл. Для оценки вероятности перехода в этом случае (иногда называемом «выходом за приближение тонкой стекки») см. работу [19]. Во-вторых, при выводе вероятности нуклеации (30а) предполагалось, что старая и новая фазы находятся в тепловом равновесии. В быстрорасширяющейся системе или для быстро растущего пузыря может оказаться недостаточно времени для установления теплового равновесия. Следовательно, можно ожи-

дать проявления по крайней мере двух различных температур. Попытки вывести их из теоретических рассмотрений встречаются со многими проблемами. В работе [29] был введен дополнительный релаксационный процесс для температур. В разд. 4 мы обсудим некоторые способы того, как работать с различными температурами.

### 3. УРАВНИЕ СОСТОЯНИЯ

**Термодинамика и термодинамические переменные.** Рассмотрим термодинамическую систему, полный набор экстенсивных переменных которой обозначим  $\{X_i\}$ . Для ориентации можно считать, что в него входят объем  $V$ , эн ergия  $E$  и число частиц  $N$ . Полная информация об их термодинамическом поведении может быть получена из функции энтропии  $S(X_i)$  [31]. В работе [31] приведены критерии для проверки того, является ли данный набор переопределенным, не полным или, возможно, противоречивым. Однако, как будет показано, этот вопрос не важен для обсуждаемых ниже проблем.

Экстенсивные переменные аддитивны для системы, состоящей из подсистем, находящихся в равновесии. Это верно также для энтропии (влияние поверхностных членов пренебрежимо мало для макроскопических систем), поскольку выполняется тождество Эйлера

$$S = \sum X^2 (\partial S / \partial X^R). \quad (38)$$

Введем теперь производные, так называемые интенсивные переменные

$$Y_I = \partial S / \partial X_I, \quad (39)$$

тогда из тождества Эйлера имеем

$$S = \sum Y_R X^R. \quad (40)$$

Дифференцирование этого соотношения дает

$$dS = \sum (\partial S / \partial X^R) dX^R = \sum Y_R dX^R. \quad (41)$$

С другой стороны, из соотношения (40) имеем

$$dS = \sum Y_R dX^R + \sum X^R dY_R. \quad (42)$$

Сравнение (41) и (42) приводит к известному соотношению Гиббса — Дюгема

$$\sum X^R dY_R = 0. \quad (43)$$

Уравнения (38) могут быть проинтегрированы:

$$\begin{aligned} S &= Vs (X^I/V \equiv x^I), \\ V &\equiv X_0, I = 1, 2 \dots, \end{aligned} \quad (44)$$

откуда видно, что далее мы можем не использовать явно объем как переменную.

По соглашению, энтропию  $S$ , зависящую от  $X^I$ , называют термодинамическим потенциалом. Возможно использование в энергетической переменной, поменяв роли энергии и энтропии. Так что можно, например, взять набор  $\{X^I\}$ , состоящий из объема, энтропии и числа частиц, и выбрать в качестве потенциала энергию  $E$ , зависящую от этих переменных.

Оставаясь в рамках энтропийной конвенции, можно задаться вопросом, как определить потенциал  $S(X^I)$  для данного типа материи. Ответ состоит в том, что без введения дополнительных предположений относительно механического и т. д. смысла интенсивных переменных нужно ограничиться термодинамическими измерениями, которые подразумевают образование подсистем из различного типа материи и различных локальных состояний, и рассмотрели равновесных данных. При таких измерениях находящиеся в равновесии системы совместно определяют функции  $S$  для всех рассматриваемых типов материи, но только с точностью до «калибровочной» свободы

$$S_\alpha \Rightarrow K^2 S_\alpha + \sum A_R X^R, \quad (45)$$

где константы  $K$ ,  $A_R$  не зависят от типа материи и удовлетворяют термодинамической конвенции [32]. Смысл этой неоднозначности достаточно понятен: поскольку линейные члены приводят к сдвигу точек отсчета энтропийных интенсивных переменных  $Y^I$ , то безотносительно к равновесной ситуации преобразование  $Y_{\alpha I} = Y_{\beta I} K^2$  лишь переопределяет масштаб переменных, но не влияет на равновесие.

Приведенные выше условия равновесия вытекают из принципа максимума энтропии. В частности, рассмотрим неоднородную систему с умеренной неоднородностью, чтобы можно было применить локально равновесный подход (31)

$$S = \int s(x_I) dV \quad (46)$$

с фиксированными значениями всех экстенсивных переменных, т. е.

$V$  — фиксировано,

$$x_I = \int x_I dV \text{ — фиксировано.} \quad (47)$$

Требуя максимума  $S$  при найденных выше ограничениях, мы приходим к условиям максимума в виде

$$Y_I = \text{const}, \quad (48a)$$

$$(\partial^2 s / \partial x_I dx_K) \leqslant 0 \quad (48b)$$

во всей материи. В случае конечного числа различных однородных подсистем мы получим равенство интенсивных переменных. Второе условие означает стабильность равновесной конфигурации. Необходимо отметить, что пространственная однородность плотности экsten-

сивных переменных в общем случае ниоткуда не следует, как это будет показано для систем, способных совершать фазовые переходы.

Полагают, что в хорошем приближении ранняя Вселенная может быть описана как зарядово-симметричная смесь частиц и античастиц, так что все средние множественности для сохраняющихся частиц равны нулю. Поэтому единственной подходящей экспоненциальной переменной является плотность внутренней энергии  $e \equiv E/V$ . В этом случае полная термодинамическая информация содержится в функции

$$s = s(e) \quad (49)$$

и тогда интенсивные переменные принимают вид

$$\partial S/\partial E \equiv (\partial [sV]/\partial e)(\partial e/\partial V) = \partial s/\partial e \equiv 1/T; \quad (50)$$

$$\partial S/\partial V \equiv \partial [sV]/\partial V = s + V(\partial s/\partial e)(\partial e/\partial V) = s - e(\partial s/\partial e) \equiv p/T, \quad (51)$$

где  $T$  — температура и  $p$  — (термодинамическое) давление в полном соответствии с термодинамическими формулами

$$T dS = dE + p dV, \quad dS = (\partial S/\partial E) dE + (\partial S/\partial V) dV.$$

Переход к энергетической конвенции отвечает инверсии функции (49). Тогда

$$T = \partial e/\partial s, \quad (52)$$

$$p = s(\partial e/\partial s) - e. \quad (53)$$

Теперь можно ввести функцию

$$p = p(T) \quad (54)$$

и показать, что

$$s = \partial p/\partial T, \quad (55)$$

$$e = T(\partial p/\partial T) - p. \quad (56)$$

Таким образом, функция (54) также содержит полную необходимую информацию. Эта функция определяет зависимость (термодинамического) давления от температуры или, грубо говоря, степень термализации возбуждения. Ниже мы будем называть функцию  $p = p(T)$  уравнением состояния.

Мы собираемся построить уравнение состояния для данного типа материи. Хотя некоторая неоднозначность, упомянутая в связи с обсуждением уравнения (45), остается, мы предполагаем, что соответствующая конвенция выбрана; в этом случае различие не очень важно в космологии, а в работе [33] обсуждается вопрос о том, как более строго подойти к этой проблеме. Но даже при строгом подходе динамическое и термодинамическое давления могут различаться, например члены, отвечающие вязкости, как мы видели в разд. 1, однако и здесь можно выделить чисто термодинамическую часть давления, если материя исследуется в контролируемых условиях. Хотя это определенно не так для ТВО континуума, мы будем предполагать здесь, что термодинамическая часть каким-то образом идентифицирована. В этом случае уравнения (55), (56) позволяют нам построить

функцию энтропии, а следовательно, и уравнение состояния. Следует отметить, что мы имеем рецепт построения плотности энергии  $e$ . Пусть  $T$  характеризует тепловое возбуждение. Введем сначала эмпирическую «температуру»  $\Theta$ , от которой мы требуем только, чтобы она была монотонной функцией  $T$ . Тогда (55), (56) приводят к дифференциальному уравнению

$$T(\Theta)(\partial p/\partial\Theta)(\partial\Theta/\partial T) = e(\Theta) + p(\Theta), \quad (57)$$

и, следовательно,

$$\partial[\ln T]/\partial\Theta = (\partial p/\partial\Theta)[e(\Theta) + p(\Theta)]^{-1} \quad (58)$$

Это сепарабельное дифференциальное уравнение имеет решение

$$T = T_0 \exp \left\{ \int [e(p) + p]^{-1} dp \right\}, \quad (59)$$

где  $e(p)$  может быть получена из экспериментальных функций  $e(\Theta)$ ,  $p(\Theta)$ . Свободная константа  $T_0$  задает единицу шкалы термометра. Тогда функция  $T(p)$  определена однозначно, а ее обратная функция есть как раз уравнение состояния.

**Фазовый переход первого рода.** В космологическом контексте уравнение (54) часто записывают как

$$p \propto T^4, \quad (60)$$

что отвечает случаю доминирующего излучения [тогда из (55), (56) следует, что  $p = e/3$ ]. Однако мы заинтересованы в уравнении состояния, которое содержало бы фазовый переход первого рода, т. е. в области  $T$ , где приближение (60) недостаточно. Рассмотрим, какой тип глобальных характеристик необходим, чтобы существовал фазовый переход первого рода.

Классификация фазовых переходов — задача сложная (см. подробнее, например, в [34]), но существуют различные соглашения. Нас интересуют только фазовые переходы первого рода, которые происходят таким образом, что в материи на некоторых граничных поверхностях плотность по крайней мере одной экстенсивной переменной испытывает пинцлевовой скачок. Как видно из (48а), это возможно только в том случае, если все интенсивные переменные могут принять равные значения при двух различных наборах  $x^I$ . Возможность такого равновесия нетривиальна, как демонстрируется на простейшем примере, когда

$$\{X^I\} = (V, E), \quad \{Y^I\} = (p/T, 1/T).$$

Тогда, как следует из (52), (53), должна быть энергетическая область  $e_1 < e < e_2$ , где  $T$  и  $p$  одновременно спадают, в противном случае они не могут быть равны при двух различных значениях  $e$ . Более того, поворотные точки для  $T$  и  $p$  совпадают. В частности, из (52), (53)

$$\partial p/\partial e = -s(\partial^2 s/\partial e \cdot \partial e)/(\partial s/\partial e)^2 = s(\partial T/\partial e). \quad (61)$$

Сравнивая это соотношение с уравнением (48б), видно, что поворотные точки являются также копечными точками термодинамической стабильности, поскольку между ними состояние равновесия не отвечает условию максимума энтропии. Таким образом, в среде возможен фазовый переход первого рода, если плотность ее потенциала такова, что вторая производная по переменной меняет знак при двух значениях плотности. При этом оба значения плотности являются одновременно поворотными точками  $T(e)$  и  $p(e)$ , первая соответствует локальному максимуму, вторая — минимуму. (Число поворотных точек должно быть по крайней мере равно двум, иначе не будет пары состояний, необходимых для равновесия; высокоплотные

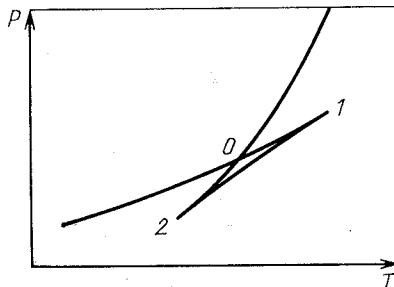


Рис. 3. Петлевая структура зависимости давления от температуры для уравнения состояния с фазовым переходом первого рода. В точке 0 выполняется условие равновесия фаз; на отрезках 0—1 и 0—2 состояния метастабильны (следовательно, могут быть достигнуты в быстром процессе); состояния на отрезке 1—2 нестабильны. Детали см. в [39]. Обсуждение аналогичной картины для давления и свободной энергии ван-дер-ваальсовской системы можно найти в работе [36]

состояния с одним максимумом были бы полностью нестабильны относительно микроскопического коллапса [35].) Перейдем теперь к рассмотрению условий фазового перехода первого рода непосредственно для уравнения состояния  $p(T)$ .

Ниже значения  $e_1$  как  $T$ , так и  $p$  монотонно возрастают с  $e$ , и, следовательно,  $p(T)$  есть монотонно растущая функция [из уравнений (48б), (55), (56) следует также  $\partial^2 p / \partial T^2 > 0$ ]. Между  $e_1$  и  $e_2$   $T$  и  $p$  — монотонно спадающие функции  $e$ , поэтому хотя  $p(T)$  еще монотонно растет, но движется назад (и здесь  $\partial^2 p / \partial T^2 < 0$ , определяя нестабильную область). Наконец, выше значения  $e_2$  глобальная форма  $p(T)$  остается той же, что и ниже  $e_1$ , поскольку как  $T(e)$ , так и  $p(e)$  вновь возрастают. Два равновесных состояния есть состояния, где  $p_1 = p_2$  и  $T_1 = T_2$ , так что должна существовать самопересекающаяся кривая  $p(T)$ . Единственный случай, когда выполняются все эти условия, — это петля с двумя конечными точками, где кривая поворачивается на  $180^\circ$ , как изображено на рис. 3. (Численные расчеты подобной петлевой структуры для других термодинамических интенсивных переменных в области критической температуры могут быть найдены в работе [36].) Вне области петли по обе стороны от то-

чек самопересечения состояния полностью стабильны; внутри петли состояния стабильны только до пиков, по энтропия здесь меньше, чем энтропия для смеси двух фаз в точке пересечения при той же плотности [37]. Таким образом, ожидается, что для больших возмущений такие состояния спонтанно разделяются на домены, поэтому они называются метастабильными. Между двумя пиками состояния нестабильны, и даже малые возмущения могут привести к изменениям во всем объеме [38]. Так, при медленном охлаждении состояние движется в фазовой плоскости, избегая петли; при быстром охлаждении, когда у системы нет времени дожидаться формирования новой фазы, состояние входит в петлю в точке пересечения [39]. Окончательная судьба системы определяется конкуренцией между доступным временем и временем, необходимым для образования новой фазы, которое сокращается при приближении к пику. При быстрых изменениях возможно переохлаждение, степень переохлаждения монотонно возрастает со скоростью процесса охлаждения.

**Спонтанное нарушение симметрии.** Как мы увидим позже, большинство фазовых переходов, исследуемых в данной работе, обусловлено спонтанным нарушением симметрии через механизм Хиггса [40]. Хиггсовский механизм широко используется в физике частиц для генерации эффективной массы калибровочных бозонов при низких энергиях. В частности, теории, содержащие фермионы и массивные калибровочные бозоны, являются неперенормируемыми [41], поэтому наличие короткодействия приводит к необходимости найти нетривиальный источник массы векторных бозонов. Простейший способ состоит в том, чтобы дополнительно ввести скалярное (хиггсовское) поле с самодействием, которое связано с векторным полем. Мы сейчас увидим, в чем это помогает.

Рассмотрим хиггсовский сектор лагранжиана

$$L = L_{\text{Хиггс}} + L_{\text{другие}} + L_{\text{взаим. Хиггс-другие}} \quad (62)$$

с собственным потенциалом  $L_{\text{Хиггс}}$ , имеющим два минимума. Тогда в соответствии с изложенным выше среднее значение хиггсовского поля  $\Phi$  может быть нулем в силу симметрии или  $\Phi_{\pm}$  (отлично от нуля) на дне той или другой ямы потенциала  $V(\Phi)$  согласно минимуму энергии. Можно ожидать, что, когда характерная энергия велика, реализуется первый случай, и второй — когда она мала. Если предположить связь между хиггсовскими и калибровочными бозонами, то член лагранжиана  $g A_i A^i$  эквивалентен эффективной массе калибровочного бозона  $\sqrt{g}\Phi$  в низкоэнергетическом пределе. Таким образом, существуют два различных режима поведения материи: «симметричный» (в смысле поля Хиггса) при высоких энергиях и другой, «асимметричный», — при низких. (Однако во многих моделях симметрия не связана прямо с характерной энергией.) Если переход между ними достаточно резкий, то можно ожидать фазового перехода в материи. Теперь попытаемся сделать определенные количественные оценки в рамках простой реалистической модели.

Запишем хиггсовский потенциал самодействия  $V_0(\Phi)$  в виде

$$V_0(\Phi) = C - (1/2) \mu^2 \text{Tr} \{\Phi^2\} + (1/3) \varepsilon \mu \text{Tr} \{\Phi^3\} + (1/4) [\lambda_1 \times \\ \times (\text{Tr} \{\Phi^2\})^2 + \lambda_2 \text{Tr} \{\Phi^4\}], \quad (63)$$

где  $\Phi$  — многокомпонентная величина в групповом пространстве;  $C$  — константа, определяющая энергию нулевых колебаний;  $\mu$  — характерный энергетический масштаб теории;  $\varepsilon$  и  $\lambda_{1,2}$  — числовые константы, а взятие шпера  $\text{Tr}$  происходит по группе. Это наиболее общая форма  $V_0(\Phi)$ , поскольку с членами более высокого порядка, чем квадратичные, теория перестает быть репортируемой. Здесь мы полагаем  $\hbar = c = 1$ .

Действительные значения лагранжиана, приводящие к оценке плотности энергии и т. п., содержат квантовые и тепловые поправки. Первые имеют в основном логарифмический порядок [40], по-видимому, не являются доминирующими и поэтому здесь рассматриваться не будут. Тепловые поправки могут быть оценены в однопетлевом приближении:

$$V_{\text{eff}}(\Phi, T) = \\ = V_0(\Phi) - \frac{1}{6\pi^2} \int dx x^4 \{[m^2 + x^2]^{1/2} \exp([m^2 + x^2]^{1/2}/T - 1)\}^{-1}, \quad (64)$$

где эффективная масса  $m$  по предположению Линде может быть рассчитана самосогласованным методом как

$$m^2(\Phi, T) = \text{Tr} \{\partial\Phi_\alpha \partial\Phi_\beta V_{\text{eff}}(\Phi, T)\}. \quad (65)$$

Здесь величина  $T$  определена следующим образом. Лагранжиан вычисляется по правилам обычной статистической физики и полагается  $T \equiv 1/\beta$  [40], где  $T$  — температура.

Тензор энергии-импульса может быть получен из лагранжиана стандартным методом. Для полной пространственно подобной симметрии тензор  $T_{ik}$  диагонален и поэтому может быть выражен через плотность энергии  $e$  и давление  $p$ . Что касается вклада хиггсовского сектора, то  $p = -V_{\text{eff}}$  [40]. Таким образом, если действительное значение  $\Phi$  известно, то  $p = p(T)$ , и мы получаем уравнение состояния. Однако ожидаемое значение  $\Phi$  может быть, очевидно, равно 0 или  $\Phi_\pm$ , и, следовательно, могут быть получены три уравнения состояния в соответствии с тремя возможными состояниями хиггсовского сектора.

Тем не менее уравнение (62) показывает, что  $p(T)$  должно иметь также вклад от фермионных и калибровочных бозонных степеней свободы. Простейшее приближение для их оценки следующее. При заданной температуре имеются частицы с массой (свободной или эффективной)  $m > T$  или другие частицы с  $m < T$ . Однако если предположить, что на очень ранней стадии эволюции состояние Вселенной было зарядово-симметричным, то для числа сохраняющихся частиц мы получим 0. Следовательно, суммарное число частиц и античастиц

с массами  $m > T$  будет экспоненциально подавлено, тогда как частицы с массами  $m < T$  будут излучать. Таким образом, первым типом частиц можно грубо пренебречь, а второй приведет к уравнению состояния  $p \propto T^4$ . Заметим, что то же самое верно и для хиггсовского вклада, поскольку интегральный член в (6) есть как раз давление бозонов массы  $m$ .

Окончательно мы приходим к следующей общей записи уравнения состояния:

$$p_\alpha \cong A_\alpha T^4 - B_\alpha \quad (66)$$

(более детальные вычисления дают также член, пропорциональный  $T^2$ , но соответствующий коэффициент сравнительно мал [39]). Первый член может быть грубо интерпретирован как давление (почти) безмассовых частиц типа

$$A \cong (\pi^2/90) N/(\hbar c)^3, \quad (67)$$

а второй член может быть понят как проявление эффекта нетривиальных нулевых колебаний плотности энергии (ложный вакуум). Уравнение (56) показывает, что положительная аддитивная константа в плотности энергии  $e$  приводит к тому же самому отрицательному сдвигу в давлении  $p$  при любой температуре; этот энергетический сдвиг может быть следствием или нетривиальной константы  $C$  в  $V_0(\Phi)$ , или нетривиальной величины  $V_0(\Phi_\pm)$  в минимумах. Единственная информация, которую мы имеем a priori, состоит в том, что подстановка  $B_\alpha = 0$  в уравнение состояния справедлива при лабораторных энергиях.

Процесс нарушения симметрии может быть представлен в современной термодинамической картире следующим образом. На высокотемпературной стороне кривой перехода хиггсовские кванты еще имеют исчезающие малые средние значения (симметричное состояние на центральном пике потенциала). Частицы, которые могли бы набрать массу от хиггсовских полей, еще безмассовы и дают вклад в радиацию. Следовательно, мы имеем  $p_1$  с относительно большими значениями  $A_1$  и  $B_1$  [Энергия центрального пика  $V_0(0)$  дает вклад в  $B$ ]. При фазовом переходе рассматриваемые хиггсовские поля приводят к ненулевым величинам ожидания, так что частицы перестают быть безмассовыми, а коэффициенты  $A$  и  $B$  уменьшаются. Хотя возможны различные уравнения состояния, чтобы согласно альтернативе для каждого поля Хиггса принять значение  $\Phi_+$  или  $\Phi_-$ , одно из них является оптимальным (дающим максимальное давление или минимальную энергию). Если это есть состояние 2, то

$$A_1 > A_2, \quad B_1 > B_2. \quad (68)$$

Легко видеть, что функция от двух давлений будет иметь точку пересечения, которая является точкой равновесия фаз при переходе.

Итак, после некоторых приближений мы пришли к фазовому переходу первого рода. (Используя уравнения состояния типа (65) и

неравенства (68), легко убедиться, что экстенсивные плотности  $s$  и  $e$  двух фаз действительно различаются в точке пересечения.) Однако сделанные по пути приближения достаточно серьезны и вносят некоторые сомнения относительно полученного уравнения состояния. Имеется по крайней мере три типа аргументов, которые мы хотим обсудить.

1. Даже если бы все остальные приближения были оправданы, конечное уравнение состояния должно содержать  $T^2$ -член в дополнение к членам, пропорциональным  $T^0$  и  $T^4$ , как показано в [39]. Это, вообще говоря, правильно, но, как уже отмечалось, вклад этого члена невелик. Мы продемонстрируем это утверждение в конце данного раздела на частном примере симметричной фазы ТВО. Пренебрежение  $T^2$ -членом носит чисто технический характер, чтобы получить более наглядные аналитические решения.

2. Существует скачок в числе частиц, который принимается во внимание, например, при расчете «радиационного» давления при переходе из одной фазы в другую. Мы же полагали, что массивными по сравнению с температурой частицами можно пренебречь. Но температурные изменения между фазами могут быть очень малы (или даже равны нулю в равновесии); как тогда оправдать скачок в вычислительном методе? Ответ двоякий. Во-первых, если имеется фазовый переход первого рода, тогда есть скачок и в поведении кривой  $p(T)$ , поэтому естественно ожидать различное поведение для различных состояний. Однако это только часть ответа, поскольку суть вопроса состоит в том, можно ли экстраполировать асимптотическое уравнение состояния (скажем, при  $T \rightarrow 0$  и  $T \rightarrow \infty$ ) до точки пересечения. Хотя a priori это сделать невозможно, но в следующем разделе будет показано, что мы еще не знаем, корректны ли такие вычисления в нашем случае.

Вторая половина вопроса заключается в следующем. После нарушения симметрии часть частиц приобретает массы порядка  $\mu$ , т. е. порядка энергетического масштаба нарушения симметрии. Температура фазового равновесия  $T_{\text{eq}}$  имеет тот же порядок, определяемый единственной размерной величиной  $\mu$ . Однако в отношении  $m/T$  появляются безразмерные числа теории, и в некоторых случаях число  $m/T_{\text{eq}}$  оказывается достаточно большим. Тогда можно вполне корректно пренебречь этими частицами в низкотемпературной фазе даже для состояний как угодно близких к  $T_{\text{eq}}$ . Достаточные условия для этого будут продемонстрированы снова на примере ТВО; в тех случаях, когда проверить невозможно, остается только надеяться, что приближение будет не слишком плохим.

3. Даже веря во все приближения, простое объединение уравнений состояния для  $p_1(T)$  и  $p_2(T)$  не может дать корректное уравнение состояния. В частности, результирующая функция давления не показывает петлевой структуры, которой она обладала ранее. Это очень важный вопрос, и мы обсудим его более детально.

Прежде всего напомним качественные свойства корректной функции  $p(T)$  для фазового перехода первого рода, как представлено на рис. 3. Если забыть о ретроградной, направленной назад части кривой между пиками, то оставшаяся часть действительно состоит из двух пересекающихся кривых с выпуклостью, направленной вниз. Так что «единственная» проблема в том, как получить ретроградную часть. Очевидно, что это не может быть простая функция  $T$ , которая трехзначна в некоторой области. Однако надо помнить, что функция  $s(e)$  однозначна даже в нестабильной области, хотя и имеет выпуклость, направленную вниз. Таким образом, наша задача сводится к построению одной функции  $s(e)$  с различным поведением при  $e \rightarrow 0$  и  $e \rightarrow \infty$  и гладким, но достаточно быстрым переходом в промежуточной области.

В большом числе случаев это может быть сделано без проблем, и просто невозможно обсудить все результирующие функции  $s(e)$ . Мы приведем здесь только один очень простой пример. Рассмотрим два уравнения состояния, отличающиеся числом состояний спиральности  $N$  для безмассовых частиц:

$$p_1 = (\hbar c)^{-3} \{ (N_+ \pi^2/90) T^4 - B \}; \quad (69)$$

$$p_2 (\hbar c)^{-3} (N_- \pi^2/90) T^4, \quad (70)$$

где, конечно,  $N_+ > N_-$  (здесь мы выписали явно  $\hbar$  и  $c$ ). Соответствующие функции  $s(e)$  есть

$$\left. \begin{aligned} s_\alpha &= (C_\alpha e - D_\alpha)^{3/4}; \\ C_1^4 &= N_+ (\pi^2/90) (256/27) (\hbar c)^{-4}; \quad C_2^4 = N_- (\pi^2/90) (256/27) (\hbar c)^{-4}; \\ D_1 &= (\hbar c)^{-3} C_1 B, \quad D_2 = 0. \end{aligned} \right\} \quad (71)$$

Введем новые константы:

$$\left. \begin{aligned} a &= (4/3) (4\pi^2 N_-/90)^{1/3} (\hbar c)^{-1}; \\ Q &= (4/3) (4\pi^2/90)^{1/3} (N_+^{1/3} - N_-^{1/3}) (\hbar c)^{-1}; \\ e_0 &= [N_+^{1/3}/(N_+^{1/3} - N_-^{1/3})] B^4 (\hbar c)^{-3}. \end{aligned} \right\} \quad (72)$$

Тогда функция энтропии

$$s = \{ae + f(x)Q(e - e_0)\}^{3/4} \quad (73)$$

с  $x \equiv e/e_0$  гладко интерполирует значения между двумя асимптотическими режимами, если  $f(x)$  является гладкой функцией, определенной так, что  $f(0) = 1$  и  $f(\infty) = 0$ . Для простоты допустим, что  $e_0$  есть только соответствующий энергетический масштаб; он регулирует как энергетический скачок, так и ширину переходной области. Далее, в качестве  $f(x)$  выберем гладкую и удобную функцию

$$f(x) = \exp \{- (1/x)\}. \quad (74)$$

Тогда

$$\left. \begin{aligned} s &= K \{x + q(x - 1) \exp(-1/x)\}^{3/4}, \\ q &= Q/a, \\ K &= (\pi^2/30)^{1/4} (4/3) [(N_+ N_-)^{1/4}/(N_+^{1/3} - N_-^{1/3})^{3/4}] (B^{1/4}/\hbar c)^3. \end{aligned} \right\} \quad (75)$$

Таким образом, мы получаем уравнение состояния  $p(T)$  в параметрической форме во всей области  $0 < T < \infty$ :

$$T = (4e_0/3K) \{x + q(x - 1) \exp(-1/x)\}^{1/4} \{1 + q(1 + 1/x - 1/x^2) \times \exp(-1/x) - 1\}; \quad (76)$$

$$p = (e/3) \{1 + q(1 - 7/x + 3/x^2) \exp(-1/x)\} \{1 + q(1 + 1/x - 1/x^2) \exp(-1/x) - 1\}. \quad (77)$$

Как показано выше, границы стабильной области есть точки, где  $\partial p/\partial e$  меняет знак. Из (77) находим, что значения  $x$  являются корнями уравнений

$$\left. \begin{aligned} (x; q) &= 0, \\ (x; q) &\equiv 1 + 2q(1 + 1/x - 7/x^2 + 2/x^3) \exp\{-1/x\} + \\ &+ q(1 + 2/x - 13/x^2 + 14x^3 - 3/x^4) \exp\{-2/x\}. \end{aligned} \right\} \quad (78)$$

Если величина  $q$  не очень мала ( $q > 0,5$ ), тогда корни существуют и действительно имеется нестабильность и петля в функции  $p(T)$ .

Следует еще раз подчеркнуть, что выбор  $f(x) = \exp\{-1/x\}$  был совершенно произволен, и мы не хотим рассматривать уравнение

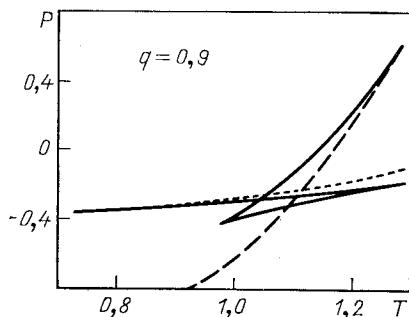


Рис. 4. Петлевая структура для «интерполяционного» уравнения состояния (73)–(77). Асимптотические уравнения состояния показаны точечными (низко температурная фаза) и пунктирующими (высокотемпературная фаза) линиями. Отметим, что асимптотические уравнения состояния достаточны для определения точки фазового равновесия с погрешностью около 5 %

состояния (76) даже как наиболее естественную интерполяцию. Однако это вполне легальное уравнение состояния с фазовым переходом первого рода, и мы можем использовать его для демонстрации способов интерполяции и исследования отклонений от асимптотических уравнений состояния. Поэтому мы сравниваем это уравнение состояния с асимптотическим на рис. 4.

В этом частном случае можно видеть, что низкотемпературное асимптотическое уравнение состояния является вполне хорошим приближением даже за точкой пересечения. Высокотемпературное

уравнение состояния не столь хорошо вблизи точки пересечения, однако вносит лишь 5% погрешности в вычисленное значение  $T_{\text{eq}}$ . Хотя этот качественный результат не может быть обобщен на все разнообразие интерполяций уравнений состояния, он указывает, что возможно вычислить равновесную температуру из асимптотических уравнений состояния, при этом процедура использования асимптотических уравнений состояния по обе стороны от точки равновесия не обязательно является некорректной.

К сказанному трудно что-либо добавить, поскольку нестабильная область практически неизвестна. С этого момента мы предполагаем, что предсказанные переходы являются фазовыми переходами первого рода с предсказанной температурой равновесия. На этом мы закончили общее обсуждение уравнения состояния и теперь перейдем к рассмотрению уравнения состояния космической материи от планковской температуры до лабораторной.

**Вблизи температуры Планка.** Характерной константой, определяющей три фундаментальные группы явлений — гравитационные, релятивистские и квантовые явления, является единый энергетический масштаб, называемый энергией Планка или температурой Планка

$$T_{\text{Pl}} = (\hbar c^5/G)^{1/2} = 1.22 \cdot 10^{19} \text{ ГэВ}. \quad (79)$$

При этой энергии должно существенно меняться поведение материи, но мы еще не знаем как, поскольку «окончательный» вариант Теории Великого Объединения, включающий как предельные случаи теорию общей относительности и квантовую теорию поля, еще не создан. Даже сейчас существует уверенность, что для  $T > T_{\text{Pl}}$  современные теории не могут быть справедливы. В частности, рассмотрим компактный покоящийся объект радиуса  $R$  и массы  $A$ .

В физически интерпретируемых случаях эти параметры заданы на «конической» области, ограниченной двумя предельными кривыми:  $a = MR = \hbar/c$ ,  $b = R/M = 2G/c^2$  (рис. 5). Налево от кривой  $a$  (меньшие значения  $R$  для данного  $M$ ) доминируют квантовые неопределенности, так что положение известно с точностью  $R$ ; налево от кривой  $b$  объект находится внутри черной дыры и, следовательно, не может быть наблюдаем. Две кривые пересекаются в точке

$$\begin{aligned} M &= M_{\text{Pl}} = T_{\text{Pl}}/c^2 \cong 10^{-5} \text{ г}, \\ R &= R_{\text{Pl}} = (\hbar G/c^3)^{1/2} \cong 10^{-33} \text{ см}. \end{aligned} \quad (80)$$

Таким образом, вне этой точки, характеризующей планковский возраст Вселенной, отсутствуют интерпретируемые состояния. Соответствующая плотность равна  $10^{93} \text{ г}/\text{см}^3$ .

Другими словами, мы можем объяснить Вселенную лишь начиная с  $T \cong T_{\text{Pl}}$ . Мы должны знать уравнение состояния, но  $p(T)$  не может быть правильно рассчитано на границе справедливости всех современных теорий. Итак, уравнение состояния  $p(T)$  неизвестно вблизи температуры  $T_{\text{Pl}}$ .

Однако тот факт, что состояния не являются интерпретируемыми в рамках современных теорий, еще не означает, что такие состояния не существуют. Если они все же существуют, то поведение материи может быть еще описано с помощью уравнения состояния, хотя мы и не можем его явно вычислить. (В качестве аналогии отметим, что

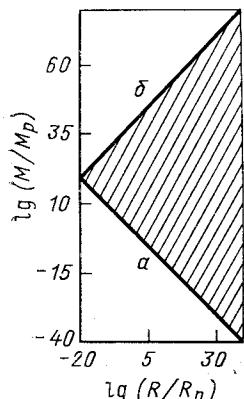


Рис. 5. Космологическая область в дважды логарифмическом представлении масса (в единицах протонной массы) — масштабный фактор (в единицах комптоновской длины волны протона). Внутренняя коническая область (заштрихована) содержит физические состояния. Нижнее ограничение следует из квантовой неопределенности локализации, а верхнее — из окончательной доминантности гравитации (черная дыра)

излучение Хокинга обладает четкими термодинамическими свойствами, хотя справедливость конфликтующих общей теории относительности и квантовой теории поля весьма сомнительна в таких ситуациях.) При этом глобальное поведение материи может быть различным. Мы укажем пять наиболее вероятных режимов:

1. Простая экстраполяция: фазовый переход отсутствует при температуре  $T_{\text{Pl}}$  или выше этого значения, а уравнение состояния является везде гладкой функцией без каких-либо усложнений.

2. Соответствующий масштаб фазового перехода  $T_0 \cong T_{\text{Pl}}$ , т. е. стабильность  $p(T)$  нарушается при  $T \cong T_{\text{Pl}}$ , но позднее восстанавливается снова.

3. Стабильность материи нарушается при  $T_{\text{Pl}}$ , но уже не восстанавливается.

4. Единая температура  $T_{\text{Pl}}$  является предельной температурой материи в силу (пока еще неизвестных) фундаментальных физических законов.

5. Единая плотность энергий  $e_{\text{Pl}} = T_{\text{Pl}}/R_{\text{Pl}}^3$  является предельной плотностью материи в силу (пока еще неизвестных) фундаментальных физических законов.

Теперь качественно обсудим все эти возможности. В первом случае давление  $p = (N_\infty \pi^2 / 90 \hbar^3 c^3) T^4$  для  $T > T_{\text{Pl}}$ , где  $N_\infty$  — число состояний спиральности для всех существующих частиц. Это означает, что для очень ранних моментов времени теория относительности должна приводить к зависимости  $R(t) \propto \sqrt{t}$ , и это действительно оказалось так, если взять времена порядка  $t_{\text{Pl}}$  при  $R = R_{\text{Pl}}$ . Однако существует сильный аргумент против этого предположения.

А именно, уравнение состояния не содержит константы  $G$ , хотя при  $e = e_{\text{Pl}}$  эффекты самогравитации так же сильны, как любые другие. Размерный анализ дает

$$p(T) = (c^7/G^2\hbar) f(x \equiv \sqrt{G}/\hbar c^5 T), \quad (81)$$

где  $f$  — безразмерная функция безразмерного аргумента. Для  $f(x) \cong x^4$  зависимость от  $G$  выпадает, но в остальных случаях это не так. Использование различных форм функции  $f$  может привести к режимам 2) — 5).

Во втором случае  $f(x)$  имеет петлевую структуру с точкой самопресечения  $x_0 \cong 1$ , где  $f(x_0) \cong 1$ . Для нижней ветви  $f(x) \cong x^4$ ; верхняя ветвь неизвестна. Имеются некоторые соображения относительно по крайней мере первой поворотной точки петли: вычисления в теории суперструн [42] указывают на резкие изменения в возбуждении суперструн при  $T \cong T_{\text{Pl}}$  и появление отрицательной удельной теплопроводности, что и свидетельствует о появлении нестабильности  $\partial^2 p/\partial T^2 < 0$ . Однако, поскольку расчет верхней ветви ненадежен, мы не можем сделать выбор между этим случаем и другими.

Делаются также предположения, что размерность пространства-времени выше, чем четыре. (Для теории суперструн тоже необходимы дополнительные размерности.) Если более высокие размерности существуют, то их протяженность должна быть мала, чтобы исключить возможность их наблюдения, т. е. они должны быть компактны. Можно подобрать такие модели. Однако необходимо что-то сказать и о протяженности дополнительных размерностей. Очевидно, что никакие дополнительные размерности не могут быть сравнимы по протяженности с обычным трехмерным пространством; они могут быть постоянного размера или даже сжаты. Во всяком случае, единственным выделенным масштабом является планковская длина. Таким образом, можно представить себе, что пространство изотропно выше энергии Планка (ниже планковской длины) и эта изотропия нарушается при планковской энергии. Это нарушение симметрии может имитировать фазовый переход [44].

В третьем случае значение  $T \cong T_{\text{Pl}}$  устанавливает границу стабильности: выше ее все состояния нестабильны. Невозможен никакой выход из нестабильной области скачком в соответствии с максвелловской конструкцией. Аналогичный случай был отмечен в работе [35] как наступление режима «микроскопического коллапса» с увеличением плотности материи. Это происходит, если  $f(x \Rightarrow \infty) = x^\gamma$  при  $\gamma < 2$ ; в этом случае термодинамическое расстояние (см. [45, 46]) между любой парой состояний с температурой выше  $T_{\text{Pl}}$  уменьшается, т. е. наряду с большими квантовыми флуктуациями имеются сильные тепловые флуктуации также и при  $T > T_{\text{Pl}}$ , и первое полностью определенное состояние появляется при температуре  $T_{\text{Pl}}$ . Закон первичного расширения (а следовательно, и возраст этой эпохи) был бы непредсказуем.

В четвертом случае для  $e > (N\pi^2/30) T^4$  находим

$$s = e/T_{P1} + \sigma_r(e), \quad (82)$$

где  $\sigma_r/e \Rightarrow 0$  и, таким образом,  $\sigma_r$  может быть плотностью радиационной энтропии (71). Действительно, тогда  $(\partial s/\partial e)^1 \equiv T \Rightarrow T_{P1}$ . Поскольку аддитивный член в (82) не определен в рамках чисто термодинамических измерений [ср. уравнение (45)], такие вклады нельзя наблюдать вне космологического контекста [33]. Следовательно, случай 4) не может быть исключен на основе современного опыта. Если реализуется этот режим, то при температурах выше  $T_{P1}$  общая теория относительности дает  $R(t) \cong t^{2/3}$  в соответствии с современным состоянием Вселенной, тогда снова справедливо соотношение  $t(R_{P1} \cong t_{P1})$ . В работе [52] утверждается, что в системе не существует предельной температуры. Однако не ясно, не является ли это заключение следствием сделанных приближений, поэтому мы не можем прийти к окончательному выводу относительно состояний с  $T > > T_{P1}$ , хотя формально это было бы возможно, поскольку теория суперструн является кандидатом на объединение всех фундаментальных теорий.

В пятом случае имеем  $s(e_{P1}) = 0$ , поскольку система при максимальной энергии имеет только одно микросостояние (так же как и в основном состоянии). Следовательно, энтропия  $s(e)$  должна обладать максимумом при  $e_0 \cong e_{P1}/2$  с  $T \Rightarrow \infty$ , вне которого температура отрицательна (с бесконечным скачком) и давление тоже стремится к отрицательному значению. Таким способом может быть приготовлена предпланковская инфляция, но состояния с отрицательной температурой переполняются с ростом энергии, порождая тенденции развития нестабильности.

Итак, мы рассмотрели основные режимы поведения  $p(T)$  при температурах вблизи и выше  $T_{P1}$  и увидели, что в соответствии с современными представлениями это поведение может быть совершенно различным. Поскольку решающие аргументы отсутствуют, перейдем к области температур ниже  $T_{P1}$  и проследим поведение системы с уменьшением  $T$ .

Сразу ниже значения  $T_{P1}$  существуют два различных качественных эффекта, которые могут проявиться как фазовые переходы. Первый эффект есть изменение осцилляторных мод суперструн. Показано [42], что удельная теплоемкость газа гетеротических суперструн для осцилляторных мод становится отрицательной при энергии Планка и выше. Заметим, что эта ситуация подобна появлению нестабильности в третьем случае, обсужденном выше; суперструнная компонента сама по себе проявляется в состоянии с отрицательной удельной теплоемкостью, и возможное равновесие устанавливается только в малом объеме.

Второй эффект связан с Теорией Большого Объединения.

**Большое Объединение.** С переходом к температурам ниже планковской первый энергетический масштаб, при котором спонтанное

нарушение симметрии имеет приемлемую вероятность, есть масштаб Великого Объединения, когда силы электрослабых и сильных (КХД) взаимодействий сравниваются. Его порядок равен  $10^{15}$  ГэВ. Схема перехода содержит высшие простые группы, включая  $SO(3) \times SO(2) \times U(1)$ -симметрию Стандартной модели физики частиц. Первая такая группа  $SO(5)$ . Нарушение высокотемпературной симметрии требует механизма Хиггса; таким образом, мы возвращаемся к формализму, изложенному в разделе о спонтанном нарушении симметрии. В минимальной модели число хиггсовских полей, векторных бозонов и семейств фермионов предопределены низкоэнергетической физикой, поэтому параметры уравнения состояния известны (за исключением некоторых параметров потенциала Хиггса). В этом случае имеем

$$\left. \begin{aligned} N_+ &= 142 - (25/16\pi^2)(7\lambda_1 + \lambda_2), \quad N_- = 113; \\ B &= -(5/16)(\mu^4/\Lambda^3)(\varepsilon^2 + (\varepsilon^2 + 4\Lambda))^{1/2} [\varepsilon^2 + \varepsilon(\varepsilon^2 + 4\Lambda^2 + 6\Lambda)^{1/2}]; \\ \Lambda &= 30\lambda_1 + 7\lambda_2 \end{aligned} \right\} \quad (83)$$

(для упрощения обозначений мы снова вернулись к единицам  $\hbar = c = 1$ ). Строго говоря, мы должны были бы ввести  $B_+$  и  $B_-$  соответственно для двух фаз, поскольку позже, при меньших энергиях, можно ожидать последующие процессы спонтанного нарушения симметрии, в силу чего вакуум более низкой фазы ТВО совершенно необязательно является современным физическим вакуумом, окружающим нас при  $p = 0$ . Однако даже если это и так, то  $B_+ \gg B_-$ , поэтому мы игнорируем последнюю фазу. Вычисляя  $p$  в однопетлевом приближении, мы получаем также  $T^2$ -член, но его коэффициент  $-5\mu^2/24$  [39] действительно невелик по сравнению с членами, пропорциональными  $T^4$  и  $T^0$ .

Уравнение состояния еще содержит свободные параметры, среди которых  $\varepsilon$  и  $\lambda_{1,2}$  — произвольные числа, а  $\mu$  определяет энергетический масштаб, на котором происходит нарушение симметрии Великого Объединения. Характерная энергия теории может быть вычислена (в принципе) из пизкоэнергетической физики. В частности, группа симметрии является простой, поэтому при  $E \cong \mu$  имеется только одна независимая константа связи  $\alpha \cong 1/45$ , из которой могут быть определены три пизкоэнергетические константы связи, т. е.  $g_n = f_n(E/\mu)$ , где функции  $f_n$  находятся из теории. Предполагая  $SU(5)$ -симметрию [т. е. одну точку пересечения для трех функций  $g_n(E)$ ] из условия наилучшего фита, получаем для характерной энергии значение  $4 \cdot 10^{14}$  ГэВ [47]. К сожалению, эта оценка представляется сильно заниженной, поскольку нет четко зарегистрированных событий протонного распада [47]. Последний факт означает, что масштаб  $\mu > 10^{15}$  ГэВ. Здесь для оценок мы примем, что  $\mu$  есть несколько единиц, умноженные на  $10^{15}$  ГэВ. Числовые константы известны очень плохо; отметим только, что  $\varepsilon = 0$  приводит к фазовому переходу второго рода, если рассматривается только хиггсовский сектор.

Хотя мы и не будем обсуждать возможные источники противоречия между энергетическим масштабом угла Вайнберга и распадом протона, следует отметить, что появляются действительно два энергетических масштаба, если симметрия группы не является минимальной. Для группы  $SO(10)$  три константы связи пересекаются при двух энергиях, грубо при  $10^{12}$  и  $10^{17}$  ГэВ [49]. В этом случае мы имеем три функции давления типа (69), (70): одна выше  $10^{17}$  ГэВ, другая — между  $10^{12}$  и  $10^{17}$  ГэВ и третья — для энергии ниже  $10^{12}$  ГэВ.

**Суперсимметрии.** Спускаясь вниз по энергии, мы должны допустить, что нет никакой существенной физической информации в интервале от  $10^{15}$  до  $10^2$  ГэВ, и даже более того, минимальная ТВО предполагает, что здесь ничего важного не происходит, т. е. это есть область пустыни. Однако имеются подозрения, что нарушение симметрии здесь возможно.

Суперсимметрия требует, чтобы лагранжиан теории был симметричен относительно преобразования, образующего бозоны из фермионов, и наоборот [50]. Такая симметрия может иметь некоторые преимущества с теоретической точки зрения, но не наблюдалась в природе, поскольку это означало бы существование фермион-бозонных пар (суперсимметричных партнеров) с равными массами (с точностью до кинематического фактора порядка единицы). Однако таких пар пока не найдено.

Тривиальное решение состоит в том, что эта симметрия вообще не существует. Тем не менее с той же вероятностью можно утверждать, что симметрия спонтанно нарушена, но соответствующая энергетическая шкала недоступна для наблюдений. Во втором случае мы вновь приходим к двухфазовой системе с уравнением состояния типа (69), (70). К сожалению, из-за отсутствия наблюдений числовых параметров потенциала совершенно неизвестно, но  $N_{\pm}$  может быть еще грубо оценено из симметрийных соображений, а параметр  $B$  извлечен из оценки ограничений по энергетической шкале. Здесь мы рассмотрим только последнее.

Предполагается, что существует гравитино  $g$ . Если нарушение суперсимметрии происходит на масштабах  $\mu$ , то

$$m_g \cong \beta \mu^2 / M_{Pl}, \quad (84)$$

где  $\beta$  — числовая константа порядка единицы [51]. Теперь мы имеем оценку сверху для плотности скрытой массы Вселенной

$$\rho_{\text{скрыт}} / \rho_{\text{набл}} \leqslant 30. \quad (85)$$

Можно поступить по-другому, как при аргументации массы нейтрино [52]. Плотность массы гравитино ненаблюдаема, если:

а) гравитино достаточно легкое,

$$m_g < N_{\text{tot}} \cdot 100 \text{ эВ}, \quad (86)$$

где  $N_{\text{tot}}$  — число степеней свободы частицы; соотношение не выполняется, если гравитино недостаточно легкое;

б) гравитино настолько массивно, что распадается до нуклеосинтеза. Из теории [53] можно получить ограничение снизу на время жизни

$$\tau \geqslant M_{\text{Pl}}/m_g^3, \quad (87\text{a})$$

и тогда гравитино распадается ранее 1 с, если

$$m_g > 10^4 \text{ ГэВ}. \quad (87\text{b})$$

Принимая эти оценки, приходим к заключению, что суперсимметрия может существовать и не проявляться в современных космологических наблюдениях, если

$$\mu < 10^7 \text{ ГэВ} \text{ (случай а) с } N_{\text{tot}} = 100 \text{ или}$$

$$\mu < 10^{11} \text{ ГэВ}. \quad (87\text{в})$$

Итак, мы еще не можем решить, выполняется условие  $\mu_{\text{GUT}} > \mu_{\text{susy}}$  или нет. В первом случае мы неточно оценили числа  $N_{\pm}$  в схеме Большого Объединения, поскольку в нарушенной фазе ТВО число легких частиц уже выше, чем в минимальной модели. (Точные числа должны были бы зависеть от неизвестной группы СУСИ и поэтому не обсуждаются здесь; грубо можно ожидать удвоения оцененных чисел.) Во втором случае необходимо, чтобы  $\mu$  попало в узкий интервал между  $\mu_{\text{GUT}}$  и  $M_{\text{Pl}}$ . Поскольку информация об этом практических отсутствует, мы ограничиваемся лишь замечанием, что физики, работающие в области элементарных частиц, иногда полагают  $\mu_{\text{susy}} = 10^{10}$  ГэВ [54] (тогда гравитино было бы легче любого скалярного бозона, включая хиггсовскую частицу электрослабого взаимодействия). Это значение определенно противоречит приведенным выше ограничениям, и тем не менее оно не является невозможным, как мы увидим это в следующем разделе из обсуждения сценариев фазового перехода.

**Теория Глэшоу — Вайнберга — Салама.** Характерный энергетический масштаб для теории Глэшоу — Вайнберга — Салама составляет 100 ГэВ. Это как раз масса покоя промежуточных векторных бозонов. Таким образом,  $SU(2) \times U(1)$ -часть нарушения симметрии может рассматриваться независимо от  $SU(3)$ -части. ( $X$  и  $Y$  — бозоны, управляемые кварк-лентонными переходами, существуют только виртуально во времена много короче характерных времен как для сильного, так и для электрослабого взаимодействий.) Имеется небольшой шанс, что этот характерный масштаб окажется близким к суперсимметричному, но в этом случае необходимо обнаружить суперсимметричных партнеров существующих частиц уже на следующем поколении ускорителей, что довольно маловероятно. Мы будем предполагать, что эти два масштаба вполне разделены. Тогда соответствующая часть лагранжиана содержит один хиггсовский по-

тенциал с  $\mu_{EW} \cong 100 \div 1000$  ГэВ, один триплет ( $W$ ) и один синглет ( $Z$ ) векторных бозонов [55]. Обычно для хиггсовского потенциала предполагается, что  $\epsilon = 0$ ; значения  $\lambda_{1,2}$  могли быть взяты из эксперимента, если бы хиггс-бозон был наблюден. В симметричной фазе среднее значение хиггсовского поля стремится к нулю, следовательно, все векторные бозоны безмассовы. В асимметричной фазе некоторые векторные бозоны получают массу, пропорциональную  $\langle\Phi\rangle$ ; согласно опыту физики низких энергий, одна комбинация из синглета и нейтрального члена триплета должна быть безмассовой и образовать фотон. Из эксперимента известны  $W_\pm$ -бозоны (с массой 88 ГэВ) и комбинация пейтранальных бозонов, обычно называемых  $Z$ -бозонами (масса 95 ГэВ) [56].

Без информации о параметрах  $\lambda_{1,2}$  мы не узнаем равновесную температуру перехода. Однако нам известно, что низкотемпературное уравнение состояния имеет только одну степень свободы, отвечающую безмассовому векторному бозону, фотону ( $\gamma$ ), тогда как при высокой температуре имеется четыре степени свободы. Несмотря на то что  $\epsilon = 0$ , имеется скачок в уравнении состояния, так что возможен фазовый переход первого рода, описываемый уравнением состояния в виде (69), (70), где

$$N_+ \cong N_- + 4, \quad B^{1/4} \cong 100 \text{ ГэВ}. \quad (88)$$

Здесь число состояния  $N_+$  грубо равно  $N_-$  ТВО (гипотеза пустыни). По сравнению с предыдущими примерами этот скачок в уравнении состояния невелик, поэтому в лучшем случае фазовый переход будет слабым переходом первого рода.

**Уравнение состояния КХД.** В то время как при высоких температурах в уравнении состояния доминирует скалярное поле эффективного потенциала, при низких температурах (скажем, ниже 1 ГэВ) космическое вещество состоит из сильно взаимодействующей материи и фона излучения. В качестве фона рассматриваются фотоны, нейтрино и массивные лептоны. Кварки могут быть упорядочены в мультиплеты по аромату ( $u, d$ ), ( $c, s$ ), ( $t, b$ ), где проблема существования более тяжелых семейств еще остается открытой. Кварки появляются как фундаментальное представление цветовой  $SU(3)^{\text{цвет}}$ -группы с тремя цветовыми степенями свободы (в дополнение к двум спиновым степеням свободы и зарядовому сопряжению), тогда как глюоны описываются присоединенным представлением группы  $SU(3)^{\text{цвет}}$  для восьми степеней свободы (и еще два состояния спиральности, поскольку глюоны являются безмассовыми векторными бозонами).

КХД есть фундаментальная теория взаимодействующих кварков и глюонов. КХД базируется на лагранжиане с простой структурой неабелевой калибровочной теории. Кроме масс кварков в КХД-лагранжиане не входят никакие другие характерные физические масштабы; в этом смысле теория является низкоэнергетической.

Замечательным свойством КХД является асимптотическая свобода, т. е. в низшем порядке теории возмущения эффективная кон-

станта связи ведет себя как

$$g_s^2 = 16\pi^2 / \{(11 - 2N_F/3) \lg (M/\Lambda)^2\}, \quad (89)$$

где  $N_F$  означает число ароматов;  $M$  характеризует энергию рассматриваемой системы и  $\Lambda \approx 100$  ГэВ — перепортировочная константа ( $\Lambda$  непосредственно не входит в лагранжиан КХД и должна быть взята из экспериментальных данных). В случае горячей зарядово-симметричной среды имеем  $M \approx 4$  Г. Поэтому при высоких температурах КХД-взаимодействие становится слабым. Это свойство приводит при высоких температурах к популярной картине слабо-взаимодействующего газа кварков и глюонов. В этом режиме КХД-уравнения состояния были рассчитаны пертурбативно в низшем порядке по  $g_s \ll 1$  [57]. Современные расчеты на решетке [58] показывают, однако, более сложную картину: адроноподобные моды и солитоны выживают вплоть до высоких температур.

При низких температурах и плотностях кварки и глюоны, как известно, связаны в адроны. В промежуточной области, где происходит фазовый переход конфайнмента, справедливость пертурбативного подхода должна нарушаться. Несмотря на многочисленные усилия, очень мало известно о природе перехода конфайнмента (см. [57, 59] и приведенные там ссылки). Большинство современных решеточных расчетов указывает на очень резкий рост плотности энергии и плотности энтропии вблизи температуры конфайнмента,  $T_c \approx 200$  МэВ, но порядок фазового перехода является еще предметом обсуждения \*.

В такой ситуации вполне естественно, что было развито большое число феноменологических моделей, чтобы описать основные черты фазового перехода конфайнмента. Наиболее популярной и простейшей параметризацией является модель кваркового мешка. Она предполагает, что при высоких температурах имеется плазма певзаимодействующих безмассовых  $u$ - и  $d$ -кварков и глюонов, уравнение состояния которых напоминает форму (66):

$$p = \frac{37}{90} \pi^2 T^4 - B, \quad e = 3(p + 4B), \quad (90)$$

где константа мешка  $B$  параметризует различие между точным и пертурбативным вакуумом. При  $T < T_c$  используют феноменологическое адронное уравнение состояния. Среди них можно отметить газ Хагедорна [60] или Шуряка [61], модель среднего поля [62] и модель исключенного объема [63]\*\*, модели взаимодействующих пионов и нуклонов, а также других адронов. Чрезвычайно упрощенное описание трактует зарядово-симметричную матернию как пионный газ:

$$p = -3T (2\pi)^{-3} \int d^3k \lg \{1 - \exp [-E(k)/T]\}. \quad (91)$$

\* Самые последние результаты вычислений на решетке показывают, что выполненные ранее расчеты с малым шагом решетки могут оказаться ошибочными.

\*\* Последняя не согласуется с термодинамикой.

Переход к конфайнменту строится с помощью условий Гиббса для равновесного состояния. Для невзаимодействующих пionов  $E = \sqrt{m_\pi^2 + k^2}^{1/2}$ , и в ультрарелятивистском приближении,  $T \gg m_\pi$ , получаем

$$T_{\text{eq}} = (90/34\pi^2)^{1/4} B^{1/4}, \quad (92)$$

где  $p = \pi^2 T^4 / 30$  и константа  $B$  может быть взята из (в настоящее время не очень надежных) расчетов на решетке. Имея это уравнение, можно попытаться нарисовать сценарий фазового перехода конфайнмента (см. разд. 4).

Существует предположение, что при конфайнменте происходят два (сильно коррелированных) явления. С понижением температуры (i) почти безмассовые токовые  $u$ - и  $d$ -кварки становятся массивными из-за нарушения киральной симметрии и (ii) массивные конституентные кварки начинают переходить в адроны. Эти преобразования очень близки и, возможно, даже совпадают. Недавно «стринг-флип»-модель была применена к описанию процесса адронизации [67]. В этой модели предполагается, что массивные конституентные кварки взаимодействуют через цветонасыщенные силы ( $\equiv$  струны). В плотной среде силы экранируются и наступает деконфайнмент по аналогии с переходом Мотта.

Наконец, упомянем модели, навеянные феноменологией КХД: модель нетопологического мяпка [68] и солитонная (скирмионная) модель, базирующаяся на модели Намбу — Иона — Лассинио, а также гибридные модели. Как и стринг-флип-модель, эти модели ставят своей целью описать переход в состояние конфайнмента, одинаково обоснованно рассматривая обе фазы. Из-за отсутствия надежно обоснованного уравнения состояния для сильно взаимодействующей материи мы отложим детальное описание некоторых ad hoc параметризаций до обсуждения в разд. 4 концентрации барионов и динамики аромата.

**Смеси материи и antimатерии.** Обычно предполагается, что основное состояние системы из частиц и античастиц относится к случаю  $n_+ - n_- \equiv n = 0$ , т. е. зарядово-симметрично. Однако это не обязательно должно быть так. Кривая плотности свободной энергии  $f(n, T)$  может иметь боковые минимумы (симметричные, если  $CP$ -симметрия сохраняется), и если так, то основное состояние будет спонтанно разделено на области с  $n < 0$  и  $n > 0$ . В этом случае ситуация аналогична спонтанному нарушению симметрии за счет хиггсовского механизма, рассмотренного выше, и функция свободной энергии будет качественно подобна той, которую мы получили ранее из потенциала Хиггса.

Существование боковых минимумов в потенциальной кривой требует достаточно сильного притяжения в каналах частица — частица или античастица — античастица с подобным отталкиванием между частицей и античастицей. Указаний на существование такого взаимодействия нет, однако возможно, что эта гипотеза работает

в энергетической области, недоступной сегодня для экспериментального исследования. Такая гипотеза была выдвинута Омнесом [69] для объяснения преобладания материи над излучением в нашем космическом окружении.

**Двухфазовая ядерная материя.** В ядерной физике хорошо известно, что ядерная материя способна образовать двухфазовое равновесное состояние. Поскольку материя расширяющейся Вселенной в ходе эволюции проходит через состояния с ядерными значениями плотности и энергии, необходимо рассмотреть двухфазовые ядерные уравнения состояния. Предложено довольно много различных ядерных уравнений состояния, содержащих фазовый переход, из которых мы отметим только четыре.

a) « $\sigma$ -Конденсат». Суть эффекта состоит в том, что в нормальной ядерной материи имеется баланс между отталкиванием и притяжением. В некоторых моделях оба типа взаимодействия переносятся мезонами, называемыми  $\sigma$ - и  $\omega$ -мезонами, из которых первый является скалярной, а второй — векторной частицей [70]. Таким образом, нуклон-антинуклонные пары обладают чистым притяжением, но не отталкиванием. Если плотность материи достаточно высока, то эффективная энергия пары уменьшается из-за дополнительного притяжения пар из окружающих частиц. При этом материя может существовать в двух равновесных состояниях: в обычном, с умеренным числом пар, и в другом, с большим числом пар и  $\sigma$ -мезонов [71]. Модельные расчеты не очень надежны для таких экзотических состояний, но оценки по порядку величины показывают, что явление может происходить при  $n \cong 10n_0$  ( $n_0 \cong 0,15 \text{ fm}^{-3}$  — ядерная плотность насыщения) и  $T \cong 100 \text{ MeV}$  [71].

b) « $\pi$ -Конденсат». Грубо говоря, это та же самая возможность. Здесь притягивающее  $p$ -волновое взаимодействие нуклонов и пионов может привести к коллективному возбуждению с квантовыми числами пиона. Выше значения  $T \cong 40 \text{ MeV}$  этот конденсат разрушается, а критическая плотность составляет примерно  $3 n_0$ .

c) «Переход жидкость — газ». Теория предсказывает возможность равновесия фаз для разреженной ядерной материи, если температура ниже  $10 \text{ MeV}$  и плотность около  $0,5 n_0$  [72]. В этом случае мы имеем уравнение состояния ван-дер-ваальсовского типа.

g) «Формирование нейтронных капель». Вычисления для материи нейтронных звезд приводят к фазовому равновесию при очень низких температурах и плотностях порядка  $\rho \cong 10^{10} \text{ g/cm}^3$  [35]. Ниже этой плотности материя состоит из взаимодействующих ядер, содержащих экзотическое число протонов и экстремально большой излишек нейтронов. Выше критической плотности появляется также чисто нейтронная компонента. Необходимо отметить, что пульсаросинтез при  $T \cong 1 \text{ MeV}$  не является фазовым переходом, а есть последовательность (неравновесных) «химических» процессов (т. е. преобразований).

**Смесь плазма — газ.** При температуре  $T \cong 10^3$  К первичная плазма нуклонов, ядер и электронов начинает формировать нейтральные атомы. Этот переход приводит к изменению уравнения состояния. Однако, как показывают эксперименты по атомной диссоциации, это происходит непрерывно в широкой области температур, хотя при этом меняются равновесные отношения плазменного и нейтрального состояния материи. Таким образом, этот процесс не является фазовым переходом, хотя может имитировать его свойства.

Ниже этой температуры мы приходим к физике, уже знакомой по лабораторным экспериментам.

#### 4. СЦЕНАРИИ ФАЗОВЫХ ПЕРЕХОДОВ

**Вниз от температуры Планка.** Начнем с температур в области  $T_{\text{Pl}}$ . Это достаточно естественное «начальное» условие. Однако что нужно выбрать в качестве величины  $R$ , которая согласно нашей конвенции (см. разд. 1) есть радиус кривизны трехмерного пространства? До тех пор, пока  $k = 0$ , величина  $R$  должна быть скаляром; для  $k = +1$  величина  $2R$  есть полная окружность замкнутой Вселенной. Наиболее естественным начальным условием было бы  $R \cong R_{\text{Pl}}$ , и тогда масса внутри этого радиуса имела бы порядок  $M_{\text{Pl}}$ . Однако, если  $e \propto T^4$ , то динамические уравнения типа (23а) с включенным членом кривизны  $k$ , будучи применены к описанию обратного во времени развития, начиная с современного состояния Вселенной, дают для радиуса  $R(T)_{\text{Pl}} \geqslant 10^{-3}$  см, что по крайней мере на 30 порядков больше длины Планка. Этот факт сам по себе представляет серьезную проблему (в другом контексте известную как проблема плоскостности), однако сейчас мы еще не подготовлены к ее обсуждению. Мы вернемся к этому вопросу позже, а пока перейдем к более низким температурам.

Первый фазовый переход может быть связан с суперструнами: когда объем системы больше критического, вклад струн в удельную энергию доминирует и, будучи отрицательным, не позволяет установить равновесие с излучением. Результаты наблюдений свидетельствуют о том, что в ходе эволюции Вселенной массивные моды стремятся к нулю при фазовом переходе (первого рода?), когда объем достигает критического значения. (Так, в данном случае частицы, имевшие первоначально массу порядка планковской, становятся безмассовыми; современные массы частиц не имеют, конечно, никакой связи с примодальными массами и относятся к совершенно другой характерной энергии.) Затем система переходит к новой осцилляторной картине поведения. Из-за отсутствия информации мы не можем проследить далее этот сценарий, детали модельных расчетов изложены в работе [42].

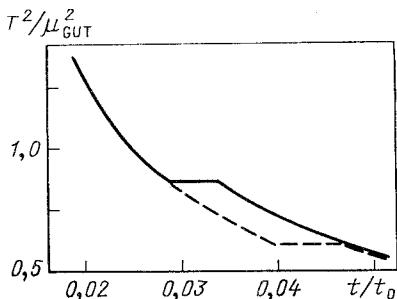
Выполнены также вычисления нарушения мультиразмерной изотропии при расширении системы [42]. Как отмечалось выше, это не есть фазовый переход в строгом термодинамическом смысле, и

сценарий сильно зависит от выбранной модели. Поэтому мы только упомянем это явление и продолжим рассмотрение при более низких температурах.

**Предсказанный ТВО фазовый переход, инфляция.** По-видимому, не ожидается никаких фазовых переходов между  $T = \mu_{\text{Pl}}$  и  $T \approx \mu_{\text{GUT}} \approx 10^{15}$  ГэВ, за исключением случая, когда суперсимметрия существует и  $\mu_{\text{susy}} > \mu_{\text{GUT}}$ . Поэтому мы начнем с ТВО-перехода и в иллюстративных целях допустим, что группой симметрии

Рис. 6. Характерный пример охлаждения Вселенной через (ТВО) фазовый переход первого рода (время в единицах  $t_0 = M_{\text{Pl}}/\mu_{\text{GUT}}^2$ ). Использованы асимптотические уравнения состояния (69)–(71), соотношения (83) и значения параметров  $\varepsilon = 0,5$ ,  $\lambda_{1,2} = 1/9$  (остальные детали приведены в [39]):

сплошная линия — переход в истинный вакуум; пунктир — переход в ложный вакуум (с более высоким положением минимума)



ТВО является минимальная  $SU(5)$ . Если дополнительно еще выбрать указанное выше необычное начальное условие для  $R$ , то член с кривизной препенебрежимо мал как до, так и в течение фазового перехода.

**Монополи.** При температуре порядка  $\mu_{\text{GUT}}$  давления симметричной и асимметричной фаз [см. уравнения (69), (70)] сравниваются. При этой температуре две фазы могут сосуществовать и, если Вселенная расширяется достаточно медленно по сравнению со скоростью фазового перехода, переход происходит в равновесии, т. е. без увеличения энтропии. В таком случае, используя приведенное выше уравнение состояния, можно проинтегрировать аналитическую функцию  $R$  по всему времени расширения [39]; характерный случай представлен на рис. 6. Температура остается постоянной во время перехода и затем начинает снова спадать.

Ситуация выглядит так, как если бы закон расширения для стандартной модели снова обрел силу после короткого прерывания. Однако остаются некоторые побочные продукты перехода. В частности, при температуре  $T$  корреляционная длина в системе равна  $\hbar c/T$  (что следует как из теории поля [73], так и из термодинамической феноменологии [74]; константа Больцмана положена здесь равной единице, но восстановлены размерные константы  $\hbar$  и  $c$ ). Поэтому нуклеация асимметричной фазы начинается некоррелированным образом из центров, отстоящих друг от друга на расстояние  $\hbar c/T$ . Поскольку минимальное значение хиггсовского поля неоднозначно, то при наличии свободной фазы и смещения граничных поверхностей для доменов новой фазы ожидается, что конфигурация поля будет очень сложная. В некоторых случаях она выглядит как

доменные стенки и струны, но могут также появиться и топологические узлы. Простейшей такой конфигурацией является область, ограниченная углками, вытянутыми в радиальном направлении поля. Она имеет такое же глобальное поведение, как решение для магнитного монополя, поэтому разумно предположить, что и объект будет эволюционировать к такому же решению.

Магнитный монополь имеет массу порядка  $\mu_{\text{GUT}}/\alpha$  ( $\alpha = 1/45$  есть единая константа связи ТВО) и стабилен, поскольку дальнодействующее поле не может потерять радиальную структуру из-за непрерывных локальных возмущений. Таким образом, сохраняющееся число монополей присутствует и после перехода. Это число может быть только грубо оценено, но сейчас и этого достаточно. Во-первых, из корреляционной длины имеем  $n_m \approx (T/\hbar c)^3 \approx s$ . Оценка численного коэффициента дает  $n_m/s \ll 1$ , но, вероятно, не очень отличается от  $10^{-6}$  [73]. Абсолютное ограничение снизу может быть получено из рассмотрения причинности, принимая во внимание корреляции на горизонте, тогда для этого отношения имеем  $10^{-12}$ . Поскольку в сегодняшней Вселенной отношение плотности протонов к плотности фотонов (которое с точностью до численного фактора порядка единицы есть плотность энтропии фотонов)  $n_p/s \approx \approx 10^{-8}$ , то мы должны были бы тогда получить  $n_m/n_p = 1$ , что означало бы превышение отношения масс для скрытой и наблюдаемой материи в  $10^{15}$  раз, что полностью исключено рассмотрением характерных масштабов космологических времен [75].

Однако имеется процесс, уменьшающий число монополей: аннигиляция противоположно ориентированных радиальных структур. Вне нарушающего симметрию фазового перехода скорость аннигиляции может быть легко оценена. Оценка показывает, что аннигиляция становится неэффективной ниже  $n_m/s = 10^{-8}$  [76], хотя равновесное отношение  $n_m/s$ , содержащее фактор  $\exp\{-m_m/T\}$  [20, 77], еще много меньше. Действительно, этот фактор мог бы быть достаточным, чтобы продвинуться ниже предела наблюдения [78].

Однако цитированные выше вычисления [20, 77] не справедливы для переходов первого рода. Тёрнер [79] предположил, что после сильного фазового перехода первого рода  $n_m = 0$ . Поэтому необходимо проследить рождение монопольных пар и их аннигиляцию в течение всего перехода. Это было сделано в рамках модели, предложенной в [39]. Оказалось, что в симметричной фазе монополи отсутствуют, тогда как в асимметричной фазе для оценки процессов рождения и аннигиляции можно воспользоваться уравнением [80]:

$$\dot{n}_m + 3(\dot{R}/R)n_m = -\langle\sigma v\rangle(n^2 - n_0^2). \quad (93)$$

Первый член в скобках описывает процессы аннигиляции, а второй — рождение пар, приводящее плотность  $n$  асимптотически в равновесие без расширения с  $n = n_0$ . Результаты таких вычислений представлены на рис. 7. Начальное значение  $r_0 = 10^{-10}$  (кото-

рое довольно велико) было использовано для безразмерной переменной  $r = n(\hbar c/\mu)^3$ . Рис. 7 демонстрирует конечную плотность  $r_f$  в зависимости от начальной  $r_i$ . Ниже некоторого значения плотности аннигиляция снова становится неэффективной, но даже для  $r_i \cong 0$  рождение пар приводит к некоторому конечному значению  $r_f$ . Все вычисления могут быть повторены для других значений  $r_0$ , и результаты можно сформулировать следующим образом: равновесный переход

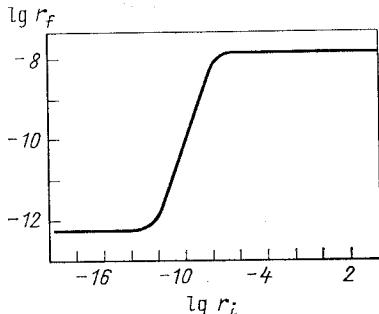


Рис. 7. Конечная безразмерная плотность монополей  $r_f$  как функция начальной плотности  $r_i$ . Расчеты выполнены в отсутствие инфляции с учетом аннигиляции монополей и рождения пар согласно уравнению (93). Равновесное значение плотности  $r_0$  принято равным  $10^{-10}$ . Необходимо отметить наличие двух асимптотических плато ( $\varepsilon = 0,5$ ,  $y_{tr} = 0,242$ ; остальные детали см. в работе [81])

и последующее адиабатическое расширение совместимы с современными пределами для отношения  $n_{m/s}$ , только если (i)  $r_0 \leq 10^{-16}$  и (ii)  $r_i \leq 10^{-24}$ . Хотя первое условие, возможно, и выполняется [78], второе, в силу условий причинности,— нет. Что-то радикальное должно произойти или в течение, или после фазового перехода.

**Разреженные монополи — основные идеи инфляции.** Чтобы согласовать наши представления, необходимо найти сильный источник увеличения энтропии и тем самым уменьшить отношение  $n_{m/s}$ . Однако если это не будет сопровождаться таким же возрастанием объема, то материя будет нагреваться и вновь переходить в симметричную фазу, не достигая современного космологического состояния. В космологии энтропия и объем имеют тенденцию к взаимосвязи. Толман показал, что необратимые процессы ускоряют расширение Вселенной [82]. Аналогично, через уравнение (23а), неравновесное состояние, которое с ростом энергии становится перезаселенным, вызывает более быстрое расширение. И еще раз, в таких состояниях давление оказывается ниже равновесного значения и поэтому большая относительная скорость  $\dot{R}/R \cong -(e + P)$  [см. уравнения (22а), (23а)]. Необходимые приросты всех этих величин приведены в работе [83]; мы вернемся к этому вопросу, а сейчас отметим, что такое увеличение на много порядков энтропии нарушает предшествующую экстраполяцию современных данных к «начальным» условиям. Поэтому из сказанного выше становится возможным даже условие

$$R(T_{Pl}) \cong R_{Pl}. \quad (94)$$

Можно принять это начальное условие, исходя из принципа максимальной простоты. Если этого недостаточно, то мы можем полу-

чить некоторые представления о неизвестной физике при планковских энергиях на основе общей теории относительности и квантовой теории поля. Это приводит к излучению Хокинга, подробности см. в [84]. Учитывая излучение в уравнении Эйнштейна, можно развить модель для описания самой ранней стадии эволюции, но модель геодезически неполна во временным направлении. Таким образом, для начала истории действительно необходимо принять  $R \cong R_{\text{Pl}}$  [85].

Зафиксировав начальные параметры, обратимся снова к фазовому переходу ТВО. Во время перехода локальное состояние материи описывается как смесь двух фаз. Чтобы замкнуть систему динамических уравнений (22а), (23а), (26), необходимо еще уравнение эволюции для  $x$ . Можно представить уравнение (32) в альтернативных формах:

$$x = x(e, t, R \dots) \text{ (например, в равновесии);} \quad (95\text{a})$$

$$x = x(x, T, t, R \dots) \text{ (при стремлении к равновесию).} \quad (95\text{b})$$

Дополнительная энтропия может быть образована при неравновесных переходах; наиболее очевидная идея состоит в переохлаждении (за счет задержанного фазового перехода). Но даже это явление может быть реализовано с помощью очень различных механизмов. Мы опять начинаем с феноменологии, т. е. путем выбора специальной структуры уравнений (95а), (95б). Чтобы сформулировать задержку, введем сначала время равновесия

$$T(t_{\text{eq}}) = T_{\text{eq}}. \quad (96)$$

Первый возможный механизм есть

$$x \cong 0, \text{ если } t = t_{\text{eq}} < \tau_d \text{ (иначе конечная, но умеренная величина),} \quad (97)$$

где  $\tau_d$  — параметр задержки. Тогда в то время, пока  $x \cong 0$ , происходит долгое адиабатическое ( $RT = \text{const}$ ) переохлаждение. По прошествии некоторого времени на этой стадии достигается глубокое переохлажденное состояние с  $T \ll T_{\text{eq}}$ , где согласно уравнениям (56), (69), (70) имеем

$$p < 0, e + p \cong 0, e \cong \text{const}. \quad (98)$$

Результатом является установление инфляционного экспоненциального расширения [83], и, следовательно, уже небольшое увеличение  $\tau_d$  может привести к дополнительному расширению на много порядков. Если позже происходит фазовый переход, то реализуемая скрытая теплота приводит к рождению необходимой энтропии.

Этот сценарий есть феноменологическое дополнение старого инфляционного сценария, полученного из микроскопического предположения о том, что хиггсовское поле было на некоторое время захвачено или в симметричное состояние, или в состояние «мелкого» ложного вакуума [83]. Однако тенденция эволюции такова, что

фазовый переход не может быть завершен [86], поскольку переохлажденные состояния с  $p < 0$  расширяются очень быстро. Другая проблема сценария заключается в стремлении порождать неоднородности (пузыри, доменные стенки и т. п.), которые приводят к слишком большим флуктуациям плотности современной Вселенной.

Следующая возможность состоит в выборе

$$\dot{x} \cong 0, \text{ если } t - t_{\text{eq}} < \tau_d \text{ (иначе очень большая величина).} \quad (99)$$

В этом случае фазовый переход будет действительно завершен. Такая картина реализуется в новом инфляционном сценарии. С микроскопической точки зрения это отвечает, например, очень плоскому потенциалу Хиггса  $V_0(\Phi)$ . Для него  $\lambda \ll 1$  и необходим специальный выбор значений  $\varepsilon \ll 1$ . Тогда вскоре после момента  $t_{\text{eq}}$  состояние хиггсовского поля начинает «скатываться»; однако это скатывание происходит сначала очень медленно, пока не достигнута область вблизи бокового минимума. Необходимое для этого время есть  $\tau_d$ . Затем происходит быстрое, почти вертикальное падение. Такой механизм возможен, но имеются две проблемы. Во-первых, для того чтобы получить соответствующие флуктуации плотности (типа предложенных Я. Б. Зельдовичем, т. е. достаточно малые и масштабно независимые) для последующего формирования галактик, необходимо взять значения  $\lambda \leq 10^{-12}$  [87], что представляется довольно неестественным для фундаментальной теории. Это есть знаменитая флуктуационная проблема инфляционных космологий. Во-вторых, в данном сценарии для обеспечения однородности наблюдаемой части Вселенной необходимо получить масштаб отдельного пузыря или домена, существенно превышающий современный горизонт. В противном случае Вселенная не была бы упорядочена на некотором большом космическом масштабе, и принцип Коперника был бы нарушен. Сходное предложение содержится в хаотической инфляции, когда потенциал не очень плоский, но начальное состояние является не фиксированным  $\Phi = 0$ , а случайным и очень далеко расположенным от минимума. Некоторое время состояние  $\Phi$  «скатывается», при этом имеется энергетический избыток, дефицит давления и равновесие с образованием энтропии. Этот сценарий не принадлежит к типичным, поскольку здесь вообще нет никакого фазового перехода. Тем не менее ради полноты отметим, что снова требуется  $\lambda \leq 10^{-12}$  (хотя только для одного поля [87]). Опять наблюдается тенденция к нарушению космологического принципа из-за неоднородности конечной фазы  $\Phi$ , и, кроме того, имеется проблема (общая для всех вышеупомянутых инфляционных сценариев), связанная с тем, что геометрия модели должна быть очень специфической и маловероятной. Расширяющиеся домены смешиваются с внешними без специфической инфляции, но внешняя область может и не испытывать влияния инфляции, если инфляционная, расширяющаяся область пространственно почти замкнута. Эта конфигурация должна исходить из существенно неслучайных начальных условий [88], и мы снова

не получаем естественного объяснения наблюдаемых в настоящее время закономерностей.

Инфляция почти на 30 порядков величины по  $R$  с последующим расширением еще на 30 порядков с законом расширения  $R \propto \sqrt{t}$  стандартной горячей модели приводила бы от причинно зависящего начального состояния при  $R_{\text{Pl}}$  как раз к современной наблюдаемой Вселенной — это замечательное совпадение, мимо которого обычно проходят. Наоборот, без инфляции материя в пределах нашего современного горизонта составляла бы  $(10^{30})^3$  причинно независимых областей при  $t \cong t_{\text{Pl}}$ . Так что современная крупномасштабная однородность не могла бы иметь вообще каких-либо физических объяснений. Это есть известная проблема горизонта.

Данный выше обзор проблем показывает, что требуемое увеличение энтропии и объема вполне возможно, но имеются серьезные проблемы с деликатным выбором начального состояния. Это предполагает, что эволюционные уравнения (95) должны быть исследованы далее, и более внимательно.

**Д и с с и п а т и в н а я и н ф л я ц и я.** С феноменологической точки зрения рассмотренные инфляционные сценарии характеризуются почти адиабатическим охлаждением, которое сопровождается инфляцией; затем энергия скалярного поля рассеивается, приводя к нагреванию материи. Из-за адиабатичности процесса инфляции имеем  $RT \cong \text{const}$ . Это означает, что  $10^{30}$ -кратное увеличение сопровождается охлаждением до температуры  $10^{-30} T_{\text{GUT}}$ . Однако почти адиабатическое охлаждение заканчивается при температуре Хокинга  $T_{\text{H}} = \hbar H/2\pi \cong 10^{-5} T_{\text{GUT}}$  ( $H$  есть «константа» Хаббла) излучением Хокинга [91]. Только в том случае, если затем включаются диссипативные механизмы, можно избежать такого большого переохлаждения и плохо понимаемого процесса повторного нагрева. Далее мы рассмотрим примеры таких диссипативных инфляционных сценариев. Подчеркнем, что наш подход является чисто феноменологическим.

1) *Приближение времени релаксации.* Теперь рассмотрим более детально динамику фазового перехода. В связи с эффектами переохлаждения можно ожидать, как видно из уравнения (27), значительного возрастания энтропии. Это и требуется для того, чтобы сделать монополи более разреженными. Как результат мы увидим, что при достаточном переохлаждении образование энтропии сопровождается инфляционным расширением пространства.

Для начала мы воспользуемся приближением времени релаксации, чтобы продемонстрировать возможное постоянство температуры в течение фазового преобразования [89]. Определив долю равновесной компоненты как

$$x_{\text{eq}} = [e - e_2(T_{\text{eq}})]/[e_1(T_{\text{eq}}) - e_2(T_{\text{eq}})], \quad (100)$$

проследим тепловую историю Вселенной, представленную на рис. 8. Здесь мы предполагаем, что фазы находятся в тепловом равновесии,

т. е.  $T_1 = T_2$  во время перехода. Масштабный фактор  $R$ , температура и относительный вес фазы  $x$  представлены для времени релаксации  $\tau_R = 100 t_{\text{eq}}$ . Отметим наличие плато на температурной кривой: в течение этой эры происходит громадное расширение Вселенной и возрастание ее энтропии. Только для малых значений  $\tau_R$  наблюдается повторный нагрев. При  $\tau_R > 10 t_{\text{eq}}$  Вселенная непрерывно охлаждается, переходя в новую фазу.

На рис. 9 показан прирост энтропии  $\xi$  как функции времени релаксации. Видно, что для  $\tau_R > 10 t_{\text{eq}}$  энтропия действительно начи-нает расти.

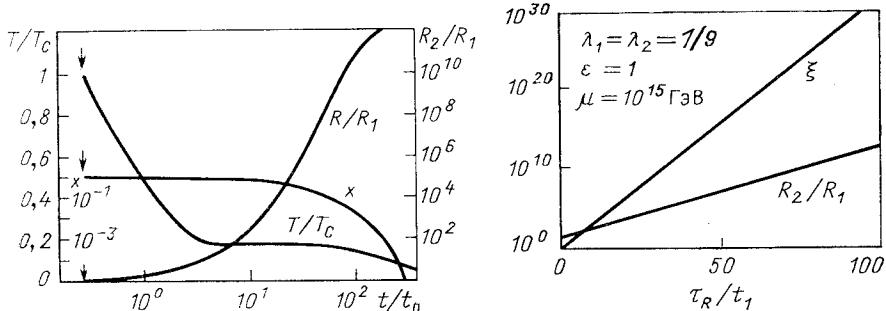


Рис. 8. Масштабный фактор  $R$ , температура  $T$  и относительный вес фазы  $x$  как функции времени (в единицах  $t_0 = M_{\text{Pl}}^4 / \mu_{\text{phys}}^2$ ) для времени релаксации  $\tau_R = 100 t_1$ . Параметры уравнения состояния:  $\lambda_1, 2 = 1/9$ ,  $\varepsilon = 1$  и  $\mu_{\text{phys}} = 10^{15}$  ГэВ (результаты слабо зависят от этих параметров). Стрелкой указан момент времени, когда начинается фазовый переход

Рис. 9. Прирост соизуемой энтропии  $\xi$  и масштабный фактор  $R$  (в единицах  $R_1$ ) как функции времени релаксации (значения параметров указаны на рисунке)

наст стремительно нарастать, что сопровождается квазиэкспоненциальным ростом масштабного фактора. В качестве результата отметим также, что достаточное расширение происходит даже в случае непрерывного охлаждения, но сопровождаемого непрерывным фазовым переходом. Характерные температуры при этом довольно уменьшины (теплая среда).

То, что еще остается неопределенным в данной модели, это — время релаксации  $\tau_R$  (см. [87] для оценки характерных времен изменения вакуума в зависимости от параметров хиггсовского потенциала). Чтобы заполнить этот пробел, рассмотрим модель теории пульсаций, в которой поверхностное напряжение и скорость роста пузыря появляются как соответствующие параметры, которые в принципе можно рассчитать в рамках конкретной модели (см., например, [19]).

(2) *Тепловая инфляция и образование галактик.* Как показано выше, инфляционные модели оперируют с громадными числами. В количественных моделях, которые основываются на численных расчетах,

это оказывается проблемой. Поэтому полезно иметь в своем распоряжении простую модель, которая без проблем способна работать с такими числами. Это — модель фиксированных начального и конечного состояний (рис. 10). Используя модельное уравнение состояния

$$p_1 = \mathfrak{A}T_1^4 + \mathfrak{B}T_1^2 - \mathfrak{C}, \quad p_2 = \mathfrak{D}T_2^4 \quad (101)$$

(см. уравнения (69), (70), (83) и ссылки в [14, 39], где приведены значения коэффициентов), решение уравнений Фридмана (22а), (23а)

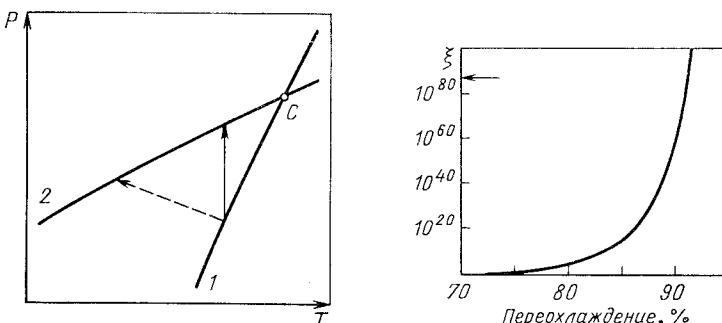


Рис. 10. Схематическая диаграмма уравнения состояния:

точка  $C$  отвечает равновесию фаз; ниже точки  $C$  фаза 1 метастабильна (переохлажденное состояние), тогда как выше  $C$  метастабильна фаза 2 с нарушенной симметрией (перегретое состояние); прямая со стрелкой изображает изотермический фазовый переход, пунктир со стрелкой — возможный путь фазового перехода, когда начальное и конечное состояния фиксированы

Рис. 11. Прирост сопутствующей энтропии  $\xi$  в зависимости от относительного переохлаждения в изотермической модели. Стрелкой указанная оцененная полная энтропия

и глобальное описание (26) могут быть представлены в аналитическом виде [29, 89, 90]:

$$R(t) = R_0 \{L(e_1 - \mathfrak{B})(1 + \cos \Phi)/(2e_2 \mathfrak{B})\}^{L/(4L - 4\mathfrak{B})}; \quad (102)$$

$$x(t) = e_2 \{2\mathfrak{B}[1 - \cos \Phi]^{-1}/L - 1\}/(L - \mathfrak{B}); \quad (103)$$

$$L = e_1 - e_2, \quad \mathfrak{B} = \mathfrak{C} - \mathfrak{B}T_1^2/2;$$

$$\Phi = \omega(t - t_1) + \Phi_0; \quad \omega = 4\mathfrak{C}\{e_2 \mathfrak{B}(L - \mathfrak{B})\}^{1/2}/L;$$

$$\Phi_0 = \arccos\{-1 + 2e_2 \mathfrak{B}/[L(e_1 - \mathfrak{B})]\},$$

где фазовое превращение начинается при  $t_1 = t_{\text{eq}}$  и заканчивается при

$$t_2 = t_1 + \{\arccos[2\mathfrak{B}/L - 1] - \Phi_0\}/\omega. \quad (104)$$

Используя эти простые выражения, можно найти сопутствующий прирост энтропии на конец фазового перехода

$$\xi = (sR^3)/(s_1 R_1^3) = [s_2(T)/s_1(T)] \{(e_1 - \mathfrak{B})/e_2\}^{3L/(4L - 4\mathfrak{B})}, \quad (105)$$

который показан на рис. 11 для случая изотермического перехода. Особенность данной модели заключается в том, что даже умеренного переохлаждения (скажем, чуть выше 90 %) оказывается вполне достаточно, чтобы разрешить проблемы монополя и горизонта — плоскостности — причинности [90]. В этом состоит отличие от старой инфляционной модели, где требовалось переохлаждение на много порядков ниже  $T_{\text{eq}}$ . Из-за умеренного переохлаждения мы будем называть эту моделью тепловой инфляции.

Для объяснения образования галактик за счет нелинейных процессов необходимы относительные флуктуации плотности  $\delta e/e \cong \cong 10^{-5}$  вне зависимости от масштабного фактора [2, 87], когда экстрагалактические масштабы вновь определяют горизонт в более позднюю эру, где доминирует излучение [91]. Действительно, масштаб тепловых флуктуаций при температурах ТВО имеет необходимый порядок. Для зарядово-симметричной материи при первом пересечении горизонта термодинамическое рассмотрение дает [90, 91]:

$$\delta e/e = \{-(\partial^2 s/\partial e^2)^{-1}/V\}^{1/2} \approx (T_{\text{GUT}}/M_{\text{Pl}})^{3/2} N^{1/4} \approx 10^{-5}. \quad (106)$$

В моделях с экстремальным переохлаждением возникают две проблемы: 1) инфляционное расширение происходит при очень низкой температуре (понижая тем самым масштаб относительных флуктуаций); 2) при втором пересечении горизонта флуктуации усиливаются на фактор  $e/(e + p)$ . Если в стандартных сценариях [91] этот фактор довольно велик ( $\approx 10^{20}$ , поскольку  $p \approx -e$ ), то в нашей модели он имеет разумный порядок. Таким образом, возмущения плотности обусловлены здесь тепловыми флуктуациями, и нет необходимости предполагать неестественно слабые константы связи с инфляционным полем (в данной модели они характеризуются параметрами  $\lambda_{1,2} \approx 1$ , тогда как в других моделях требуется значение  $\approx 10^{-12}$ ).

Стоящая за этим рассмотрением феноменологическая картина соответствует непрерывному рождению когерентных доменов и квазигомогенному распаду вакуума в течение всей инфляции. Ни одна из областей не инфлантирует так, чтобы отгородить наблюдаемую часть Вселенной, не нужна тонкая настройка начальной плотности энергии; космологический принцип может оказаться справедливым даже за пределами современного горизонта. Таким образом, сценарий тепловой инфляции представляется весьма привлекательной феноменологической основой.

3) *Исследование динамики нуклеации.* Теперь мы хотим продемонстрировать, что реалистические модели поддерживают возможность реализации сценария тепловой инфляции. Мы решаем уравнения Фридмана (22а), (23а) совместно с уравнениями нуклеации (32б) или (32а) и усреднения (26), а также с учетом уравнений состояния (69), (70) или (101) соответственно. Отметим, что наш подход отличается от модели, изложенной в [25], корректным учетом возврата реализуемой скрытой теплоты, а также процедурой усреднения (26). В качестве тестовой модели мы рассмотрим уравнение Аврами (32б)

без учета туннельных эффектов и временной задержки, предполагая равные температуры в обеих фазах. Вероятность нуклеации (30а) как функция температуры представлена на рис. 12. Видна высокая чувствительность вероятности нуклеации к параметру поверхностного напряжения  $\sigma_0$ . Вероятность нуклеации проходит через максимум при температуре

$$T_* = \frac{1}{3} T_c \{ (-5\mathfrak{B} + [25\mathfrak{B}^2 + 36(\mathfrak{A} - \mathfrak{D})]^{1/2}) / (-\mathfrak{B} + [\mathfrak{B}^2 + 4(\mathfrak{A} - \mathfrak{D})]^{1/2}) \}^{1/2}. \quad (107)$$

На рис. 13 приведена зависимость  $w(T_*)$ . При варьировании параметра поверхностного напряжения  $\sigma_0$  от 2 до 3  $w(T_*)$  изменяется на 30 порядков. Поскольку имеющиеся оценки  $\sigma_0$  [19, 25] довольно

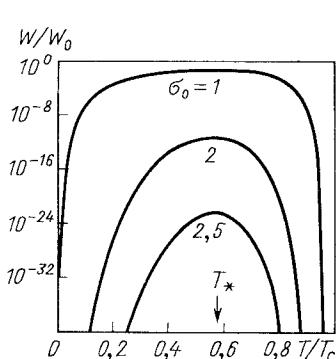


Рис. 12. Скорость тепловой нуклеации (в единицах  $w_0$ ) как функция температуры для нескольких значений параметра поверхностного напряжения  $\sigma_0$

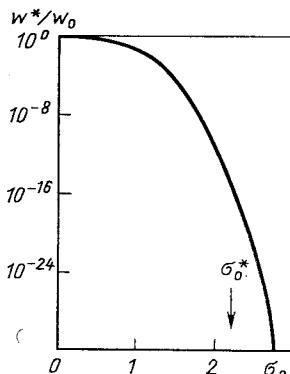


Рис. 13. Максимальная скорость тепловой нуклеации  $w^* = w(T_*)$  (в единицах  $w_0$ ) в зависимости от параметра поверхностного напряжения  $\sigma_0$

грубые, мы будем рассматривать  $\sigma_0$  как свободный параметр и обсудим зависимость результатов от  $\sigma_0$ .

Уравнение нуклеации (32б) эквивалентно дифференциальному уравнению четвертого порядка. Пренебрегая всеми производными, содержащими  $\dot{R}$ ,  $\ddot{R}$ , ...,  $\dot{\nu}$ ,  $\ddot{\nu}$ , ..., получаем [30]:

$$h^{(IV)} \approx 8\pi\nu^3\tilde{w}. \quad (108)$$

Это означает, что нуклеация вступает в игру при

$$\tilde{w} = w(2\mathfrak{C}\mathfrak{B}^{1/2})^{-4} \approx 0(1). \quad (109)$$

Эта оценка выполняется, если

$$\sigma < \sigma_0^* = \{4 \lg(M_p/T_c) 3T_* [-\mathfrak{C} + \mathfrak{B}T_*^2 + (\mathfrak{A} - \mathfrak{D})T_*^2/(16\pi T_c^9)]\}^{1/3} \quad (110)$$

со значением  $\sigma_0^* \approx 2,03$  в данной модели. Таким образом, для  $\sigma_0 > \sigma_0^*$  нуклеация будет достаточно редким событием, и мы ожидаем, что в этой области значений параметров имеем неудовлетворительный сценарий никогда не оканчивающегося фазового перехода [25, 86, 92]. На рис. 14 приведена зависимость критического значения параметра поверхностного натяжения  $\sigma_0^*$  как функция энергетического

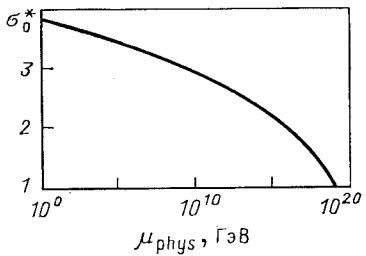


Рис. 14. Критический параметр поверхностного натяжения  $\sigma_0^*$  согласно (110) как функция энергетического масштаба критической температуры  $\mu_{\text{phys}}$

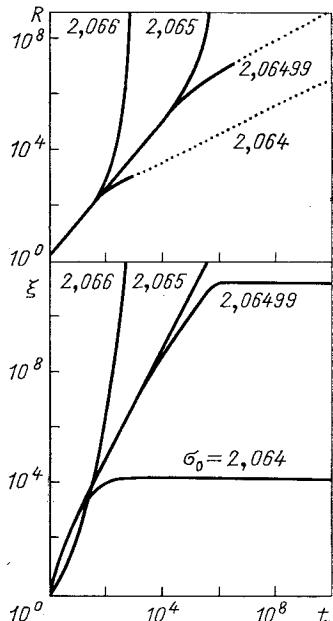


Рис. 15. Временная эволюция масштабного фактора  $R$  (вверху) и прироста сопутствующей энтропии  $\xi$  (внизу) при фазовом преобразовании для нескольких значений параметра поверхностного натяжения  $\sigma_0$ : пунктирные части кривых на верхнем рисунке указывают конец эры, где фазовый переход завершается ( $x=0$ ) и дальнейшее расширение происходит по закону  $R \propto \sqrt{t}$ . Время дано в единицах  $(2C\sqrt{B})^{-1}$ , а масштабный фактор в единицах  $R(t_1)$ . Кривые с  $\sigma_0 = 2,065$  и  $2,066$  отвечают никогда не оканчивающимся фазовым переходам (достижимые значения  $x$  равны  $10^{-9}$  и  $10^{-8}$ ). Для всех представленных кривых температура непрерывно спадает

масштаба критической температуры  $\mu_{\text{phys}}$ . Хотя выше значения  $\sigma_0^*$  мы ожидаем никогда не оканчивающегося фазового перехода, ниже  $\sigma_0^*$  переход завершается за конечное время. Область вокруг  $\sigma_0^*$  представляет для нас наибольший интерес, поскольку здесь ожидаются инфляция и громадный рост энтропии.

На рис. 15 масштабный фактор и сопутствующая энтропия нанесены для нескольких значений  $\sigma_0$ . На первых стадиях расширение происходит приблизительно по степенному закону. В рассмотренном примере степенной закон инфляции реализуется в форме  $R \propto t^\alpha$  и  $\alpha \geq 1$ . Увеличивая слегка параметр поверхностного натяжения, мы

приходим к сценарию бесконечного во времени фазового перехода: после непрерывного падения относительный вес фазы выходит на малое, но конечное значение и далее не уменьшается на рассматриваемом масштабе времен. Это означает, что пространство расширяется слишком быстро и растущие пузыри не способны заполнить его; при таких глубоких температурах нуклеация оказывается слишком редким процессом, чтобы образовать достаточно много пузырей и заполнить ими пространство [25]. Отметим, что инфляция здесь управляема членом  $xB$  (а не  $B$ , как в старом инфляционном сценарии). Хотя инфляция сначала развивается по степенному закону, к конечному состоянию она переходит в экспоненциальное расширение пространства. Во всех сценариях нуклеации мы нашли, что только близкая к степенной инфляция с показателем  $\alpha \geq 1$  обеспечивает завершение фазового перехода. Для меньших значений  $\sigma_0$  переход происходит слишком быстро: энтропия увеличивается слишком мало, и режим инфляции не достигается. Приведенные примеры поясняют необходимость некоторой тонкой настройки начального значения  $\sigma_0$ , чтобы достичнуть развитой инфляции и разрежения монополей. К сожалению, из-за вычислительной проблемы, связанной с громадными числами, мы не можем непосредственно проследить этот ударный пример с помощью нашей версии вычислительного кода. Поэтому в следующем подразделе мы исследуем аналитическую модель, использующую свойства степенной инфляции.

Сейчас мы обсудим несколько вариантов нашего сценария нуклеации, чтобы посмотреть, каким образом можно ослабить необходимое условие тонкой настройки  $\sigma_0$  для успешной реализации тепловой инфляции.

1. Квантовое туннелирование. Включение квантового туннелирования так, как это описано в (30г), приводит к слабым эффектам. Например, при  $\sigma_0 = 2,065$  и  $Q = 10^{-5}$  (что является экстремально высоким значением) переход заканчивается при  $t \cong 10^3 t_1$ ,  $Q \cong 10^5$  опять со степенным законом расширения. Более реалистическое значение  $Q = 10^{-10}$  оставляет нас в рамках сценария с никогда не завершающимся фазовым переходом:  $x_{\min} = 10^{-9}$  при  $t \cong 10^6 t_1$ ;  $R \cong 10^{12} R_1$  и  $\xi \cong 10^{22}$ . Выбирая  $\sigma_0 = 2,064986$ , имеем:

для  $Q = 10^{-5}: x = 0$  при  $t \cong 10^3 t_1$ ,  $\xi = 10^5$ ,  $R \cong 10^3 R_1$ ;

для  $Q = 10^{-10}: x = 0$  при  $t \cong 10^8 t_1$ ,  $\xi = 10^{10}$ ,  $R \cong 10^8 R_1$ ;

для  $Q = 10^{-20}: x = 0$  при  $t \cong 10^7 t_1$ ,  $\xi = 10^{22}$ ,  $R \cong 10^{13} R_1$ .

Эти примеры показывают, что квантовое туннелирование помогает завершить фазовый переход, но только в очень ограниченной области  $\sigma_0$  и для весьма больших значений  $Q$ . Необходимость тонкой настройки  $\sigma_0$  ослабляется довольно незначительно.

2. Скорость роста пузыря. До настоящего момента мы рассматривали скорость роста пузыря согласно уравнению (31б) с  $k = 6$ . Отметим, что скорость роста является величиной эффективной, не связанный непосредственно со скоростью фронта, разделяющего старую

и новую фазы. Таким образом, анализ скоростей фронта [27] (см. также раздел о сценариях КХД — переходов конфайнмента) не может дать конкретные числа для эффективной скорости роста. Тем не менее некоторый полукачественный анализ может быть выполнен. Имеются два типа пузырей: медленно растущие дефлаграционные пузыри и быстро растущие — детонационные. Они соответствуют различным областям в пространстве параметров  $T_1$  как функции  $T_2$  (см. рис. 19).

В частности, отметим, что для случая быстрого роста пузырей отсутствует механизм повторного нагрева старой фазы. Такая ситуация достаточно сложна для моделирования. В принципе, наша параметризация (31а) отвечает пузырям, которые при небольшом переохлаждении растут медленно, тогда как при большом переохлаждении их рост в соответствии с [26] становится довольно быстрым. Чтобы пояснить эффект очень медленного роста пузырей (т. е. дефлаграционного типа), модифицируем уравнение (31б), положив  $k = 1$ . Наравне с другими результатами мы нашли, что  
 $\sigma_0 = 2,0356884$ :  $x = 0$  при  $t \cong 10^9 t_1$ ,  $\xi \cong 10^{13}$ ,  $R \cong 10^9 R_1$ ;  
 $\sigma_0 = 2,0356894$ :  $x_{\min} = 10^{-9}$  при  $t \cong 10^7 t_1$ ,  $\xi \cong 10^{19}$ ,  $R \cong 10^{11} R_1$ . Таким образом, сценарий медленно растущих пузырей не позволяет избежать необходимости тонкой настройки  $\sigma_0$ .

3. Временное отставание. В быстрорасширяющейся Вселенной имеется временная задержка флуктуаций относительно установления теплового равновесия. Мы имитируем это уравнением (30г), разлагая которое, получаем

$$\dot{w}(t - t_R) = w(t) \{1 - t_R T (16\pi\sigma^3)/[3T(p_1 - p_2)^2] \times \\ \times [1/T + 2(s_1 - s_2)/(p_1 - p_2)]\} \quad (111)$$

с новым параметром  $t_R$ . Численные результаты приводят к следующему. Для фиксированных значений  $\sigma_0$  временное отставание помогает завершить фазовое преобразование. Слишком большие значения  $t_R$  не приводят к инфляционному расширению и достаточному образованию энтропии. Слишком малые значения  $t_R$  не влияют на режим эволюции. Тонкая настройка относительно значений  $t_R$  не столь резкая, как для  $\sigma_0$ . Наблюдается некоторое плато в кривой зависимости температуры от времени при  $T \approx 0,32T_{\text{eq}}$  (иногда также появляются небольшие эффекты повторного нагрева), но развитая инфляция и необходимое образование энтропии происходят при непрерывном переохлаждении для температуры  $T < 0,1T_{\text{eq}}$ . Расширение приближенно следует степенному поведению. Итак, временное отставание несколько ослабляет требование тонкой настройки, но не позволяет избежать его полностью.

4. Модифицированная кипетика превращения. Детальное сравнение динамики нуклеации в приближениях Аврами (32б) и Рукенштейна — Има (32в) показывает, что в рамках первого подхода фазовый переход завершается очень медленно, тогда как во втором

случае переход происходит быстрее. Это поведение подтверждается результатами наших численных расчетов с использованием уравнения (32в). По существенное различие состоит в том, что инфляция по закону, близкому к степенному, происходит с  $\alpha \approx 3$ .

5. Релаксация температур. Представленные выше результаты основывались на предположении о быстром установлении термодинамического равновесия между старой и новой фазами. В случае быстрорасширяющегося пузыря тепловое равновесие может и не быть достигнуто, т. е.  $p_2$  в уравнении (30а) зависит от второй температуры  $T_2$ , не совпадающей с температурой старой фазы  $T_1$ . Имеются разнообразные возможности моделировать такое различие в температурах. В работе [25] предполагалось, что  $T_1$  удовлетворяет адиабатическому закону охлаждения  $T_1 \approx \text{sh}^{1/2}(2CV\bar{B}t)$ . Очевидно, что динамическая обратная связь при фазовом преобразовании игнорируется в этом приближении, т. е. уравнения (22а), (23а) не решаются самосогласованным образом с данной плотностью энергии  $e$ , описываемой (26) (в работе [25] произвольно полагалось также  $T_1 = T_2$ ). Самосогласованная модель дается следующим сценарием: старая фаза охлаждается адиабатически в соответствии с  $T_1 = T_{\text{eq}}R_c/R$ , где  $R(T_{\text{eq}}) = R_c$ . Температура новой фазы определяется уравнением состояния исходя из данной плотности энергии и относительного веса фазы  $x$  согласно (22а), (23а), тогда как  $R$  определяется уравнением (23). Эта модель совместима с наличием двух различных температур. Легко проверить, что с помощью двух различных температур можно существенно изменить вероятность нуклеации. Однако даже в этом случае мы фактически повторяем представленные выше результаты. Имеется единственная узкая область параметров, внутри которой реализуется инфляция и достигается достаточное разрежение монополей. Этот сценарий развивается по степенному закону инфляции с  $\alpha > 1$ . Большие значения  $\sigma_0$  и  $Q$  и слишком большие значения  $t_R$  приводят к никогда не оканчивающемуся фазовому переходу, тогда как меньшие значения  $\sigma_0$  и  $Q$  не дают достаточной инфляции и разрежения монополей.

6. Модифицированная скорость нуклеации. Все до сих пор изложенное получено в грубом приближении  $\sigma_0 = \text{const}$ . Это вызывает трудности при завершении фазового преобразования, когда охлаждение старой фазы достигает температуры  $T < T_* = T_{\text{eq}}/2$ . Как известно [17, 23], вблизи критической точки поверхностное напряжение ведет себя как  $(1 - T/T_{\text{eq}})^\lambda$  со значениями  $\lambda \approx 1,2 \div 1,5$ . Другая функциональная зависимость скорости нуклеации от температуры в различных приближениях была получена в работе [23]. Мы не будем здесь обсуждать все эти модификации. В качестве правил отметим следующее: 1) любая модификация, которая сдвигает максимум скорости нуклеации к более высоким значениям  $T$ , увеличивает трудности достижения полной инфляции и завершения фазового преобразования; 2) любая модификация, которая сдвигает максимум скорости нуклеации в сторону меньших температур, помогает

достигнуть как развитой инфляции, так и завершения фазового преобразования, при этом ослабляется требование тонкой настройки параметров. В частности, принимая во внимание спинодальный распад при низких температурах путем эффективного описания с помощью соотношения  $\sigma_0 \cong (T/T_{\text{eq}})^\delta$ , выбор значений  $\delta > 1/3$  помог бы реализовать теплый инфляционный сценарий. Поскольку этот вопрос требует отдельного исследования, мы отложим пока его обсуждение.

*4. Инфляция по степенному закону.* Как мы видели из рис. 15 и обсуждений выше, существует ограниченная область параметров теории нуклеации, в которой инфляция развивается по закону, близкому к степенному. Такая степенная инфляционная модель рассматривалась в работе [93], но в связи с динамикой инфляционного поля в специальном потенциале. Здесь мы проанализируем инфляцию по степенному закону в рамках термодинамики.

Пусть масштабный фактор задан как

$$R = R_0 [a + (b + t)^\alpha] \quad (112)$$

(более общие случаи см. в [94]). Тогда решение уравнений Фридмана (22а), (23а) для уравнений состояния (69), (70) или (101) с  $\mathfrak{B} = 0$  имеет вид:

$$\left. \begin{aligned} R &= R_0 \chi^\alpha \{(1-v)^\alpha - 1 + \alpha(2\mathfrak{E}-1)/(\alpha-1)\}, \\ e &= e_1 \{\alpha(2\mathfrak{E}-1)(1+v)^{\alpha-1}/[(1+v)^\alpha - 1 + \alpha(2\mathfrak{E}-1)/(\alpha-1)]\}^2, \\ x &= e \{2\alpha - 1 + (1+v)^{-\alpha} [2\alpha(\mathfrak{E}-1) + 1]\}, \\ \chi &= (\alpha-1)/\{C \sqrt{e_1}(2e-1)\}, \quad v = (t-t_1)/\chi, \quad \mathfrak{E} = B/e_1, \end{aligned} \right\} \quad (113)$$

где выполняются граничные условия  $e = e_1$ ,  $x = 1$  при  $t = t_1$  ( $v = 0$ ). В случае  $0 < \mathfrak{E} < 1$  и  $0 < \alpha < 1/2$  эти уравнения допускают конечную переходную эру, которая определяется при

$$v_2 = -1 + \{[2\alpha(1-\mathfrak{E}) - 1]/[2\alpha - 1]\}^{1/2} \quad (114)$$

с  $x = 0$ . Для нас представляет интерес инфляционное расширение  $R > 0$ , т. е.  $\alpha > 1$ . В этом случае эра расширения по степенному закону была бы бесконечна. Но, как мы увидим из рис. 17, самый конец фазового преобразования (т. е. переход к эре излучения) отвечает четко выраженному нестепенному поведению. Предположим, что эпоха эволюции по степенному закону происходит до  $v_3 \gg 1$ , тогда асимптотически из уравнений (113) можно найти

$$\left. \begin{aligned} R &\approx R_0 v^\alpha, \quad e \approx e_1 v^{-2}, \quad x \approx v^{-2}, \\ T &\approx T_{\text{GUT}} v^{-1/2}, \quad \xi \approx v^{3(2\alpha-1)/2}. \end{aligned} \right\} \quad (115)$$

Чтобы инфляция была развитой,  $R(v_2) \approx 10^{30} R_0$ , она должна оканчиваться при температуре  $T \approx 10^{-15/\alpha} T_{\text{GUT}}$  и с сопутствующим избытком энтропии  $\xi = 10^{45(2\alpha-1)/2}$ . Это означает, что для динамики фазового перехода Аврами с  $\alpha > 1$  инфляция ограничивается значениями  $T > 1$  ГэВ с  $\xi \approx 10^{45}$ , тогда как для динамики Рукенштей-

на — Има с  $\alpha \approx 3$  достигаются более привлекательные значения  $T \approx 10^{10}$  ГэВ и  $\xi \approx 10^{75}$ .

Последний случай кажется вполне удовлетворительным (в частности, относительно образования галактик), поскольку не возникает проблема повторного нагрева. При окончании инфляционной эры завершается и фазовое превращение, вся скрытая теплота уходит на развитие инфляции.

Ясно, что цена, которую приходится платить за данную реализацию, это — тонкая настройка, необходимая для параметров теории нуклеации. Для оценки степени настройки рассмотрим уравнение (114). Чтобы иметь  $R(v_2) \approx 10^{30}R_0$ , необходима точность на уровне  $10^{-30}$ , что неприемлемо. Однако уравнение (112) содержит несколько более слабое предположение. В работе [94] мы показали, что небольшое обобщение ослабляет необходимую настройку до уровня  $10^{-10}$  для динамики Рукенштейна — Има. Использованная параметризация не может совсем исключить такую тонкую настройку, но это во всяком случае лучше, чем требовать специального начального состояния для Вселенной при планковской температуре на уровне точности  $10^{-45}$ . Учет эффектов временной задержки и квантового туннелирования улучшает ситуацию.

5. *Флуктуации полей материи вместо двухфазовой смеси.* Некоторые из упомянутых выше трудностей могут отсутствовать, если во время фазового перехода материя описывается не как состояние объемной смеси капель в различных фазах, а промежуточное переходное состояние, флуктуирующее туда и обратно между пузырем/доменом и высоконергетическим вакуумом и, следовательно, предотвращающее развитие областей с различной самоуправляющей динамикой для двух асимптотических состояний. Можно проверить правдоподобность такой идеи. В частности, такое неопределенное состояние материи приводит к желаемой инфляции только в том случае, если члены с временными и пространственными градиентами не исключены из соотношения  $e + p < 0$ . Их вклады известны [95]:

$$e \cong V + \dot{\Phi}^2/2 + (\text{grad } \Phi)^2/2R^2 + \text{члены, зависящие от } T; \quad (116)$$

$$p \cong -V + \dot{\Phi}^2/2 + (\text{grad } \Phi)^2/6R^2 + \text{члены, зависящие от } T. \quad (117)$$

При формировании домена  $\text{grad } \Phi \ll \Phi/l$ , где длина когерентности  $l$  имеет порядок  $1/T$  и, таким образом, на три порядка ниже размеров горизонта. Тогда все три члена имеют один и тот же порядок величины, но позднее с расширением градиентные члены выпадают. Следовательно, такая картина применима, и инфляция возможна с условием, что временной цикл изменений короче времени, необходимого для достижения горизонта, но, конечно, большие длины корреляций в единицах скорости света  $c$ . При этом энтропия образуется во флуктуациях скалярного поля, связанного с другими полями.

В работе [96] предложена модель горячего вакуума, в которой пузыри многократно рождаются и уничтожаются. Это представ-

ляет одну из конкретных реализаций упомянутой выше идеи полей флюктуирующей материи.

**Инфляция без переохлаждения.** Наконец, возможно построить модель, в которой вовсе нет переохлаждения. Тогда, конечно, необходимо найти другой необратимый процесс для образования энтропии. Выявляются два возможных механизма: локальное равновесие (первоначально нетермализованного импульсного распределения) и «неравновесные» процессы.

1. *Локальное равновесие.* Первая возможность аналогична «хаотической инфляции». Из релятивистского уравнения Больцмана следует, что материя не может оставаться в полном тепловом равновесии, если частицы имеют непулевую массу и отсутствует времениподобная симметрия [97]. Так, на стадии самой ранней Вселенной столкновения частиц были недостаточно эффективны, чтобы термализовать неизвестное начальное распределение. Рассмотрение в рамках упрощенной модели [98] показывает, что действительное состояние зависит от начальных условий, так что оно не является единственным при температурах, скажем, выше  $T = 1,5 \cdot 10^{15}$  ГэВ. Если параметр  $\mu$ , характеризующий энергетический масштаб, находится вблизи или выше этой температуры, то испытывает влияние и сам фазовый переход. Удачно выбранные начальные условия могут привести к достаточному образованию энтропии. Но это довольно пессимистическое утверждение.

2. *Вязкая инфляция.* Вторая возможность есть локальное равновесие с переносом за счет неравновесных процессов. Однако из-за высокой симметрии перенос сильно ограничен. На чисто феноменологическом уровне можно видеть, что единственная возможность связана с эффективной объемной вязкостью. Тогда динамическое давление (12) записывается в виде

$$P = p - 3 (\dot{R}/R) \zeta. \quad (118)$$

Здесь  $\zeta$  — коэффициент эффективной вязкости. Если он достаточно высок, то динамическое давление  $P$  может быть не столь велико для инфляции и в то же самое время приводить к существенному увеличению энтропии.

Идеальный сценарий должен включать баланс между охлаждением за счет расширения и нагревом вследствие возрастания энтропии; тогда локальное состояние было бы стационарным состоянием (аналогично Вселенной Де Ситтера) с экспоненциальным расширением. В таком случае плотности энтропии и энергии постоянны, и после некоторого времени проблемы плоскостности, горизонта и монополя находят свое решение, поскольку плотность монополей спадает, конечно, экспоненциально. Необходимое условие для баланса следующее [99]:

$$\zeta = M_{\text{Pl}} (e + p)/(24e)^{1/2}. \quad (119)$$

Поскольку все зависит исключительно от температуры, уравнение (119) есть уравнение для нахождения  $T_0$ , где появляется стационарное состояние.

Рассмотрим, однако, окрестную область температуры  $T_0$ . Если кривая зависимости от  $T$  непрерывна в обе стороны, то существуют две возможности: при низких температурах доминирует или левая часть, или правая часть. В первом случае Вселенная не может охладиться ниже  $T_0$ , и это определенно не так для реальной Вселенной. Во втором случае Вселенная не может начать охлаждаться, если ее начальная температура выше  $T_0$ . Оба случая бесполезны для нас.

Однако при фазовом переходе в точке  $T_0$  боковые части кривой не должны быть непрерывными. Идеальным случаем является тот, когда коэффициент  $\zeta$  мал в симметричной фазе, так что он не мешает охлаждению, но почти достаточен для баланса в асимметричной фазе вблизи  $T_0$ . Тогда сразу же после перехода спад температуры почти прекращается при  $T_0$ . Однако еще продолжается очень медленное охлаждение, которое в конце концов выводит систему из баланса, и потом вновь наступает прерванное охлаждение [99]. Вопрос состоит в том, реализуется или нет этот идеальный сценарий. Ответ зависит от транспортного коэффициента  $\zeta$  ТВО материи, который не может быть вычислен без серьезных упрощающих предположений. Здесь мы ограничимся приближением релятивистского разреженного газа точечных бозонов. (Среда-континuum действительно разрежена в кинетическом смысле [73].) Тогда объемная вязкость появляется при граничной энергии между нерелятивистским и релятивистским режимами [100] и может быть приближенно представлена в виде

$$\zeta \cong \alpha^{-2} m_X^2 \times \begin{cases} (T/m_X)^{9/2}, & \text{если } T \ll m_Y; \\ (m_X/T), & \text{если } T \gg m_X, \end{cases} \quad (120)$$

где  $\alpha = 1/45$  — константа связи ТВО. Действительно, в обоих асимптотических по энергии случаях  $\zeta \Rightarrow 0$ . Масса  $X$ -бозона может быть взята из стандартной теории [101]. Она стремится к нулю в симметричной фазе и имеет порядок  $\mu$  после нарушения симметрии. Следовательно, коэффициент вязкости становится равным нулю до фазового перехода, и его значение существенно возрастает сразу же после перехода, когда  $m_X \cong T \cong \mu$ . Если предположить, что околовравновесный формализм еще справедлив, можно вычислить расширение и охлаждение. Необходимо знать значение параметра  $R$ , который настраивает начальные условия на получение достаточного охлаждения: простая оценка показывает [99], что для увеличения  $R$  на фактор  $10^{28}$  во время почти изотермического расширения точность настройки должна быть примерно 1 %, что не является слишком строгим требованием. Модельные вычисления, выполненные в работе [102], дали значение  $\mu \cong 6 \cdot 10^{15}$  ГэВ. Это довольно высокое значение с точки зрения физика, занимающегося элементарными частицами. Характерная кривая охлаждения представлена на рис. 16.

Это упрощенная модель, и ее можно критиковать с различных сторон. Проверка околовравновесного приближения показывает [103], что за среднее время столкновения относительное изменение удельной энтропии порядка единицы, что, в лучшем случае, лежит на границе применимости. Другая особенность связана с отрицательными значениями динамического давления  $P$ , неизвестного для околовравновесного случая. Однако в ТВО материя способна нести отрица-

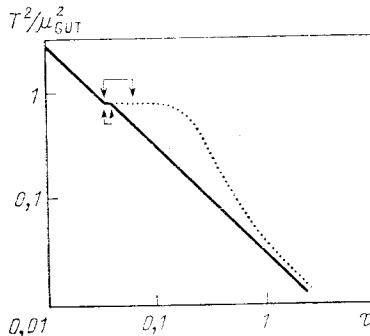


Рис. 16. Временная эволюция квадрата температуры (в единицах  $\mu_{\text{GUT}}$ ) при «горячей» инфляции с эффектами вязкости для двух значений ТВО масштабного параметра  $\mu_{\text{GUT}}$  (непрерывная кривая:  $\mu_{\text{GUT}} = 4,88 \cdot 10^{14}$  ГэВ; пунктирная:  $\mu_{\text{GUT}} = 7,32 \cdot 10^{15}$  ГэВ;  $\varepsilon = 0,1$ ; время  $\tau = t/t_0$  дано в единицах  $t_0 = M_P/\mu_{\text{GUT}}^2$ ). Меньшее значение  $\mu_{\text{GUT}}$  является стандартным и оценено из угла Вайнберга. Для большего значения  $\mu_{\text{GUT}}$  охлаждение замедляется до времен, достаточных для (почти) изотермического экспоненциального расширения, которое может существенно уменьшить плотность монополей. Стрелками обозначена эра фазового перехода (детали см. в [102])

тельное давление и в каждом случае проявляется с экспоненциальным расширением. Для дальнейшего обсуждения модели см. работы [104].

На этом мы закончим обсуждение сценариев фазовых переходов в ТВО. Если Теория Великого Объединения является правильной, то имеется уверенность в том, что сильное возрастание энтропии необходимо для того, чтобы избежать излишнего обилия монополей; еще большее увеличение энтропии решает проблемы горизонта и плоскости (т. е. начального условия). К такому увеличению энтропии и расширению пространства могут привести различные механизмы. Хотя реальный механизм еще не выбран, можно надеяться на успех в ближайшем будущем.

**Фазовый переход с нарушением суперсимметрии.** Если мы опускаемся ниже по температуре, то следующим фазовым переходом является СУСИ-переход. Для определенности будем считать, что энергетическая шкала для спонтанного нарушения симметрии равна  $10^{10}$  ГэВ, как предполагается в работе [54]. Тогда мы можем сравнить характерное время охлаждения —  $T/\dot{T} \cong 10^{-26}$  с с временем

элементарных процессов СУСИ  $\cong 10^{-34}$  с. Различие на много порядков скромно предполагает равновесный переход. Выбирая группу симметрии, можно снова рассчитать коэффициенты в уравнениях (69), (70) с характерной энергией  $\mu_{\text{SUSY}}$  и с довольно бедным знанием параметров  $\varepsilon$  и  $\lambda_{1,2}$ . Предполагая  $\varepsilon \ll 1$ , можно опять использовать формализм [39]; после равновесного фазового перехода имеем расширение по закону  $T \propto 1/\sqrt{t}$ .

Но тогда, как отмечалось в разд. 3, в современной Вселенной должны доминировать гравитино настолько, что это исключается имеющимися наблюдениями. Этого не произойдет, если  $\mu_{\text{SUSY}}$  удовлетворяет одному из неравенств, приведенному в (87в), или используется сценарий, приводящий теперь к разрежению плотности гравитино [105]. Тогда мы находимся на три порядка выше верхнего предела  $\mu_{\text{SUSY}}$ , поэтому гравитино оказываются на фактор  $10^6$  более массивными, и, следовательно, необходимо увеличение энтропии в  $10^6$  раз.

Поскольку структура уравнения состояния та же, что для ТВО, кандидатами на инфляцию остаются те же самые механизмы, что и выше. Мы проверили параметры, необходимые для теплого сценария. За исключением слабой зависимости от плохо известных параметров  $\varepsilon$  и  $\lambda_{1,2}$ , представленная выше взаимосвязь прироста энтропии и охлаждения (см., например, работу [91]) остается справедливой. Поэтому в  $10^6$  раз большая энтропия потребовала бы относительного переохлаждения примерно на 80 %, что почти невероятно с оцененным отношением  $10^{-8}$  для характерных времен элементарных процессов и охлаждения.

Итак, мы полагаем, что хотя СУСИ-переход может быть фазовым переходом первого рода, он практически происходит в равновесном состоянии, так что увеличение энтропии незначительно. Поскольку в общем случае предполагаемая схема нарушения симметрии не включает новую группу симметрии  $U(1)$ , проблема монополя отсутствует.

**Нарушение электрослабой симметрии.** Следующий фазовый переход есть нарушение электрослабой симметрии при температуре  $T \cong 100$  ГэВ. В разд. 3 мы показали, что это наиболее слабый переход первого рода. Следовательно, его влияние как на динамику, так и на энтропию пренебрежимо мало; поскольку имеется только одна  $U(1)$ -симметрия как до, так и после перехода, то полагают, что рождение монополей отсутствует. Однако это не означает, что нет влияния перехода на поздние стадии эволюции. В частности, во время фазового перехода первого рода могут возникнуть неоднородности, и, если это произошло на последней стадии перехода (см. ниже), они могут выжить (об этих неоднородностях см. [106]).

Прослеживая далее расширение и охлаждение Вселенной, мы встречаемся со следующей интересной стадией — космическим переходом конфайнмента.

**Сценарий фазового перехода КХД-конфайнмента.** При переходе к конфайнменту первоначально слабовзаимодействовавшие кварки и

глюоны коагулируют и формируют адроны. Хотя большинство адронов составляют пионы, которые затем распадаются на фотоны, очень небольшое число кварков образует барионы. Именно этот чрезвычайно малый процент барионов составит позже материю, которую мы видим сейчас сконцентрированной в звездах и планетах и на Земле вокруг нас: растения, животные, люди.

При температуре конфайнмента фотоны, пейтрини, электроны и мюоны составляют доминирующую часть фона излучения. Его давление в ультрарелятивистском приближении можно представить в виде [64]:

$$p_{\text{фон}} = g_{\text{фон}} \pi^2 T^4 / 90, \quad g_{\text{фон}} = \frac{7}{8} \sum g_{\text{Fermi}} + \sum g_{\text{Bose}} = 14,25, \quad (124)$$

где  $g$  — факторы вырождения фермионов и бозонов. До включения конфайнмента температура и масштабный фактор удовлетворяют уравнениям

$$RT = \text{const}, \quad T = M_{\text{Pl}} \operatorname{sh}^{1/2}(2C \sqrt{\bar{B}} / M_{\text{Pl}}) \operatorname{sh}^{-1/2}(2C \sqrt{\bar{B}} t). \quad (122)$$

Глобальные свойства. Из-за очень малой барионной асимметрии ( $\mu/T \approx 10^{-10}$ ; через  $\mu$  в этом разделе обозначен химический потенциал!) мы рассмотрим глобальные свойства перехода к конфайнменту сначала в приближении  $\mu = 0$ . Тогда уравнения Фридмана (22а), (23а), процедура усреднения (26) и уравнения состояния как в фазе конфайнмента, так и деконфайнмента (90), (91), а также фоновый вклад (124) имеют решения в форме уравнений (102), (103) с [29, 89]:

$$e_1 = \frac{51 \cdot 25}{30} \pi^2 T_1^4 + B, \quad e_2 = \frac{17 \cdot 25}{30} \pi^2 T_2^4. \quad (123)$$

Для равновесного состояния получаем

$$T_1 = T_2 = T_{\text{eq}} = [90 B / 34 \pi^2]^{1/4}, \quad L = 4B. \quad (124)$$

Из уравнения (122) находим, что фазовый переход начинается при  $t_1 = t_{\text{eq}} \approx 8$  мкс и заканчивается при  $x = 0$  в момент времени

$$t_2 = t_1 + \{\arccos[2B/L - 1] - \omega_0\}/\omega \cong 12 \text{ мкс}. \quad (125)$$

Из-за большой скрытой теплоты, реализуемой при конфайнменте, фазовый переход требует значительного времени. При получении оценки (125) мы предположили, что равновесный фазовый переход имеет место при  $T_{\text{eq}} \approx 200$  МэВ. Очень различные модели приводят к тем же самым результатам [64, 107].

Переохлаждение и сценарий градусного фазового перехода. Чтобы выяснить степень переохлаждения и свойства повторного нагрева, необходимо снова решить уравнения Фридмана (22а), (23а) совместно с уравнениями нуклеации (30) — (32) и уравнением состояния (90), (91), (124). Первое общее обсуждение этих эффектов было дано в работе [108], а в [109] в упрощенной

форме было оценено переохлаждение как функция поверхностного натяжения. Согласованное решение упомянутых уравнений впервые представлено в работе [30]. На рис. 17 показана температура как функция времени для различных значений параметра поверхностного натяжения.

Видно, что даже для малых значений параметра (скажем,  $\sigma_0 \approx 1$ ) происходит значительное переохлаждение ( $\approx 5\%$ ) с последующим быстрым вторичным нагревом. Всепенная проводит большую часть времени перехода конфайнмента при температуре, близкой к  $T_{eq}$ . С увеличением параметра поверхностного натяжения  $\sigma_0$  переохлаждение становится более заметным, а повторный нагрев замедляется, в результате эра КХД-перехода значительно затягивается. Чтобы оставаться в разумной области возможных параметров, следует отметить, что поверхностное натяжение, оцененное в работах [22, 124], довольно мало. Если эта оценка правильна, то переохлаждение действительно не слишком велико. Соответствующий прирост энтропии довольно умеренный (только в заведомо невероятном случае  $\sigma_0 > 4$  получается значительное увеличение энтропии). Основываясь на этой оценке, данный сценарий «предсказывает» гладкий переход без каких-либо драматических превращений.

Сравнение с приближением времени релаксации [29] показывает, что теория нуклеации [30] приводит к более резко выраженному повторному нагреву. Отсюда можно сделать вывод, что приближение времени релаксации не является полностью адекватным поставленной задаче.

Приведенные результаты основываются на предположении о быстром выравнивании температур в обеих фазах. Случай различных температур изучен в работе [29] с использованием ряда приближений, но никаких интересных эффектов не было найдено.

Турбулентное преобразование. Было высказано возражение [110], что применение классических понятий к фазо-

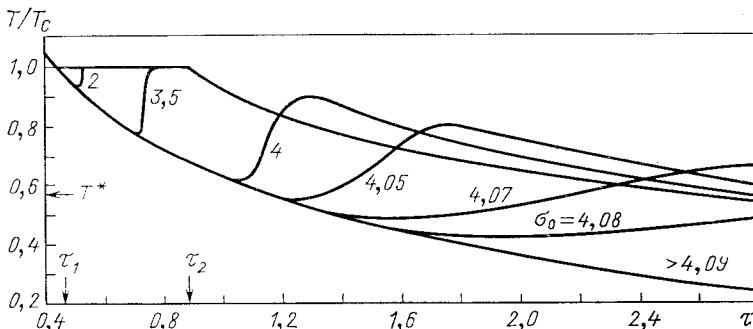


Рис. 17. Температура как функция времени ( $\tau = 2C\sqrt{Bt}$ ) для нескольких значений параметра поверхностного натяжения  $\sigma_0$ . Величины  $\tau_{1,2}$  указывают начало и конец равновесного фазового перехода

вому переходу конфайнмента не является адекватным, поскольку КХД-конфайнмент есть качественно отличный процесс. Это может быть так или не так, но тем не менее мы думаем, что осторожное применение довольно общих положений должно помочь нам ориентироваться в основных направлениях эволюционного развития. В работе [110] предложена микроскопическая картина, подсказанная КХД-рассмотрением. Она основывается на предположении, что в расширяющейся плазме появляются некоторые пустоты пертурбативного вакуума, а когда плазма расширяется и охлаждается

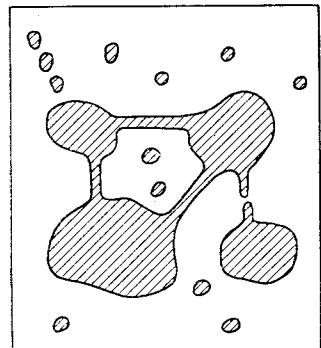


Рис. 18. Наглядное изображение процесса адронизации кварк-глюонной плазмы (заштрихованные кружки — адроны; заштрихованные области — плазменные капли и струны между ними). В верхней левой части рисунка струна уже разорвалась на адроны, тогда как в нижнем правом углу происходит разрыв струны

далее, то образуются островки, связанные струноподобной КХД-материей (рис. 18). Эти струны будут замедлять расширение, поскольку действуют как пружины. (Заметим, однако, что отрицательное давление в кварковом мешке вызывает тот же эффект.) Затем струны рвутся, и появляются отдельные адроны. Это довольно спокойный сценарий.

Турбулентный сценарий может быть привлечен в случае, когда рассматривается гидродинамическое расширение адронных пузырей в кварковом окружении. Следуя [27], в работе [26] этот процесс изучен в приближении плоского фронта раздела фаз и без учета поверхностных эффектов. При этом налагаются требования: 1) сохранения энергии и импульса; 2) сохранения заряда и 3) увеличения энтропии при прохождении фронта, разделяющего плазму и адронную материю. В системе, где фронт покойится, эти требования записываются как [111]:

$$\left. \begin{aligned} [(e + p) v \gamma^2] &= 0; \\ [(e + p) v^2 \gamma^2 + p] &= 0; \\ [n_\alpha v \gamma] &= 0; \\ [sv\gamma] &\geq 0, \end{aligned} \right\} \quad (126)$$

где для краткости использованы обозначения  $[A] = A_2 - A_1$  и гамма-фактор  $\gamma = (1 - v^2)^{-1/2}$  ( $v$  — скорость потока материи). Предполагается, что фронт раздела фаз узкий по сравнению с однородными областями адронной и плазменной материи.

Физические условия  $0 \leq v_{l,2} \leq 1$  и 3) ограничивают области допустимых начальных и конечных состояний, как показано на рис. 19 для простого уравнения состояния кваркового мешка (90), (91).

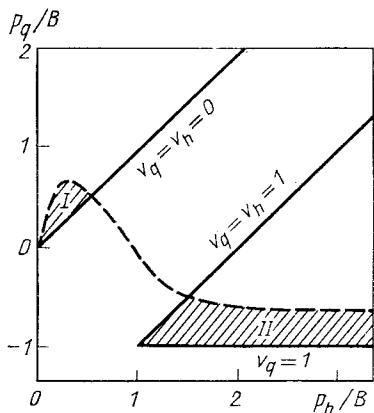


Рис. 19. Допустимые области превращений различного типа на фронте «горения» при переходе от плазмы к адронной материи ( $I$  — дефлаграция,  $II$  — детонация): пунктируя кривая указывает границу, определяемую условием положительности энтропии, образованной при пересечении фронта (выше этой кривой возможны только обратимые процессы). Фоновая материя не включена

Чтобы выполнить граничные условия, в частности, чтобы и плазма и адронная материя не разлетались, поскольку глобально материя покоятся, предложены два характерных типа пузырей (рис. 20):

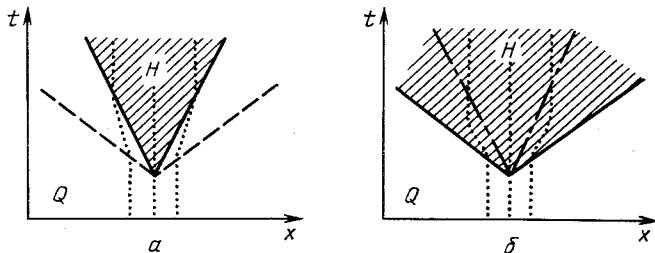


Рис. 20. Схематическое изображение двух типов пузырей в процессах фазового превращения:  
 а — дефлаграционный пузерь (сплошные линии — дефлаграционный фронт; пунктир — опережающая ударная волна); б — детонационный пузерь (сплошная линия — детонационный фронт; пунктирующие линии — слабый разрыв). Заштрихованная область занята адронной материи. Точечные линии указывают линии тока материи

1) дефлаграционные пузьри: они посыпают опережающую ударную волну, которая нагревает плазму, энергия берется из реализации скрытой теплоты перехода;

2) детонационные пузьри: в адронной материи распространяется отстаяющая ударная волна.

Хотя для дефлаграционных пузьрей необходимо только умеренное переохлаждение (если вообще оно необходимо), детонационные пузьри требуют сильно переохлажденного начального и сильно перегретого конечного состояний. Фронт, разделяющий плазму и

адронную материю, движется в пространстве. В работе [112] рассмотрены также времениподобные фронты, которые соответствуют спонтанному преобразованию конечной области плазмы в адронную материю. Понятно, что приближение плоского фронта при описании пузырей является слишком грубым, поэтому были исследованы различные типы самоподобных сфероидальных пузырей [113]. Анализ показал, что основная структура пузырей воспроизводится (рис. 21). Большинство авторов уделяет основное внимание начальному состоянию перехода, т. е. росту адронных капель в плазме, тогда как

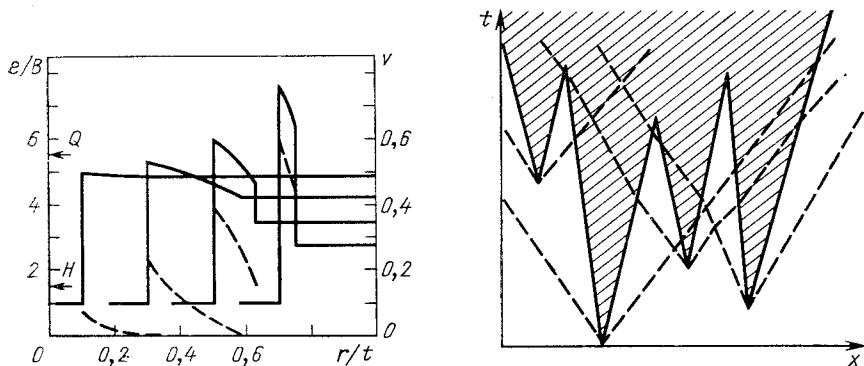


Рис. 21. «Снимок» расширяющегося сферического дефлаграционного пузыря: сплошная линия — плотность энергии (шкала слева); пунктир — скорость (шкала справа); стрелки указывают равновесные плотности энергии для адронной материи и плазмы без фона

Рис. 22. Схематическая картина адронизации космической материи: заштрихованные области — адронная материя (внутри дефлаграционных фронтов); пунктир — опережающие ударные волны, которые вызывают повторный нагрев и турбулентность

сжатие пузырей плазмы в адронную материю остается вне детального изучения (см., однако, ниже подраздел о концентрации барионов). В согласии с нашими более ранними работами [15, 112] было рассмотрено широкое разнообразие различных типов конверсии зарядово-симметричной кварк-глюонной материи в адронное вещество [114], а также исследованы свойства стабильности фронтов [115].

Если вышеописанный спокойный и гладкий сценарий предсказывает отсутствие возможных отпечатков эры адронизации на последующей космологической эволюции, то анализ расширения пузырей указывает на их возможное влияние на эволюцию. Такой турбулентный сценарий исследован в работе [116]. Основной момент заключается в том, что опережающая ударная волна дефлаграционных пузырей будет вызывать значительную турбулентность в материи (рис. 22). Пересечения ударных волн как в плазме, так и в адронной материи обусловливают картину разупорядочения потоков. Идея такого турбулентного сценария состоит в том, чтобы рассмотреть возможные масштабы возникающих неоднородностей. Действительно, в работе [116] отмечены два различных масштаба: один возни-

кает из характерных расстояний между пузырями в самом начале фазового перехода, а другой — из типичных размеров пузырей, когда они соприкасаются. Вопрос о том, будут ли эти неоднородности зародышами более позднего формирования галактик, совершенно не ясен.

**Барионное обогащение.** В 1984 г. Виттен опубликовал статью [117], в которой прослежена судьба очень малого барионного избытка во время фазового перехода конфайнмента. Виттен заметил, что в условиях химического равновесия отношение плотности барионов в плазменной фазе к плотности адронной материи может быть очень велико. Действительно, в пределе  $\mu/T \ll 1$  (см. ниже) уравнение состояния для плазмы имеет вид [57]:

$$\left. \begin{aligned} p &= -B + 37/90\pi^2 T^4 + \mu_q^2 T^4; \\ n &= 2/3\mu_q T^2; \\ \sigma &= 21/45\pi^2 T^3 + 2\mu_q^2 T \end{aligned} \right\} \quad (127)$$

( $n$  есть плотность барионов), а адронное уравнение состояния для невзаимодействующих пионов в ультрарелятивистском пределе и нуклонов в перелятивистском приближении можно записать как [117]:

$$\left. \begin{aligned} p &= 3/90\pi^2 T^4 + 1/2b^N \operatorname{ch}(\mu_N/T); \\ n &= 1/2b^N \operatorname{sh}(\mu_N/T); \\ \sigma &= 4/30\pi^2 T^3 + 1/2b^N \{(5/2 + m_N/T) \operatorname{ch}(\mu_N/T) - \\ &\quad - (\mu_N/T) \operatorname{sh}(\mu_N/T)\}; \\ b^N &= (2m_N T/\pi)^{3/2} \exp(-m_N/T), \end{aligned} \right\} \quad (128)$$

где индекс  $N$  относится к нуклонам. Таким образом, в химическом равновесии  $\mu_N = 3\mu_q$  и барионное отношение

$$r = n_q/n_N = (1/9) T_c^3 b^N(T_c) \quad (129)$$

может быть большим, например 180 или 15 соответственно для  $T_{\text{eq}} = 100$  или 150 МэВ. Более изощренные оценки работы [119] дали еще большие значения, тогда как в [62, 119] получено умеренное барионное отношение  $r = 7$ . Поскольку имеющиеся сегодня результаты расчетов на решетке не очень надежны, то не ясно, какое барионное отношение следует из КХД. Но в любом случае, когда барионное отношение достаточно высоко, оно может быть еще более усилено, если в конце перехода конфайнмента химическое равновесие не сможет далее поддерживаться. В охлаждающейся Вселенной последние кварковые островки теряют свою энергию, если удерживать их барионное содержание постоянным [117]. Поэтому барионный заряд начинает концентрироваться в последних кварковых островках. Некоторые оценки [117, 118, 121] дают, что 99 % чистого барионного заряда сконцентрировано в этих кварковых островках. При

условии, что тепловое равновесие сохраняется, это может приводить к довольно большим флуктуациям плотности барионов. Из-за печально известной проблемы понимания деталей механизма конфайнмента вряд ли сегодня возможно надежно рассчитать барионное отношение в конце фазового перехода адронизации. Имеются процессы, которые динамически способствуют увеличению барионного отношения, в то же время существуют и другие конкурирующие процессы, имеющие тенденцию уменьшить это отношение (см. ссылки в [121–123]).

Идея Виттена заключалась в том, что области плазмы, высоко обогащенные барионами, охлаждаясь до состояния холодной кварковой материи, могут стабилизироваться, преобразуясь в стабильные «самородки», состоящие из странных кварков. Они могли бы служить кандидатами на «скрытую» материю. Однако оценки [124] указывают на возможность довольно быстрого испарения таких обогащенных странностью барионных капелек, «страникетов» [117].

С другой стороны, когда адронизуются последние кварковые островки, они проявляются как барионно-обогащенные области. Предположим, что барионное отношение не может диффундировать до нуклеосинтеза. Тогда в пространстве появятся малые области, внутри которых «стандартные» условия для нуклеосинтеза значительно нарушены, скажем, удельная энтропия составляет  $\approx 1$  вместо  $\approx 10^{10}$  [121]. Кроме того, из-за различной длины диффузии протонов и нейтронов в электрон-антиэлектронной фоновой плазме можно ожидать существенных изоспиновых флуктуаций.

Выполненное недавно численное моделирование примодального нуклеосинтеза показывает [121, 122], что изотермические барионные флуктуации могут действительно наложить отпечаток на космическую распространенность легких элементов. В частности, возникает проблема с  $^7\text{Li}$  [125]. Сейчас имеются два способа рассуждений: 1) если верить в барионное обогащение и вытекающее отсюда производство  $^7\text{Li}$ , тогда на поздней стадии космологической эволюции должны существовать деструктивные процессы, которые пока выпали из нашего внимания; 2) если верить, что моделирование примодального нуклеосинтеза должно дать наблюдаемую распространенность  $^7\text{Li}$ , то, чтобы совсем избежать концентрации барионов, необходимо ограничить некоторые свойства уравнения состояния [125]. Поскольку это еще открытый вопрос, общее мнение по нему не сложилось.

Вне зависимости от того, существует ли реально описанное барионное обогащение, эра конфайнмента (или время несколько большее этого) является последней временной меткой, где доминирует излучение. Поскольку легкие частицы (как и легкие кварки) могут нести барионный избыток, мы имеем  $\mu/T \approx 10^{-10}$ , что и предполагалось в нашем рассмотрении. Чтобы прояснить этот момент, напомним, что наблюдаемое сегодня отношение фотонов к барионам во Всеенной равно примерно  $10^{10}$ . Так как плотность фотонов пропорцио-

нальна плотности энтропии, имеем

$$n_\gamma/n_B \approx \sigma/n_B \approx T/\mu \approx 10^{10} \quad (130)$$

в плазменной фазе. В адронной фазе справедлива оценка

$$n_\gamma/n_B \approx \sigma/n_B \approx T^3/[b^N \operatorname{sh}(\mu/T)]. \quad (131)$$

Соответствующие отношения  $\mu/T$  представлены на рис. 23. Действительно видно, что вскоре после начала адронной эры наступает эра вещества, где  $\mu/T \gg 1$  и уравнение состояния определяется барионами.

**Динамика ароматов.** Установив относительную важность барионного заряда в фазовом переходе конфайнмента, можно перейти к детальному анализу динамики ароматов. Наиболее распространеными

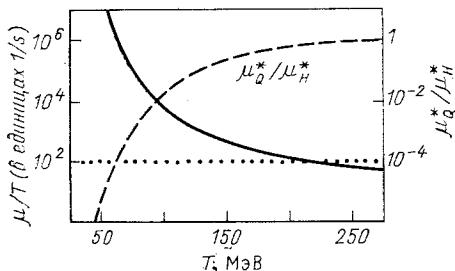


Рис. 23. Температурная зависимость отношения  $\mu/T$  (в единицах обратной удельной энтропии): сплошная линия — адронная материя + фон; точечная — плазма + фон (соответствующая шкала слева); пунктирная кривая показывает отношение химических потенциалов до и после изоэнтропического преобразования в зависимости от равновесной температуры

среди кварков являются  $u$ -,  $d$ - и  $s$ -кварки. Масса  $s$ -кварка равна примерно 150 МэВ [127], и мы можем, как и для пионов, использовать ультрарелятивистское приближение в качестве первой экстраполяционной оценки, поскольку  $T > 150$  МэВ. Тогда парциальные давления, энтропии и плотности барионов представимы в виде

$$\left. \begin{aligned} p_q &= -B + \sum p_i, \quad p_i = \frac{1}{2} \frac{21}{90} \pi^2 T^4 + \frac{1}{2} \mu_i^2 T^2; \\ \sigma_i &= \frac{21}{45} \pi^2 T^3 + \mu_i^2 T; \\ n_i &= \frac{1}{3} \mu_i T^2 \text{ (барионная плотность!)}, \end{aligned} \right\} \quad (132)$$

где  $i = u, d, s$ . В адронной фазе наиболее распространенными и важными частицами являются пионы ( $\pi^+ = u\bar{d}$ ), каоны ( $K^+ = u\bar{s}$ ,  $K^0 = d\bar{s}$ ), протоны ( $p^+ = uud$ ), нейтроны ( $n = udd$ ), ламбда ( $\Lambda = uds$ ) и сигма ( $\Sigma^+ = uus$ ,  $\Sigma^- = dds$ )-гипероны и соответствующие античастицы, которые следуют из сопряжения наивного кваркового содержания адронов, хотя  $\pi^0$ -мезон не имеет античастицы. Для простоты мы рассмотрим здесь только нижайшие члены  $SU(3)$ -мультиплетов (полные мультиплеты обсуждаются в работах [62, 119, 126]). Согласно наивной кварковой модели, в химическом равновесии

ции химические потенциалы определяются доминирующими кварковыми конфигурациями, например [128]:

$$\mu_{\pi^+} = \mu_u - \mu_d, \quad \mu_{\pi^0} = 0, \quad \mu_{\pi^-} = -\mu_{\pi^+} \dots \quad (133)$$

Поскольку характерные времена космологического расширения при  $T \approx 150$  МэВ велики [см. уравнения (64), (108)], необходимо наложить условия равновесия относительно слабых взаимодействий [3]:

$$\left. \begin{aligned} d &\Leftrightarrow u - e^- + v_e: \mu_d - \mu_u + \mu_e - \mu_{ve} = 0, \\ s &\Leftrightarrow u - e^- + v_e: \mu_s - \mu_u + \mu_e - \mu_{ve} = 0, \\ e^- + v_e &\Leftrightarrow \mu^- + v_\mu: \mu_e - \mu_\mu - \mu_{ve} + \mu_{v\mu} = 0. \end{aligned} \right\} \quad (134)$$

Частным следствием этих уравнений является  $\mu_d = \mu_s$ , т. е. в плазме странные кварки так же вероятны, как  $d$ -кварки (по крайней мере, в данном приближении). Кроме того, имеются законы сохранения для барионного, электрического и электронного, мюонного и таупартионного зарядов [ср. уравнения (24) при значениях индекса  $\alpha = B, Q, E, M, T$ ]. Полный электрический заряд Вселенной может быть чрезвычайно мал; мы полагаем его равным нулю:

$$\left. \begin{aligned} n_Q &= xn_Q^0 + (1-x)n_Q^H = 0, \\ n_Q^0 &= 2n_u - n_d - n_s, \quad n_Q^H = n_{p^+} + n_{K^+} + n_{\Sigma^+} - n_{\Sigma^-}. \end{aligned} \right\} \quad (135)$$

Барионный заряд есть

$$\left. \begin{aligned} n_B &= xn_B^0 = (1-x)n_B^H, \\ n_B^0 &= n_u + n_d + n_s, \quad n_B^H = n_{p^+} + n_n + n_\Lambda + n_{\Sigma^+} + n_{\Sigma^-}, \end{aligned} \right\} \quad (136)$$

в то время как лептонные заряды равны

$$\left. \begin{aligned} n_E &= n_{e^-} + n_{ve}, \\ n_M &= n_{\mu^-} + n_{v\mu}, \quad n_T = n_{v\tau}^*. \end{aligned} \right\} \quad (137)$$

В силу общей формы законов сохранения (24) можно переписать в виде

$$n_E = \alpha_E n_B, \quad n_M = \alpha_M n_B, \quad n_T = \alpha_T n_B. \quad (138)$$

В то время как плотность барионов ограничена из-за ее связи с удельной энтропией (например, в случае адиабатической эволюции  $s/n = \text{const}$ ), плотности нейтринного фона совершенно неизвестны. Можно было бы высказать догадку, что  $L = B$  с  $L = V(n_E + n_M + n_T)$  и  $B = Vn_B$ , где, однако, вопрос о распределении различных сортов остается открытым (хорошим предположением было бы также  $n_E = n_M = n_T$ ). В этих приближениях на основе уравнений (132) — (138) можно проанализировать эволюцию ароматов во время и после

\* При рассматриваемых температурах таупартоны менее вероятны и ими можно пренебречь.

фазового перехода конфайнмента (подробности см. в работах [62, 126]).

Для конкретных расчетов необходимо определить термодинамические потенциалы. Термодинамические свойства элементарных частиц с вырождением  $g$  в приближении идеального газа могут быть вычислены из термодинамического потенциала  $p(T, \pm\mu)$ :

$$p(T, \pm\mu) = g/(6\mu^2) \int \frac{dp p^4/E}{E = (m^2 + p^2)^{1/2}} \left\{ \exp [(E + \mu)/T] + I \right\}^{-1}, \quad (139)$$

с помощью соотношений

$$\left. \begin{aligned} n(T, \pm\mu) &= \partial p(T, \pm\mu) / \partial \mu, \\ s(T, \pm\mu) &= \partial p(T, \pm\mu) / \partial T, \\ \mu n &= e + p - Ts. \end{aligned} \right\} \quad (140)$$

Как обычно,  $I = \pm 1$  для фермионов и бозонов. Мы пренебрегаем состояниями бозонного конденсата, что оправдано в термодинамическом пределе, когда  $|\mu| < m$  для соответствующих частиц [129]. Поскольку мы имеем дело с малыми термодинамическими потенциалами  $\mu/T \approx 10^{-10}$ , приближение оправдано для пионов и каонов. В случае глюонов применимы те же аргументы, что и для фотонов. Давление частиц, для которых существуют соответствующие античастицы (такие, как все фермионы и  $\pi^+, K^0, K^+$ ), есть  $p(T, \mu) = p(T, +\mu) + p(T, -\mu)$  и соответственно плотность числа частиц  $n(T, \mu) = n(T, +\mu) - n(T, -\mu)$ <sup>\*</sup>, тогда как в случае частиц, не обладающих античастицами (такими, как глюоны, фотоны,  $\pi^0$ ), имеем  $p(T, \mu) = p(T, \mu = 0)$ .

Следующие фермионы могут рассматриваться в ультрарелятивистском приближении:  $u$ -,  $d$ - и легкие  $s$ -кварки [ $g = 6$ , см. уравнение (139)], электроны ( $g = 2$ ), электронное, мюонное и тау-нейтралоно ( $g = 1$ ). Давление для этих фермионов

$$p = g \left[ \frac{7}{8} \frac{20}{90} \pi^2 + \frac{1}{42} \mu^2 T^2 + \mu^4 / (24\pi^2) \right]. \quad (141)$$

Больцмановское приближение может быть использовано для тяжелых  $s$ -кварков \*\* ( $g = 6$ ), нуклонов (протонов, нейтронов —  $g = 2$ ), лямбда- ( $g = 2$ ) и сигма ( $\Sigma^+, \Sigma^-$  —  $g = 2$ )-гиперонов. В этом случае давление включает вклады античастиц

$$p = \frac{1}{4} g b T \left( 1 + \frac{1}{2} (\mu/T)^2 + \dots \right), \quad (142)$$

$$b = (2mT/\pi)^{3/2} \exp(-m/T), \quad (142)$$

а фактор вырождения  $g$  взят без античастиц.

\* Необходимо соблюдать осторожность с кварками. Мы резервируем для них  $n$  как чистый барионный заряд, который является третьим полным чистым числом.

\*\* Иногда предполагается, что масса странного кварка велика [128]; мы используем, однако, оценку [127], которая указывает, что масса странного кварка  $m_s \approx 150$  МэВ, как показало в работе [126].

Ультрарелятивистскими бозонами без античастиц (т. е.  $\mu = 0$ ) являются фотоны ( $g = 2$ ), глюоны ( $g = 8$ ) и  $\pi^0$ -мезон ( $g = 1$ ). Для них давление равно

$$p = 1/30g\pi^2 T^4. \quad (143)$$

Заряженные пионы могут рассматриваться или как взаимно сопряженные частицы ( $\mu_{\pi^+} = -\mu_{\pi^-}$ ,  $g = 1$ ), и тогда

$$p = g [2/90\pi^2 T^4 + 1/6\mu^2 T^2 + \dots], \quad (144)$$

или как голдстоуновские моды ( $\mu_{\pi^\pm} = 0$ ), и в этом случае

$$p = 2/90\pi^2 T^4. \quad (145)$$

Каоны, являясь бозонами, тоже могут быть рассмотрены в большемановском приближении (142) с  $g = 1$  для  $K^+$ ,  $K^0$  и  $\mu_{K^+} = -\mu_{K^-}$ ,  $\mu_{K^0} = -\mu_{\bar{K}^0}$  [62, 119, 129].

В изложенном приближении получен ряд интересных результатов. Во-первых, даже когда полный электрический заряд исчезающе мал, кварковые островки в конце эры адронизации ( $x \Rightarrow 0$ ) оказываются электрически заряженными (рис. 24). Это означает, что если

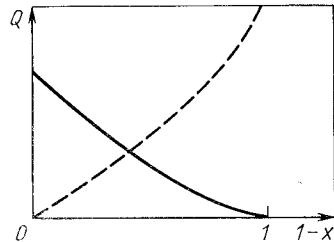


Рис. 24. Схематическое изображение временной эволюции электрического заряда в плазменной (пунктир) и адронной (непрерывная линия) фазах. Чистый заряд равен нулю. Такое же поведение получается для любого сохраняющегося заряда

механизм обогащения барионов действует, то он должен сопровождаться процессом разделения электрического заряда. Это, в свою очередь, подразумевает специфическую протон-нейтронную асимметрию. Возможное влияние на примодальный пуклеосинтез еще не исследовалось.

Второй интересный результат связан с тем, что материя ранней Вселенной может быть странной (до 30 %) (рис. 25).

Идея такого детального анализа ароматов заключается в том, чтобы получить ограничения на химический потенциал нейтрино, или эквивалентно на  $\alpha_{e, m, t}$ . Но анализ еще не достиг этой стадии.

Теоретический интерес представляют также условия равновесия фаз. Детальное равновесие  $T_1 = T_2$ ,  $p_1 = p_2$  и равенство химических потенциалов согласно уравнению (133) приводят к гиперповерхности в термодинамическом пространстве состояний  $T - \mu_u - \mu_d - \mu_s$ . Условие  $\beta$ -стабильности проектирует эту гиперповерхность на искривленную поверхность в трехмерном пространстве состояния  $T - \mu_u - \mu_d$ . С помощью законов сохранения и условия адиабатич-

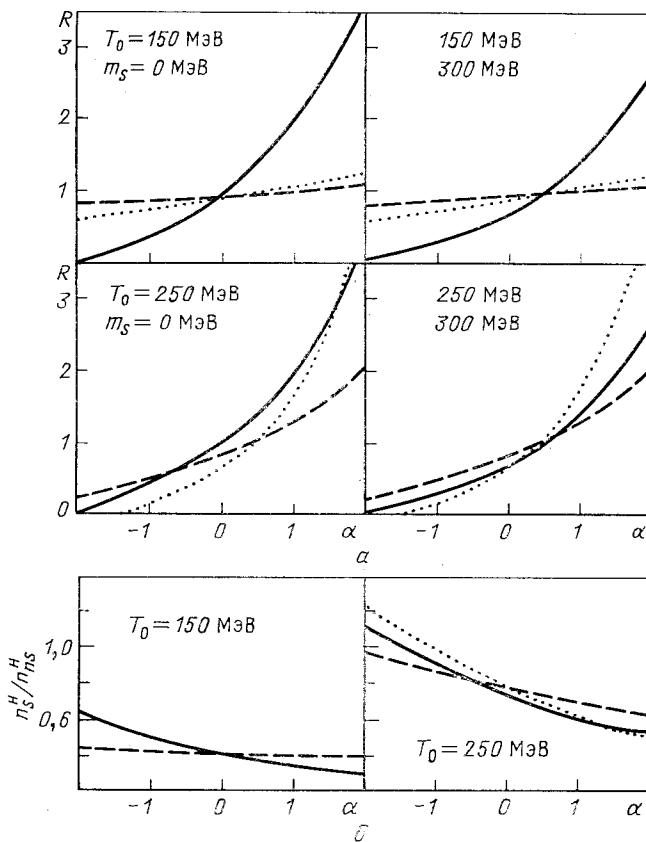


Рис. 25. Отношение плотностей странных и нестранных кварков в плазме (а) и отношение странных барионов к нестранным в адронной фазе (б) как функция  $\alpha = \alpha_E - \alpha_M$  [см. уравнение (138)]: сплошные линии — начало конфайнмента ( $\alpha = 1$ ); пунктирные (линии взяты с их плавным квартовым содержанием) и точечные (линии рассматриваются как голдстоуновские моды с пулевым химическим потенциалом) линии — конец эры фазового перехода ( $\alpha \rightarrow 0$ ). Массы странных кварков для плазменной фазы указаны на рисунке, в адронной фазе массовыми эффектами странных кварков пренебрегается

сплошные линии — начало конфайнмента ( $\alpha = 1$ ); пунктирные (линии взяты с их плавным квартовым содержанием) и точечные (линии рассматриваются как голдстоуновские моды с пулевым химическим потенциалом) линии — конец эры фазового перехода ( $\alpha \rightarrow 0$ ). Массы странных кварков для плазменной фазы указаны на рисунке, в адронной фазе массовыми эффектами странных кварков пренебрегается

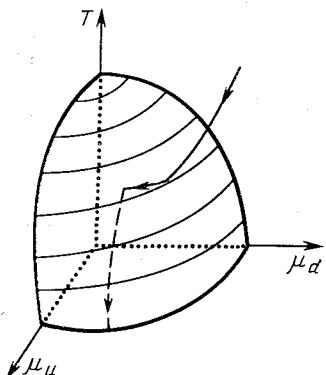
ности  $s/n = \text{const}$  можно, наконец, получить действительный путь эволюции космологической материи (см. рис. 26 и работы [62, 119, 126, 130] для подробностей и улучшенного подхода).

**Фазовые переходы ниже  $T = 100$  МэВ отсутствуют?** После адронизации при подходящей энергии может произойти разделение материи и antimатерии, если эта материя  $C$ -симметрична [62]. Однако эта специфическая энергия присутствует в течение времени  $t \sim \sim (10 \div 100)$  мкс. Следовательно, размер горизонта составляет несколько километров и вычислением плотности энергии из закона излучения можно грубо оценить массы звезд в причинно-связанных об-

ластиах. Поскольку мы уверены в том, что материя доминирует в нашей Галактике, то такой механизм разделения (без дальнейших серьезных упрощений) был бы не способен объяснить структуру материи-антиматерии. Кроме того, Великое Объединение может генерировать эффективное нарушение  $CP$ -четности [106], приводящее к таким распадам  $X$ -бозонов, где в конечных продуктах кварки доминируют над антикварками, а лептоны — над антителтонами, что

Рис. 26. Схематическое изображение фазовой диаграммы в пространстве состояний  $T$  —  $\mu_u$  —  $\mu_d$ . Область, ограниченная колоколообразной фазовой границей (с изотермами на ее поверхности), представляет адронный мир, а вне его находятся свободные кварки и глюоны:

сплошная кривая — возможный путь Вселенной до и во время перехода (в данном случае с небольшим повторным нагревом), а точечная — путь после перехода



мы и видим сейчас вокруг нас. Барионная асимметрия могла бы быть порождена также и при нарушении электрослабой симметрии [131]. Если это так, то преобладание материи наступало бы при 10 мкс, и, следовательно, фазовый переход разделения материи и антиматерии отсутствует.

При дальнейшей эволюции не ожидается никаких важных фазовых переходов. В частности, переходы в ядерной материи могут произойти при плотностях и энергиях вблизи ядерных значений. Рассчитывая эволюцию в обратном направлении от конца газоплазменной эпохи  $T \cong 1$  эВ,  $n \cong 10^3$  см<sup>-3</sup>, мы получаем, что в момент времени 10 мкс, когда характерная энергия находится в области  $\sigma$ -конденсата, плотность оказывается на 12 порядков ниже ядерной плотности. И, наоборот, при ядерных плотностях температуры  $T \approx 1$  ГэВ, что существенно выше температуры любого ядерного перехода. Таким образом, эволюционный путь материи, очевидно, избежал этих переходов. Отметим, однако, что это должно быть не так, если появляются сильные неоднородности плотности.

## 5. ВЫВОДЫ

В последние два десятилетия развитие квантовой теории поля позволило нам расширить границы наших знаний до таких высоких энергий, которые характеризуют Вселенную до адронной эры старой стандартной космологии. Поскольку групповая структура новых теорий неизбежно отличается от структуры эффективных низкоэнер-

гетических теорий, возникают фазовые переходы, которые как раз и призваны решить хорошо известные проблемы старой стандартной модели (такие, как проблемы горизонта и плоскостности). Однако современное состояние дел таково, что предложенные механизмы носят еще частный характер и не без некоторых внутренних трудностей (например, необходимость чрезвычайно тонкой настройки начальных параметров). Создается общее впечатление, что если проблемы и не решены окончательно, то некоторые элементы истины в них уже присутствуют. В этом положении мы не можем сделать ничего иного, как воспользоваться некоторыми руководящими принципами из других физических дисциплин, где фазовый переход есть достаточно разработанное и экспериментально известное явление. Такой подход нам представляется также и вполне естественным.

Однако нельзя взять частные методы вычислений. То, что может быть общим, это — феноменологические рамки различных явлений при фазовых переходах. Эти методы удобны и просты, достаточно общие и еще имеют предсказательную силу в том смысле, что они отбирают параметры, относящиеся к процессу перехода, и предполагают их вычисление как дальнейшую программу развития теории. Из-за существенно различных взглядов на проблему подход, который считается наиболее естественным в феноменологии, в общем случае не идентичен с наиболее естественным подходом в микроскопике. Но если два подхода приводят к одинаковым результатам, то основные черты этих результатов, возможно, правильны.

Чтобы использовать преимущества феноменологического подхода, мы систематически рассмотрели общие методы такого описания (как термодинамика, механика сплошных сред, уравнение состояния и т. п.), их возможности и ограничения и применили их к космологической материи в различных областях энергии. Основной результат заключается в том, что феноменология действительно способна близко воспроизвести большинство свойств детального микроскопического описания процессов, связанных с изменениями в симметриях действительных состояний полей. На уровне феноменологии мы разработали несколько различных типов возможных сценариев фазовых переходов и указали их место, например несколько возможных инфляционных механизмов (непрерывный, диссипативный, теплый, горячий и т. п.). Имеются еще определенные проблемы со значениями параметров, но мы надеемся подойти ближе к «окончательному решению» этих проблем и приглашаем экспертов микроскопических подходов к участию в этой работе.

В представленном материале мы попытались дать систематический и обобщающий обзор последовательности космологических фазовых переходов. На наш взгляд, инфляционная фаза при характерной энергии ТВО и фазовый переход КХД-конфайнмента наиболее интересны. В обоих случаях нами представлены последние не публиковавшиеся ранее результаты, касающиеся таких вопросов, как детальный анализ приложения теории нуклеации к нарушению сим-

метрии в ТВО и переходу конфайнмента, а также исследование динамики ароматов.

Мы чувствуем, что наше описание динамики фазового перехода в рамках модели двухфазовой смеси довольно грубое. Необходимое усовершенствование касается явного включения поверхностных эффектов на границе фаз. Как дальнейшее развитие феноменологического описания мы рассматриваем учет флуктуаций, т. е. при конечной температуре параметр порядка (скажем, скалярное поле) флуктуирует между двумя значениями, характеризующими две фазы, порождая тем самым переходные домены/пузыри новой и старой фаз.

Мы почти оставили за рамками обзора такую важную проблему, как наблюдаемая барионная асимметрия. Эта проблема заслуживает отдельного обсуждения. Здесь мы упомянем только, что при нарушении симметрии ТВО имеются не сохраняющие *CPT*-процессы, которые позволяют генерировать наблюдаемый избыток барионов. Совсем недавно большое внимание привлекла также возможность генерировать барионный избыток за счет нарушения электрослабой симметрии.

Что касается многих других интересных и еще открытых проблем, то мы верим, что ранняя Вселенная и космологическая эволюция будут представлять привлекательную область исследований и в последующие годы и следует ожидать много новых идей о единой картине Мира.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Ландау Л. Д., Либштадт Е. М. Теория поля. М.: Наука, 1960.
2. Зельдович Я. Б., Новиков И. Д. Строение и эволюция Вселенной. М.: Наука, 1975.
3. Weinberg S. Gravitation and Cosmology. N.Y.: John Wiley and Sons, 1972. Имеется перевод: Вайнберг С. Гравитация и космология/ Под ред. Я. А. Смородинского. М.: Мир, 1975.
4. Misner C. W., Thorne K. S., Wheeler J. A. Gravitation. San Francisco: Freeman and Co., 1973. Имеется перевод: Мизнер Ч., Торн К., Уилер Дж. Гравитация/ Под ред. И. Д. Новикова, В. Б. Брагинского, М.: Мир, 1977.
5. Kolb E. W. e.a. (eds). Inner space/outer space. Chicago Press, 1986.
6. Окуни Л. Б. Физика элементарных частиц. М.: Наука, 1988.
7. Linde A. D. Particle Physics and Inflationary Cosmology. N.Y.: Cordon and Breach, 1990.
8. Physical cosmology, Les Houches XXXII/(Eds) R. Balian e.a. North-Holland, 1980 (См. работу: R. Wagoner. P. 395; Y. David. P. 443; G. Steigman. P. 477; N. Schramm, M. S. Turner. P. 501).
9. Guth A. H.//300 years gravity/ Ed. R. Penrose. Cambridge Univ. Press, 1987. P. 333—377.
10. Kramer D., Stephani H., McCallum M., Herlt E. Exact Solutions of Einstein's Field Equations. Berlin: Verlag der Wissenschaften, 1980.
11. Hiscock W. A., Lindblom L.//Ann. Phys. 1983. Vol. 151. P. 466—496.
12. Israel W., Stewart J. M.//Ann. Phys. 1979. Vol. 118. P. 341—372.
13. Barz H. W., Kämpfer B., Csernai L. P., Lukacs B.//Nucl. Phys. 1987. Vol. A465. P. 743—754; Barz H. W., Kämpfer B.//Phys. Lett. 1988. Vol. 206B. P. 399—403.
14. Kämpfer B., Lukács B., Paál G.//Phys. Lett. 1987. Vol. 187B. P. 17—21.

15. Kämpfer B., Barz H. W., Lukács B.//Acta Phys. Slov. 1987. Vol. 37. P. 137—150; Барц Х. В., Кэмпфер Б., Лукаш Б.//ЭЧАЯ. 1987. Т. 18. С. 1234—1282.
16. Zettelmoyer A. D. (Ed). Nucleation phenomena. Amsterdam: Elsevier, 1977.
17. Fisher M. E.//Physica. 1967. Vol. 3. P. 255—266; Reps. Prog. Phys. 1967. Vol. 30. P. 615—655.
18. Binder K.//Reps. Prog. Phys. 1987. Vol. 50. P. 783—803.
19. Linde A. D.//Nucl. Phys. 1983. Vol. B216. P. 421—445.
20. Ландау Л. Д., Лишинец Е. М. Статистическая физика. 4-е изд. М.: Наука, 1990.
21. Heinig K. H., Muller J., Hennig K.//Conf. Report E-MRS-Strasborg, 1987. P. 137—142.
22. Reinhard H., Dang B., Schulz H.//Phys. Lett. 1985. Vol. 159B. P. 461—464; Reinhard H., Dang B.//Phys. Lett. 1986. Vol. 173B. P. 473—477; 1987. Vol. 191. P. 466.
23. Lattimer J. M., Pethick C. J., Ravenhall D. G., Lamb D. Q.//Nucl. Phys. 1985. Vol. A432. P. 646—741.
24. Ландау Л. Д., Лишинец Е. М. Физическая кинетика. М.: Наука, 1979.
25. Guth A. H., Weinberg E. J.//Phys. Rev. 1981. Vol. D23. P. 876—888.
26. Coleman S.//Phys. Rev. 1979. Vol. D45. P. 2929—2937.
27. Steinhart P.//Phys. Rev. 1982. Vol. D25. P. 2074—2079.
28. Gyulassy M., Kajantie W., Kurki-Suonio H., McLerran L.//Nucl. Phys. 1984. Vol. B237. P. 477—501.
29. Kämpfer B.//Astron. Nachr. 1988. Vol. 309. P. 19—24.
30. Kämpfer B.//Astron. Nachr. 1988. Vol. 309. P. 347—355.
31. Landsberg P. T.//Thermodynamics. N.Y.: Interscience, 1961.
32. Lukács B., Martinas K.//Phys. Lett. 1986. Vol. 114A. P. 306—309.
33. Lukács B., Martinas K., Paál G.//Relativity Today. P. 247—277. Перевод Z. (Ed.), Singapore: World Scientific, 1988.
34. Tisza L.//Ann. Phys. 1961. Vol. 83. P. 1—33.
35. Harrison B. K., Thorne K. S., Wakano M., Wheeler J. A.//Gravitation Theory and Gravitational Collapse. Chicago Univ. Press, 1964.
36. Kittel Ch.//Thermal Physics. N.Y.: John Wiley and Sons, 1973. Имеется перевод: Киттель Ч. Статистическая термодинамика/Под ред. С. Н. Кашицы. М.: Наука, 1977.
37. Lukács B.//Acta Phys. Pol. 1983. Vol. B14. P. 33—44.
38. Lukács B., Csernai L. P.//Acta Phys. Slov. 1984. Vol. 34. P. 161—177.
39. Diósi L., Keszthelyi B., Lukács B., Paál G.//Astron. Nachr. 1985. Vol. 306. P. 213—222.
40. Linde A. D.//Rep. Prog. Phys. 1979. Vol. 42. P. 389—422.
41. Sakata S. H., Umezawa H., Kamefuchi S.//Prog. Theor. Phys. 1952. Vol. 7. P. 377—388.
42. Bovick M. J., Widjewardhana L.C.R.//Phys. Rev. Lett. 1985. Vol. 54. P. 2485—2488.
43. Chodos A., Detweiler S.//Phys. Rev. 1980. Vol. D21. P. 2167—2177.
44. Shahdev D.//Phys. Rev. 1984. Vol. D30. P. 2495—2505.
45. Diósi L., Forgacs G., Lukács B., Frisch H. L.//Phys. Rev. 1984. Vol. A29. P. 3343—3355.
46. Diósi L., Lukács B.//Phys. Rev. 1985. Vol. 31A. P. 3415—3422.
47. Georgi H., Quinn H. R., Weinberg S.//Phys. Rev. Lett. 1974. Vol. 33. P. 451—455.
48. Tie-Zhong L.//Mod. Phys. Lett. 1988. Vol. A3. P. 1183—1188.
49. Georgi H. Particles and Fields 1974/Ed. C. E. Carlson. N.Y.: AIP, 1975.
50. Гольфанд Ю. А., Лихтман Е. П.//Письма ЖЭТФ, 1974. Т. 13. С. 323—329.
51. Deser S., Zumino B.//Phys. Rev. Lett. 1977. Vol. 38. P. 1433—1437.
52. Szalai A. S., Marx G.//Proc. Neutrino. 75. Vol. 11. P. 411. Budapest, 1975.
53. Weinberg S.//Phys. Rev. Lett. 1982. Vol. 48. P. 1303—1309.
54. Ellis J., Nanopoulos D. V. Preprint CERN TH. 3319, 1982.

55. Salam A.// Elementary Particle Theory/Ed. F. Svartholm. Stockholm: Almqvist and Wiksell, 1968. P. 368—377.
56. Rademacher E. Preprint CERN-EP/84-41, 1984.
57. Cleymans J., Gavai R. V., Suhonen E.//Phys. Reps. 1986. Vol. 130. P. 217—255; Muller B.//Lecture Notes in Physics. Vol. 225. Berlin: Springer-Verlag, 1985; Shuryak E. V.//Phys. Reps. 1980. Vol. 61. P. 72—99; Kapusta J. I.//Nucl. Phys. 1979. Vol. D20. P. 461—488; Kalashnikov O. K., Klimov V. V.//Phys. Lett. 1979. Vol. 88B. P. 328—330; Kalashnikov O. K.//Fortschr. Phys. 1984. Vol. 10. P. 525—583.
58. DeGrand T. A., DeTar C. E.//Phys. Rev. 1987. Vol. D35. P. 742—755.
59. Gross Q., Pisarski R., Jaffe L.//Rev. Mod. Phys. 1981. Vol. 53. P. 43—88.
60. Hagedorn R., Rafelski J.//Phys. Lett. 1980. Vol. 97B. P. 136—140.
61. Шуряк Э. В. Цитируется по работе: Gyulassy M., Matsui T.//Phys. Rev. 1984. Vol. D29. P. 419—425.
62. Kapusta J. I., Olive K. A.//Phys. Lett. 1988. Vol. 209B. P. 295—299.
63. Dixit V. V., Suhonen E.//Z. Phys. 1983. Vol. C18. P. 335—344; Suhonen E., Sohlo S.//J. Phys. 1987. Vol. G13. P. 1487—1496.
64. Kämpfer B., Schulz H.//Z. Phys. 1984. Vol. C21. P. 351—352.
65. Gavai R. V., Lev. M. V., Petersson B.//Phys. Lett. 1984. Vol. 140B. P. 397—399.
66. Karch F., Kogut J. B. Sinklair D. K., Wyld H. W.//Phys. Lett. 1987. Vol. 188B. P. 353—356.
67. Röpke G., Blaschke D., Schulz H.//Phys. Rev. 1986. Vol. D34. P. 3499—3508; Blaschke D., Reinholz F., Röpke G., Kremp D.//Phys. Lett. 1985. Vol. 151B. P. 439—448; Voss H., Blaschke D., Röpke G., Kämpfer B.//J. Phys. 1989. Vol. G15. P. 561—569.
68. Wilets L.//The Non-Topological Soliton Bag Model: The Chiral Soliton/Ed. K. F. Lui. Singapore: World Scientific, 1987. P. 362—382.
69. Omnes R.//Phys. Rep. 1972. Vol. C3. P. 1—33.
70. Walecka J. D.//Ann. Phys. 1974. Vol. 83. P. 491—511.
71. Biro T. S., Zimanyi J., Zimanyi M.//Phys. Lett. 1986. Vol. 167B. P. 271—274.
72. Walecka J. D.//Phys. Lett. 1975. Vol. 59B. P. 109—112.
73. Kibble T. W. B.//Monopoles in Quantum Field Theories/Eds. M. S. Cragine et al. Singapore: World Scientific, 1982. P. 341—377.
74. Diósi L., Lukács B. Preprint KFKI-1983-102. Budapest, 1984.
75. Faber S. M., Gallagher J. S.//Ann. Rev. Astrophys. 1979. Vol. 17. P. 135—155.
76. Preskill J. P.//Phys. Rev. Lett. 1979. Vol. 43. P. 1365—1369.
77. Neise L., Stöcker H. Teoretische Physik. Statistische Mechanik/Ed. W. Greiner. Frankfurt: Verlag Harri Deutsch., 1987.
78. Bais F. A., Rudaz S.//Nucl. Phys. 1980. Vol. 470. P. 507—522.
79. Turner M.//Phys. Lett. 1982. Vol. 115B. P. 95—99.
80. Montvay I., Zimanyi J.//Nucl. Phys. 1979. Vol. A316. P. 490—511.
81. Bagoly Z., Lukács B., Paál G.//Astron. Nachr. 1987. Vol. 308. P. 143—149.
82. Tolman R. C.//Relativity, Thermodynamics and Cosmology, Oxford: Clarendon Press, 1934. Имеется перевод: Толмен Р. Относительность, термодинамика и космология/Под ред. Я. А. Смородинского. М.: Наука, 1974.
83. Guth A. H.//Phys. Rev. 1981. Vol. D23. P. 347—355.
84. Беселов А. И. и др.//Проблемы теории гравитации и элементарных частиц/Под ред. К. П. Станюковича. М.: Энергоатомиздат, 1984. Т. 14. С. 123—155.
85. Diósi L., Keszthelyi B., Lukács B., Paál G.//Astroph. Space Sci. 1986. Vol. 122. P. 371—386.
86. Guth A. H., Weinberg E. J.//Nucl. Phys. 1983. Vol. B212. P. 321—333.
87. Linde A. D.//Rep. Prog. Phys. 1984. Vol. 47. P. 925—977.
88. Березин В. А., Кузьмин В. А., Ткачев И. И.//Письма ЖЭТФ. 1985. Т. 41. С. 446—449.
89. Kämpfer B.//Astron. Nachr. 1986. Vol. 307. P. 231—234.

90. Lukács B., Paál G.//*Astrophys. Space Sci.* 1988. Vol. 146. P. 347—354.  
 91. Brandenberger R. H.//*Rev. Mod. Phys.* 1985. Vol. 57. P. 1—33.  
 92. Hawking S. W., Moss J. G.//*Nucl. Phys.* 1983. Vol. B224. P. 180—190.  
 93. Abbott L. F., Wise M. B.//*Nucl. Phys.* 1984. Vol. B244. P. 541—555;  
 Lucchin F., Matarrese S.//*Phys. Lett.* 1985. Vol. 164B. P. 282—285.  
 94. Kämpfer B.//*Astrophys. Space Sci.* 1989. Vol. 158. P. 35—42.  
 95. Turner M.//*Proc. of the Intern. Workshop of Superstrings, Composite Structures and Cosmology*/Eds. S. J. Gates, R. Mohapatra. FERMILAB-Conf.-87/86-A, Brookhaven, 1987. P. 3—33.  
 96. Berezin V. A., Kuzmin V. A., Tkachev I. I.//*Phys. Rev.* 1987. Vol. D36. P. 2919—2929; *Phys. Lett.* 1983. Vol. 124B. P. 479—483; Vol. 130B. P. 23—27.  
 97. Ehlers J.//*Proc. Intern. School «Enrico Fermi» XLVII*/Ed. R. K. Sachs. N. Y.—Lond.: Academic Press, 1971. P. 33—66.  
 98. Lukács B., Martinas K., Pacher T.//*Astron. Nachr.* 1986. Vol. 307. P. 171—181.  
 99. Diósi L., Keszthelyi B., Lukács B., Paál G.//*Acta Phys. Pol.* 1984. Vol. B15. P. 909—918.  
 100. Stewart J. M.//*Cargese Lectures in Physics VI*/Ed. E. Schatzman. N. Y.—Lond.—Paris: Gordon and Breach, 1973. P. 44—77.  
 101. Langacker P.//*Phys. Reps.* 1981. Vol. C72. P. 185—385.  
 102. Diósi L., Keszthelyi B., Lukács B., Paál G.//*Phys. Lett.* 1985. Vol. B157. P. 23—27.  
 103. Diósi L., Keszthelyi B., Lukács B., Paál G.//*Acta Phys. Hung.* 1986. Vol. 60. P. 299—314.  
 104. Waga I., Falcao R. C., Chanda R.//*Phys. Rev.* 1986. Vol. D33. P. 1839—1845.  
 105. Ellis J., Nanopoulos D. V. Preprint CERN. TH 3319. Geneva, 1982.  
 106. Barrow J.//*Fund. of Cosmic Phys.* 1983. Vol. 8. P. 83—103.  
 107. Ledenquai J., Dixit V.//*Phys. Lett.* 1983. Vol. 124B. P. 317—320;  
 Bonometto S. A., Matarrese S.//*Phys. Lett.* 1983. Vol. 133B. P. 977—979; Suohonen E.//*Phys. Lett.* 1982. Vol. 119B. P. 81—84; Olive K.//*Nucl. Phys.* 1981. Vol. B190. P. 483—503.  
 108. Hogan C.//*Phys. Lett.* 1983. Vol. 133B. P. 172.  
 109. DeGrand T., Kajantie K.//*Phys. Lett.* 1984. Vol. 147B. P. 273—276.  
 110. Van Hove L.//*Z. Phys.* 1985. Vol. C27. P. 135—143.  
 111. Ландау Л. Д., Лишин Е. М. Гидродинамика. М.: Наука, 1986.  
 112. Glendenning N. K., Matsui T.//*Phys. Lett.* 1984. Vol. 141B. P. 419—423;  
 Kämpfer B., Barz H. W., Müncbow L., Lukács B.//*Acta Phys. Polen.* 1986. Vol. B17. P. 685—707. Csernai L. P., Matsui T. Preprint UMTNP-409, Minnesota, 1984.  
 113. Kurki-Suonio H.//*Nucl. Phys.* 1985. Vol. B255. P. 231—251.  
 114. Danielewicz P., Ruuskanen P. V.//*Phys. Rev.* 1986. Vol. D35. P. 344—355.  
 115. Gorenstein M. I., Zhdanov V. I.//*Z. Phys.* 1986. Vol. C34. P. 79—84.  
 116. Kajantie K., Kurki-Suonio H.//*Phys. Rev.* 1986. Vol. D34. P. 1719—1738; Midorikawa S.//*Phys. Lett.* 1985. Vol. 158B. P. 107—109.  
 117. Witten E.//*Phys. Rev.* 1984. Vol. D30. P. 272—285.  
 118. Bonometto S. A., Marchetti P. A., Matarrese S.//*Phys. Lett.* 1985. Vol. 157B. P. 216—220.  
 119. Turner M.//*Phys. Rev.* 1988. Vol. D37. P. 3049—3052.  
 120. Ilgenfritz M., Gripganz J.//*Z. Phys.* 1985. Vol. C29. P. 79—85.  
 121. Fuller G. M., Mathews G. J., Alcock C. R.//*Phys. Rev.* 1988. Vol. D37. P. 1380—1387.  
 122. Alcock C., Fuller G. M., Mathews G. J.//*Astrophys. J.* 1987. Vol. 320. P. 439—445.  
 123. Kurki-Suonio H.//*Phys. Rev.* 1988. Vol. D37. P. 2104—2110; Appelgate J. H., Hogan C. J., Scherrer R. J.//*Phys. Rev.* 1987. Vol. D35. P. 1151—1160; Appelgate J. H., Hogan C. J.//*Phys. Rev.* 1985. Vol. D31. P. 3037—3045; Iso K., Kodama H., Sato K.//*Phys. Lett.* 1986. Vol. 169B. P. 337—340.

124. Farhi E., Jaffe R. L.//Phys. Rev. 1984. Vol. D30. P. 2374—2379.
125. Kurki-Suonio H., Matzner R. A., Centrella J. M. e.a.//Phys. Rev. 1988. Vol. D38. P. 1091—1099; Kurki-Suonio H., Matzner R. A. // Phys. Rev. 1989. Vol. D39. P. 1046—1053.
126. Kämpfer B.//Astron. Nachr. 1989. Vol. 310. P. 203—213.
127. Gasser J., Leutwyler H.//Phys. Reps. 1981. Vol. 87. P. 71—101; Koch P., Muller B., Rafelski J.//Phys. Reps. 1986. Vol. 142. P. 169—199.
128. Close F. E.//An introduction to quarks and partons, London: Acad. Press, 1979. Имеется перевод: Клоуз Ф.//Кварки и партоны. Введение в теорию/Под ред. Н. Н. Николаева, М.: Мир, 1982.
129. Kapusta J. I.//Phys. Rev. 1981. Vol. D24. P. 426—439.
130. Heinz U.//The Nuclear Equation of State/Ed. W. Greiner. N. Y.: Plenum Press, 1989. P. 111—122.
131. McLerran L. Preprint Fermilab-Pub-88/124-T. Batavia, 1988; Shaposhnikov M. E.//Nucl. Phys. 1987. Vol. B287. P. 757—777; 1988. Vol. B299. P. 797—814.