«ФИЗИКА ЭЛЕМЕНТАРНЫХ ЧАСТИЦ И АТОМНОГО ЯДРА»
1992, ТОМ 23, ВЫП. 3

УДК 539.12.172

МЕЗОННЫЕ ОБМЕННЫЕ ТОКИ И УПРУГОЕ РАССЕЯНИЕ ЭЛЕКТРОНОВ

В.В.Буров

Объединенный институт ядерных исследований, Дубна

В.Н.Достовалов, С.Э.Суськов

Дальневосточный государственный университет, Владивосток

Исследованы структурные функции дейтрона $A(q^2)$, $B(q^2)$ и тензор поляризации $T_{20}(q^2)$ с учетом мезонных обменных токов в рамках боннской модели. Сделан вывод о необходимости учета мезонных обменных токов в полном объеме, включая эффекты запаздывания. Показано, что для случая $A(q^2)$ учет эффектов запаздывания не зависит от выбора вершинных формфакторов, тогда как для $B(q^2)$ вклад эффектов запаздывания существенно зависит от выбора сильных вершин. При этом наилучшее согласие с экспериментом достигается для боннского релятивистского потенциала.

The deuteron structure functions $A(q^2)$, $B(q^2)$ and polarization tensor $T_{20}(q^2)$ are studied within the Bonn model with mesonic degrees of freedom taken into account. It is shown that it is necessary to take all these currents into consideration including the retardation effects. For $A(q^2)$ the contribution of retardation effects does not depend on the choice of vertex form factors; whereas for $B(q^2)$ it essentially depends on the choice of strong vertices. The best agreement with experiment is achieved for the Bonn relativistic potential.

ВВЕДЕНИЕ

Постановка проблемы. Атомное ядро — система взаимодействующих нуклонов, бесцветных трехкварковых кластеров. Исследования кварковых систем, цветовых степеней свободы, проведенные Н.Н.Боголюбовым и его учениками [1—4], позволили перейти к изучению проявлений кварковых степеней свободы в ядрах. Таким образом, возникает проблема исследования кварковых степеней свободы ядра. Здесь весьма существенным фактором является конфайнмент кварков, понимание природы которого могло бы существенно облегчить изучение кварковых взаимодействий в ядре. Однако эта фундаментальная проблема квантовой хромодинамики больших расстояний остается пока открытой. Именно поэтому весьма важным является исследование проявлений кварко-

вых степеней свободы в ядре, которое в данном случае служит уникальным полигоном по изучению многокварковых систем (здесь следует отметить, что эти исследования были инициированы работой [5]). Естественно предположить, что в основном и слабовозбужденном состояниях ядра ($E \approx M_A \approx AM$, где E — энергия системы, M — масса нуклона) они составляют небольшие примеси к основному, нуклонному каналу в полной волновой функции ядра

$$\Psi = \Psi(AN) + C\Psi(3Aq), \tag{1}$$

т.е. $|C(E \approx AM)|^2 << 1$. Вероятность таких примесей можно оценить как вероятность k нуклонам (флуктону) «нуклонного газа» из частиц собраться в малом объеме V_ξ [6]:

$$A\beta_k^A = C_k^A (V_\xi / AV_0)^{k-1} = C_k^A (r_\xi / r_0)^{3(k-1)} / A^{k-1}. \tag{2}$$

Здесь $r_0 = 1{,}2$ фм — средний радиус NN-взаимодействия в ядре, а параметр $r_\xi = 0{,}75$ фм — порядка радиуса кора NN-сил. Последний связан с радиусом конфайнмента. Идея флуктонов как единой системы из скоррелированных на малых расстояниях нуклонов была выдвинута Д.И.Блохинцевым [6] в 1957 г. для интерпретации выхода частиц за пределы двухнуклонной кинематики в экспериментах группы М.Г.Мещерякова при промежуточных энергиях в несколько сотен мегаэлектронвольт [7]. А в 1971 г. А.М.Балдиным [5] была выдвинута идея о кварковой природе явлений в области физики ядерных столкновений при высоких энергиях и возможности предсказания их характеристик на основе идеи скейлинга [8—16]. Это привело к интенсивному экспериментальному исследованию этого явления, которое получило название кумулятивного эффекта (см., например, работы [8—10,17—22]). Теоретические исследования кумулятивного эффекта, начавшиеся в ОИЯИ, показали, что идея флуктонов и масштабных преобразований NN-сечений в область запрещенной кинематики может дать объяснение этого эффекта [17,18,23—27]. В то же время были проведены исследования [12] рождения протонов в заднюю полусферу в ИТЭФ, которые также потребовали для своего объяснения введения необычных, сильно скоррелированных объектов типа флуктонов [16]. В дальнейшем появились данные из Беркли при меньших энергиях, подтвердившие кумулятивный эффект [28,29]. Для понимания природы этого эффекта были проведены эксперименты по исследованию рождения различного сорта частиц (π^+, K^+,p, $\bar{p}$) в pA-столкновениях при различных энергиях и для разных ядер, от дейтрона до свинца [8—22] (здесь можно отметить последние данные, представлявшиеся от

ОИЯИ на Международных семинарах по проблемам физики высоких энергий, Дубна, 1981, 1984, 1986, 1988, 1990).

Природу флуктонов можно понять, если ввести концепцию о многокварковых системах. Исследования многокварковых систем в рамках моделей мешков [4,30,31] показали, что их массы значительно превышают массы соответствующих ядер, т.е. $E_\lambda = M_A + \Delta_\lambda$, где $\Delta_\lambda \geq 0{,}2$ ГэВ. Таким образом, эти состояния являются специфическими и должны проявляться как резонансы в соответствующих амплитудах рассеяния.

Кумулятивный эффект стимулировал экспериментальные и теоретические исследования в различных областях физики элементарных частиц и атомного ядра (см, например, [32]). Здесь следует отметить глубоконеупругое рассеяние мюонов и электронов (*EMC*-эффект) [33], упругое рассеяние электронов при больших переданных импульсах [34,35], исследование дибарионов [36]. Более того, планируются эксперименты в CEBAF по изучению кумулятивного эффекта в eA-рассеянии, весьма интенсивно ведутся работы по релятивистской ядерной физике в Брукхейвене, ЦЕРН, ОИЯИ, где завершаются работы по созданию нуклотрона. Естественно, что при этом исследованиям по релятивистской ядерной физике уделяется весьма значительное место на крупных международных конференциях и совещаниях, например ICOHEPANS—PANIC, международных традиционных семинарах в Дубне.

Упругое рассеяние электронов. Итак, проблема заключается в исследовании свойств многокварковых систем и их проявлений в различных ядерных реакциях. В данной работе изучается упругое рассеяние электронов легкими ядрами с учетом ненуклонных степеней свободы. При этом совершенно естественно возникает вопрос о наиболее полном и последовательном их учете. Здесь следует отметить значительное число работ, посвященных исследованию мезонных обменных токов, проявлениям Δ-изобар в ядрах в различных ядерных процессах (см. [37,38—57] и др.). В упругом рассеянии электронов ядрами, в первую очередь, необходимо учесть мезонные степени свободы, релятивистские эффекты, а также эффекты проявления малых многокварковых примесей к волновой функции ядра. В дальнейшем, при развитии экспериментальных исследований формфакторов ядер, появились указания на проявления кварковых степеней свободы в ядре. Измерения формфакторов легчайших ядер ^{2}D, ^{3}H, ^{3,4}He проведены при больших переданных импульсах $q^2 \gg 1$ (ГэВ/с)^2. Это означает, что электрон проникает в малый объем пространства с размером порядка $r \sim q^{-1} \sim 0{,}2$ фм, где по современным представлениям должна проявляться кварковая структура ядерной материи.

Данный обзор посвящен рассмотрению влияния мезонных обменных токов (МОТ) на формфактор дейтрона и основан на работах [58—72] (см.

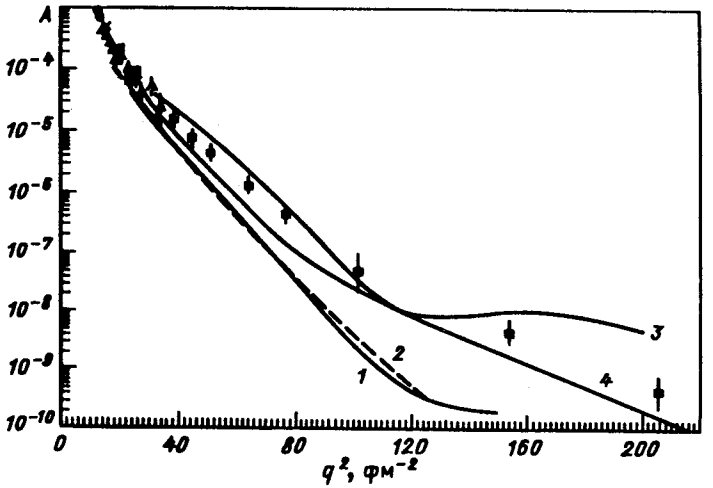


Рис.1. Структурная функция дейтрона $A(q^2)$. Релятивистский расчет: кривая *1* — [78]; *2* — [80]; *3*— [81]; *4* — [82]

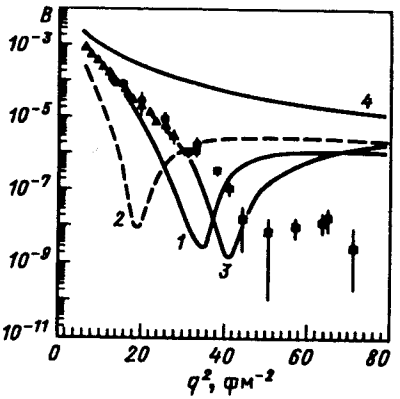


Рис.2. Структурная функция дейтрона $B(q^2)$. Обозначения, как на рис.1

также обзор [73]). При этом кварковые степени свободы будут рассмотрены в следующем обзоре. Учет релятивистских эффектов в формфакторе дейтрона нами также не будет обсуждаться, так как исследованию этой проблемы посвящено значительное число подходов [74—86].

Так, в [85] проводится релятивистски-ковариантный анализ упругих электромагнитных формфакторов дейтрона и отдельно изучаются вклады, соответствующие диаграммам $\rho\pi\gamma$-, $\omega \in \gamma$-МОТ. Показано, что при больших переданных импульсах релятивистский расчет существенно отличается от обычного нерелятивистского подхода, учитывающего только лидирующие вклады при разложении тока по p/M, p'/M и q/M. Причем релятивистский эффект составляет 25% к основному по $1/M$ вкладу. В

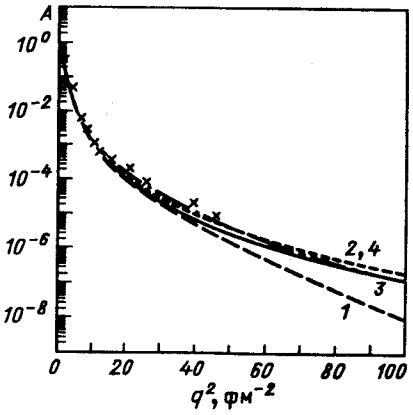


Рис. 3. Структурная функция дейтрона $A(q^2)$. Релятивистский расчет из работы [85]: *1* — импульсное приближение (ИП); *2* — ИП + $\rho\pi\gamma$; *3* — ИП + $\rho\pi\gamma$ + $\omega\varepsilon\gamma$; *4* — ИП (формфактор (47)) + $\rho\pi\gamma$ + $\omega\varepsilon\gamma$

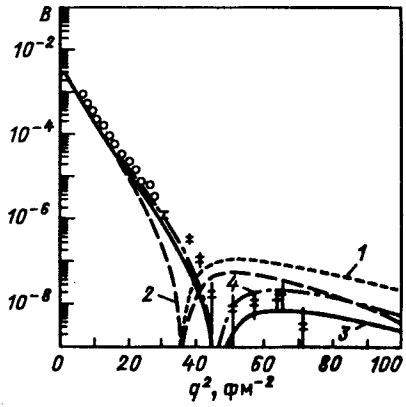


Рис.4. Структурная функция дейтрона $B(q^2)$. Релятивистский расчет из [85]. Обозначения, как на рис.3

целом делается вывод, что вклад релятивистских эффектов существен при больших q^2.

В [86] проводится анализ электромагнитных формфакторов на основе уравнения Бете — Солпитера. Утверждается важность релятивистских эффектов, причем вклад эффекта отдачи является наиболее значительным.

На рис. 1—4 приведем для $A(q^2)$ и $B(q^2)$ результаты подходов, учитывающих релятивистские эффекты. Здесь следует отметить наиболее разработанные подходы: а) подход Гросса, основанный на решении квазипотенциального уравнения для двухнуклонной системы [74—79]; б) подход Тьена, основанный на решении уравнения Бете — Солпитера [84—86]. Видно, что в области $q^2 >$ фм$^{-2}$ различие в результатах весьма значительно. Это говорит, с одной стороны, о незавершенности попыток релятивизации, а с другой — что в области больших q^2 необходимо учитывать также помимо нуклонного канала и другие ненуклонные степени свободы.

1. ИЗОСКАЛЯРНЫЕ МЕЗОННЫЕ ТОКИ

Постановка задачи. Эффективные нуклон-нуклонные потенциалы, на которых основано релятивистское описание ядерных сил, обусловлены

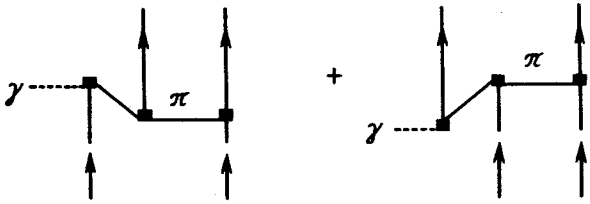


Рис.5. Вклад нуклон-антинуклонной пары

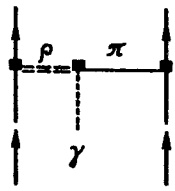


Рис.6. Вклад $\rho\pi\gamma$-процесса

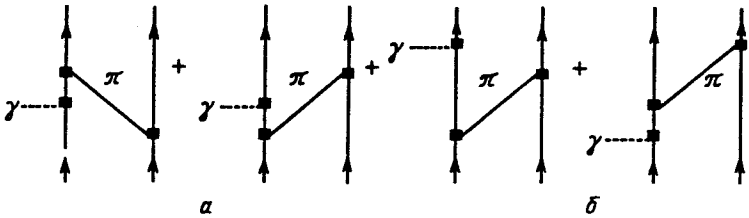


Рис. 7. Диаграммы отдачи (*а*) и перенормировки (*б*)

обменом мезонами. Присутствие мезонов в дейтроне позволяет описать полное сечение теплового захвата нейтронов протонами. Причем других серьезных причин для объяснения экспериментального сечения указать нельзя [87—90,92]. В электроразвале дейтрона сечение измерено в области небольших передач импульса, и здесь размораживание мезонных и барионных степеней свободы оказалось решающим [93—97]. И фотозахват нейтрона, и электроразвал дейтрона объединяет то обстоятельство, что в эти процессы дают вклад изовекторные МОТ. Существование же изоскалярных токов, проявляющихся только в упругом eD-рассеянии, установлено менее надежно [98,99].

На рис. 5—7 изображены диаграммы МОТ, вклады которых в формфакторы дейтрона исследуются в этом разделе. Хотя общепринятой считается классификация обменных токов Чемтоба и Ро [39] (см. также [100]), заметим, что, по сути, вклад нуклон-антинуклонной пары (парный ток, рис.5) является релятивистской поправкой к волновой функции дейтрона, и эта диаграмма, как и диаграмма на рис. 7, учтена Гроссом при решении квазипотенциального уравнения [79]. В диаграмме парного тока учитывается обмен только π-мезонами, так как вкладом от обмена более тяжелыми мезонами можно пренебречь [43]. Взаимодействие γ-кван-

та с мезонами, которыми обмениваются нуклоны, определяет вклад $\rho\pi\gamma$-процесса (рис.6). Другие диаграммы, где электрон рассеивается на промежуточном мезоне, вклада в упругое рассеяние не дают, так как связаны с изовекторными токами [101,102]. Диаграмма перенормировки (рис.7) необходима, чтобы избежать двойного учета обмена мезонами и в волновой функции дейтрона, и в поправке к оператору тока [39].

В [42,43] было указано на сильную зависимость формфактора дейтрона от электромагнитных формфакторов нуклонов и мезон-нуклонных формфакторов. По современным представлениям требуется, чтобы мезон-нуклонные вершины при больших значениях переданного импульса имели асимптотическое поведение $(q^2)^{-3}$ [48]. Такие мезон-нуклонные формфакторы убывают с ростом переданного импульса значительно быстрее, чем использованные ранее в работе [43], поэтому это должно вызвать изменение вклада МОТ в формфактор дейтрона. Кроме того, изменилось значение константы $g_{\rho\pi\gamma}$, которая по уточненным данным [103] равна 0,52, что превышает примерно на 40% значение $g_{\rho\pi\gamma}$, использованное в [43].

2. ОСНОВНЫЕ ФОРМУЛЫ

Дифференциальное сечение рассеяния неполяризованных электронов на неориентированных ядрах имеет вид

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)_{\text{Mott}} \left\{ \sum_J \left[\frac{|\langle J_f || M_J^{\text{coul}} || J_i \rangle|^2}{2J_i + 1} + \right.\right.$$
$$\left.\left. + \frac{1}{2}(1 + 2\,\text{tg}^2\theta/2) \left(\frac{|\langle J_f || T_J^{el} || J_i \rangle|^2}{2J_i + 1} + \frac{|\langle J_f || T_J^{\text{mag}} || J_i \rangle|^2}{2J_i + 1} \right) \right] \right\}, \qquad (3)$$

где θ — угол рассеяния, $(d\sigma/d\Omega)_{\text{Mott}}$ — моттовское сечение:

$$\left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)_{\text{Mott}} = \left(\frac{\alpha}{2E}\right)^2 \frac{\cos^2(\theta/2)}{\sin^4(\theta/2)\,(1 + 2E\sin^2(\theta/2)/M_d)}. \qquad (4)$$

Матричные элементы в сечении (3) содержат информацию об электромагнитных процессах в ядре, причем кулоновский, электрический и магнитный операторы имеют следующий вид:

$$M_{JM}^{\text{coul}} = \frac{1}{e}\int j_J(qx)Y_{JM}(\Omega_x)\rho_T(\mathbf{x})d\mathbf{x}, \tag{5}$$

$$T_{JM}^{\text{el}} = \frac{1}{eq}\int \mathbf{J}(\mathbf{x})\left\{\nabla\times j_J(qx)\mathbf{Y}_{JJ1}^{M}(\Omega_x)\right\}d\mathbf{x}, \tag{6}$$

$$T_{JM}^{\text{mag}} = \frac{1}{e}\int \mathbf{J}(\mathbf{x})j_J(qx)\mathbf{Y}_{JJ1}^{M}(\Omega_x)d\mathbf{x}. \tag{7}$$

Сечение рассеяния (3) можно записать через структурные функции дейтрона $A(q^2)$ и $B(q^2)$:

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)_{\text{Mott}} [\, A(q^2) + B(q^2)\,\text{tg}^2\frac{\theta}{2}]\,, \tag{8}$$

где

$$A(q^2) = F_c(q^2)^2 + F_Q(q^2)^2 + \frac{2}{3}\eta F_M(q^2)^2, \tag{9}$$

$$B(q^2) = \frac{4}{3}\eta(1+\eta)F_M(q^2)^2. \tag{10}$$

Зарядовый $F_c(q^2)$, квадрупольный $F_Q(q^2)$ и магнитный $F_M(q^2)$ формфакторы определены ниже:

$$F_c(q^2) = \sqrt{4\pi}\,\langle 11|M_{00}^{\text{coul}}|11\rangle, \tag{11}$$

$$F_Q(q^2) = 2\sqrt{10\pi}\,\langle 11|M_{20}^{\text{coul}}|11\rangle, \tag{12}$$

$$F_M(q^2) = \frac{2\sqrt{6}M}{\mathrm{i}q}\langle 11|T_{10}^{\text{mag}}|11\rangle. \tag{13}$$

Здесь $\eta = q^2/4M_d^2$, M_d — масса дейтрона, а $|11\rangle$ есть волновая функция дейтрона с полным спином $J = 1$ и проекцией $M_J = 1$.

3. ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫЕ ФОРМФАКТОРЫ ДЕЙТРОНА

Волновая функция дейтрона как связанного состояния нейтрона и протона может быть представлена в виде суммы S- и D-состояний:

$$\Psi_d^M = \Psi_S^M + \Psi_D^M. \tag{14}$$

Функции Ψ_S^M и Ψ_D^M описывают состояния с проекцией полного момента M и являются произведениями радиальных волновых функций и функций, зависящих от спин-угловых переменных:

$$\Psi_S^M = \frac{u(r)}{r}\left[Y_0(\Omega_r)\otimes\chi_1\right]_{1M}, \tag{15}$$

$$\Psi_D^M = \frac{w(r)}{r}\left[Y_2(\Omega_r)\otimes\chi_1\right]_{1M}. \tag{16}$$

Здесь опущена изоспиновая часть волновой функции. Формфактор перехода дейтрона из состояния с проекцией момента M в состояние с проекцией момента M' в упругом рассеянии электронов на дейтроне определим:

$$F_{M,M'} = \langle\Psi_d^{M'}\,|\exp(-\mathrm{i}\mathbf{qr}/2)|\,\Psi_d^M\rangle. \tag{17}$$

Здесь $\mathbf{q}$ — переданный импульс, а $\mathbf{r}$ — относительное расстояние между нейтроном и протоном. Разложив экспоненту в ряд, можно в формуле (17) отделить радиальное и спин-угловое интегрирование:

$$F_{M,M'} = 4\pi\sum_{L,L',L'',M''}(-\mathrm{i})^{L''}Y_{L'',M''}(\Omega_q)\,J_{L,L'}^{L''}\int_0^\infty u_L(r)\,u_{L'}(r)\,j_{L''}(qr/2)dr, \tag{18}$$

где

$$J_{L,L'}^{L''} = \langle L'1M'\,|\,Y_{L'',M''}(\Omega_r)\,|\,L1M\rangle \tag{19}$$

— спин-угловой матричный элемент; $u_{L=0} = u(r)$, $u_{L=2} = w(r)$. Подставив в (18), (19) конкретные значения моментов L, L', L'', получим окончательное выражение для электрического формфактора дейтрона:

$$F_{M,M'} = F_c\delta_{M,M'} - \sqrt{4\pi}\,C_{1M2M''}^{1M'}\,Y_{L'',M''}(\Omega_q)\,F_Q. \tag{20}$$

Зарядовый F_C и квадрупольный F_Q формфакторы в импульсном приближении с учетом неточечности нуклонов имеют вид

$$F_C^{\mathrm{imp}} = C_E^S(q^2)\int_0^\infty (u^2(r) + w^2(r))\,j_0(qr/2)dr, \tag{21}$$

$$F_Q^{\mathrm{imp}} = G_E^S(q^2)\int_0^\infty (2u(r)w(r) - w^2(r)/\sqrt{2})\,j_2(qr/2)dr. \tag{22}$$

Здесь $G_E^S(q^2)$ — электрический формфактор нуклона:

$$G_E^S(q^2) = G_E^p(q^2) + G_E^n(q^2), \tag{23}$$

а $G_E^p(q^2)$ ($G_E^n(q^2)$) — электрический формфактор протона (нейтрона).

Электрический формфактор дейтрона запишем с учетом (20) в следующем виде:

$$F_E^2 = \frac{1}{3} \sum_{M,M'} |F_{M,M'}|^2 = F_C^2 + F_Q^2. \tag{24}$$

Использовав выражения (7), (13) для магнитного формфактора дейтрона, можно получить

$$F_M = -\frac{3iM}{4\pi e q^2} \int \frac{d\mathbf{k}}{(2\pi)^3} \int d\Omega_q \, e^{i\mathbf{qR} - i\mathbf{kr}} (\mathbf{q} \times \mathbf{J}(\mathbf{k}, \mathbf{q}))_0. \tag{25}$$

Для изоскалярного одночастичного тока имеем

$$\mathbf{J}(\mathbf{k}, \mathbf{q}) = (2\pi)^3 \, [J_1(\mathbf{q}) \, \delta(\tfrac{1}{2}\mathbf{q} + \mathbf{k}) + \mathbf{J}_2(\mathbf{q}) \, \delta(\tfrac{1}{2}\mathbf{q} - \mathbf{k})], \tag{26}$$

где

$$\mathbf{J}_j(\mathbf{q}) = \frac{e}{2M} \left[G_E^S(q^2) \mathbf{p}_j - \frac{1}{2} i G_M^S(q^2) \mathbf{q} \times \sigma(j) \right], \tag{27}$$

здесь p — оператор импульса. Подставляя выражения для тока в формулу для магнитного формфактора дейтрона, окончательно получаем:

$$F_M^{\text{imp}} = 2G_M^S(q^2) \left\{ \int_0^\infty dr [u^2(r) - w^2(r)/2] j_0(qr/2) + \right.$$
$$\left. + \int_0^\infty dr [u(r)w(r)/\sqrt{2} + w^2(r)/2] j_2(qr/2) \right\} +$$
$$+ \frac{3}{2} G_E^S \int_0^\infty dr [u^2(r) j_0(qr/2) + w^2(r) j_2(qr/2)], \tag{28}$$

$$G_M^S(q^2) = G_M^p(q^2) + G_M^n(q^2). \tag{29}$$

Здесь $G_M^p(q^2)$ ($G_M^n(q^2)$) — магнитный формфактор протона (нейтрона).

4. ТЕНЗОР ПОЛЯРИЗАЦИИ ДЕЙТРОНА

В экспериментах по исследованию поляризации дейтронов отдачи планируется измерение компоненты тензора поляризации $T_{20} = p_{zz}/\sqrt{2}$, отношения R векторной поляризации p_x к тензорной p_{xz}. Особенность этих характеристик состоит в том, что они не включают зависимость от формфакторов нуклонов, характеризующих дейтрон, и в рамках обыч-

ных представлений о дейтроне их поведение определяется только волновой функцией относительного движения нуклонов. В случае же предположения о $6q$-примеси в дейтроне ее влияние на T_{20} и R оказывается нетривиальным и требует специального анализа. В работах [79,104,106] приведены формфакторы, связывающие векторную и тензорную поляризации дейтрона с его зарядовым, квадрупольным и магнитным формфакторами. Так, чтобы получить выражение для тензора поляризации, исходим из матрицы плотности

$$\rho_{M,M'} = \sum_{M''} \langle \Psi_d^{M'} | \sum_j e_j \exp(-\mathrm{i}\mathbf{q}\mathbf{r}_j) | \Psi_d^{M''} \rangle \langle \Psi_d^{M} | \sum_j e_j \exp(\mathrm{i}\mathbf{q}\mathbf{r}_j) | \Psi_d^{M''} \rangle^*. \tag{30}$$

Далее выразим матрицу плотности через формфакторы дейтрона:

$$\rho_{M,M'} = \sum_{M''} F_{M',M''} F^*_{M,M''}. \tag{31}$$

Разлагая матрицу плотности $\rho_{M,M'}$ по сферическим тензорам $\tau_{k,q}$ [105], получаем тензор поляризации дейтрона

$$T_{k,q} = \mathrm{Sp}(\rho\tau_{k,q})/\mathrm{Sp}(\rho), \tag{32}$$

являющийся сферическим тензором второго ранга. Тогда для частного случая

$$\tau_{20} = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & -2 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \tag{33}$$

подставив (33) в (32), получим

$$T_{20} = -\frac{1}{\sqrt{2}} \frac{1 + X}{1 + X^2/8}, \tag{34}$$

где

$$X = \frac{2\sqrt{2}\, F_C}{F_Q}. \tag{35}$$

Аналогично можно получить выражение для отношения R векторной поляризации p_x к тензорной p_{xz} [79]:

$$R = \frac{p_x}{p_{xz}} = (1 + X) \frac{2\sqrt{1 + \eta}\, \sin(\theta/2)}{9\sqrt{1 + \eta \sin^2(\theta/2)}}. \tag{36}$$

Если же учесть магнитный формфактор дейтрона, то выражение для T_{20} будет иметь вид:

$$T_{20} = -\frac{1}{\sqrt{2}} \frac{\widetilde{X}^2 + \sqrt{8}\,\widetilde{X} + \widetilde{Y}}{1 + \widetilde{X}^2 + 2\widetilde{Y}}, \tag{37}$$

где

$$\widetilde{X} = F_Q / F_C, \tag{38}$$

$$\widetilde{Y} = \frac{2\eta}{3} \frac{F_M^2}{F_C^2} \left[\frac{1}{2} + (1+\eta)\,\mathrm{tg}^2 \frac{\theta}{2}\right]. \tag{39}$$

Вершинные формфакторы для диаграмм, показанных на рис.5—7, являются как электромагнитными, так и сильными формфакторами. Изоскалярная часть γNN-вершины параметризуется следующим образом [43,44]:

$$\langle N(p') | J_\mu^N | N(p) \rangle = ei\overline{U}(p') \left\{ \frac{1}{2} F_1^S(t)\gamma_\mu - \frac{1}{4M} F_2^S(t)\sigma_{\mu\nu}(p'-p)_\nu \right\} U(p), \tag{40}$$

здесь $t = (p'-p)^2$, $\sigma_{\mu\nu} = [\gamma_\mu, \gamma_\nu]/2i$, а $U(p)$ есть четырехкомпонентный спинор нуклона. Возможна другая параметризация γNN-вершины, связанная с измеряемыми в эксперименте саксовскими электрическим и магнитным формфакторами нуклона:

$$G_E^S = F_1^S - \frac{t}{4M^2} F_2^S, \tag{41}$$

$$G_M^S = F_1^S + F_2^S. \tag{42}$$

В [91] рассматриваются различные модели параметризации нуклонного электромагнитного формфактора. Причем только в случае электрического формфактора нейтрона полученные результаты существенно отличаются друг от друга, а для остальных формфакторов имеется хорошее согласие результатов различных подходов. Для устранения дополнительной неопределенности положим электрический формфактор нейтрона равным нулю. Электрический и магнитный формфакторы протона определим согласно эмпирической дипольной формуле, которая подтверждается новейшими экспериментальными данными для $G_M^P(q^2)$, представленными в работе [149]:

$$G_E^p(q^2) = G_M^p(q^2)/\mu_p = G_M^n(q^2)/\mu_n = \left(1 + \frac{q^2}{0{,}71\ \text{ГэВ}^2}\right)^{-2}. \tag{43}$$

Сильные вершины имеют вид:

а) πNN-вершина

$$\langle N(p')|J^{\pi^l}|N(p)\rangle = -\,\mathrm{i}g_{\pi NN}K_{\pi NN}(t)\overline{U}(p')\tau^l\gamma_5 U(p); \tag{44}$$

б) ρNN-вершина

$$\langle N(p')|J_\mu^{\rho^l}|N(p)\rangle = ig_{\rho NN}K_{\rho NN}(t)\overline{U}(p')\tau^l\left[\gamma_\mu - \frac{\kappa_\nu}{2M}\sigma_{\mu\nu}(p'-p)_\nu\right]U(p). \tag{45}$$

Константы, входящие в (44), (45), имеют значения: $g_{\pi NN} = 13{,}5$; $g_{\rho NN} = 2{,}56$; $\kappa_\nu = 3{,}71$.

Мезон-нуклонные формфакторы, в отличие от [43], будем выбирать так, чтобы в области небольших передач импульса воспроизводилось обычное монопольное поведение, а в пределе больших переданных импульсов поведение $K_{\pi NN}$, $K_{\rho NN}$ определялось кварковыми степенями свободы [48]:

$$K_\alpha(t) = \frac{\Lambda_{1\alpha}^2}{\Lambda_{1\alpha}^2 + t}\,\frac{\Lambda_{2\alpha}^4}{\Lambda_{2\alpha}^4 + t^2}\ (\alpha = \pi NN, \rho NN), \tag{46}$$

где

$$\Lambda_{1\pi NN} = 0{,}99\ \text{ГэВ/с},\ \Lambda_{2\pi NN} = 2{,}58\ \text{ГэВ/с}, \tag{47}$$

$$\Lambda_{1\rho NN} = 0{,}77\ \text{ГэВ/с},\ \Lambda_{2\rho NN} = 2{,}58\ \text{ГэВ/с}. \tag{48}$$

Электромагнитная вершина $\rho\pi\gamma$ имеет вид

$$\langle\pi^m(p')|J_\lambda|\rho_\mu^l(p)\rangle = \mathrm{i}(eg_{\rho\pi\gamma}/m_\rho)K_{\rho\pi\gamma}(t)\varepsilon_{\lambda\nu\sigma\mu}p_\nu'(p'-p)_\sigma\delta^{ml}, \tag{49}$$

где $m_\rho = 765$ МэВ. Формфактор $K_{\rho\pi\gamma}(t)$ определяется в модели векторной доминантности [43,44]:

$$K_{\rho\pi\gamma}(t) = \frac{m_\omega^2}{m_\omega^2 + t}\ (m_\omega = 784\ \text{МэВ}). \tag{50}$$

На рис.8 приведены сильные πNN-вершинные формфакторы, используемые в различных подходах.

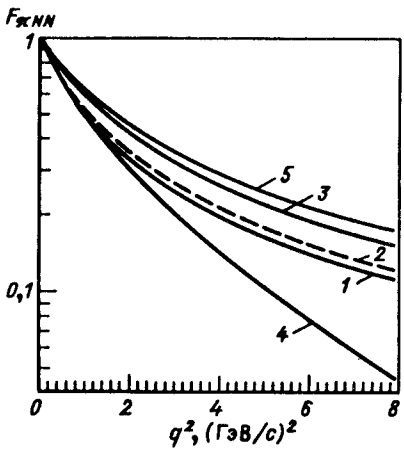


Рис.8. Формфакторы πNN-вершин: *1* — формфактор Зауэра; *2* — Гари-Хьюга; *3* — Хаджимайкла; *4* — КХД; *5* — боннский

Видно, что в настоящее время существует значительная неопределенность в выборе этих вершин.

Мезонные обменные токи. Определив вершинные формфакторы, изложим далее схему расчета вкладов МОТ. Для диаграмм, показанных на рис.5—7, необходимо сделать нерелятивистское приближение, так как ядерные волновые функции (в данном случае дейтронные волновые функции) приходится выбирать нерелятивистскими. Для этого из S-матрицы выделяют ядерный ток

$$S - 1 = \frac{i}{(2\pi)^2}\delta^4\ (p'_1 + p'_2 - p_1 - p_2 - q)A_\mu(q)J_\mu. \qquad (51)$$

Здесь $A_\mu(q)$ — фотонное поле с импульсом q.

Для описания двухчастичных токов удобно ввести в импульсном пространстве переменные:

$$\mathbf{k}_1 = \mathbf{p}'_1 - \mathbf{p}_1,\ \mathbf{k}_2 = \mathbf{p}'_2 - \mathbf{p}_2. \qquad (52)$$

Тогда ток в координатном пространстве в точке $\mathbf{x}$ определяется фурье-образом тока в импульсном пространстве:

$$J_\mu(\mathbf{x}) = \frac{1}{(2\pi)^6}\int \delta(\mathbf{k}_1 + \mathbf{k}_2 - \mathbf{q})\exp(i\mathbf{k}_1\mathbf{r}_1 + i\mathbf{k}_2\mathbf{r}_2 - i\mathbf{q}\mathbf{x})J_\mu d\mathbf{k}_1 d\mathbf{k}_2 d\mathbf{q}. \qquad (53)$$

Переменные $\mathbf{r}_1$ и $\mathbf{r}_2$ в (53) есть радиусы-векторы первого и второго нуклонов, δ-функция обеспечивает закон сохранения импульса. Вводя новую независимую переменную $\mathbf{k}$:

$$\mathbf{k}_1 = \frac{1}{2}\mathbf{q} - \mathbf{k},\ \mathbf{k}_2 = \frac{1}{2}\mathbf{q} + \mathbf{k} \qquad (54)$$

и переходя в систему центра масс дейтрона $\mathbf{R} = (\mathbf{r}_1 + \mathbf{r}_2)/2$, $\mathbf{r} = \mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2$, получаем выражение для тока (53):

$$J_\mu(\mathbf{x}) = \frac{1}{(2\pi)^6}\int \exp(i\mathbf{q}(\mathbf{R} - \mathbf{x}) - i\mathbf{k}\mathbf{r})J_\mu(\mathbf{k}, \mathbf{q})d\mathbf{k}d\mathbf{q}. \qquad (55)$$

Существенным моментом для дальнейшего изложения является использование импульсного пространства, так как вершинные формфакторы (41), (42), (46), (50) зависят от импульсных переменных, и это упрощает учет МОТ.

Зная вклад обменных токов в оператор зарядовой плотности и магнитного тока, можно вычислить соответствующие поправки к зарядовому

F_C (11), квадрупольному F_Q (12) и магнитному F_M (13) формфакторам дейтрона.

Так, для нулевой компоненты тока $\rho(\mathbf{x})$ в системе центра масс дейтрона $\mathbf{R} = 0$ из (55) получим

$$\rho(\mathbf{x}) = \frac{1}{(2\pi)^6} \int \exp\,(-\mathrm{i}\mathbf{q}\cdot\mathbf{x} - \mathrm{i}\mathbf{k}\cdot\mathbf{r})\rho(\mathbf{k},\mathbf{q})d\mathbf{k}d\mathbf{q}. \tag{56}$$

Подставив (56) в (5), получим для кулоновского оператора выражение, связывающее (5) с плотностью заряда в импульсном пространстве:

$$M_{JM}^{\mathrm{coul}} = \frac{(-\mathrm{i})^J}{2e(2\pi)^4} \int \exp\,(-\mathrm{i}\mathbf{kr})\,Y_{JM}(\Omega_q)\rho(\mathbf{k},\,\mathbf{q})d\mathbf{k}d\Omega_q. \tag{57}$$

Для выполнения интегрирования в (57) по угловым переменным необходимо отделить в $\rho(\mathbf{k},\,\mathbf{q})$ спиновые переменные:

$$\rho(\mathbf{k},\,\mathbf{q}) = \sum_{\lambda=0}^{2} \left[\,[\,\sigma(1)\otimes\sigma(2)]_{\lambda} \otimes \rho_{\lambda}(\mathbf{k},\,\mathbf{q})\right]_0 \tau(1)\tau(2). \tag{58}$$

Здесь $\sigma(1)$, $\sigma(2)$ — матрицы Паули, действующие в спиновом пространстве 1 и 2 нуклонов, $\tau(1)$ и $\tau(2)$ — также матрицы Паули, но они соответствуют изоспину нуклонов. При использовании квантовой теории углового момента мы везде будем следовать [107].

Сделав пересвязку моментов в (57) с учетом (58), получим окончательное выражение для кулоновского оператора ($\tilde{\lambda} = \sqrt{2\lambda + 1}$):

$$\begin{gathered} M_{JM}^{\mathrm{coul}} = \frac{1}{(2\pi)^3} \sum_{l,\lambda,J_1,J_2,J_3} \mathrm{i}^{J+l}(-1)^{J_1+J_3} \times \\ \times \frac{\tilde{J}_1\tilde{J}_2\tilde{J}_3}{\tilde{\lambda}\tilde{J}} \begin{Bmatrix} \lambda & l & J_1 \\ J & J_3 & J_2 \end{Bmatrix} \int_0^{\infty} \left[\mathbf{O}_{(\lambda l)}^{J_1} \otimes \mathbf{M}_{(Jl)}^{(J_2\lambda)J_3}\right]_{JM} k^2 dk, \end{gathered} \tag{59}$$

где

$$\mathbf{O}_{(\lambda l)}^{J_1} = \tau(1)\cdot\tau(2) j_l(kr)[\,[\,\sigma(1)\otimes\sigma(2)]_{\lambda} \otimes Y_l(\Omega_r)]_{J_1}, \tag{60}$$

$$\mathbf{M}_{(Jl)}^{(J_2\lambda)J_3} = \frac{1}{e}\int \left[\left[Y_J(\Omega_q)\otimes Y_l(\Omega_k)\right]_{J_2} \otimes \rho_{\lambda}\right]_{J_3} d\Omega_k d\Omega_q. \tag{61}$$

Пересвязка моментов осуществлена в (57) таким образом, что выражение для $\mathbf{O}_{(\lambda l)}^{J_1}$ зависит только от переменных, входящих в волновую

функцию дейтрона. Это позволяет независимо от вида диаграммы рассчитать матричные элементы по дейтронным волновым функциям

$$\langle 11 | \mathbf{O}^{J_1 M_1}_{(\lambda l)} | 11 \rangle = \langle 00 | \tau(1)\tau(2) | 00 \rangle \, I^{l}_{LL'} \sqrt{3}\, \tilde{J}_1 \, C^{11}_{11 J_1 M_1} \begin{Bmatrix} \lambda & l & J_1 \\ 1 & L' & 1 \\ 1 & L & 1 \end{Bmatrix} \times$$

$$\times \langle 1 || [\sigma(1) \otimes \sigma(2)]_\lambda || 1 \rangle \langle L' || Y_l(\Omega_r) || L \rangle. \qquad (62)$$

Здесь

$$I^{l}_{LL'}(k) = \int_0^\infty u_L(r)\, u_{L'}(r)\, j_l(kr)\, dr. \qquad (63)$$

Вклады парного и $\rho\pi\gamma$-токов в формфакторы дейтрона. Изоскалярный парный ток и $\rho\pi\gamma$-процесс исследовались в [43]. Для парного тока вклад в зарядовую плотность имеет вид

$$\rho(\mathbf{k}, \mathbf{q}) = \frac{e g^2_{\pi NN}}{8M^3} G^S_M(q^2) \tau(1)\tau(2)\sigma(1)\mathbf{q}\sigma(2)(\mathbf{k} + \mathbf{q}/2) \frac{K^2_{\pi NN}\, [(\mathbf{k} + \mathbf{q}/2)^2]}{(\mathbf{k} + \mathbf{q}/2)^2 + m^2_\pi}, \qquad (64)$$

где $K_{\pi NN}$ — вершинный формфактор пион-нуклонного взаимодействия, m_π — масса π-мезона. Для получения разложения (58) используем формулу

$$\sigma(1)\mathbf{A}\sigma(2)\mathbf{B} = \sum_{\lambda=0}^{2} \tilde{\lambda} \left[\left[\sigma(1) \otimes \sigma(2) \right]_\lambda \right] \otimes \left[\left[\mathbf{A} \otimes \mathbf{B} \right]_\lambda \right]_0. \qquad (65)$$

Тогда коэффициенты $\rho_\lambda(\mathbf{k}, \mathbf{q})$ для парного тока определяются выражением

$$\rho_\lambda(\mathbf{k}, \mathbf{q}) = \frac{e g^2_{\pi NN}}{8M^2} G^S_M(q^2) \tilde{\lambda} \left[\mathbf{q} \otimes (\mathbf{k} + \mathbf{q}/2) \right]_\lambda \frac{K^2_{\pi NN}\, [(\mathbf{k} + \mathbf{q}/2)^2]}{(\mathbf{k} + \mathbf{q}/2)^2 + m^2_\pi}. \qquad (66)$$

Зарядовая плотность $\rho\pi\gamma$-процесса определяется равенством

$$\rho(\mathbf{k}, \mathbf{q}) = e\, C_{\rho\pi\gamma} K_{\rho\pi\gamma}(q^2)\, \tau(1)\tau(2) \times$$
$$\times [(\mathbf{k}^2 - \mathbf{q}\cdot\mathbf{k}/2)\, \sigma(1)\mathbf{q} + (\mathbf{q}^2/2 - \mathbf{q}\cdot\mathbf{k})\, \sigma(1)\mathbf{k}] \times$$
$$\times \sigma(2)\, (\mathbf{k} + \mathbf{q}/2)\, K_\rho(\mathbf{k}, \mathbf{q})\, K_\pi(\mathbf{k}, \mathbf{q}), \qquad (67)$$

$$C_{\rho\pi\gamma} = -\frac{g_{\pi NN}\, g_{\rho NN}\, g_{\rho\pi\gamma}}{4M^2 m_\rho} (1 + \kappa_v), \qquad (68)$$

$$K_\rho(\mathbf{k}, \mathbf{q}) = \frac{K^2_{\rho NN}\,[(\mathbf{k} - \mathbf{q}/2)^2]}{(\mathbf{k} - \mathbf{q}/2)^2 + m^2_\rho}, \tag{69}$$

$$K_\pi(\mathbf{k}, \mathbf{q}) = \frac{K^2_{\pi NN}\,[(\mathbf{k} + \mathbf{q}/2)^2]}{(\mathbf{k} + \mathbf{q}/2)^2 + m^2_\pi}. \tag{70}$$

Используя (65), получаем коэффициенты разложения $\rho_\lambda(\mathbf{k}, \mathbf{q})$ для $\rho\pi\gamma$-тока

$$\rho_\lambda(\mathbf{k}, \mathbf{q}) = e\,C_{\rho\pi\gamma}\,K_{\rho\pi\gamma}(q^2)\,\tilde{\lambda}\,[((\mathbf{k}^2 - \mathbf{q}\cdot\mathbf{k}/2)\mathbf{q} + (\mathbf{q}^2/2 - \mathbf{q}\cdot\mathbf{k})\,\mathbf{k}) \otimes$$
$$\otimes (\mathbf{k} + \mathbf{q}/2)]_\lambda\,K_\rho(\mathbf{k}, \mathbf{q})\,K_\pi(\mathbf{k}, \mathbf{q}). \tag{71}$$

Отметим, что при получении поправок к оператору зарядовой плотности для диаграмм на рис.5,6 делалось предположение о том, что внешние нуклоны находятся на массовой оболочке. Далее, для парного тока сделано нерелятивистское приближение, поскольку член порядка $O(1/M^2)$ для парного тока мал [43,101], то $\rho(\mathbf{k}, \mathbf{q})$ имеет порядок разложения по обратной массе нуклона $O(1/M^3)$. Для $\rho\pi\gamma$-тока поправка к зарядовой плотности порядка $O(1/M^2)$.

Векторные компоненты МОТ имеют вид:

а) парный ток

$$\mathbf{J}(\mathbf{k}, \mathbf{q}) = \mathrm{i}\,\frac{eg^2_{\pi NN}}{16M^4}\,G^S_M(q^2)\tau(1)\tau(2)\mathbf{k} \times$$
$$\times\,\mathbf{q}\sigma(2)\,(\mathbf{k} + \mathbf{q}/2)\,\frac{K^2_{\pi NN}\,[(\mathbf{k} + \mathbf{q}/2)^2]}{(\mathbf{k} + \mathbf{q}/2)^2 + m^2_\pi}, \tag{72}$$

б) $\rho\pi\gamma$-процесс

$$\mathbf{J}(\mathbf{k}, \mathbf{q}) = -\mathrm{i}\,\frac{e\,2M}{1+\kappa_v}\,C_{\rho\pi\gamma}\,K_{\rho\pi\gamma}(q^2)\tau(1)\tau(2)\mathbf{k} \times$$
$$\times\,\mathbf{q}\sigma(2)(\mathbf{k} + \mathbf{q}/2)\,K_\rho(\mathbf{k}, \mathbf{q})\,K_\pi(\mathbf{k}, \mathbf{q}). \tag{73}$$

Другим существенным моментом в МОТ является учет конечной ширины ρ-мезона [108—110]. Согласно рецепту этих работ пропагатор ρ-мезона в (69) модифицируется с учетом ширины ρ-мезона Γ_ρ, где

$$\frac{m^2_\rho}{m^2_\rho + t} \to \frac{m^2_\rho + 8\Gamma_\rho m_\pi/\pi}{m^2_\rho + t + (t + 4m^2_\pi)\,\Gamma_\rho\,\alpha(t)/m_\pi}, \tag{74}$$

$$\alpha(t) = \frac{2}{\pi}\sqrt{\frac{t+4m_\pi^2}{t}}\ \ln\left\{\frac{\sqrt{t+4m_\pi^2}+\sqrt{t}}{2m_\pi}\right\}. \tag{75}$$

По последним данным полная ширина ρ-мезона [103] $\Gamma_\rho = 154$ МэВ.

Как отмечалось выше, для получения поправок к оператору зарядовой плотности необходимо выполнить разложение в ряд по обратной массе нуклона. В этой связи возникает вопрос о границах применимости моделей МОТ в упругом рассеянии электронов на дейтроне. Рассмотрим, например, нерелятивистский предел для части диаграммы, связанной с нуклонным спектатором (см. рис.5). По обычным правилам для псевдоскалярной связи запишем матричный элемент

$$\overline{U}(\mathrm{p}_2)\,\gamma_5\,U(\mathrm{p}_2) \approx \frac{\mathrm{i}}{2M}\,\sigma(2)\,(\mathrm{q}/2+\mathrm{k}). \tag{76}$$

Отсюда видно, что в спектральной вершине разложение содержит множитель $q/2M$, который меньше единицы в области передач импульса $q < 2$ ГэВ/с. Однако в другой вершине (рис.5) оценки выполнить сложнее, поэтому обычно считают, что по крайней мере в области передач импульса $q < 1$ ГэВ/с разложение для МОТ по обратным степеням массы нуклона справедливо. Очевидно, что на самом деле лишь расчеты в дальнейших порядках $O(1/M^n)$ могут указать границы применимости существующих моделей МОТ. Как будет видно из формул для вкладов в зарядовый квадрупольный и магнитный формфакторы, выполнить такие расчеты крайне трудно.

В заключение раздела, опустив громоздкие выкладки, приведем выражения для вкладов парного и $\rho\pi\gamma$-токов в зарядовый квадрупольный и магнитный формфакторы дейтрона. Для парного тока наши расчеты совпали с соответствующими расчетами работы [43]:

$$F_C^{\pi NN}(q^2) = -\frac{g_{\pi NN}^2}{16M^3\pi^2}\,qG_M^S(q^2)\int_0^\infty k^2dk\ \{(\tfrac{1}{2}qJ_0^\pi + kJ_1^\pi)\,(I_{00}^0(k)+I_{22}^0(k))+$$

$$+\,(qJ_2^\pi + 2kJ_1^\pi)\,(-2\sqrt{2}\,I_{20}^2(k)+I_{22}^2(k))\}, \tag{77}$$

$$F_Q^{\pi NN}(q^2) = -\frac{g_{\pi NN}^2}{4\sqrt{2}M^3\pi^2}\,qG_M^S(q^2)\int_0^\infty k^2dk\ \{(\tfrac{1}{2}qJ_0^\pi+kJ_1^\pi)(I_{00}^0(k)+\tfrac{1}{10}I_{22}^0(k))+$$

$$+\frac{1}{\sqrt{2}}(\tfrac{1}{2}qJ_2^\pi + kJ_1^\pi)\,I_{20}^2(k) + \frac{11}{28}(\tfrac{1}{2}qJ_2^\pi + \frac{28}{55}kJ_1^\pi + \frac{27}{55}kJ_3^\pi)I_{22}^2(k) +$$

$$+\frac{54}{35}(\tfrac{1}{2}qJ_4^\pi + kJ_3^\pi)I_{22}^4(k)\}, \tag{78}$$

$$F_M^{\pi NN}(q^2) = -\frac{g_{\pi NN}^2}{8M^3\pi^2} G_M^S(q^2) \int_0^\infty dk\, k^2 \{k^2 (J_0^\pi - J_2^\pi)[I_{00}^0(k) - \frac{1}{2} I_{22}^0(k)] -$$

$$- [k^2 (J_0^\pi - J_2^\pi) + \frac{9}{20} kq (J_1^\pi - J_3^\pi)] [\sqrt{2} I_{20}^2(k) + I_{22}^2(k)]\}. \quad (79)$$

Здесь функции $I_{LL'}^l(k)$ определены равенством (63), а функции J_l^π зависят от мезон-нуклонных формфакторов

$$J_l^\pi = \int_{-1}^{1} dx\, P_l(x) \frac{K_{\pi NN}^2(k^2 + q^2/4 + qkx)}{k^2 + q^2/4 + qkx + m_\pi^2}. \quad (80)$$

Зарядовый квадрупольный и магнитный формфакторы для $\rho\pi\gamma$-процесса имеют вид:

$$F_C^{\rho\pi\gamma}(q^2) = \frac{C_{\rho\pi\gamma}}{3\pi^2} q^2 K_{\rho\pi\gamma}(q^2) \int_0^\infty dk\, k^3 \{k (J_0^{\rho\pi\gamma} - J_2^{\rho\pi\gamma}) [I_{00}^0(k) + I_{22}^0(k)] +$$

$$+ \frac{1}{2} [k (J_0^{\rho\pi\gamma} - J_2^{\rho\pi\gamma}) + \frac{9}{10} q (J_1^{\rho\pi\gamma} - J_3^{\rho\pi\gamma})] [-2\sqrt{2}\, I_{20}^2(k) + I_{22}^2(k)]\}, \quad (81)$$

$$F_Q^{\rho\pi\gamma}(q^2) = -\frac{C_{\rho\pi\gamma}}{3\sqrt{2}\,\pi^2} K_{\rho\pi\gamma}(q^2) q^2 \int_0^\infty dk\, k^3 \{[qk (J_0^{\rho\pi\gamma} - J_2^{\rho\pi\gamma}) +$$

$$+ \frac{18}{5} k^2 (J_1^{\rho\pi\gamma} - J_3^{\rho\pi\gamma}) [I_{00}^0(k) + \frac{1}{10} I_{22}^0(k)] -$$

$$- \sqrt{2} [qk (J_0^{\rho\pi\gamma} - J_2^{\rho\pi\gamma}) - \frac{9}{5} (k^2 + \frac{q^2}{4})(J_1^{\rho\pi\gamma} - J_3^{\rho\pi\gamma})] I_{20}^2(k) -$$

$$- \frac{2}{5} [qk [(J_0^{\rho\pi\gamma} - J_2^{\rho\pi\gamma}) - \frac{81}{49} (J_2^{\rho\pi\gamma} - J_4^{\rho\pi\gamma})] -$$

$$- \frac{9}{14} (k^2 + \frac{q^2}{4}) (J_1^{\rho\pi\gamma} - J_3^{\rho\pi\gamma})] I_{22}^2(k) + \frac{162}{245} [qk (J_2^{\rho\pi\gamma} - J_4^{\rho\pi\gamma}) -$$

$$- \frac{28}{5} k^2 (J_1^{\rho\pi\gamma} - J_3^{\rho\pi\gamma}) + \frac{35}{18} q^2 (J_3^{\rho\pi\gamma} - J_5^{\rho\pi\gamma})] I_{22}^4(k)\}, \quad (82)$$

$$F_M^{\rho\pi\gamma}(q^2) =$$

$$= -\frac{g_{\pi NN} g_{\rho NN} g_{\rho\pi\gamma}}{m_\rho \pi^2} K_{\rho\pi\gamma}(q^2) \int_0^\infty dk\, k^2 \{(k^2 (J_0^{\rho\pi\gamma} - J_2^{\rho\pi\gamma}) [I_{00}^0(k) - \frac{1}{2} I_{22}^0(k)] -$$

$$- [k^2 (J_0^{\rho\pi\gamma} - J_2^{\rho\pi\gamma}) + \frac{9}{20} kq (J_1^{\rho\pi\gamma} - J_3^{\rho\pi\gamma})] [\sqrt{2}\, I_{20}^2(k) + I_{22}^2(k)]\}, \quad (83)$$

где

$$J_l^{\rho\pi\gamma} = \int_{-1}^{1} dx\, P_l(x)\, K_\rho\,(k^2 + q^2/4 - qkx)\, K_\pi\,(k^2 + q^2/4 + qkx). \quad (84)$$

Отметим, что в соответствующих выражениях для $F_C^{\rho\pi\gamma}(q^2)$, $F_Q^{\rho\pi\gamma}(q^2)$ работы [43] имеются опечатки.

Эффекты запаздывания. Диаграммы отдачи и перенормировки (см. рис.7) есть времяупорядоченные диаграммы, требующие использования нековариантной теории возмущений. Диаграмма отдачи означает, что взаимодействие фотона с нуклоном происходит в такой интервал времени, когда нуклоны обмениваются мезонами. Обычно рассматривается только обмен π-мезонами, так как вклад остальных мезонов менее значителен.

Существуют два равноценных метода перенормировки волновой функции — метод *унитарных преобразований* [44] и метод *проекций* [39]. В обоих методах рассматривается гамильтониан мезон-нуклонной системы, состоящей из свободной части H_0 и мезон-нуклонного взаимодействия H_I:

$$H\Psi = (H_0 + H_I)\Psi = E\Psi, \quad (85)$$

здесь H_0 состоит из операторов кинетической энергии нуклонов и мезонов, E — полная энергия системы. Задача перенормировки волновой функции состоит в том, чтобы в полном состоянии Ψ исключить мезонные степени свободы, которые учитываются при построении операторов МОТ. Для этого вводят проекционные операторы, которые разбивают полное гильбертово пространство состояний на два ортогональных пространства. Оператор η выделяет в полной волновой функции нуклонное подпространство, а оператор Λ — мезон-нуклонное подпространство

$$\Psi = \eta\Psi + \Lambda\Psi = \Phi_N + \Phi_M\,, \quad (86)$$

причем для проекционных операторов выполняются равенства

$$\eta^2 = \eta, \quad \Lambda^2 = \Lambda, \quad \eta + \Lambda = 1, \quad \Lambda\eta = \eta\Lambda = 0, \quad (87)$$

$$\eta H_0 \Lambda = 0, \quad \Lambda H_0 \eta = 0. \quad (88)$$

Использовав проекционные операторы (87), (88), можно построить систему связанных уравнений, которой удовлетворяют функции Φ_N, Φ_M:

$$\begin{pmatrix} \eta H\eta & \eta H\Lambda \\ \Lambda H\eta & \Lambda H\Lambda \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \Phi_N \\ \Phi_M \end{pmatrix} = E \begin{pmatrix} \Phi_N \\ \Phi_M \end{pmatrix}. \quad (89)$$

Из системы уравнений (89) следует, что для Φ_N не выполняется обычное условие нормировки [111]

$$\langle \Phi_N | \Phi_N \rangle \neq 1, \tag{90}$$

и это затрудняет вероятностную интерпретацию Φ_N. *Унитарное преобразование* Окубо [111] диагонализирует систему уравнений (89):

$$\begin{pmatrix} \Phi_N \\ \Phi_M \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} U_{11} & U_{12} \\ U_{21} & U_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \chi_N \\ \phi_M \end{pmatrix}. \tag{91}$$

Для параметризации элементов унитарной матрицы U вводят оператор F, связывающий нуклонное и мезон-нуклонное состояния:

$$\Phi_M = F\Phi_N, \quad F = \Lambda F \eta, \quad F^+ = \eta F^+ \Lambda, \tag{92}$$

$$\eta F = F\Lambda = 0. \tag{93}$$

Полагают, что элементы матрицы U выражаются через оператор F следующим образом:

$$\begin{aligned} U_{11} &= (1 + F^+F)^{-1/2}, \quad U_{12} = -F^+U_{22}, \\ U_{21} &= FU_{11}, \quad U_{22} = (1 + FF^+)^{-1/2}. \end{aligned} \tag{94}$$

Из условия диагональности системы уравнений для состояний χ_N, ϕ_M следует уравнение движения для оператора F:

$$\Lambda\,(H + [H, F]_- - FHF)\,\eta = 0. \tag{95}$$

Отметим, что нуклонное состояние χ_N, удовлетворяющее уравнению [44, 99]

$$(\eta + F^+F)^{-1/2}(\eta + F^+)\,H\,(\eta + F)\,(\eta + FF^+)^{1/2}\chi_N = E\chi_N, \tag{96}$$

обладает вероятностной интерпретацией, так как

$$\langle \chi_N | \chi_N \rangle = 1. \tag{97}$$

Уравнение (96) может быть записано в форме уравнения Шредингера с некоторым эффективным потенциалом $V_{\text{ef}}(F, F^+)$:

$$(T_N + V_{\text{ef}}(F, F^+))\,\chi_N = E\chi_N, \tag{98}$$

где полная волновая функция (86) связана с χ_N соотношением

$$\Psi = \eta\Phi_N + \Lambda\Phi_M = (\eta + \Lambda F)\,\Phi_N = (\eta + Q\,(F, F^+))\,\chi_N\,. \qquad (99)$$

Здесь оператор $Q\,(F, F^+)$ определяется унитарным преобразованием (94), (95). При расчете диаграммы перенормировки возникают матричные элементы вида

$$T_{fi} = \langle\, \Psi_f \,|\, \hat{O} \,|\, \Psi_i \,\rangle, \qquad (100)$$

где $\Psi_{i(f)}$ — полная волновая функция, включающая мезонную часть, в начальном (конечном) состоянии. Исключение мезонных степеней свободы в (100) приводит к появлению эффективных операторов

$$T_{fi} = \langle\, \chi_f \,|\, \hat{O}_{\text{ef}} \,|\, \chi_i \,\rangle, \qquad (101)$$

где

$$\hat{O}_{\text{ef}} = (\eta + Q^+\,(F, F^+))\,\hat{O}\,(\eta + Q\,(F, F^+)). \qquad (102)$$

Таким образом, видно, что и уравнение Шредингера (98), и мезонные операторы (102) должны строиться согласованным образом, так как зависимость от унитарного преобразования (94) содержится и в (98), и в (102).

В методе *проекций* задача нормирования нуклонной компоненты Φ_N решается иначе. Вводится такой зависящий от энергии нормировочный множитель, чтобы перенормированная волновая функция удовлетворяла соотношению

$$\langle\, \tilde{\Phi}_N \,|\, \tilde{\Phi}_N \,\rangle = 1, \qquad (103)$$

где

$$\Phi_N = Z^{1/2}\,(E)\,\tilde{\Phi}_N\,. \qquad (104)$$

Подставив (104) в основную систему уравнений (89), можно получить уравнение, аналогичное (98), и при рассмотрении матричных элементов (100)—(102) появятся эффективные операторы, соответствующие методу проекций. При согласованном расчете волновых функций $\tilde{\Phi}_N$ и эффективных операторов метода проекций результаты для метода унитарных преобразований и метода проекций должны совпадать, так как матричные элементы (100)—(102) не зависят от метода перенормировки волновой функции. В практических расчетах используются волновые функции (например, Рейда [112], парижская [113]), для которых вопрос согласованности с эффективными обменными операторами не ясен. Определенный шаг в этом направлении сделан в работах [114,115], где на основе уравнения неразрывности связываются обменные операторы и

спин-орбитальная часть эффективного нуклон-нуклонного потенциала (см. также [116]).

Мы будем следовать методу унитарных преобразований, в рамках которого показано, что в порядке $O(1/M^2)$ токи отдачи и перенормировки сокращаются [44]. Сумма этих диаграмм в порядке $O(1/M^3)$ (эффект запаздывания) для оператора зарядовой плотности получена в работе [45]:

$$\rho(\mathbf{k}, \mathbf{q}) = -\frac{g^2_{\pi NN}}{16M^3} F_1^S(q^2)\, \tau(1)\tau(2)\sigma(1)\cdot\mathbf{k}_2\sigma(2)\cdot\mathbf{k}_2\mathbf{q}\cdot\mathbf{k}_2 \frac{K^2_{\pi NN}[(\mathbf{k}_2^2)]}{(\mathbf{k}_2^2 + m_\pi^2)}. \quad (105)$$

Векторная компонента тока запаздывания имеет вид [70]:

$$\begin{aligned}\mathbf{J}(\mathbf{k}, \mathbf{q}) = \frac{eg^2_{\pi NN}}{32M^4}\tau(1)\cdot\tau(2)\,(\mathrm{i}G_M^S\,\mathbf{q}\times(\mathbf{k}+\mathbf{q}/2)\sigma(2)\cdot(\mathbf{k}+\mathbf{q}/2)\mathbf{q}\cdot(\mathbf{k}+\mathbf{q}/2) + \\ + G_M^S\,((\mathbf{k}+\mathbf{q}/2)\sigma(1)\cdot\mathbf{q}\sigma(2)\,(\mathbf{k}+\mathbf{q}/2)\mathbf{q}\cdot(\mathbf{k}+\mathbf{q}/2) - \\ - \sigma(1)\sigma(2)\cdot(\mathbf{k}+\mathbf{q}/2)\,(\mathbf{q}(\mathbf{k}+\mathbf{q}/2))^2) - \\ - F_1^S(\mathbf{k}+\mathbf{q}/2)\sigma(1)\cdot(\mathbf{k}+\mathbf{q}/2)\sigma(2)\cdot(\mathbf{k}+\mathbf{q}/2)\mathbf{q}\cdot(\mathbf{k}+\mathbf{q}/2))\times \\ \times\frac{K^2_{\pi NN}\,[(\mathbf{k}+\mathbf{q}/2)^2]}{(\mathbf{k}+\mathbf{q}/2)^2 + m_\pi^2}. \quad (106)\end{aligned}$$

Отметим, что в методе проекций вклад в ядерный ток от диаграмм отдачи и перенормировки в порядке $O(1/M^2)$ не сокращается [115]. Метод проекций при учете диаграмм отдачи и перенормировки сильно меняет поведение зарядового формфактора дейтрона только в районе минимума $F_c(q^2)$, квадрупольный и магнитный формфакторы сильно изменяются в области передач импульса $q^2 > 20$ фм$^{-2}$.

Приведем окончательный результат для вклада эффекта запаздывания в зарядовый квадрупольный и магнитный формфакторы:

$$\begin{aligned}F_c^{\mathrm{ret}}(q^2) = \frac{g^2_{\pi NN}}{16\pi^2M^3}\,qF_1^S(q^2)\int_0^\infty dr\, j_1(qr/2)\,\{-I_1(r)\,[u^2(r) + w^2(r)] + \\ + \frac{2}{5}\,[-2I_1(r) + 3I_3(r)]\,[2\sqrt{2}\,u(r)w(r) - w^2(r)]\}, \quad (107)\end{aligned}$$

$$F_Q^{\mathrm{ret}}(q^2) = \frac{\sqrt{2}\,g^2_{\pi NN}}{20\pi^2M^3}\,qF_1^S(q^2)\int_0^\infty dr\,[j_1(qr/2)A_1(r) + j_3(qr/2)A_2(r)], \quad (108)$$

$$A_1(r) = -I_1(r)u^2(r) - \frac{\sqrt{2}}{10}[-2I_1(r)+3I_3(r)]u(r)w(r) + \\ + \frac{1}{4}[I_1(r)+6I_3(r)]w^2(r), \tag{109}$$

$$A_2(r) = -\frac{3}{2}I_3(r)u^2(r) + \frac{3\sqrt{2}}{20}[3I_1(r)+8I_3(r)]u(r)w(r) - \\ - \frac{3}{8}[-3I_1(r) + 2I_3(r)]w^2(r). \tag{110}$$

Функции $I_1(r)$ и $I_2(r)$ зависят от мезон-нуклонного формфактора:

$$I_l(r) = \int_0^\infty dk\, k^5 j_l(kr) \frac{K^2_{\pi NN}(k^2)}{(k^2 + m_\pi^2)^2}, \tag{111}$$

$$F_M^{\text{ret}}(q^2) = \frac{9g^2_{\pi NN}}{85M^3\pi^2} qG_M^S(q^2) \int_0^\infty dr\, [j_1(qr/2)B_1(r) + j_3(qr/2)B_2(r)], \tag{112}$$

$$B_1(r) = \frac{2}{3}u^2(r)I_1(r) + \\ + \frac{1}{5}\{\sqrt{2}\, u(r)w(r)\, [\frac{1}{3}I_1(r) - 3I_3(r)] - w^2(r)\, [\frac{4}{3}I_1(r) + 3I_3(r)]\}, \tag{113}$$

$$B_2(r) = -\frac{2}{3}u^2(r)I_3(r) + \\ + \frac{1}{5}\{\sqrt{2}\, u(r)w(r)\, [2I_1(r) - \frac{4}{3}I_3(r)] - w^2(r)\, [2I_1(r) + \frac{1}{3}I_3(r)]\}. \tag{114}$$

Таким образом, зарядовый квадрупольный и магнитный формфакторы дейтрона теперь будут складываться из членов, соответствующих импульсному приближению, парному току, $\rho\pi\gamma$-процессу и эффекту запаздывания:

$$F_X(q^2) = F_X^{\text{imp}}(q^2) + F_X^{\pi NN}(q^2) + F_X^{\rho\pi\gamma}(q^2) + F_X^{\text{ret}}(q^2), \tag{115}$$

где $X \equiv C, Q, M$.

Калибровочная инвариантность. Калибровочно-инвариантный ток должен удовлетворять уравнению непрерывности:

$$\nabla_\mu J_\mu = 0. \tag{116}$$

Для одночастичного тока уравнение (116) не выполняется, однако если брать ток J_μ в виде суммы одночастичного (импульсное приближение) и двухчастичного (мезонные обменные токи) токов, то:

$$\nabla_\mu (J_{\mu 1} + J_{\mu 2}) = 0, \tag{117}$$

где $J_{\mu 1}$ — импульсное приближение (26); $J_{\mu 2}$ — сумма двухчастичных токов. В связи с этим возникает вопрос о роли эффекта запаздывания.

В системе Брейта ($q_0 = 0$, $\mathbf{P} + \mathbf{P}' = 0$) легко видеть, что для тока запаздывания выполняется равенство:

$$\mathbf{qJ} = -\mathbf{qj}\,, \tag{118}$$

где

$$\mathbf{j} = \frac{eg^2_{\pi NN}}{32M^4}\,\boldsymbol{\tau}(1)\cdot\boldsymbol{\tau}(2)\,(G^S_M((\mathbf{k}+\mathbf{q}/2)\,\boldsymbol{\sigma}(1)\cdot\mathbf{q}\boldsymbol{\sigma}(2)\cdot(\mathbf{k}+\mathbf{q}/2)\mathbf{q}\cdot(\mathbf{k}+\mathbf{q}/2) - \\ - \boldsymbol{\sigma}(1)\,\boldsymbol{\sigma}(2)\cdot(\mathbf{k}+\mathbf{q}/2)\,(\mathbf{q}\cdot(\mathbf{k}+\mathbf{q}/2))^2) - \\ - F^S_1(\mathbf{k}+\mathbf{q}/2)\boldsymbol{\sigma}(1)\cdot(\mathbf{k}+\mathbf{q}/2)\boldsymbol{\sigma}(2)\cdot(\mathbf{k}+\mathbf{q}/2)\mathbf{q}\cdot(\mathbf{k}+\mathbf{q}/2)) \times \\ \times \frac{K^2_{\pi NN}[(\mathbf{k}+\mathbf{q}/2)^2]}{((\mathbf{k}+\mathbf{q}/2)^2 + m^2_\pi)^2}\,. \tag{119}$$

Однако, как было показано в [70], вклад $\mathbf{j}$ в магнитный формфактор дейтрона равен нулю, что, по нашему мнению, позволяет считать приближение $J_\mu = J_{\mu 1} + J_{\mu 2}$ с учетом эффекта запаздывания хорошим, по крайней мере в случае упругого eD-рассеяния.

5. eD-РАССЕЯНИЕ И БОННСКАЯ МОДЕЛЬ

Экспериментальные данные о структурной функции $A(q^2)$ в упругом eD-рассеянии известны в широкой области переданных импульсов [34,35], что позволяет проводить расчеты на основе моделей, детально учитывающих структуру дейтрона. В настоящее время имеется довольно много результатов анализа поведения $A(q^2)$ с учетом МОТ (см. предыдущий раздел), кварковых степеней свободы [57, 80, 117—144] в нерелятивистских подходах, а также подходах, учитывающих релятивистские эффекты [74—84] (см. также обзоры [57, 145]).

Экспериментальные данные по структурной функции $B(q^2)$ менее обширны, $q^2 < 75$ фм$^{-2}$ [146—149], однако и здесь уже проведена значительная работа с учетом МОТ [44, 138—144], релятивистских эффектов [79,84,150].

В общем, вместе с учетом различных степеней свободы в процессе анализа большое значение имеет структура NN-взаимодействия, прямым образом влияющего на характер волновых функций, лежащих в основе любого подхода. Сейчас имеется большое многообразие расчетов с

использованием различных потенциалов, но проведение расчетов в рамках «точных» — не феноменологических потенциалов, моделирующих NN-взаимодействие как результат обмена различными мезонами, представляет особый интерес. Примером таких потенциалов может служить боннский потенциал [116,151].

В настоящем разделе вычисляются структурные функции $A(q^2)$, $B(q^2)$, а также тензор поляризации $T_{20}(q^2)$ в рамках боннской модели. Расчеты проводятся для двух случаев: с использованием волновых функций, полученных из энергетически зависимой полной модели (БПМ), а также из энергетически независимой релятивистской модели (БРМ).

Модель. Боннская модель детально рассмотрена в [151]. Здесь представлена теоретико-полевая модель NN-взаимодействия, гамильтониан которой включает NN- и $N\Delta$-мезонные вершины (рис.9). Соответствующие плотности лагранжианов имеют вид (рис.9, *а*):

$$L_{NNPS} = \frac{f_{PS}}{m_{PS}} \overline{\psi}\gamma_5\gamma^\mu\psi\partial_\mu\varphi_{PS}, \quad L_{NNS} = g_S\overline{\psi}\psi\varphi_S,$$
$$L_{NNV} = g_V\overline{\psi}\gamma_\mu\psi\varphi_V^\mu + \frac{f_V}{4M}\overline{\psi}\sigma_{\mu\nu}\psi\,(\partial^\mu\varphi_V^\nu - \partial^\nu\varphi_V^\mu) \tag{120}$$

для псевдоскаляров (π, η), скаляров (σ, δ) и векторов (ρ, ω) соответственно, m_α — масса мезона; ψ — нуклонный и φ_α — мезонный полевые операторы. Плотности лагранжианов с учетом Δ-изобары (рис.9, *б*) имеют следующий вид:

$$L_{N\Delta\pi} = \frac{f_{N\Delta\pi}}{m_\mu}\overline{\psi}T\psi_\mu\partial^\mu\varphi_\pi + \text{h.c.}, \tag{121}$$

$$L_{N\Delta\rho} = \frac{f_{N\Delta\rho}}{m_\rho}\overline{\psi}\gamma_5\gamma_\mu T\psi_\nu\,(\partial^\mu\varphi_\rho^\nu - \partial^\nu\varphi_\rho^\mu) + \text{h.c.} \tag{122}$$

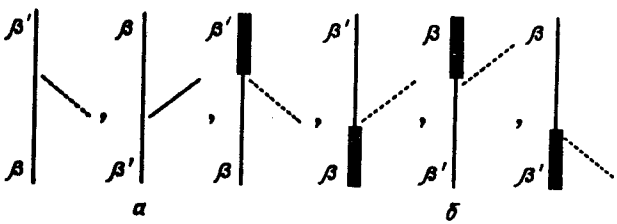


Рис.9. NN-мезонные (*а*), $N\Delta$-мезонные (*б*) вершины

Здесь ψ_μ — оператор, описывающий Δ-изобару, T — изоспиновый оператор, h.c. — эрмитово сопряжение. Внутренняя структура адронов учитывается введением в потенциал вершинного формфактора K_α:

$$K_\alpha(t) = \left(\frac{\Lambda_\alpha^2 - m_\alpha^2}{\Lambda_\alpha^2 + t}\right)^{n_\alpha}, \tag{123}$$

где Λ_α — параметр обрезания, а $n_\alpha = 1$ или 2 в зависимости от рассматриваемого процесса. Ограничение количественного описания NN-данных энергий $E_{\text{lab}} = 300$ МэВ ведет к следующей оценке параметра: $\Lambda_\alpha = 1{,}2 \div 1{,}5$ ГэВ. В связи с этим в модели рассматриваются обмены с массами до 1 ГэВ. Полная модель включает следующие обмены: одномезонный (π, ω, δ), двухпионный, включающий как простой $\pi\pi$-обмен, с учетом изобары, так и обмен с учетом сильного взаимодействия между мезонами. Двухпионный обмен дает хорошее описание результатов фазового анализа при больших угловых моментах. Для описания фазового анализа при малых угловых моментах включены в рассмотрение совместные π- и ρ-обмены. Кроме того, рассматриваются 3π- и 4π-вклады, которые из-за их сильного взаимного сокращения не имеют особого значения, но которые также должны быть включены для более полного описания NN-взаимодействия.

Энергозависимый потенциал полной модели строится на основе времяупорядоченной теории возмущений. Параметры модели приведены в табл.4, волновые функции в табл.10 оригинальной работы [151].

Кроме того, в [151] приводится релятивистский однобозонный обменный потенциал. В отличие от потенциала полной модели здесь 3π- и 4π-обмены не учитываются, а 2π- и $\pi\rho$-обмены объединяются в один обмен σ-мезоном, являющийся хорошей аппроксимацией этих двух. Рассматривается также η-мезон, который не учитывается в полной модели и необходим здесь для улучшения согласия с $^3P_1$-фазой. Однобозонные обмены рассматриваются в рамках квазипотенциального уравнения Бланкенбеклера — Шугара. При таком рассмотрении потенциал не зависит от энергии, так как мезонный пропагатор имеет вид

$$-\frac{1}{(\mathbf{q}' - \mathbf{q})^2 + m_\alpha^2}. \tag{124}$$

Параметры модели даются в табл.5, волновые функции в табл.12 работы [151] (см. приложение).

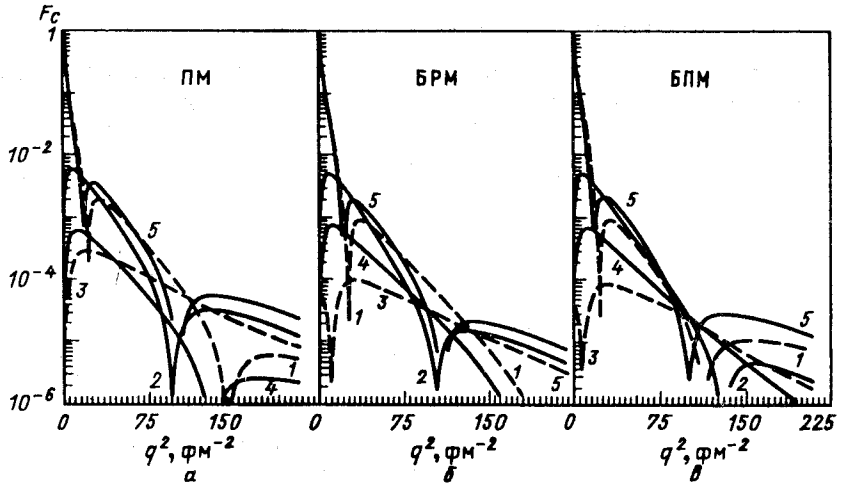


Рис. 10. Зарядовый формфактор дейтрона

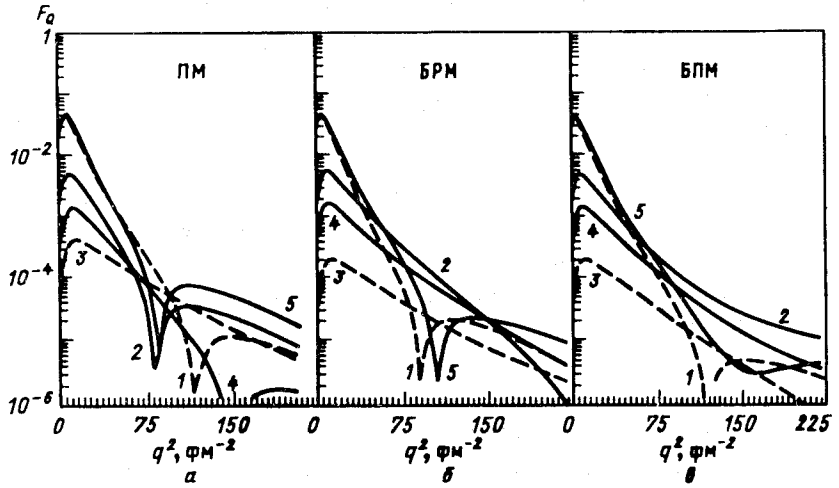


Рис. 11. Квадрупольный формфактор дейтрона

Обсуждение результатов. Расчет структурных функций и тензора поляризации проводился с учетом изоскалярных обменных токов: парного тока (рис.5), $\rho\pi\gamma$-процесса (рис.6), а также тока запаздывания (рис.7), включающего токи отдачи и перенормировки. Целесообразность такого выбора детально исследовалась в предыдущем разделе.

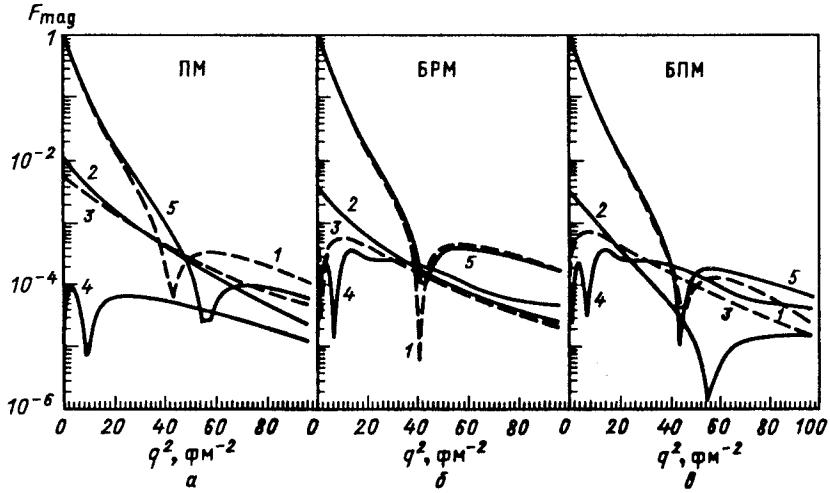


Рис. 12. Магнитный формфактор дейтрона

Помимо расчетов с вершинным формфактором (123) проводился расчет с формфактором, свойства которого рассматривались в [48], а также в предыдущем разделе (см. выражение (46)). При этом константы связи боннской модели были переопределены так, чтобы результирующий формфактор $K_\alpha(t)$ был нормирован на единицу:

$$g'_\alpha = g_\alpha \left(1 - \frac{m_\alpha^2}{\Lambda_\alpha^2}\right)^{n_\alpha}, \tag{125}$$

где Λ_α — параметр обрезания боннской модели.

Прежде всего представим расчеты отдельных вкладов МОТ в зарядовый, квадрупольный и магнитный формфакторы дейтрона с использованием вершинных формфакторов (46) и волновых функций парижской (рис.10, *а* — 12, *а*), боннской релятивистской (рис.10, *б* — 12, *б*) и полной (рис.10,*в* — 12,*в*) моделей. На рис.13—15 приведены аналогичные расчеты, но для боннского сильного формфактора (123). При этом показаны отдельные вклады МОТ: πNN-токов — кривая *2*, $\rho\pi\gamma$ — *3*, эффектов запаздывания — *4*. Пунктир *1* — импульсное приближение, сплошная кривая *5* — учтен полный вклад МОТ (πNN + $\rho\pi\gamma$ + эффекты запаздывания).

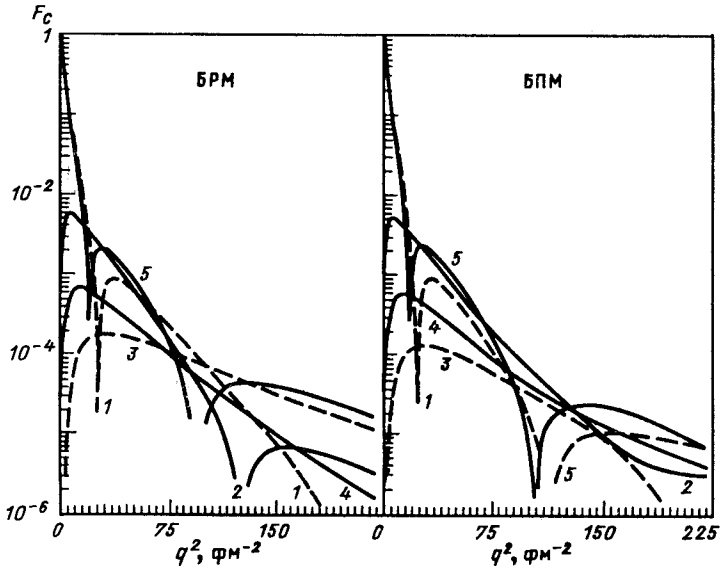


Рис. 13. Зарядовый формфактор дейтрона

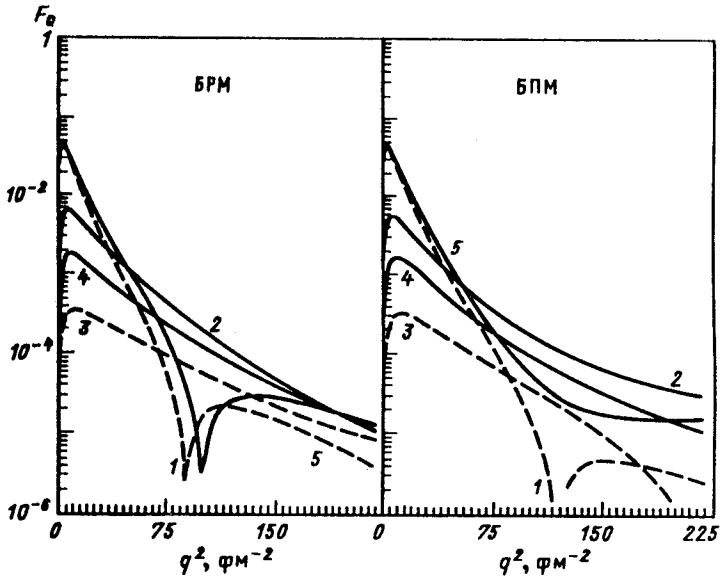


Рис. 14. Квадрупольный формфактор дейтрона

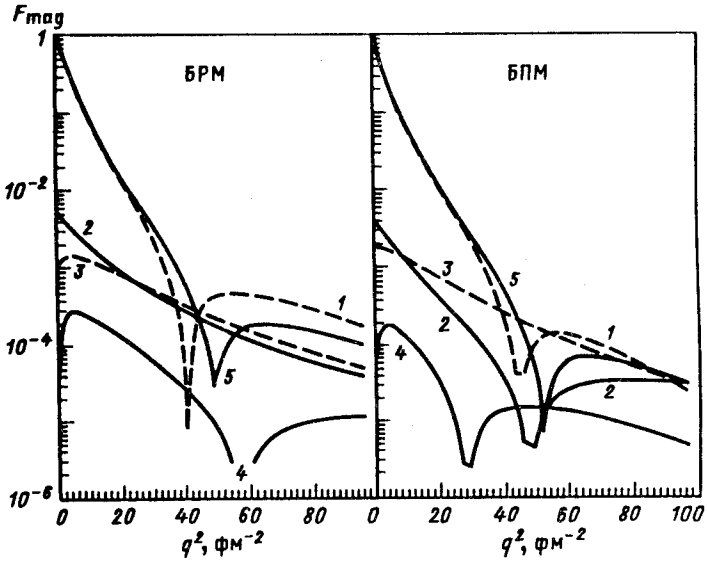


Рис. 15. Магнитный формфактор дейтрона

Из рис.10 видно, что для выбранных волновых функций учет МОТ, которые начинают проявляться при $q^2 > 15$ фм$^{-2}$, сдвигает минимум импульсного зарядового формфактора (кривая *1*) в сторону меньших q^2, а в области переданных импульсов $20 < q^2 < 120$ фм$^{-2}$ приводит к увеличению $|F_c(q^2)|$ (кривая *5*). Далее πNN-вклад (кривая *2*) изменяется так, что при $120 < q^2 < 160$ фм$^{-2}$ суммарный формфактор является результатом конкуренции всех вкладов МОТ и импульсного приближения. При этом вклад эффектов запаздывания (кривая *4*) мал и только в области около 100 фм$^{-2}$ является сколько-нибудь заметным.

В случае квадрупольного формфактора (рис.11) ситуация несколько иная. Здесь эффекты запаздывания (кривая *4*) играют более важную роль, причем для боннских потенциалов их вклад существенно больше $\rho\pi\gamma$-процесса (кривая 3).

Для магнитного формфактора (рис.12) МОТ дают существенный вклад при $q^2 > 35$ фм$^{-2}$ для парижского потенциала (см. кривые *1* и *5*), в то время как для боннского потенциала вклад МОТ весьма мал.

Рассмотрим теперь общие закономерности поведения формфактора дейтрона с учетом МОТ (115). Видно (кривые 2), что парный ток дает вклад при малых и средних $q^2 < 50$ фм$^{-2}$. При больших переданных им-

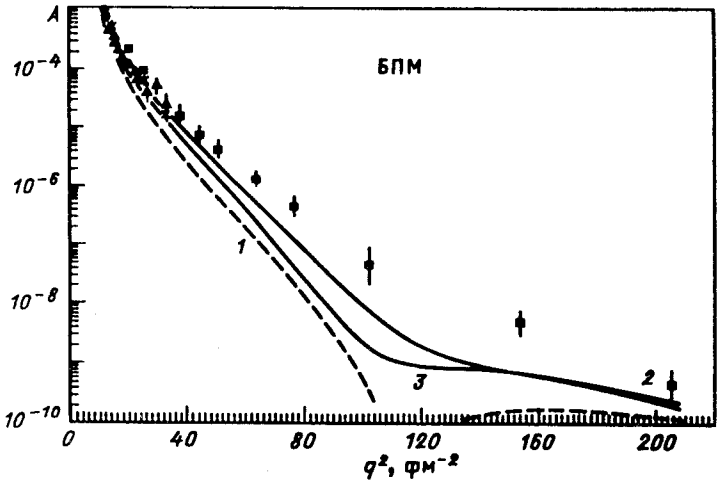


Рис. 16. Структурная функция дейтрона $A(q^2)$. Расчет выполнен для вершинного формфактора (46)

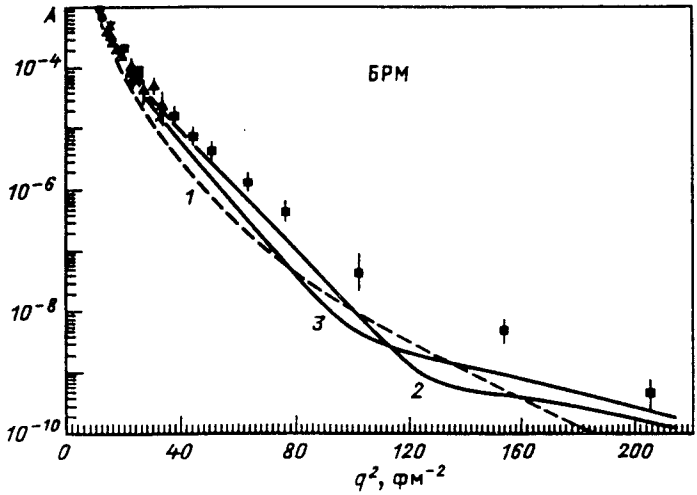


Рис. 17. Структурная функция дейтрона $A(q^2)$. Обозначения, как на рис. 16

пульсах проявляется $\rho\pi\gamma$-вклад (кривые *3*). Эффекты запаздывания (кривые *4*) пренебрежимо малы для зарядового формфактора и играют

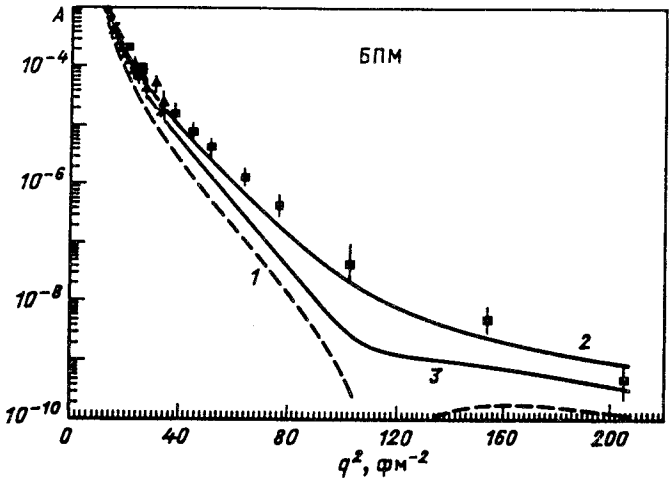


Рис. 18. Структурная функция дейтрона $A(q^2)$. Расчет для формфактора (123)

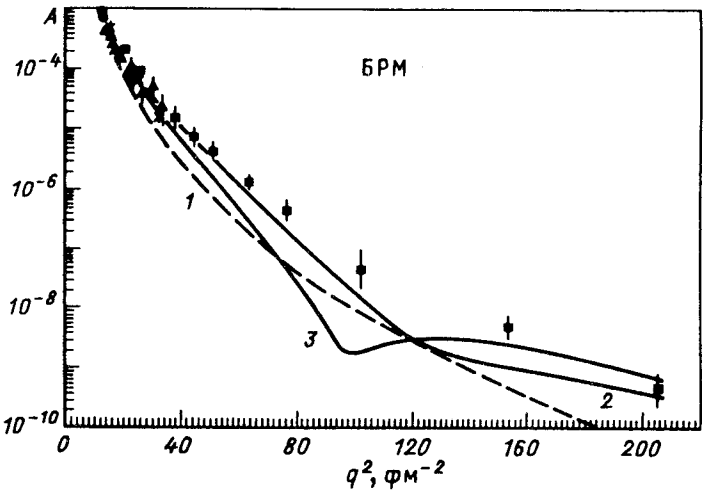


Рис. 19. Структурная функция дейтрона $A(q^2)$. Обозначения, как на рис.16

весьма важную роль в поведении квадрупольного формфактора при больших переданных импульсах $q^2 > 40 \div 60$ фм$^{-2}$.

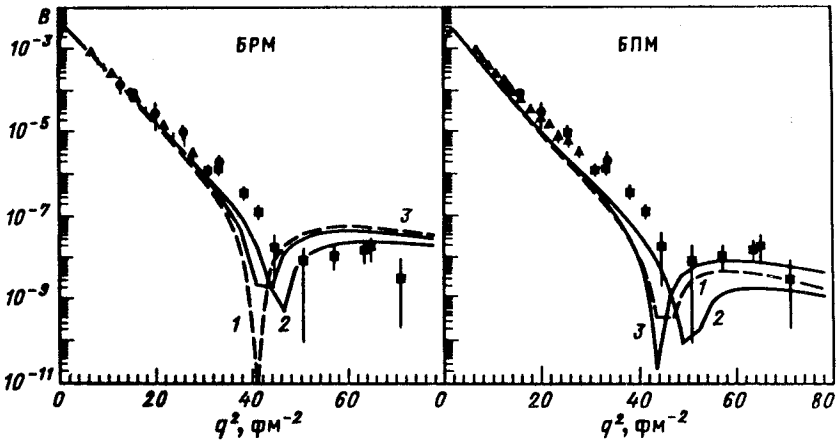


Рис. 20. Структурная функция дейтрона $B(q^2)$. Обозначения, как на рис.16. Экспериментальные данные взяты из работ [146—148]

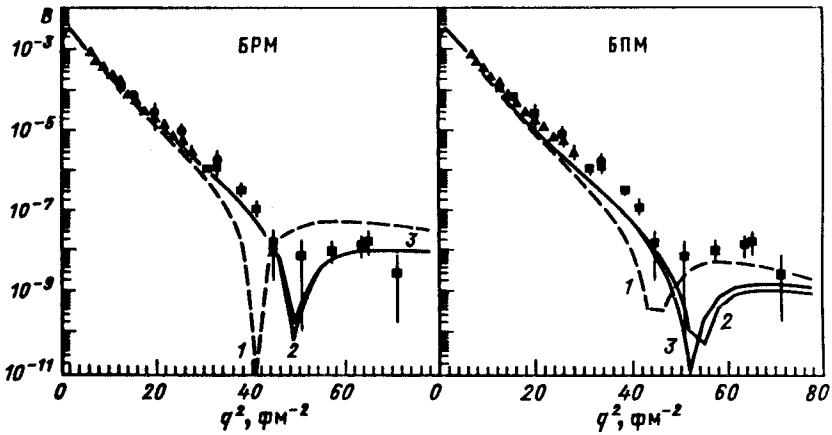


Рис. 21. Структурная функция дейтрона $B(q^2)$. Обозначения, как на рис.18.

На рис.13—15 приведены расчеты этих же формфакторов дейтрона, но только со слабоубывающим вершинным формфактором (123). Здесь поведение формфакторов как для полной, так и для БРМ в целом одинаково, и при этом видно, что вклад эффектов запаздывания мал по сравнению с суммарным πNN- и $\rho\pi\gamma$-вкладом.

Рассмотрим структурную функцию дейтрона $A(q^2)$ с учетом МОТ для боннского полного (рис.16, 18) и релятивистского (рис.17,19) потенциа-

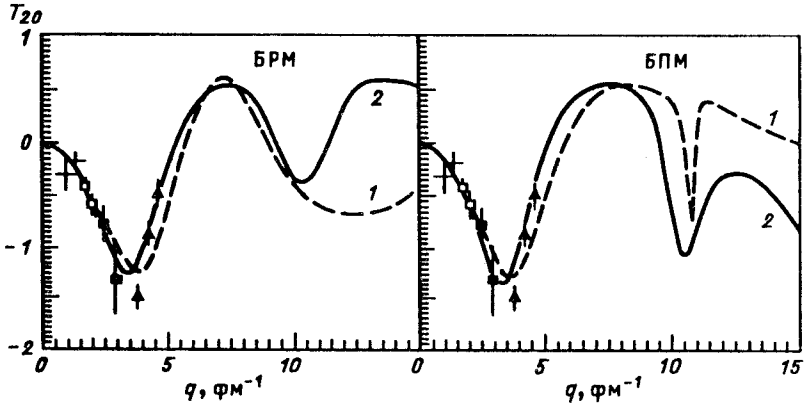


Рис. 22. Тензор поляризации дейтрона. Расчет выполнен для формфактора (46). Экспериментальные данные взяты из работ [152,154]

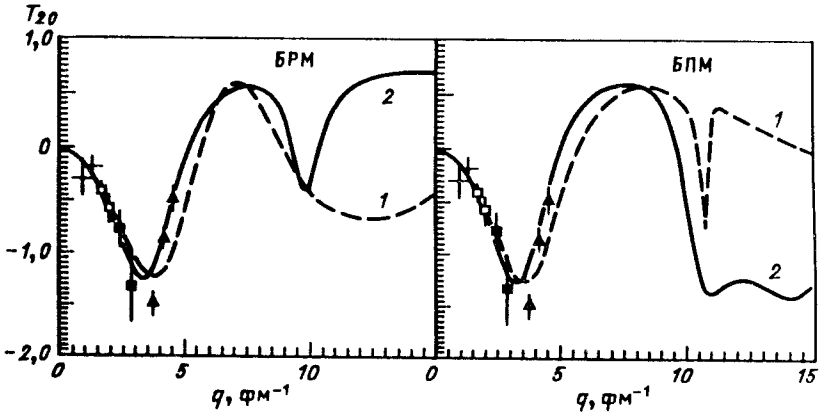


Рис. 23. Тензор поляризации дейтрона. Обозначения, как на рис. 22, но для формфактора (123)

лов. Обозначения на рисунках: пунктир (кривая *1*) — импульсное приближение; *2* — с учетом πNN-, $\rho\pi\gamma$-вкладов; *3* — с учетом также эффектов запаздывания. Экспериментальные данные взяты из [34,35].

Прежде всего обсудим вклады в $A(q^2)$ эффектов запаздывания, вычисленные с вершинным формфактором (46) (рис.16,17) и слабоубывающим формфактором (123) (рис.18,19).

Видно, что вклады эффектов запаздывания приводят к уменьшению $A(q^2)$ при $q^2 > 25$ фм$^{-2}$, ухудшая согласие с экспериментальными данными (см. кривые *2* и *3*). При этом необходимо подчеркнуть, во-первых, важность учета эффектов запаздывания, так как они не малы, и, во-вторых, может создаться иллюзия весьма хорошего согласия с экспериментальными данными при выборе сильного формфактора (123), которое видно на рис.18, 19 (кривые *2*).

Структурные функции $B(q^2)$ с учетом МОТ представлены на рис.20 (для формфактора (46)) и 21 (для формфактора (123)). Здесь же приведен расчет без учета МОТ (кривые *1*). Сравнивая полученный результат с экспериментальными данными [146—148], получаем, что эффекты запаздывания весьма важны для случая формфакторов (46) (см. кривые *2* и *3*, рис.20), причем интересно, что при этом суммарная кривая весьма близка к импульсному расчету (см. кривые *1* и *3*, рис.20). Для слабоубывающего формфактора (123) роль эффектов запаздывания пренебрежимо мала (кривые *2* и *3* практически совпадают, рис.21).

Следует отметить достаточно хорошее согласие с экспериментальными данными, полученное для релятивистского боннского потенциала и слабоубывающего формфактора (123) (кривая *3* на рис.21 практически проходит по экспериментальным точкам).

Рассмотрим тензор поляризации дейтрона $T_{20}(q^2)$ с учетом МОТ (кривые *2* на рис.22, 23). Видно, что по сравнению с импульсным приближением (кривые *1*) вклад МОТ увеличивает $T_{20}(q^2)$ после минимума.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Проведенные расчеты структурных функций $A(q^2)$, $B(q^2)$ и тензора поляризации $T_{20}(q^2)$ позволяют сделать следующие выводы:

1. Вклады МОТ при больших переданных импульсах необходимо учитывать в полном объеме, включая эффекты запаздывания.

2. Учет эффектов запаздывания весьма важен для случая $A(q^2)$, заметно ухудшает согласие с экспериментальными данными, заставляя учитывать другие эффекты, влияющие на $A(q^2)$, например кварковые степени свободы.

3. Для $B(q^2)$ эффекты запаздывания весьма важны в случае сильноубывающего вершинного формфактора (46) и пренебрежимо малы для слабоубывающего формфактора (123). При этом наилучшее согласие с экспериментом достигается для боннского релятивистского потенциала.

4. Вклад МОТ в $T_{20}(q^2)$ для формфакторов (46) и (123) в области переданных импульсов $q^2 > 4{,}5 \div 5$ фм$^{-2}$ в принципе одинаков, что не позволит при появлении в этой области экспериментальных данных [153,154] дискриминировать эти формфакторы.

5. Необходим также учет других эффектов, влияющих на структурные функции дейтрона, в частности кварковых эффектов.

ПРИЛОЖЕНИЕ. ВОЛНОВАЯ ФУНКЦИЯ ДЕЙТРОНА

Волновая функция дейтрона в координатном пространстве записывается в виде

$$\Psi_d^M = \frac{u(r)}{r}\,[Y_0(\Omega_r) \otimes \chi_1]_{1M} + \frac{w(r)}{r}\,[Y_2(\Omega_r) \otimes \chi_1]_{1M}, \qquad (126)$$

где $u(r)$, $w(r)$ можно связать с волновой функцией дейтрона в импульсном представлении следующим образом:

$$\psi_l(p) = i^l \sqrt{\frac{2}{\pi}} \int_0^\infty r^2 j_l(pr)\,\psi_l(r)dr, \quad \psi_l(r) = i^l \frac{2}{\pi} \int_0^\infty p^2 j_l(pr)\,\psi_l(p)dp, \qquad (127)$$

где l — орбитальный угловой момент и j_l — соответствующие сферические функции Бесселя. Условие нормировки имеет вид

$$\int_0^\infty r^2\,[\psi_0^2(r) + \psi_2^2(r)]\,dr = \int_0^\infty u^2(r)dr + \int_0^\infty w^2(r)dr =$$

$$= \int_0^\infty p^2\,[\psi_0^2(p) + \psi_2^2(p)]dp = \int_0^\infty u^2(p)dp + \int_0^\infty w^2(p)dp = p_s + p_d = 1, \qquad (128)$$

где

$$u(r) = r\psi_0(r), \quad w(r) = r\psi_2(r), \quad u(p) = p\psi_0(p), \quad w(p) = p\psi_2(p). \qquad (129)$$

На рис.24 приведены волновые функции для парижского и боннского потенциалов. Видно, что на больших расстояниях волновые функции дейтрона практически совпадают. Однако на малых расстояниях $r < 1$ фм наблюдается значительное отличие. Отметим, что $w(r)$ для релятивистского боннского потенциала имеет узел при $r \sim 0{,}03$ фм. Волновые функции дейтрона в импульсном пространстве, приведенные на рис.25—27, заметно отличаются уже при $p < 4$ фм$^{-1}$. В табл.1 приведены низкоэнергетические характеристики дейтрона в сравнении с экспери-

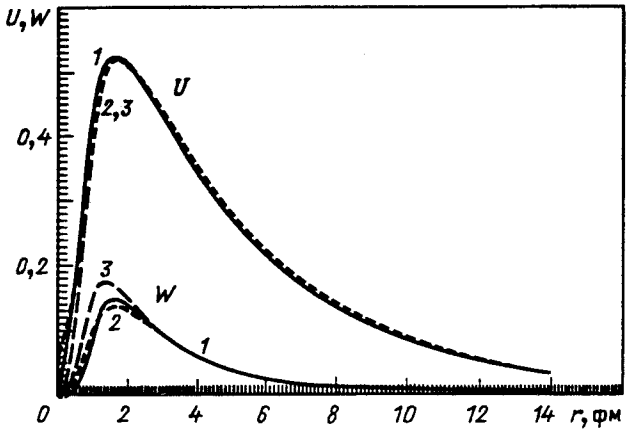


Рис. 24. Волновая функция дейтрона: *1* — БРМ; *2* — БПМ; *3* — ПМ

ментальными данными, рассчитанные для различных потенциалов. Здесь квадрупольный момент определяется в виде

$$Q = \frac{1}{4}\int d^3r\, |\psi_{J=1,M=1}|^2(3z^2 - r^2) = \frac{1}{20}\int_0^\infty dr\, r^2\, w(r)(\sqrt{8}\, u(r) - w(r)). \quad (130)$$

Магнитный момент дейтрона имеет следующий вид:

$$\mu - d = \mu_p + \mu_n - \frac{3}{2}(\mu_p + \mu_n - \frac{1}{2})P_d, \quad (131)$$

где $\mu_p = 2{,}79290$, $\mu_n = -1{,}91315$ в единицах ядерного магнетона.

Далее приведем параметризацию волновых функций дейтрона:

$$u_a(r) = \sum_1^{n_u} C_j \exp(-m_j r),$$

$$w_a(r) = \sum_1^{n_w} D_j \exp(-m_j r)\left(1 + \frac{3}{m_j r} + \frac{3}{(m_j r)^2}\right). \quad (132)$$

Согласно уравнениям (127) соответствующие волновые функции в импульсном пространстве будут иметь следующий вид:

$$\psi_0^a(q) = (\frac{2}{\pi})^{1/2} \sum_1^{n_u} \frac{C_j}{q^2 + m_j^2}, \quad \psi_2^a(q) = (\frac{2}{\pi})^{1/2} \sum_1^{n_w} \frac{D_j}{q^2 + m_j^2}, \quad (133)$$

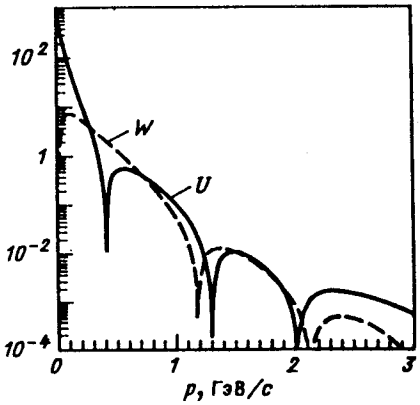


Рис. 25. Волновая функция дейтрона в импульсном пространстве. Парижская модель

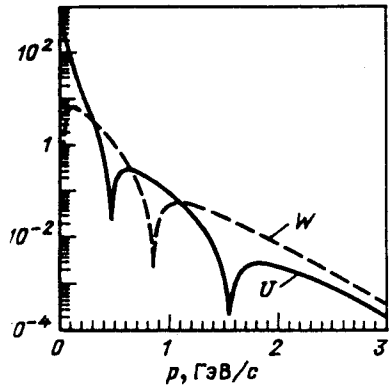
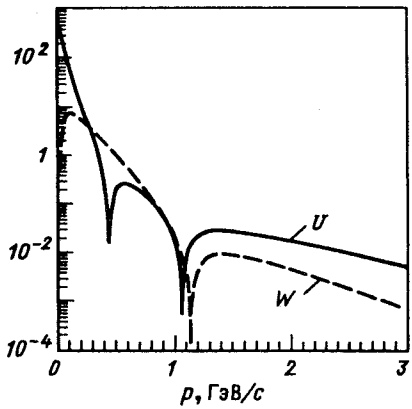


Рис. 26. Волновая функция дейтрона в импульсном пространстве. Боннская релятивистская модель

Рис. 27. Волновая функция дейтрона в импульсном пространстве. Боннская полная модель



где граничные условия для $u_a(r) \to r$ и $w_a(r) \to r^3$ при $r \to 0$ приводят к уравнению связи на C_j и к трем уравнениям на D_j, а именно:

$$\sum_1^{n_u} C_j = 0, \quad \sum_1^{n_w} D_j / m_j^2 = \sum_1^{n_w} D_j = \sum_1^{n_w} D_j m_j^2 = 0. \qquad (134)$$

Для точного выполнения этих условий необходимо, чтобы последний коэффициент в $u_a(r)$ и три последние в $w_a(r)$ удовлетворяли уравнениям:

$$C_{n_u} = -\sum_1^{n_u - 1} C_j, \qquad (135)$$

Таблица 1. Свойства дейтрона

Потенциал	E_d	Q, фм^2	P_d	μ_d
Рейд SC	2,2246	0,280	6,47	0,8429
Рейд HC	2,2246	0,277	6,50	0,8427
Ямагучи	2,222	0,279	4,16	0,8560
Грац I	2,225	0,288	2,63	0,8648
Монган II	2,223	0,275	1,12	0,8734
KLS a)	2,160	0,093	0,32	0,8779
Пайпер	2,224	0,280	6,49	0,8428
Ньюмеген 1	2,2246	0,2774	5,39	0,8490
Ньюмеген 2	2,2246	0,2860	5,67	0,8474
Ньюмеген 3	2,2246	0,2862	5,38	0,8491
ПМ	2,2246	0,279	5,48	0,8485
БРМ	2,2246	0,274	4,81	0,8524
БПМ	2,2245	0,2807	4,249	0,8555
Эксперимент +	2,224644	0,2860	5,0	0,857406
+ погрешность	0,000046	0,0015	2,0	0,000001

$$D_{n_w-2} = \frac{m^2_{n_w-2}}{(m^2_{n_w} - m^2_{n_w-2})\,(m^2_{n_w-1} - m^2_{n_w-2})} \times$$
$$\times\ [-m^2_{n_w-1} m^2_{n_w} \sum_1^{n_w-3} \frac{D_j}{m_j^2} + (m^2_{n_w-1} + m^2_{n_w}) \sum_1^{n_w-3} D_j - \sum_1^{n_w-3} D_j\, m_j^2\,]. \quad (136)$$

Два других уравнения могут быть получены перестановкой $n_w - 2$, $n_w - 1$, n_w. Массы m_j выбираются в виде

$$m_j = \alpha + (j - 1)\, m_0, \quad (137)$$

где $\alpha = (2m\,|\,E_d)^{1/2}/\hbar$, m — приведенная масса $n-p$-системы. В табл.2 и 3 приведены коэффициенты параметризации для парижской, боннской релятивистской и боннской полной волновых функций дейтрона. Эти параметризации хорошо воспроизводят теоретические свойства дейтрона, приведенные в табл.1.

В заключение авторы выражают глубокую признательность за плодотворные дискуссии и высказанные по обсуждаемым проблемам замеча-

Таблица 2. Параметризация парижской волновой функции $m_0 = 1$ фм$^{-1}$, $\alpha = 0{,}23162461$ фм$^{-1}$

j	C_j, фм$^{-2}$	D_j, фм$^{-2}$
1	0,88688076 (0)	0,23135193 (−1)
2	−0,34717093 (0)	−0,85604572 (0)
3	−0,30502380 (1)	0,56068193 (1)
4	0,56207766 (2)	−0,69462922 (2)
5	−0,74957334 (3)	0,41631118 (3)
6	0,53365279 (4)	−0,12546621 (4)
7	−0,22706863 (5)	0,12387830 (4)
8	0,60434469 (5)	0,33739192 (4)
9	−0,10292058 (6)	−0,13041151 (5)
10	0,11223357 (6)	0,19512524 (5)
11	−0,75925226 (5)	см.(137)
12	0,29059715 (5)	см.(137)
13	см.(135)	см.(137)

Примечание. (−1) соответствует 10^{-1}.

Таблица 3. Параметризация боннской волновой функции $m_0 = 0{,}9$ фм$^{-1}$, $\alpha = 0{,}231609$ фм$^{-1}$

j	БПМ		БРМ	
	C_j, фм$^{-2}$	D_j, фм$^{-2}$	C_j, фм$^{-2}$	D_j, фм$^{-2}$
1	0,90457337 (0)	0,24133026 (1)	0,88628672 (0)	0,23237078 (−1)
2	−0,35058661 (0)	−0,64430531 (0)	−0,27591814 (0)	−0,52115578 (0)
3	−0,17635927 (0)	0,51093352 (0)	−0,11610727 (0)	−0,57197401 (0)
4	−0,10418261 (2)	−0,54419065 (1)	−0,12975243 (2)	0,27570246 (1)
5	0,45089439 (2)	0,15872034 (2)	0,77490155 (2)	−0,26157324 (2)
6	−0,14861947 (3)	−0,14742981 (2)	−0,27298039 (3)	0,84419883 (2)
7	0,31779642 (3)	0,44956539 (1)	0,53402693 (3)	−0,98308997 (2)
8	−0,37496518 (3)	−0,71152863 (1)	−0,56328069 (3)	0,38498490 (2)
9	0,22560032 (3)	см.(137)	0,30214616 (3)	см.(137)
10	−0,54858290 (2)	см.(137)	−0,64920925 (2)	см.(137)
11	см.(135)	см.(137)	см.(135)	см.(137)

Примечание. (−1) соответствует 10^{-1}.

ния А.М.Балдину, М.Байеру, Б.Баккеру, Х.Веберу, А.А.Гою, В.Доннели, С.М.Доркину, Г.М.Зиновьеву, Л.П.Каптарю, В.А.Карманову, В.К.Лукьянову, Дж.Матиоту, А.Де Паче, Г.Руппу, П.Саракко, А.И.Титову, Б.Турчинцу, А.В.Шебеко, а также участникам семинаров в ЛТФ ОИЯИ.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. **Боголюбов Н.Н., Струминский Б.В., Тавхелидзе А.Н.** — Препринт ОИЯИ Д-1968, Дубна, 1965.
2. **Боголюбов Н.Н., Матвеев В.А., Нгуен Ван Хьеу и др.** — Препринт ОИЯИ Д-2075, Дубна, 1965.
3. **Боголюбов Н.Н., Матвеев В.А., Нгуен Ван Хьеу и др.** — Препринт ОИЯИ Д-2141, Дубна, 1965.
4. **Боголюбов П.Н.** — ЭЧАЯ, 1972, т.3, вып.1, с.144—174.
5. **Балдин А.М.** — Краткие сообщения по физике, 1971, т.1, с.35—39.
6. **Блохинцев Д.И.** — ЖЭТФ, 1957, т.33, с.1295—1299.
7. **Ажгирей Л.С., Взоров И.И., Зрелов В.П. и др.** — ЖЭТФ, 1957, т.33, с.1185—1195.
8. **Балдин А.М.** — ЭЧАЯ, 1977, т.8, вып.3, с.429—477.
9. **Baldin A.M.** — CERN-JINR School of Physics. Hanko, Finland, 1981, p.1—30.
10. **Ставинский В.С.** — ЭЧАЯ, 1979, т.10, вып.5, с.949—995.
11. **Лексин Г.А.** — Ядерный скейлинг. М.: МИФИ, 1975.
12. **Лексин Г.А.** — ЖЭТФ, 1957, т.32, с.445—452.
13. **Горенштейн М.И., Зиновьев Г.М., Петров В.К., Шелест В.П.** — ТМФ, 1982, т.52, с.346—362; **Горенштейн М.И., Зиновьев Г.М.** — Тр. VII Междунар. семинара по проблемам физики высоких энергий. ОИЯИ Д1,2-84-599, Дубна, 1984, с.521—531; **Gorenstein M.I., Zinovjev G.M.** — Phys. Lett. B, 1977, vol.67, p.100—102; **Горенштейн М.И., Зиновьев Г.М., Шелест В.П.** — ЯФ, 1977, т.26, с.788—795; **Богацкая И.Г., Горенштейн М.И., Зиновьев Г.М.** — ЯФ, 1978, т.27, с.856—859.
14. **Гриднев К.А., Лукьянов В.К., Семенов В.М. и др.** — Изв. КазССР. Сер.физ.-мат., 1979, т.2, с.74—80.
15. **Гаврилов В.Б., Лексин Г.А.** — Препринт ИТЭФ, вып.124, М., 1983.
16. **Лексин Г.А.** — Труды XVIII Международной конференции по физике высоких энергий. Тбилиси, 1976. ОИЯИ Д1,2-10400, Дубна, 1977, т.1, с.А6-3.
17. **Baldin A.M.** — Preprint JINR E2-9138, Dubna, 1975.
18. **Балдин А.М., Бондарев В.К., Зубарев В.Н. и др.** — Препринт ОИЯИ Р1-8858, Дубна, 1975.
19. **Балдин А.М., Бондарев В.К., Голованов Л.Б. и др.** — Препринт ОИЯИ Р1-11168, Дубна, 1977.
20. **Baldin A.M.** — Preprint JINR E1-12031, Dubna, 1978.
21. **Балдин А.М., Бондарев В.К., Манятовский А.Н. и др.** — Препринт ОИЯИ 1-12396, Дубна, 1979.
22. **Беляев И.М., Власов Н.В., Гаврищук О.П. и др.** — Препринт ОИЯИ Р1-89-463, Дубна, 1989.
23. **Буров В.В., Лукьянов В.К., Титов А.И.** — Тр. Международной конференции по избранным вопросам структуры ядра. ОИЯИ Д-9920, Дубна, 1976, т.2, с.432—443; **Burov V.V., Lukyanov V.K., Titov A.I.** — Phys. Lett., 1977, vol.67B, p.46—48; **Лукьянов В.К., Титов А.И.** — ЭЧАЯ, 1979, т.10, с.815—849.
24. **Ефремов А.В.** — ЯФ, 1976, т.24, с.1208—1211.
25. **Ефремов А.В.** — ЭЧАЯ, 1982, т.13, вып.3, с.613—634.
26. **Буров В.В., Лукьянов В.К., Титов А.И.** — Изв. АН СССР, сер.физ., 1978, т.42, с.38—46; **Burov V.V., Lukyanov V.K., Titov A.I.** — Proc. Heavy Ion Intern. Summer School, Predeal,

1977, p.465—478; Burov V.V., Lukyanov V.K., Titov A.I. — Proc. of XV Winter School, Zakopane, 1977, p.131—136.
27. Буров В.В., Лукьянов В.К., Титов А.И. — Препринт ОИЯИ Р2-10927, Дубна, 1977.
28. Moeller E., Anderson L., Bruckner W. et al. — Phys. Rev. C, 1983, vol.28, p.1224—1245.
29. Moeller E., Anderson L., Bruckner W. et al. — Phys. Rev. C, 1983, vol.28, p.1246—1255.
30. Matveev V.A., Sorba P. — Nuovo Cimento Lett., 1977, vol.20, p.435—439.
31. Mulders R.J., Aerts A.T., de Swart J.J. — Phys. Rev., 1979, vol.D21, p.2653—2672.
32. Baldin A.M., Didenko L.A. — Fortschr. Phys., 1990, vol.38, No.4, p.261—332.
33. Савин И.А. — Тр. Междунар. семинара по проблемам физики высоких энергий. ОИЯИ Д1,2-81-728, Дубна, 1981, с.223—237.
34. Arnold R.G., Chertok B.T., Dally E.B. et al. — Phys. Rev. Lett., 1975, vol.35, No.12, p.776—779.
35. Arnold R.G., Chertok B.T., Mecking B.A. et. al. — Contributed Paper at Ninth International Conference on High Energy Phys. and Nucl. Struct. Versailles, France, 1981, p.94.
36. Макаров М.М. — УФН, 1982, т.136, с.185—214.
37. Weber H.J., Arenhövel H. — Phys. Rep. C, 1978, vol.36, p.279—348.
38. Bhalerao R.S., Gurvitz S.A. — Phys. Rev. Lett., 1981, vol.47, p.1815—1818.
39. Chemtob M., Rho M. — Nucl. Phys. Ser.A, 1971, vol.163, No.1, p.1—55.
40. Chemtob M. — Nucl. Phys. Ser.A, 1982, vol.382, No.3, p.317—354.
41. Adler R.J., Drell S.D. — Phys. Rev. Lett., 1964, vol.13, No.10, p.349—353.
42. Adler R.J. — Phys. Rev., 1966, vol.141, No.4, p.1499—1508.
43. Gari M., Hyuga H. — Nucl. Phys. A, 1976, vol.264, No.3, p.409—444.
44. Gari M., Hyuga H. — Z.Phys.A: Atoms and Nuclei, 1976, vol.277, No.2, p.291—297.
45. Gari M., Hyuga H. — Nucl. Phys. A, 1977, vol.278, No.3, p.372—380.
46. Gari M., Hyuga H., Sommer B. — Phys. Rev. Ser. C: Nuclei, 1976, vol.14, No.6, p.2196—2210.
47. Gari M., Krümpelmann W. — Preprint SLAC-PUB-3398, Stanford, 1984.
48. Gari M., Kaulfuss U. — Phys. Lett. Ser. B, 1984, vol.136, No.3, p.139—142.
49. Frois B. — Proc. of the IX International Seminar on High Energy Physics Problems. JINR, D1,2-88-652, Dubna, 1988, vol.2, p.84—92.
50. Laget J.M. — Proc. of the IX Intern. Seminar on High Energy Physics Problems. JINR, D1,2-88-652, Dubna, 1988, vol.2, p.115—127.
51. Афанасьев А.В., Рекало М.П. — Proc. of the IX Intern. Seminar on High Energy Physics Problems. JINR, D1,2-88-652, Dubna, 1988, vol.2, p.128—133.
52. Friar J.L., Fallieros S. — Phys. Rev. C, 1976, vol.13, No.6, p.2571—2573.
53. Buchamann A., Leidemann W., Arenhövel H. — Nucl. Phys. A., 1985, vol.443, p.726—746.
54. Santhanam I., Bhatnagar S., Mirta A.N. — Few-Body Systems, Progress Report, 1990, vol.7, p.141—187.
55. Brown G.E., Weise W. — Phys. Reports C, 1975, vol.22, No.6, p.279—337.
56. Ericson T., Weise W. — Pion and Nuclei — Intern. Series of Monographs of Physics /Ed. by R.K.Adair et al. Oxford: Clarendon Press, 1988, No.74.
57. Mathiot J.-F. — Phys. Reports, 1989, vol.173, p.63—172.
58. Буров В.В., Лукьянов В.К., Резник Б.Л. и др. — ЯФ, 1978, т.28, вып.2, с.321—329.
59. Burov V.V., Dorkin S.M., Lukyanov V.K., Titov A.I. — Z. Phys. Ser. A: Atoms and Nuclei, 1982, vol.306, No.1, p.149—154.
60. Burov V.V., Dorkin S.M., Dostovalov V.N. — Z. Phys. Ser.A: Atoms and Nuclei, 1984, vol.315, p.205—211.
61. Буров В.В., Достовалов В.Н. — Препринт ОИЯИ, Р2-85-928, Дубна, 1985.
62. Буров В.В., Лукьянов В.К. — Труды Междунар. школы по структуре ядра. ОИЯИ, Д4-85-851, Дубна, 1985, с.283—294.

63. Буров В.В., Достовалов В.Н. — Препринт ОИЯИ Р2-85-928, Дубна, 1985; Р2-86-163, Дубна, 1986.
64. Буров В.В., Достовалов В.Н., Суськов С.Э. — Письма в ЖЭТФ, 1986, т.44, с.357—359.
65. Буров В.В., Лукьянов В.К., Достовалов В.Н. и др. — VIII Междунар. семинар по проблемам физики высоких энергий. ОИЯИ Д1,2-86-668, Дубна, 1986, т.1, с.352—363.
66. Burov V.V., Dostovalov V.N. — Z. Phys. Ser. A: Atoms and Nuclei, 1987, vol.326, p.245—253.
67. Буров В.В., Достовалов В.Н. — Ядерные реакции и кварковая структура ядер. Владивосток: ДВГУ, 1987, с.23—35.
68. Буров В.В., Гой А.А., Достовалов В.Н. — ЯФ, 1987, т.45, с.994—998.
69. Буров В.В., Лукьянов В.К. — Малочастичные и кварк-глюонные системы. ОИЯИ Д4-87-692, Дубна, 1987, с.312—324.
70. Burov V.V., Dostovalov V.N., Sus'kov S.Eh. — Preprint JINR E2-89-542, Dubna, 1989.
71. Burov V.V., Dostovalov V.N., Sus'kov S.Eh. — JINR Rapid Communication, 1989, No.4(37)-89, p.24—29.
72. Буров В.В., Достовалов В.Н., Суськов С.Э. — Препринт ОИЯИ Р2-90-432, Дубна, 1990.
73. Буров В.В., Лукьянов В.К., Титов А.И. — ЭЧАЯ, 1984, т.15, вып.6, с.1249—1295.
74. Arnold R.G. — Lect. Notes in Phys., 1979, vol.108, p.76—87.
75. Gross F. — Phys. Rev., 1966, vol.142, No.4, p.1025—1034.
76. Arnold R.G., Carlson C.E., Gross F. — Phys. Rev. Lett., 1977, vol.38, No.26, p.1516—1519.
77. Gross F. — Nucl. Phys. Ser. A, 1981, vol.358, No.2, p.215—220.
78. Arnold R.G., Carlson C.E., Gross F. et al. — Phys. Rev. Ser.C: Nuclei, 1980, vol.21, No.4, p.1426—1451.
79. Arnold R.G., Carlson C.E., Gross F. — Phys. Rev. Ser.C: Nuclei, 1981, vol.23, No.1, p.363—374.
80. Грач И.Л., Кондратюк Л.А. — ЯФ, 1984, т.39, с.316—327.
81. Крутов А.Ф., Троицкий В.Е. — ЯФ, 1986, т.43, с.1327—1329.
82. Glazek St. — Acta Physica Polonica B, 1983, vol.14, p.893—902.
83. Карманов В.А. — ЭЧАЯ, 1988, т.19, с.525—578.
84. Zuilhof M.J., Tjon J.A. — Phys. Rev. C, 1981, vol.24, p.736—753; Rupp G., Tjon J.A. — Phys. Rev. C, 1988, vol.37, p.1729—1738.
85. Hummel E., Tjon J.A. — Preprint THU-89/12, Utrecht, 1989.
86. Rupp G., Tjon J.A. — Phys. Rev. C, 1990, vol.41, p.472—483.
87. Riska D.O., Brown G.E. — Phys. Lett. Ser. B, 1972, vol.38, No.4, p.193—195.
88. Riska D.O., Strüve W. — Nucl. Phys. A, 1983, vol.399, No.2, p.406—418.
89. Gari M., Huffman A.H. — Phys. Rev. Ser. C: Nuclei, 1973, vol.7, No.3, p.994—1003.
90. Mathiot J.-F. — Phys. Lett. B, 1982, vol.115, No.3, p.174—178.
91. Masconi B., Ricci P. — Few-Body Systems, 1990, vol.8, p.159—160.
92. Thakur J., Foldy L.L. — Phys. Rev. Ser. C: Nuclei, 1973, vol.8, No.5, p.1957—1958.
93. Hockert J., Riska D.O., Gari M. et al. — Nucl. Phys. Ser. A, 1973, vol.217, No.1, p.14—28.
94. Arenhövel H. — Z. Phys. A, 1974, vol.266, p.13—20.
95. Arenhövel H. — Z. Phys. A, 1980, vol.297, No.2, p.129—139.
96. Fabian W., Arenhövel H. — Nucl. Phys. Ser. A, 1976, vol.258, No.3, p.461—479.
97. Корчин А.Ю., Шебеко А.В. — ЯФ, 1984, т.39, вып.1, с.12—15.
98. Mesons in Nuclei /Ed. Rho and Wilkinson. Amsterdam, North-Holland, 1979, vol.1—3.
99. Иванов Е.А., Труглик Э. — ЭЧАЯ, 1981, т.12, вып.2, с.492—547.
100. Friar J.L. — Phys. Rev. Ser. C: Nuclei, 1983, vol.27, No.5, p.2078—2084.
101. Dubach J., Koch J.H., Donnely T.W. — Nucl. Phys. Ser. A, 1976, vol.271, No.2, p.279—316.

102. **Cheon I.-T.** — Lett. Nuovo Cimento, 1981, vol.31, No.10, p.347—354.
103. Review of Part. Prop. — Phys. Lett. Ser. B, 1982, vol.111.
104. **Gross F.** — Preprint CEBAF 85-004, Virginia, 1985.
105. **Brady T., Tomusiak E., Levinger J.S.** — Canad. J. Phys., 1974, vol.52, No.14, p.1322—1330.
106. **Haftel M.I., Mathelitsch L., Zingl H.F.K.** — Phys. Rev. Ser.C: Nuclei, 1980, vol.22, No.3, p.1285—1303.
107. **Варшалович Д.А., Москалев А.Н., Херсонский В.К.** — Квантовая теория углового момента. Л.: Наука, 1975.
108. **Елецкий В.Л., Коган Я.И.** — ЯФ, 1984, т.39, вып.1, с.138—146.
109. **Frazer W.R., Fulco J.R.** — Phys. Rev., 1960, vol.117, p.1609—1614.
110. **Gounaris G.J., Sakurai J.J.** — Phys. Rev. Lett., 1968, vol.21, p.244-247.
111. **Okubo S.** — Progr. Theoret. Phys., 1954, vol.12, p.603—622.
112. **Reid R.V.** — Ann. Phys., 1968, vol.50, No.3, p.411—448.
113. **Lacombe M., Loiseau B., Richard J.M. et al.** — Phys. Rev. Ser.C.: Nuclei, 1980, vol.21, No.3, p.861—873.
114. **Riska D.O.** — Preprint University of Helsinki HU-TFT-84-48.
115. **Jackson A.D., Lande A., Riska D.O.** — Phys. Lett. Ser. B, 1975, vol.55, p.23—27.
116. **Holinde K., Machleidt R.** — Nucl. Phys. Ser. A, 1981, vol.372, No.3, p.349—376.
117. **Kizukuri Y., Namiki M., Okano K.** — Progr. Theoret. Phys., 1979, vol.61, No.2, p.559—568.
118. **Rho M.** — Nucl. Phys. A, 1981, vol.358, p.121—138.
119. **Thomas A.W.** — Preprint ADP 362/T27, 1986.
120. **Thomas A.W.** — Preprint ADP 364/T28, 1986.
212. **Buchmann A., Yamauchi Y., Faessler A.** — Preprint Tübingen, 1989.
122. **Beyer M., Weber H.J.** — Phys. Rev. C, 1987, vol.35, p.14—25.
123. **Kondratyuk L., Schepkin M., Krivoruchenko M.** — Preprint INFN 537 Roma, 1987.
124. **Mitra A.N.** — Preprint IC/77/40, Trieste, 1977.
125. **Bhaduri R.K., Nogami Y.** — Phys. Lett. B, 1985, vol.152, No.1,2, p.35—36.
126. **Heddle D.P., Kisslinger L.S.** — Phys. Rev. C, 1984, vol.30, p.965—968.
127. **Deloff A.** — Z. Phys. A — Atoms and Nuclei, 1984, vol.316, p.49—54.
128. **Maltman K., Isgur N.** — Phys. Rev. Lett., 1983, vol.50, No.23, p.1827—1830.
129. **Mulders P.J., Thomas A.W.** — Preprint CTP 1121, MIT, Cambridge, 1983.
130. **Fredriksson S., Bergström L.** — Rev. of Mod. Phys., 1980, vol.52, No.4, p.675—697.
131. **Omboo Z., Pak A.S.** — Preprint JINR E2-82-898, Dubna, 1982.
132. **Аблеев В.Г., Воробьев Г.Г., Визирева Л. и др.** — Письма в ЖЭТФ, 1983, т.37, с.196—198.
133. **Matveev V.A., Sorba P.** — Nuovo Cimento, 1978, vol.45, No.2, p.257—279.
134. **Неудачин В.Г., Чувильский Ю.М.** — ЯФ, 1987, т.46, с.448—458.
135. **Kizukuri Y., Namiki M., Okano K.** — Progr. Theoret. Phys., 1980, vol.64, p.1478—1481.
136. **Кобушкин А.И.** — ЯФ, 1978, т.28, вып.3, с.485—509.
137. **Неудачин В.Г., Обуховский И.Т., Смирнов Ю.Ф.** — ЭЧАЯ, 1984, т.15, вып.6, с.1165—1207.
138. **Beyer M.** — Proc. of the IX Intern. Seminar on High Energy Physics Problems. JINR, D1,2-88-652, Dubna, 1988, vol.1, p.101—109.
139. **Weber H.J.** — Proc. of the IX Intern. Seminar on High Energy Physics Problems. JINR, D1,2-88-652, Dubna, 1988, vol.1, p.110—116.
140. **Narodetskii I.M.** — Proc. of the IX Intern. Seminar on High Energy Physics Problems. JINR, D1,2-88-652, Dubna, 1988, vol.1, p.146—155.
141. **Pauschenwein J., Mathelitsch L., Plessas W.** — Nucl. Phys. A, 1990, vol.508, p.253—259.
142. **Dymarz R., Khanna F.C.** — Phys. Rev. C, 1990, vol.41, No.5, p.2438—2441.
143. **Dymarz R., Khanna F.C.** — Nucl. Phys. A, 1990, vol.507, p.560—598.

144. Blunden P.G., Greenberg W.R., Lomon E.L. — Preprint CTP-1713, 1988, MIT, Cambridge, 1988.
145. Frois B. — Ann.Rev. Nucl. Part. Sci. 1987, vol.37, p.133—176.
146. Auffret S., Cavedon J.M., Clemens J.C. et al. — Phys. Rev. Lett., 1985, vol.54, No.7, p.649—652.
147. Cramer R., Ronkhoff M., Drees J. et al. — Z. Phys. C — Particles and Fields, 1985, vol.29, p.513—518.
148. Arnold R.G., Benton D., Bosted P. et al. — Phys. Rev. Lett., 1987, vol.58, p.1723—1726.
149. Busted P.E., Katramatou A.T., Arnold R.G. et al. — Phys. Rev. C, 1990, vol.42, No.1, p.38—64.
150. Frankfurt L.L., Grach I.L., Kondratyuk L.A. et al. — Preprint ITEP 78-88, Moscow, 1988.
151. Machleidt R., Holinde K., Elster Ch. — Phys. Rep., 1987, vol.149, p.1—89.
152. Schülze M.E., Beck D., Farhondeh et al. — Phys. Rev. Lett., 1984, vol.52, No.8, p.597—600.
153. Meyer W. — Proc. of the IX International Seminar on High Energy Physics Problems. JINR, D1,2-88-652, Dubna, 1988, vol.2, p.93—101.
154. Kowalski S. — Proc. of the IX Intern. Seminar on High Energy Physics Problems. JINR, D1,2-88-652, Dubna, 1988, vol.2, p.102—114.