

УДК 539.141

СВОЙСТВА РАССЕЯНИЯ ДВУХФРАГМЕНТНЫХ СИСТЕМ, ОБРАЗУЮЩИХСЯ В МНОГОЧАСТИЧНЫХ ЯДЕРНЫХ РЕАКЦИЯХ

В.В.Комаров, А.М.Попова

НИИЯФ Московского государственного университета им.М.В.Ломоносова, Москва

Ф.И.Карманов, В.Л.Шаблов

Институт атомной энергетики, Обнинск

О.Ф.Немец, Ю.Н.Павленко, В.М.Пугач

Институт ядерных исследований АН Украины, Киев

В обзоре приведены результаты теоретических и экспериментальных исследований явления изменения наблюдаемых параметров двухфрагментных ядерных резонансов, образующихся в конечном состоянии многочастичной ядерной реакции. Это явление связано с воздействием на процесс образования и распада резонанса кулоновского и ядерного поля сопутствующих продуктов реакции и наблюдается в сечении реакции как изменение формы резонансных пиков и их сдвиг по оси энергий относительно двухфрагментных реакций. В зависимости от типа ядерного процесса на основе многочастичной теории рассеяния получены параметризации T -амплитуды реакции, позволяющие объяснить указанные изменения в экспериментах с легкими ионами при низких и средних энергиях.

Results are presented of some theoretical and experimental investigations of two-cluster nuclear resonances which develop in the final states of multiparticle reactions. The nuclear and Coulomb fields of multiparticle reactions products in the final state affect the two-cluster resonance properties by changing their shape and shifting the position. Parametrizations of T reaction amplitudes were obtained. These parametrizations can explain the above-mentioned changes in experiments with ions at low and medium energies.

ВВЕДЕНИЕ

Как известно, при изучении взаимодействий ядерных частиц важную роль играют данные по исследованию резонансных и виртуальных состояний. Однако прямое экспериментальное наблюдение свойств рассеяния

даже двух ядерных фрагментов в ряде случаев представляет определенную трудность, особенно если один из фрагментов является нейтральным. Поэтому в ядерной физике большое развитие получили косвенные методы экспериментального анализа рассеяния нескольких частиц, образующих нестабильную систему.

В частности, для анализа свойств двухфрагментных систем в резонансном или виртуальном состоянии используются многочастичные ядерные реакции, в конечном состоянии которых образуется исследуемая система фрагментов наряду с другими сопутствующими продуктами. При развитии такой методики изучения резонансных и виртуальных уровней в подсистеме ядерных фрагментов обычно предполагалось, что свойства рассеяния фрагментов этой подсистемы не зависят от динамики многочастичного процесса, в котором она образуется, и от кинематики и типа продуктов, сопутствующих ей. Вследствие этого ожидалось прямое соответствие сечения многочастичного процесса и сечения рассеяния частиц в данной подсистеме для случая, когда она является изолированной.

В такой модели параметры максимумов (положение максимума и ширина) в спектрах частиц, образующихся в многочастичных реакциях наряду с резонансными подсистемами, прямо связаны с положением и шириной резонансного уровня. Следует сказать, что эта модель анализа резонансного взаимодействия в конечном состоянии многочастичных реакций была перенесена в физику многочастичных ядерных процессов при низких энергиях из анализа процесса взаимодействия мезонов с нуклонами при высоких энергиях [1], где основные предположения данной модели были вполне обоснованными.

Анализ экспериментов по исследованию многочастичных ядерных реакций при малых и средних энергиях, проводившийся в течение ряда лет, показал, что характеристики потенциального и резонансного рассеяния группы фрагментов, взаимодействующих в конечном состоянии, извлеченные из анализа спектров продуктов таких реакций, существенно зависят от энергии реакции, типа сопутствующих частиц и кинематики частиц в конечном состоянии. Этот эффект был замечен как в малонуклонных ядерных реакциях, реакциях раз渲ала дейtronов на ядрах, так и в реакциях с образованием кластеров типа d , ^3He , T , ^4He и др. [2]. Отмечалось, что в ряде случаев ширины резонансов, извлеченные из анализа многочастичных реакций, оказывались меньше измеренных в прямом опыте по рассеянию фрагментов, участвующих в резонансе. Эксперименты показали также, что резонансные максимумы в спектрах многочастичных реакций могут сдвигаться относительно положения, предсказанного простой моделью [1], и даже расщепляться [3]. Данное явление получило название «эффекта сужения резонансов» [4]. Накопленный экспериментальный материал об изменении свойств рассеяния двух и бо-

лее фрагментов в конечном состоянии многочастичных процессов при малых энергиях послужил основой для развития теории рассеяния частиц в полях сопутствующих продуктов и установления с помощью этой теории закономерностей пространственной анизотропии поведения наблюдаемых параметров рассеяния двух фрагментов в неизолированной подсистеме, образующейся в конечном состоянии ядерных реакций с вылетом нескольких частиц.

Первые теоретические исследования спектров многочастичных реакций, в которых анализировались причины искажения максимумов, соответствующих взаимодействию двух частиц в конечном состоянии, содержатся в работах [5]. В этих работах, во-первых, было показано, что существенную роль в формировании резонансов в конечном состоянии играют суперпозиции амплитуд, отвечающих взаимодействию всех возможных групп фрагментов, образующихся в конечном состоянии, т.е. суперпозиции амплитуд неортогональных каналов, во-вторых, было определено влияние механизма протекания реакции (прямой процесс или процесс, идущий через составное ядро) на свойства параметров неизолированных резонансов в спектрах продуктов реакций и в функциях их угловых корреляций. Дальнейшее развитие теории многочастичных процессов и сравнение ее выводов с экспериментами дало возможность сделать заключение об основных закономерностях пространственной анизотропии свойств рассеяния частиц в неизолированных подсистемах, образующихся в конечном состоянии реакции. По этой теории следует рассматривать два типа воздействия на рассеяние частиц в конечном состоянии полей сопутствующих частиц: обобщенное влияние ядерных полей, которое существенно в объеме протекания реакции, и влияние кулоновских полей, существенных за пределами действия ядерных сил.

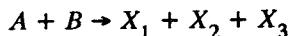
Наблюдавшиеся искажения параметров рассеяния частиц в конечном состоянии за счет ядерного взаимодействия являются в основном результатом суперпозиции амплитуд каналов группировки частиц в системе зависимости этих амплитуд от передаваемого импульса и внеэнергетических эффектов двухфрагментного рассеяния [6, 7]. Асимптотическое влияние кулоновских полей на подсистему частиц, рассеивающихся в конечном состоянии со стороны сопутствующих продуктов, искажающее траектории рассеивающихся частиц, также наблюдается как эффект изменения их свойств рассеяния [8, 9]. Настоящий обзор содержит основные результаты этого анализа и формулировку найденных закономерностей изменения свойств рассеяния частиц в неизолированных подсистемах.

Для изучения свойств рассеяния частиц в неизолированных подсистемах, т.е. в подсистемах, образующихся наряду с другими сопутствующими фрагментами в конечном состоянии многочастичных реакций, бу-

дут отдельно рассмотрены ядерные процессы, протекающие прямым взаимодействием и через промежуточное составное ядро. Такое разделение, как будет показано далее, позволяет сформулировать основные особенности влияния ядерных и кулоновских полей на параметры рассеяния частиц в неизолированных подсистемах.

Для простоты изложения здесь будут обсуждаться в основном ядерные реакции с образованием трех частиц в конечном состоянии и, следовательно,искажение двухфрагментных резонансов под действием поля третьей частицы, а в заключение будут даны обобщения на более сложные процессы.

Для описания процессов типа



определим p_0 и E_0 — начальный импульс относительного движения фрагментов A и B и полную энергию системы, а их относительную координату обозначим R . В системе центра масс трех конечных продуктов в качестве независимых импульсов и координат целесообразно выбрать наборы координат Якоби вида $\{k_\alpha p_\alpha\}$ и $\{x_\alpha y_\alpha\}$, где k_α , x_α — импульс и координата в с.ц.м. подсистемы (α) , состоящей из двух частиц, $\alpha \in \{12, 23, 31\}$, а p_α и y_α — импульс и координата третьей частицы, не входящей в пару (α) , относительно центра масс этой пары. Выбор координат Якоби связан с задачей анализа свойств рассеяния двух частиц в подсистеме (α) , образующейся в конечном состоянии наряду с третьим сопутствующим ядерным фрагментом. Определим внутреннюю энергию частиц в подсистеме (α) соотношением $\varepsilon_\alpha = k_\alpha^2/2\mu_\alpha$, где μ_α — их приведенная масса. Энергию третьей частицы, не вошедшей в пару (α) , зададим соотношением $E_\alpha = p_\alpha^2/2n_\alpha$, в котором параметр n_α есть приведенная масса этой частицы относительно центра масс (α) . В таких обозначениях сечение рассматриваемой реакции при условии, что импульс p_α фиксирован в бесконечно малом объеме, определенном величинами $d\Omega_{p_\alpha}$, dE_α , а импульс k_α лежит внутри телесного угла $d\Omega_{k_\alpha}$, имеет вид

$$\frac{d\sigma}{d\Omega_{k_\alpha} d\Omega_{p_\alpha} dE_\alpha} = (2\pi)^4 \frac{\mu_\alpha n_\alpha k_\alpha p_\alpha}{p_0} \left| T(k_\alpha p_\alpha, p_0, z) \right|^2.$$

Здесь $T(k_\alpha p_\alpha, p_0, z)$ — амплитуда рассматриваемой реакции, которая должна быть определена в соответствии с моделью ядерного процесса, приводящего к образованию трех частиц, $z = E + i0$.

Как известно, если ядерная реакция $A + B \rightarrow X_1 + X_2 + X_3$ протекает через составное ядро, то по модели Бора амплитуда такого процесса может быть представлена в виде матричного элемента

$$\langle k_\alpha p_\alpha | T_3(z) G_0(z) T_{\text{comp}}(z) | p_0 \rangle$$

или

$$\int dk'_\alpha dp'_\alpha \langle k_\alpha p_\alpha | T_3(z) | k'_\alpha p'_\alpha \rangle \left(z - \frac{k'^2_\alpha}{2\mu_\alpha} - \frac{p'^2_\alpha}{2n_\alpha} \right)^{-1} \langle k'_\alpha p'_\alpha | T_{\text{comp}}(z) | p_0 \rangle,$$

где $\langle k'_\alpha p'_\alpha | T_{\text{comp}}(z) | p_0 \rangle$ — амплитуда, отвечающая образованию составного ядра и формированию трех фрагментов. Как известно, эта амплитуда является функцией энергии и не зависит от импульса начальной частицы. Функция $\langle k_\alpha p_\alpha | T_3(z) | k'_\alpha p'_\alpha \rangle$ есть амплитуда рассеяния трех квантовых объектов, которая может быть определена на основе известной теории задачи трех тел с парными силами [6, 10].

При средних и высоких энергиях, когда прослеживается сильная связь начального и конечных импульсов, следует обращаться к моделям прямых взаимодействий.

Предположение о протекании многочастичной реакции $A + B \rightarrow X_1 + X_2 + X_3$ прямым взаимодействием означает, что начальные фрагменты реакции A и B состоят из тех же частиц X_1, X_2, X_3 , две из которых объединены в один кластер, представляющий, например, ядро-мишень B и имеющий энергию связи ($-k^2$), так что $E_0 = -k^2 + p_0^2/2n$. Амплитуда такой реакции, являющаяся матричным элементом оператора перехода из начального состояния $|p_0\rangle$ трехчастичной системы в конечное состояние $|k_\alpha p_\alpha\rangle$, может быть представлена как сумма амплитуд, отвечающих взаимодействию пар частиц в конечном состоянии:

$$\langle k_\alpha p_\alpha | T_3(z) | p_0 \rangle = \sum_\gamma \langle k_\alpha p_\alpha | T_\gamma(z) | p_0 \rangle, \quad \gamma \in \{12, 23, 13\},$$

и найдена на основе теории рассеяния трех квантовых частиц [10, 18, 51].

Заметим, что в обеих моделях сечение многочастичной реакции зависит от амплитуд рассеяния трех тел, попарно взаимодействующих в объеме радиуса ядерных сил. Поскольку в теории рассеяния амплитуда трех квантовых частиц в предположении существенной роли парных сил выражается в терминах двухчастичных амплитуд, сечение реакции

$A + B \rightarrow X_1 + X_2 + X_3$ должно зависеть от свойств решений задачи двух тел, искаженных влиянием третьей частицы.

1. ВЗАИМОДЕЙСТВИЕ ФРАГМЕНТОВ В КОНЕЧНОМ СОСТОЯНИИ МНОГОЧАСТИЧНЫХ ЯДЕРНЫХ РЕАКЦИЙ, ПРОТЕКАЮЩИХ ПРЯМЫМ ПРОЦЕССОМ

Большинство прямых ядерных реакций с образованием трех частиц можно рассматривать как рассеяние в системе трех фрагментов, составляющих ядро-снаряд и ядро-мишень.

В рамках задачи трех тел амплитуда рассеяния системы, соответствующая взаимодействию в конечном состоянии в паре (α), может быть представлена в виде [10, 18]:

$$T(k_\alpha p_\alpha, p_0, z) = t_\alpha(k_\alpha) F(\theta_\alpha p_\alpha, p_0, z). \quad (1)$$

В (1) $t_\alpha(k_\alpha)$ — амплитуда рассеяния частиц в подсистеме (α), взятая на поверхности энергии (для парциальной волны, соответствующей виртуальному состоянию или резонансу в этой подсистеме), θ_α — угол между векторами k_α и p_α . Природа функции $F(\theta_\alpha p_\alpha, p_0, z)$, соответствующей амплитуде реакции в отсутствие взаимодействия в конечном состоянии, связана с динамикой прямой ядерной реакции и внеэнергетическими эффектами. Один из вариантов вывода представления (1) будет дан в разд. 4.

Таким образом, функция F может рассматриваться как результат влияния ядерного поля сопутствующих продуктов реакции на рассеяние фрагментов в видимой подсистеме, что, после выделения в этой функции наиболее сильной зависимости от кинематических переменных, позволяет увидеть зависимости сечения реакции от свойств взаимодействия в конечном состоянии и динамики реакции. Поэтому изучаемую амплитуду $T(k_\alpha p_\alpha, p_0, z)$ (1) в окрестности энергии виртуального или резонансного состояния в паре (α) можно рассматривать как амплитуду рассеяния частиц в неизолированной системе (α). Данное обстоятельство позволяет записать эту амплитуду в виде

$$T_\alpha(k_\alpha p_\alpha, p_0, z) = \tilde{t}_\alpha(k_\alpha), \quad (2)$$

где параметры подсистемы (α) в амплитуде t_α (длина рассеяния для виртуального состояния, положение резонанса и его полуширина для резонансного состояния) могут заметно зависеть от переменных θ_α , p_α , p_0 .

Эта зависимость будет наиболее сильной при наложении экстремумов в поведении амплитуды $t_\alpha(k_\alpha)$ на экстремумы функции $F(\theta_\alpha, p_\alpha, p_0, z)$.

Таким образом, влияние ядерного поля на рассеяние частиц в подсистеме (α) приводит к эффектам изменения свойств амплитуды рассеяния частиц в неизолированной системе и изменению наблюдаемых параметров их рассеяния по сравнению с параметрами рассеяния в изолированной системе. Поскольку фактор F является функцией всех кинематических переменных, то следует ожидать, что в различных кинематических областях конечного состояния системы продуктов многочастичного процесса неизолированная подсистема может иметь разные свойства. Это значит, что резонансное, или виртуальное, состояние изолированной системы может наблюдаться в неизолированной системе как состояние с параметрами, зависящими от кинематики реакции, т.е. наблюдается пространственная анизотропия свойств рассеяния частиц в неизолированной подсистеме.

2. ЗАВИСИМОСТЬ ПАРАМЕТРОВ РАССЕЯНИЯ ЧАСТИЦ В НЕИЗОЛИРОВАННОЙ СИСТЕМЕ ОТ ПЕРЕДАВАЕМОГО ИМПУЛЬСА

Данную схему анализа закономерностей влияния ядерного поля на подсистему частиц, взаимодействующих в конечном состоянии, можно продемонстрировать на примере реакции неупругого рассеяния нуклонов на дейtronах $N + d \rightarrow 3N$ при невысоких энергиях, подробно изученной в работах [6]. В предположении двухчастичных сил амплитуда этой реакции $T(z)$ есть сумма амплитуд $T_\alpha(z)$, отвечающих взаимодействию всех пар нуклонов в конечном состоянии, каждая из которых может быть представлена в виде (1) с амплитудой $t_\alpha(k_\alpha)$, являющейся S -волной амплитудой рассеяния двух нуклонов на энергетической поверхности.

Существуют кинематические области, где эффекты, связанные с внеэнергетическим поведением амплитуды рассеяния и динамикой реакции, удается разделить и записать в аналитическом виде функцию F , суммирующую все влияние ядерного поля сопутствующего продукта на неизолированную подсистему двух нуклонов. В области квазисвободного рассеяния нуклона на дейтроне, где существенно однократное взаимодействие первичного нуклона с одним из нуклонов дейтрана, сечение реакции $N + d \rightarrow 3N$ определяется в основном формфактором дейтрана, умноженным на сечение рассеяния нуклона на нуклоне, взятое на поверхности энергии, т.е. на сечение рассеяния двух нуклонов, изолированных от

третьего нуклона. Это означает, что в указанной кинематической области параметры максимумов сечения реакции будут определяться параметрами виртуального уровня двух нуклонов:

$$T(k_{12} p_3, p_0, z) = \text{const } t_{12}(k_{12}) g_0(k_{12}, k'_{12}) [\kappa^2 + \frac{1}{m} (p_3 + \frac{p_0}{2})^2]^{-1},$$

$$k'_{12} = \left| p_0 + \frac{p_3}{2} \right|. \quad (3)$$

Здесь κ^2 — энергия связи дейtronса, m — масса нуклона, функция $g(k, k')$ описывает внеэнергетические эффекты и равна

$$g(k, k') = \frac{t(k, k', \kappa^2/2\mu + i0)}{t(k)}.$$

Как известно, при низких энергиях амплитуду рассеяния нуклона на нуклоне можно рассматривать в линейном приближении по радиусу действия ядерных сил. В этом случае сечение нуклон-нуклонного рассеяния зависит от двух параметров: длины рассеяния a_{NN} и эффективного радиуса r_0 . Это значит, что анализ сечения реакции $N + d \rightarrow 3N$ в области квазисвободного рассеяния позволяет определить параметры двухнуклонного рассеяния. В ряде работ [11, 12] на основе анализа данных полного опыта по реакциям $p + d \rightarrow 2p + n$ и $n + d \rightarrow 2n + p$ с помощью численных расчетов интегральных уравнений для амплитуд рассеяния трех

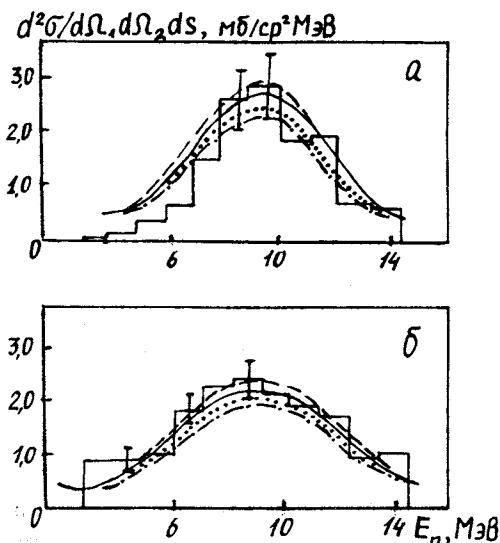


Рис.1. Дифференциальное сечение реакции $N+d \rightarrow N+N+p$ при $E_N = 21,5$ МэВ. Углы регистрации совпадающих нейтронов: а) 35° ; б) 30° . Гистограмма — экспериментальные данные [11]. Сплошная кривая рассчитана для значений параметров NN -рассеяния: $a_{nn} = -16,4$ фм, $r_{nn} = 2,86$ фм, штриховая: $a_{nn} = -23,7$ фм, $r_{nn} = 2,86$ фм, точечная: $a_{nn} = -27,7$ фм, $r_{nn} = 3,7$ фм; штрихпунктирная: $a_{nn} = -16,4$ фм, $r_{nn} = 3,4$ фм

тел было показано, что два указанных параметра (a_{NN} , r_0) рассеяния невозможно одновременно определить из данных опыта. Следовательно, в таком анализе приходится фиксировать один из параметров и определять второй. На рис.1 показана чувствительность расчетов в области квазисвободного рассеяния нейтронов к эффективному радиусу их взаимодействия [12] при фиксированной длине рассеяния и дано сравнение с экспериментом [13].

На рис.2 представлен аналогичный анализ чувствительности расчетов вариации длины рассеяния двух нуклонов при фиксированном значении эффективного радиуса [11]. Анализ показывает, что изучение свойств рассеяния двух нуклонов в неизолированной подсистеме по данным опыта из трехчастичных реакций имеет смысл проводить, подбирая, например, величину длины рассеяния a_{NN} при фиксированном эффективном радиусе, или существенно повышая точность эксперимента.

Вне области квазисвободного рассеяния при изучении зависимости длины рассеяния от кинематики реакции необходимо учитывать как однократное взаимодействие, так и процессы перерассеяния.

Заметим, что амплитуду трехнуклонного развала удается записать в параметризованном виде в случае малых и больших углов вылета нуклона, не участвующего во взаимодействии в конечном состоянии. В частности, в случае вылета третьего нуклона назад, амплитуду

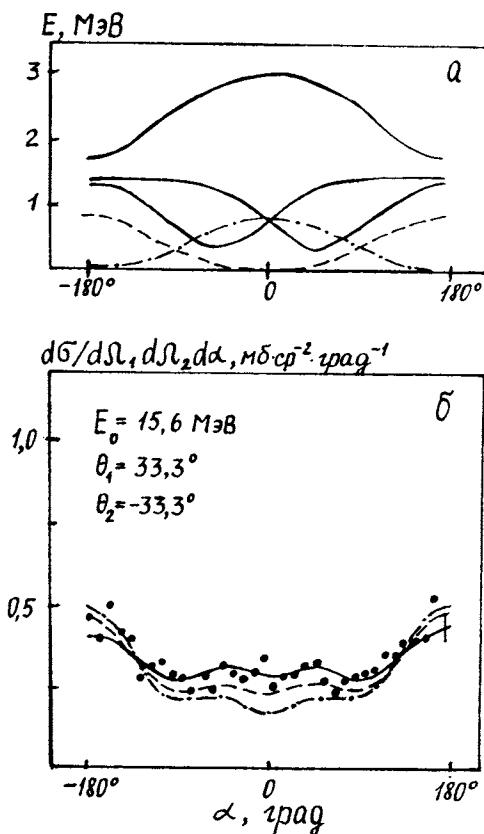


Рис.2. Дифференциальные сечения реакции $N+d \rightarrow N+N+p$ при $E_N = 15,6$ МэВ. Углы регистрации совпадающих нейтронов $\pm 33^\circ$. Точки — экспериментальные данные [12]. Рассчитанные кривые для значений параметров NN -рассеяния: а) $a_{nn} = -16,7$ фм, $r_{nn} = 2,7$ фм — сплошная кривая; б) $a_{nn} = -16,7$ фм, $r_{nn} = 3,5$ фм — штриховая кривая

реакции $N + d \rightarrow 3N$ можно представить в виде (3). Функция

$$[\kappa^2 + \frac{1}{m} (\mathbf{p}_3 + \frac{1}{2}\mathbf{p}_0)^2]^{-1} \text{ при } \theta_3 = (-\hat{\mathbf{p}_0} \cdot \hat{\mathbf{p}_3}) \cong 180^\circ$$

является слабо меняющейся, так что в этой области наиболее сильно выражен эффект внеэнергетической зависимости амплитуды рассеяния двух нуклонов в неизолированной подсистеме. Выражение (3) для амплитуды реакции для этих кинематических условий может быть записано в виде (2):

$$t(\mathbf{k}_{12}, \mathbf{p}_3, \mathbf{p}_0, z) = \text{const } \tilde{t}_{12}(k_{12}, \tilde{a}_{NN}),$$

где \tilde{t}_{12} — амплитуда рассеяния двух нуклонов в неизолированной подсистеме, \tilde{a}_{NN} — длина рассеяния нуклона на нуклоне.

Анализ экспериментальных данных [13] по исследованию реакции $p + d \rightarrow 2p + n$ в области указанной кинематики позволил изучить зависимость \tilde{a}_{NN} в неизолированной подсистеме нейтрона и протона от угла вылета второго протона в заднюю полусферу. Было показано, что при невысоких энергиях протонов (10—20 МэВ) \tilde{a}_{NN} слабо зависит от θ_3 .

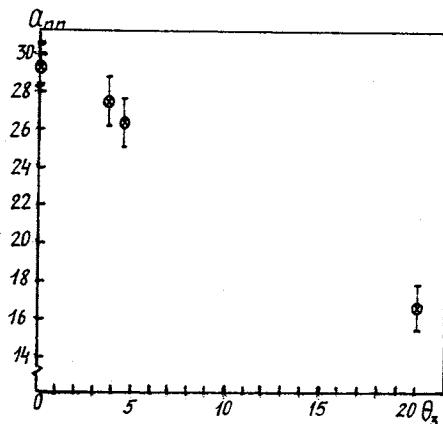
В кинематической области конечного состояния трехнуклонной реакции, где наблюдается взаимодействие двух нуклонов в конечном состоянии ($k_{12} \cong 0$) при условии, что третий нуклон летит вперед, параметризация амплитуды данной реакции имеет вид

$$\begin{aligned} T(\mathbf{k}_{12}, \mathbf{p}_3, \mathbf{p}_0, z) = \text{const} & \left[\sum_{\alpha \neq d} \left(\kappa^2 + \frac{1}{m} (\mathbf{p}_\alpha + \frac{1}{2}\mathbf{p}_0)^2 \right)^{-1} \cdot t_\alpha(k_\alpha) - \right. \\ & - 2\pi^2 i m^2 t \left(\frac{3}{4} p_0 \right) \sum_\alpha t_\alpha(k_\alpha) q_\alpha^{-1} \ln \frac{i\Delta + k_\alpha + \frac{1}{2}q_\alpha}{i\Delta + k_\alpha - \frac{1}{2}q_\alpha} \Big], \\ \alpha \in \{12, 23, 31\}, \quad q_\alpha &= \mathbf{p}_0 - \mathbf{p}_\alpha, \quad \Delta^2 = m\kappa^2. \end{aligned} \quad (4)$$

При $p_0 \gg \Delta$ формула (4) соответствует импульсному приближению, а при более низких энергиях применимость используемого приближения связана со слабой зависимостью от кинематических переменных вклада в амплитуду реакции процессов многократного перерассеяния.

В рассматриваемой кинематической области на взаимодействие в конечном состоянии накладывается сильная зависимость функции F . Вследствие этого извлеченные из трехчастичных спектров в указанной кинематической области параметры двухнуклонной системы могут сильно отличаться от данных прямых опытов. В частности, используя пред-

Рис.3. Поведение нейтрон-нейтронной длины рассеяния \tilde{a}_{NN} для случая неизолированной NN -подсистемы, образующейся в реакции $n + d \rightarrow N + N + p$ при энергии первичных нейтронов 14 МэВ, в зависимости от угла вылета протона. Точки — значения, полученные из анализа экспериментальных данных [14—16]



ставление (2) с длиной рассеяния \tilde{a}_{NN} в неизолированной подсистеме, можно на основании экспериментальных данных получить зависимость этой величины от передаваемого импульса \vec{q} . Результат такого анализа экспериментальных данных [14—16] представлен на рис.3. Видно, что в области малых q величина \tilde{a}_{NN} сильно зависит от θ_3 .

3. ЭНЕРГЕТИЧЕСКАЯ ЗАВИСИМОСТЬ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНОГО СЕЧЕНИЯ ТРЕХЧАСТИЧНОЙ РЕАКЦИИ В ОБЛАСТИ ДВУХФРАГМЕНТНОГО РЕЗОНАНСА

Рассмотрим задачу о взаимодействии трех бесструктурных частиц, предполагая, что в паре 1—2 имеется резонанс, характеризующийся орбитальным моментом l и комплексной энергией $z_R = E_R - i\Gamma/2$. В рамках многоканальной теории рассеяния амплитуду реакции можно записать в виде

$$T(\mathbf{k}_{12}, \mathbf{p}_3, z) = T_0(\mathbf{k}_{12}, \mathbf{p}_3, z) = \\ = \langle \mathbf{k}_{12}, \mathbf{p}_3 | [t_{12}(z) G_0(z) + 1] (V_{13} + V_{23}) | \tilde{\Psi}(z) \rangle. \quad (5)$$

В (5) энергетический параметр z равен

$$z = E + i0 = \frac{k_{12}^2}{2\mu_{12}} + \frac{p_3^2}{2n_3} + i0,$$

причем $m_{12} = m_1 m_2 / (m_1 + m_2)$ — приведенная масса подсистемы 1—2, n_3 — приведенная масса этой подсистемы и третьей частицы, \mathbf{k}_{12} и \mathbf{p}_3 —

импульсные координаты Якоби (движение центра масс системы предполагается отделенным). Амплитуда $T_0(z)$ описывает процесс квазиволнистого рассеяния. Функция $|\tilde{\Psi}(z)\rangle$ выражается через волновую функцию всей системы $|\Psi(z)\rangle$ [17, 18]. Явное выражение для $|\tilde{\Psi}(z)\rangle$ в дальнейшем использоваться не будет и потому здесь не приводится. Оператор $G_0(z)$ — есть свободная функция Грина системы

$$G_0(z) = (z - H_0)^{-1} = \left(z - \frac{\hat{k}_{12}^2}{2\mu_{12}} - \frac{\hat{p}_3^2}{2n_3} \right)^{-1},$$

t_{12} — оператор рассеяния в подсистеме 1—2, V_α — оператор взаимодействия в паре (α). Формула (5) записана без учета кулоновского взаимодействия в конечном состоянии. Амплитуда $T(k_{12} p_3, z)$ имеет резонансное поведение, если энергия в паре 1—2 ϵ_{12} близка к резонансной энергии E_R . Чтобы выделить в явном виде это резонансное поведение, воспользуемся известным разложением двухчастичной амплитуды в окрестности изолированного резонанса [19—21]:

$$t(k, k', z) = (-1)^l (2l + 1) P_l(\hat{k}k') \frac{\chi(k)\chi(k')}{z - z_R} + \hat{t}(k, k', z). \quad (6)$$

В (6) $\chi(k)$ — вершинная функция резонанса, $P_l(k)$ — соответствующий полином Лежандра, зависящий от косинуса угла между векторами k и k' , $\hat{t}(k, k', z)$ — нерезонансная часть амплитуды. Заметим, что импульс k'_{12} в данном случае не фиксирован. Этот факт связан, очевидно, с существованием взаимодействия с третьей частицей и может интерпретироваться как результат влияния поля третьей частицы на процесс образования резонанса. Поскольку наша цель заключается в сравнении двух- и трехчастичных реакций, выделим в (5) в явном виде эффекты на и вне энергетической поверхности, для чего запишем оператор $G_0(z)$ в виде формулы Сохоцкого:

$$G_0(z) = -i\pi\delta(E - H_0) + \mathcal{P} \frac{1}{E - H_0}. \quad (7)$$

В результате, подставляя разложение (6) и (7) в формулу (5), имеем

$$T(k_{12} p_3, z) = T_1(k_{12} p_3, z) + T_2(k_{12} p_3, z). \quad (8)$$

Здесь $T_1(\mathbf{k}_{12}\mathbf{p}_3, z)$ получена из (5) заменой оператора $t_{12}(z)$ на $\hat{t}_{12}(z)$. Амплитуда $T_2(\mathbf{k}_{12}\mathbf{p}_3, z)$ имеет резонансное поведение и в окрестности изучаемого резонанса равна

$$T_2(\mathbf{k}_{12}\mathbf{p}_3, z) = (-1)^l 2\mu_{12} \frac{\chi(k_{12})}{k_{12}^2 - 2\mu_{12}z_R} \times \\ \times \left[-\frac{i\pi}{2} k_{12} \chi(k_{12}) B_1(\mathbf{k}_{12}\mathbf{p}_3) + B_2(\mathbf{k}_{12}\mathbf{p}_3) \right], \quad (9)$$

где

$$B_1(\mathbf{k}_{12}\mathbf{p}_3) = \int d\Omega_{\mathbf{k}'} P_l(\mathbf{k}'_{12}\mathbf{k}') \langle \mathbf{k}'_{12}\mathbf{p}_3 | V_{13} + V_{23} | \tilde{\Psi}(z) \rangle, \\ B_2(\mathbf{k}_{12}\mathbf{p}_3) = 2\mu_{12} \int dk' \mathcal{P} \frac{1}{k'^2 - k'^2} \chi(k') P_l(\mathbf{k}'_{12}\mathbf{k}') \langle \mathbf{k}'_{12}\mathbf{p}_3 | V_{13} + V_{23} | \tilde{\Psi}(z) \rangle. \quad (10)$$

Аппроксимируя функции B_1 и B_2 постоянными в окрестности энергии резонанса (при фиксированных углах вылета частиц), перепишем формулу (9) в виде

$$T_2(\mathbf{k}_{12}\mathbf{p}_3, z) = -\frac{i\pi}{2} k_{12} t_{\text{рез}}^l(k_{12}) B_1 + (-1)^l 2\mu_{12} \frac{\chi(k_{12})}{k_{12}^2 - 2\mu_{12}z_R} B_2. \quad (11)$$

Здесь $t_{\text{рез}}^l(k_{12})$ — есть резонансная часть амплитуды $t_{12}(z)$, т.е. первое слагаемое в (6). Вершинная функция $\chi(k_{12})$ обычно аппроксимируется выражением

$$\chi(k) = \frac{i^l \Gamma^{1/2}}{(2\pi)(2\mu k)^{1/2}}, \quad (12)$$

которое может быть получено либо из сравнения выражения для $t_{\text{рез}}^l(k)$ в (6) с ее традиционной параметризацией [17,18]

$$t_{\text{рез}}^l = \frac{1}{(2\pi)^2 \cdot k} \frac{\Gamma}{k^2 - 2\mu z_R},$$

либо из теории комплексных масштабных преобразований гамильтониана [20, 22—24]. Подстановка (12) в (11) приводит к следующей параметризации для амплитуды T_2 [8,20,21]:

$$T_2(\mathbf{k}_{12}\mathbf{p}_3, z) = k_{12} t_{\text{рез}}^l(k_{12}) C_1 + k_{12}^{1/2} t_{\text{рез}}^l(k_{12}) C_2 = \\ = C_1 k_{12} t_{\text{рез}}^l(k_{12}) \left(1 + k_{12}^{-1/2} \frac{C_2}{C_1} \right), \quad (13)$$

причем постоянные C_1 и C_2 выражаются через B_1 и B_2 соответственно. Величина $\lambda = C_2/C_1$ в (13) определяет отношение вкладов в амплитуду слагаемых, отвечающих рассеянию на и вне энергетической поверхности. Первые слагаемые в (11) и (13), пропорциональные k_{12} , соответствуют рассеянию двух реальных частиц. Таким образом, анализ многочастичной динамики процесса приводит к формуле (13) вместо формулы приближения Мигдала — Ватсона [1], т.е. к появлению дополнительной зависимости от k_{12} .

Полученные формулы (13) легко обобщаются на случай, когда частицы 1 и 2 являются составными, т.е. резонанс в паре 1—2 может распадаться по различным каналам. Обозначая наблюдаемый канал распада через α , получим для T_2 выражение

$$T_2(k_{12}p_3, z) = \frac{\Gamma_\alpha^{1/2}}{E_{12} - R_R + i\frac{\Gamma}{2}} \left[\sum_\beta \left(\frac{k_\beta \Gamma_\beta}{k_\alpha} \right)^{1/2} C_\beta + \frac{1}{k_\alpha^{1/2}} C_0 \right], \quad (14)$$

где импульс k_β описывает входной канал β для резонансного взаимодействия в подсистеме 1 — 2, причем этот импульс находится на энергетической поверхности, Γ_β — парциальная ширина распада резонанса по этому каналу.

В качестве примера применения разработанных выше параметризаций были исследованы экспериментальные данные по возбуждению состояний ядра ${}^8\text{Be}$ ($2^+, E^* = 2,9$ МэВ) и ${}^8\text{Be}$ ($4^+, E^* = 11,4$ МэВ) в конечном состоянии трехчастичных реакций. Выбор ядра ${}^8\text{Be}$ был мотивирован тем, что для него наблюдаемые значения полуширины возбужденных состояний могут отличаться на 20% при переходе от бинарных реакций к трехчастичным. В анализе использовались данные кинематически полных опытов, полученные в ИЯИ АН Украины [25, 26], ЛНФ ОИЯИ [3], а также результаты других работ [27—29]. Во всех указанных работах экспериментальные данные были получены путем проецирования информации из локуса, соответствующего определенному трехчастичному конечному состоянию, на энергетическую ось одного из детекторов.

Поскольку все рассмотренные реакции характеризуются не слишком высокой кинетической энергией конечных продуктов, то в параметризации (13) пренебрегли внеоболочечными эффектами, т.е. положили $\lambda = 0$. Следовательно, по сравнению с моделью Мигдала — Ватсона в предполагаемой нами параметризации сечения реакции появляется, по сравнению с формулой в [1], дополнительный энергетический множитель E_{12} , не за-

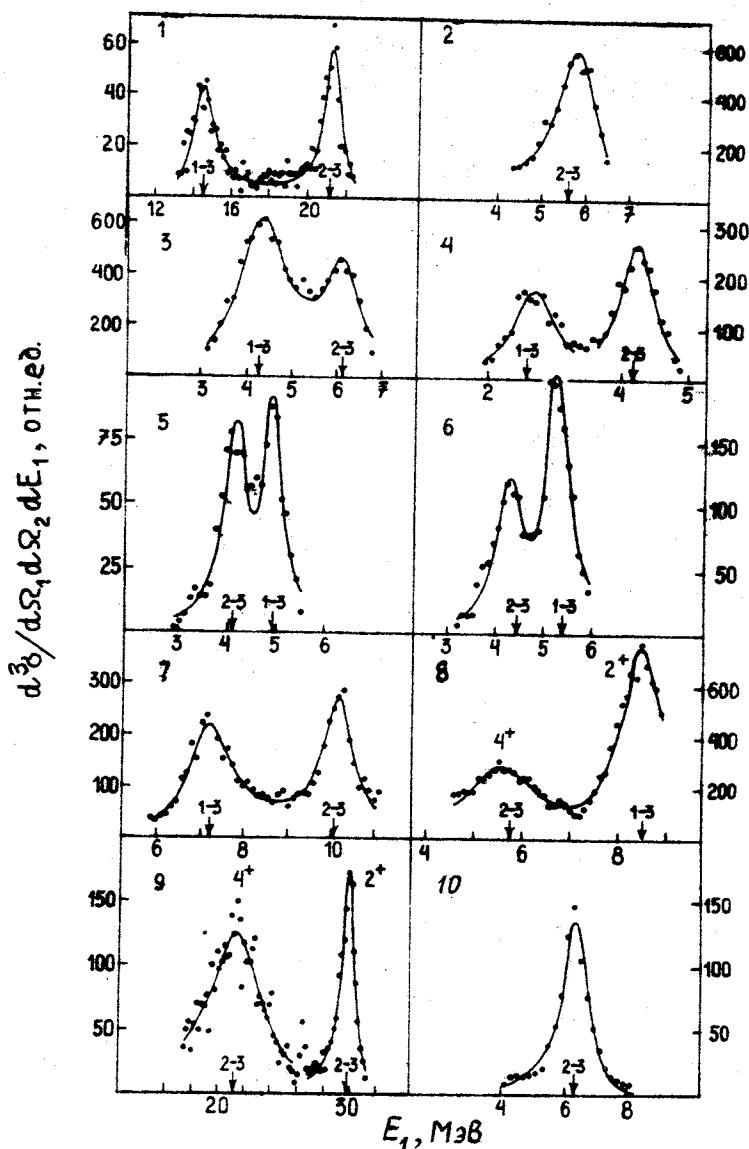


Рис.4. Фрагменты корреляционных энергетических спектров продуктов трехчастичных реакций в области вклада первого (2^+) и второго (4^+) возбужденных состояний ядра ${}^8\text{Be}$. Кинематические условия и тип реакции указаны в таблице

Таблица. Результаты определения параметров $E_1^R, \Gamma_1, \chi_1^2$ (формула Мигдала—Батсона) и $E_2^R, \Gamma_2, \chi_2^2$ (формула (13)) на основе данных кинематически полных экспериментов по первому (2^+) и второму (4^+) возбужденным состояниям ядра ^{8}Be

Номер спектра на рис. 4	Реакция	Энергия налетающих частиц, МэВ	$10^{20} \text{ см}^2/\text{с}$	$I-J$	$E_1^R, \text{МэВ}$	$E_2^R, \text{МэВ}$	$\Gamma_1, \text{МэВ}$	$\Gamma_2, \text{МэВ}$	χ_1^2	χ_2^2
$2^+, \text{первое состояние}$										
1	$^9\text{Be}(^3\text{He},\alpha)2\alpha$	9,94	4,11	1—3 2—3	2,92±0,08 3,02±0,08	2,79±0,08 2,83±0,08	1,26±0,12 1,42±0,13	1,03±0,10 1,24±0,12	1,78 —	1,24 —
2	$^{11}\text{B}(p,\alpha)2\alpha$	1,98	2,32	2—3	2,89±0,07	2,67±0,07	1,66±0,09	1,49±0,08	7,08	2,49
3	$^{11}\text{B}(p,\alpha)2\alpha$	2,62	2,41	1—3 2—3	3,15±0,07 3,18±0,07	3,02±0,07 3,05±0,07	1,30±0,8 1,32±0,10	1,30±0,08 1,20±0,10	7,95 —	4,66 —
4	$^{11}\text{B}(p,\alpha)2\alpha$	0,680	2,13	1—3 2—3	3,12±0,05 3,01±0,05	3,05±0,05 2,92±0,05	0,92±0,07 0,90±0,06	0,93±0,07 0,95±0,06	4,06 9,58	3,11 5,41
5	$^{11}\text{B}(p,\alpha)2\alpha$	0,680	2,13	1—3 2—3	2,92±0,07 2,94±0,07	2,85±0,07 2,86±0,07	0,90±0,12 0,98±0,12	0,88±0,10 0,95±0,10	1,40 —	1,89 —
6	$^{11}\text{B}(p,\alpha)2\alpha$	0,680	2,13	1—3 2—3	2,72±0,06 2,29±0,06	2,63±0,06 2,21±0,06	1,00±0,08 0,93±0,10	0,94±0,07 0,96±0,08	2,06 —	2,96 —
7	$^{10}\text{B}(d,\alpha)2\alpha$	2,50	3,50	1—3 2—3	3,10±0,06 2,93±0,06	2,91±0,06 2,75±0,06	1,46±0,08 1,54±0,09	1,37±0,08 1,33±0,09	3,98 —	2,10 —
8	$^{10}\text{B}(d,\alpha)2\alpha$	3,00	3,55	1—3	2,95±0,05	2,89±0,05	1,05±0,06	1,18±0,07	6,72	4,14
9	$^7\text{Li}(\alpha,1)2\alpha$	50	4,82	2—3 2—3	3,21±0,10 2,99±0,10	3,02±0,10 2,87±0,10	1,28±0,11 1,02±0,11	1,26±0,05 1,03±0,11	4,35 1,06	1,32 1,94
10	$^9\text{Be}(p,d)2\alpha$	9,0	2,62	—	—	—	—	—	—	—
$4^+, \text{второе состояние}$										
8	$^{10}\text{B}(d,\alpha)2\alpha$	3,00	2,54	2—3	11,81±0,06	11,78±0,06	2,38±0,11	2,68±0,12	6,72	4,14
9	$^7\text{Li}(\alpha,1)2\alpha$	50	3,97	2—3	11,62±0,11	11,18±0,11	4,30±0,18	4,59±0,20	3,17	2,67

висящий от сорта третьей частицы (в рассмотренных реакциях это d , t и α). Получаемое таким образом приближение определяется выходом оператора $G_0(z)$ на энергетическую поверхность, и, следовательно, оно удовлетворяет условию трехчастичной унитарности.

Проведенные расчеты на основании параметризации (13) показали систематическое улучшение согласия с экспериментальными данными по сравнению с моделью Мигдала — Ватсона [1].

Пример анализа предложенной здесь аппроксимации экспериментальных данных показан на рис.4 и в таблице, где приведены данные [7] для различных трехчастичных реакций с образованием в конечном состоянии короткоживущих ядер ${}^8\text{Be}$ при энергиях возбуждения ~ 3 и 11 МэВ 2^+ - и 4^+ -состояний соответственно (точки — экспериментальные результаты: сплошные линии — расчет по формуле (13)). В таблице приведены также результаты расчета по модели Мигдала — Ватсона (параметры с индексом 1) и по модифицированной энергетической зависимости, полученной в настоящей работе (параметры с индексом 2). Можно видеть, что в подавляющем большинстве исследованных трехчастичных реакций суммарное среднеквадратичное отклонение расчетных значений дифференциальных сечений в области вклада возбужденных состояний ядра ${}^8\text{Be}$ удовлетворяет неравенству $\chi_2^2 < \chi_1^2$.

4. ВЛИЯНИЕ ИНТЕРФЕРЕНЦИОННЫХ ЯВЛЕНИЙ И ПРОЦЕССОВ ПЕРЕРАССЕЯНИЯ НА ФОРМУ ЭНЕРГЕТИЧЕСКИХ СПЕКТРОВ ПРОДУКТОВ РАСПАДА ДВУХФРАГМЕНТНЫХ РЕЗОНАНСОВ В ТРЕХЧАСТИЧНЫХ РЕАКЦИЯХ

Как отмечалось выше, в реакциях с образованием трех частиц даже в кинематической области конечных состояний, где существенно резонансное взаимодействие одной пары частиц, амплитуда процесса есть сумма амплитуд трех неортогональных каналов, каждый из которых соответствует рассеянию одной из трех возможных пар ядерных кластеров. Если же в некоторой кинематической области конечных состояний возможно резонансное взаимодействие в двух или даже трех неортогональных каналах, то сложение амплитуд таких каналов может либо усилить (почти на порядок) исследуемый резонанс, либо ослабить его почти до уровня фона.

Изучению интерференционных явлений в сечениях трехчастичных реакций в области вклада двухфрагментного резонанса было уделено

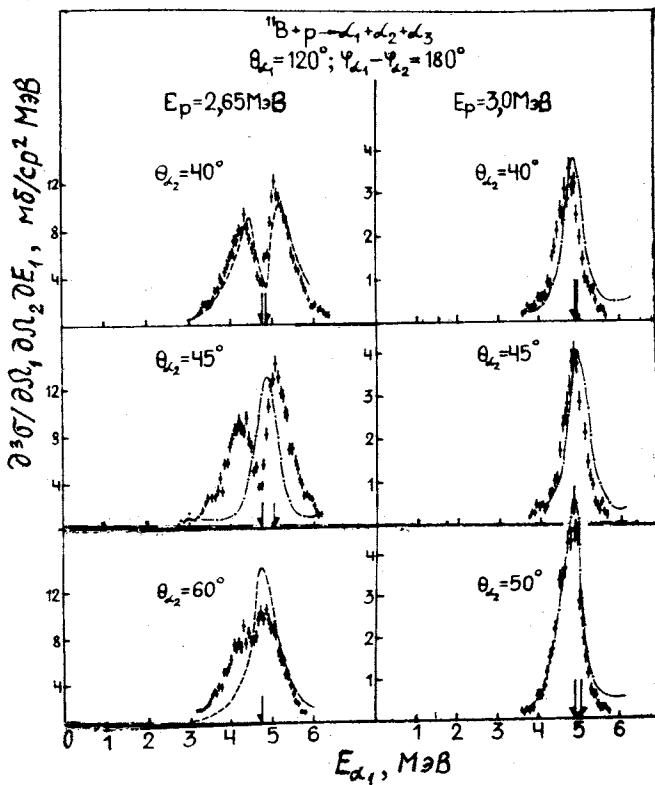


Рис.5. Реакция $^{11}\text{B} + p \rightarrow \alpha_1 + \alpha_2 + \alpha_3$ при энергиях протонов 2,65 и 3,0 МэВ. Спектры α -частиц, вылетающих под углом 120° . Углы вылета второй частицы указаны на рисунке

значительное внимание. Деструктивная интерференция хорошо видна по данным из реакции $p + ^{11}\text{B} \rightarrow 3\alpha$, приведенным на рис.5. Здесь, наряду с экспериментальными данными (точки) [31], приведены расчеты формы спектров с учетом интерференции амплитуд неортогональных каналов (штриховая линия) и без такого учета (штрихпунктирная). Стрелки указывают ожидаемое положение максимального вклада первого возбужденного состояния ядра ^{8}Be в парах 2—3 и 3—1. Как видно из рис.5, при $E_p = 2,65$ МэВ на месте ожидаемых максимумов экспериментальные спектры имеют глубокий минимум. Интересной деталью спектра при $\theta_{\alpha_2} = 40^\circ$ является резкая асимметрия правого пика ($E_{\alpha_2} \sim 5$ МэВ), кото-

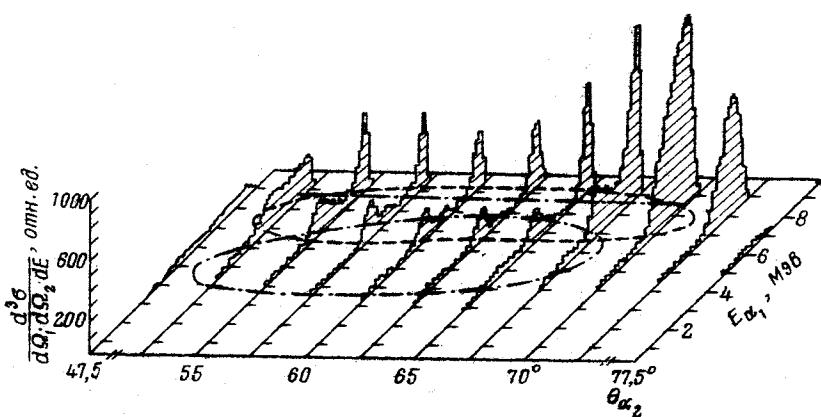


Рис.6. Реакция ${}^7\text{Li} + d \rightarrow \alpha_1 + \alpha_2 + n$ при энергии дейtronов $E_d = 4,0$ МэВ. Спектры α -частиц, вылетающих под углом 90° , в совпадениях с другой α -частицей, вылетающей под разными углами

рая характерна для деструктивной интерференции амплитуд неортогональных каналов.

Пример конструктивной интерференции иллюстрирует рис.6, где представлены корреляционные данные для реакции ${}^7\text{Li}(d, \alpha\alpha)n$, взятые из работы [32]. Наложение вкладов от двухфрагментных состояний ${}^5\text{He}$ (штрихпунктирная линия) и ${}^8\text{Be}$ (штриховая линия) в одну и ту же область спектра под углом 70° приводит к значительному росту сечения в максимуме при $E_{\alpha_2} \sim 10$ МэВ.

Интерференционные явления могут значительно изменять как форму дифференциальных сечений [33,35], так и их абсолютные значения, и это необходимо учитывать при анализе экспериментальных данных. На рис.7 показаны фрагменты спектров α -частиц из реакции ${}^7\text{Li} + d \rightarrow \alpha + \alpha + n$ при энергиях дейtronов 1,9; 2,1 и 2,2 МэВ [37]. Было установлено, что в этой реакции важную роль играет процесс перерассеяния частиц из распада ядра ${}^5\text{He}_{0,c}$ на сопутствующей α -частице. При $E_d = 1,9$ МэВ возбуждение уровня 16,6 МэВ ядра ${}^8\text{Be}^*$ невозможно, поэтому данные при этой энергии (светлые точки) использовались как тест для появления процесса перерассеяния в разрешенной кинематической области (указана горизонтальными стрелками на рис.7 и соответствует углам регистрации α -частиц $\theta_{\alpha_1} = 45^\circ$ и $\theta_{\alpha_2} = 120^\circ$). Как видно, учет ин-

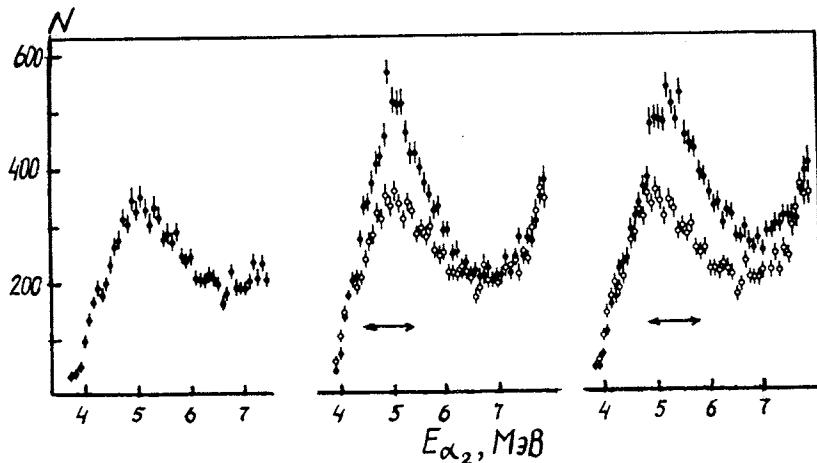


Рис.7. Реакция ${}^7\text{Li} + d \rightarrow \alpha_1 + \alpha_2 + n$. Области возможного вклада повторного рассеяния α -частиц из распада ${}^8\text{Be}$ (16,6 МэВ) на нейтронах обозначены горизонтальными стрелками при $E_d = 2,1$ и $2,2$ МэВ

терференции амплитуд каналов группировки приводит к превышению выходов при $E_d = 2,1$ и $2,2$ МэВ над данными при $E_d = 1,9$ МэВ (светлые точки) как раз там, где разрешен вклад перерассеяния.

Аналогичное явление перерассеяния было обнаружено в реакции ${}^{10}\text{B}(d, 3\alpha)$ при изучении резонанса 19,9 МэВ (2^+) ядра ${}^8\text{Be}$ [36]. Явление перерассеяния каналов использовалось в ряде работ [38–40] для определения времени жизни двухфрагментных несвязанных состояний. Этот анализ является уникальной возможностью исследования времен жизни ядер в диапазоне $10^{-20} + 10^{-21}$ с.

5. ЗАВИСИМОСТЬ ФУНКЦИЙ УГЛОВЫХ КОРРЕЛЯЦИЙ ПРОДУКТОВ ТРЕХЧАСТИЧНЫХ РЕАКЦИЙ ОТ МЕХАНИЗМА ВОЗБУЖДЕНИЯ И РАСПАДА ДВУХФРАГМЕНТНЫХ ПОДСИСТЕМ

Угловое распределение продуктов распада двухфрагментного резонанса и его корреляции с сопутствующей третьей частицей представляют собой один из чувствительных методов изучения свойств этого резонанса. Формализм, применяемый для анализа угловых распределений, должен

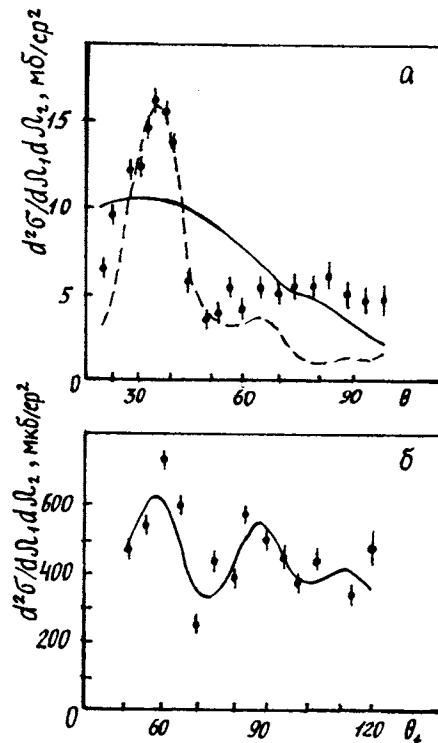
Рис.8. Функции угловых корреляций для реакций: а) $\alpha + {}^7\text{Li}^*(4,63 \text{ МэВ}) \rightarrow \alpha + t + \alpha$; б) $d + {}^9\text{Be} \rightarrow \alpha + {}^7\text{Li}^*(4,63 \text{ МэВ}) \rightarrow \alpha + t + \alpha$

отличать динамические эффекты трехчастичного процесса от тех, которые обусловлены законами сохранения углового момента.

Угловые корреляции используются для определения спинов и четностей, степени поляризации распадающихся ядер, времен жизни двухфрагментных ядерных систем, степени деформации исследуемого состояния и др. В работе [41] было предложено использовать корреляционные данные для определения параметров ядерного взаимодействия между одним из продуктов трехчастичной реакции и резонансом.

Серия работ [42—45] была посвящена изучению закономерностей распада состояний ${}^7\text{Li}^*$

(4,63 МэВ) в зависимости от условий его возбуждения в реакциях ${}^9\text{Be}(d, t)\alpha\alpha$ для энергий дейtronов 3,0 и 13,6 МэВ и ${}^7\text{Li}(\alpha, \alpha')\alpha t$ для энергии α -частиц 27,2 МэВ. На рис.8 представлены функции угловых корреляций тритонов из распада этого состояния и сопутствующих α -частиц для идентичных кинематических условий распада в выходных каналах обеих реакций. Идентичность выходных каналов позволяет считать, что резкие различия в функциях угловых корреляций как по абсолютной величине, так и по зависимости от угла вылета тритонов существуют вследствие различий в механизмах процессов, а также вследствие разной спиновой структуры выходных каналов. Штриховой линией показаны результаты расчета в предположении последовательного механизма реакции с образованием на первой стадии составного ядра ${}^{11}\text{B}^*$. Сплошная линия — расчет по оптической модели первого этапа реакции с возбуждением ${}^7\text{Li}^*$ (4,63 МэВ) и его последующего статистического распада на втором этапе. Штрихпунктирная линия — расчеты по методу искаженных волн, дающие наиболее близкие к эксперименту (точки) результаты.



Значительное внимание было уделено изучению распадных свойств ядра ${}^5\text{He}_{\text{o.c.}}$, возбуждаемого в различных трехчастичных реакциях [46–49]. Усредненные характеристики ядра ${}^5\text{He}_{\text{o.c.}}$ совпадают с данными, известными из свободного рассеяния нейтронов на α -частицах. Однако угловые распределения продуктов распада ${}^5\text{He}_{\text{o.c.}}$, например, в реакциях ${}^6\text{Li}(\alpha, \alpha n){}^5\text{Li}_{\text{o.c.}}$ и ${}^7\text{Li}(\alpha, \alpha n){}^6\text{Li}$ [49], имеют заметные различия. Асимметрия углового распределения α -частиц по отношению к направлению вылета ц.и. ${}^5\text{He}_{\text{o.c.}}$ интерпретирована как результат поляризации ${}^5\text{He}_{\text{o.c.}}$, а отмечавшиеся выше различия обусловлены влиянием на угловую корреляцию поля ядра ${}^5\text{Li}$, образующегося в реакциях ${}^6\text{Li}(\alpha, \alpha n){}^5\text{Li}_{\text{o.c.}}$.

6. КОРРЕЛЯЦИИ ФОРМЫ ЭНЕРГЕТИЧЕСКИХ СПЕКТРОВ ПРОДУКТОВ ТРЕХЧАСТИЧНЫХ РЕАКЦИЙ СО СПИНОМ И ЧЕТНОСТЬЮ ПРОМЕЖУТОЧНОГО СОСТАВНОГО ЯДРА

В данном разделе мы рассмотрим многочастичные ядерные реакции, идущие через составное ядро, при условии, что в подсистемах частиц в конечном состоянии имеются перекрывающиеся резонансы.

Как пример рассмотрим ядерную реакцию с образованием трех частиц, попарно резонансно взаимодействующих в конечном состоянии. Пусть реакция идет с образованием составного ядра в состоянии с энергией E^* и квантовыми характеристиками J^π , тогда амплитуда имеет вид

$$T(E^*, J^\pi) = \text{const} \sum_{\alpha} \sum_{l_{\alpha}} \sum_{L_{\alpha}} g_{\alpha}(l_{\alpha}, L_{\alpha}, k_{\alpha} p_{\alpha}). \quad (15)$$

Здесь $g_{\alpha}(l_{\alpha}, L_{\alpha}, k_{\alpha} p_{\alpha})$ — амплитуда вероятности распада составного ядра по каналу, соответствующему взаимодействию частиц α в конечном состоянии, получаемая из амплитуды $T_{\alpha}(k_{\alpha} p_{\alpha})$ разложением по парциальным волнам, l_{α} и L_{α} — орбитальные моменты подсистемы α и третьей частицы.

В случае, когда в спектре одной из частиц наблюдается перекрывание резонансов всех пар частиц в конечном состоянии, амплитуда процесса определяется выражением [4]:

$$\begin{aligned} T(J^\pi, E^*, l_{12}^*, l_{13}^*, l_{23}^*) &= \\ &= \text{const} \sum_{\alpha} \sum_{L_{\alpha}} \left[g_{\alpha}(l_{\alpha}^*, L_{\alpha}) + \sum_{\gamma \neq \alpha} \sum_{l_{\gamma}} \sum_{L_{\gamma}} B_{l_{\alpha}^* L_{\alpha}}^{l_{\gamma} L_{\gamma}} \cdot g_{\gamma}(l_{\gamma} L_{\gamma}) \right], \end{aligned} \quad (16)$$

где $B_{l_\alpha L_\alpha}^{l_\gamma L_\gamma}$ — коэффициенты перехода от базиса $|k_\alpha p_\alpha, l_\alpha L_\alpha\rangle$, определяемого волновой функцией конечного состояния, к базисам $|k_\gamma p_\gamma, l_\gamma L_\gamma\rangle$, определяемым всеми возможными состояниями остальных пар частиц. Если характеристики состояния, в котором составное ядро R^* распадается на три частицы, неизвестны, то по ширине и положению пиков резонансного двухчастичного взаимодействия в измеряемом спектре вылетающих частиц можно определить спин и четность J^π данного состояния ядра R^* путем подбора значений коэффициентов перехода, так как эти коэффициенты зависят от значений J^π [4].

На рис.9 приведен фрагмент спектра α -частиц, вылетевших под углом 117° , из реакции ${}^{11}\text{B} + p \rightarrow 3\alpha$ при энергии 2,5 МэВ в совпадениях с α -частицами, вылетевшими под углом 57° [31]. Разные кривые (обозначения указаны на рис.9) соответствуют расчетам по вышеизложенному методу для разных спинов и четностей составного ядра ${}^{12}\text{C}$. Видно, что наиболее близкие к эксперименту (точки) результаты дает расчет для $J^\pi = 2^+$. Детальное исследование зависимости формы корреляционных спектров от полной энергии в системе трех α -частиц приведено в [50]. Форма спектров оказалась различной для разных энергий налетающих протонов, подобно тому, как это видно на рис.5 для $E_p = 2,65$ и 3,0 МэВ. Была установлена корреляция в сдвигах фаз амплитуд рассеяния трех α -частиц со спином и четностью уровней составного ядра ${}^{12}\text{C}^*$. На рис.10 представлена зависимость оптимальных (с точки зрения согласия расчетных сечений с экспериментальными данными) значений разности фаз в амплитудах взаимодействия двух пар α -

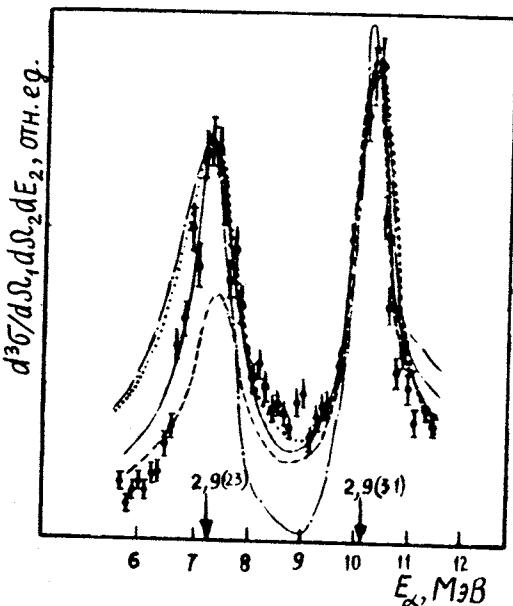


Рис.9. Фрагмент спектра α -частиц, вылетающих под углом $117,5^\circ$, в совпадениях с α -частицами, вылетающими под углом 57° . Кривые — расчеты по методу суммирования нереалистических диаграмм

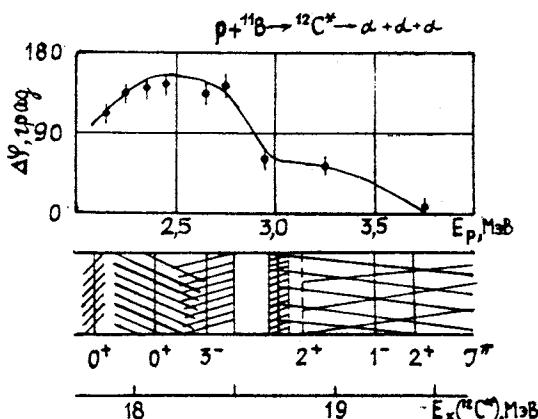


Рис.10. Зависимость оптимальных сдвигов фаз амплитуд парного взаимодействия ($\alpha_1 - \alpha_3$) и ($\alpha_2 - \alpha_3$) от энергии налетающих протонов для реакции $^{11}\text{B} + p \rightarrow \alpha_1 + \alpha_2 + \alpha_3$. Приведен соответствующий фрагмент схемы уровней ядра $^{12}\text{C}^*$

частиц в реакции $^{11}\text{B}(p, 3\alpha)$ от энергии налетающих протонов. Видно, что исследованную область энергий протонов можно разделить на два участка: $2,15 < E_p < 2,8$ МэВ (деструктивная интерференция) и $2,8 < E_p < 4,0$ МэВ (конструктивная интерференция). В первой области могут давать вклад два уровня: 3^- ($E^* = 18,36$ МэВ) и 0^+ ($E^* = 18,1$ МэВ). Во второй области основной вклад дают уровни 0^+ (18,71 МэВ), 1^- (19,2 МэВ) и 2^+ (19,39 МэВ). Поскольку энергии взаимодействующей пары α -частиц и третьей α -частицы мало отличаются в обеих областях рис.10, можно предположить, что характер интерференционных явлений определяет стадия образования составного ядра $^{12}\text{C}^*$ в различных возбужденных состояниях. Анализ показывает, что при отрицательной четности этих состояний интерференция является деструктивной, а при положительной — конструктивной. Сдвиги фаз, приведенные на рис.10, в зависимости от энергии протонов, свидетельствуют о малости α -частичных ширин уровней 0^+ (18,1 МэВ) и 3^+ (18,51 МэВ). Именно по этой причине на начальном участке исследуемого интервала энергий протонов преобладает вклад уровня 18,36 МэВ с отрицательной четностью ($J^\pi = 3^-$), и наблюдается деструктивная интерференция. Конструктивная интерференция в высокозергетической части интервала энергий протонов означает, во-первых, что уровень ядра $^{12}\text{C}^*$ (18,71 МэВ) имеет положительную четность, а α -частичная ширина 2^+ -уровня (19,39 МэВ) значительно выше, чем у 1^- -уровня (19,2 МэВ). Аналогично, с использованием метода суммирования нерелятивистских диаграмм, были определены спин и четность ядра ^{12}C при $E^* = 26,9$ МэВ [4], существование которого было доказано в ряде экспериментальных работ. Таким образом, предложенный

метод оказался эффективным средством определения спектроскопических характеристик высоковозбужденных состояний легких ядер.

7. ВЛИЯНИЕ КУЛОНОВСКОГО ПОЛЯ ТРЕТЬЕЙ ЧАСТИЦЫ НА РАСПАД ДВУХФРАГМЕНТНОГО ЯДЕРНОГО РЕЗОНАНСА

Как уже говорилось во введении, если образующиеся в конечном состоянии реакции фрагменты являются заряженными, то распад резонанса никогда не становится свободным вследствие дальнодействующего характера кулоновского потенциала. Считая, что процесс формирования резонанса определяется ядерными силами, разобьем все пространство на две области: внутреннюю область D_{in} , или область ядерного взаимодействия системы, и внешнюю D_{out} , где становятся существенными кулоновские силы. Таким образом, роль кулоновских сил сводится к асимптотическому отклонению траекторий частиц от прямолинейных. Следовательно, если ядерное поле сопутствующих продуктов реакции влияет главным образом на процесс образования резонанса, то кулоновское поле влияет на процесс его распада.

Процесс распада двухфрагментного ядерного резонанса, образующегося в трехчастичном конечном состоянии реакции, схематически показан на рис.11. Внутренняя область реакции $a + A \rightarrow 1 + b^* \rightarrow 1 + 2 + 3$ имеет характерный размер r_0 , отвечающий радиусу действия ядерных сил в системе. Среднее расстояние между резонансом в момент его распада и сопутствующей частицей обозначено

$$\rho_0 = v_{1,2,3} \cdot \tau = v_{1,2,3} \frac{\hbar}{\Gamma},$$

где $v_{1,2,3} = p_1/n_1$ — относительная скорость разлета резонанса и сопутствующей частицы.

Поскольку в изучаемых процессах за формирование резонанса ответственны ядерные силы, то для амплитуды реакции можно использовать известное выражение, учитывающее куло-

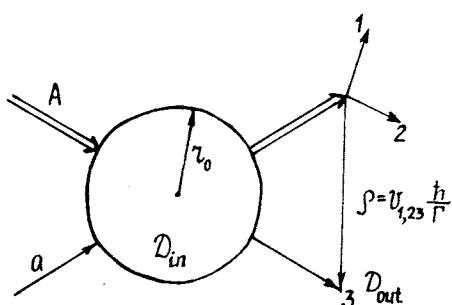


Рис.11. Схематическое представление областей формирования и распада двухфрагментного ядерного резонанса

новское взаимодействие продуктов реакции на фоне их ядерного взаимодействия [51—53, 62]:

$$T(k_\alpha p_\alpha, p^0, z) = \langle \Psi_\beta | (p^0 - (z - H_\beta)G(z)(V_S^\alpha + V_L^\alpha - U_L^\alpha)) | \Psi_C^+(k_\alpha p_\alpha) \rangle, \quad (17)$$

причем в дальнейшем, в соответствии с рис.11, $k_\alpha = k_{23}$, $p_\alpha = p_1$. Здесь V_S^α и V_L^α обозначают соответственно короткодействующую и дальнодействующую части потенциала V^α , связывающего частицы из различных фрагментов в канале α , U_L^α — дальнодействующая часть потенциала взаимодействия между фрагментами, Ψ_C^+ — кулоновская волновая функция конечного состояния реакции, H_β — канальный гамильтониан канала β . Для выделения резонансного поведения оператора перехода

$$T^{\beta\alpha}(z) = (z - H_\beta)G(z)(V_S^\alpha + V_L^\alpha - U_L^\alpha)$$

поступим следующим образом. Для $G_\alpha(z)$ используем разложение формальной теории резонансов [20,63]:

$$G_\alpha(z) = R(z) + \sum_{i,j} [I + R(z)W] |\Psi_i\rangle \frac{A_{ij}(z)}{\omega(z)} \langle \Psi_j | [WR(z) + I]. \quad (18)$$

Здесь состояния $|\Psi_i\rangle$ образуют ортогональный проектор $P = \sum_i |\Psi_i\rangle \langle \Psi_i|$,

$R(z)$ — резольвента гамильтониана $QH_\alpha Q$:

$$R(z) = (zQ - QH_\alpha Q)^{-1} \cdot Q,$$

где $Q = I - P$. Функция $\omega(z)$ есть определитель формальной теории резонансов, нули которого задают положения связанных состояний в системе и (в случае аналитического продолжения на нефизический лист) резонансов. Элементы этого определителя имеют вид

$$\omega_{ij}(z) = z \cdot \delta_{ij} - \langle \Psi_i | W + WR(z)W | \Psi_j \rangle,$$

причем $W = H_\alpha - QH_\alpha Q$, $A_{ij}(z)$ — соответствующие миноры. В рассматриваемом случае определитель $\omega(z)$ предполагается имеющим резонансное поведение:

$$\omega(z) = \omega_0(z) (z - z_R),$$

где z_R — энергия резонансного состояния. Явный вид функции ω_0 приведен, например, в [636, 71]. Для $G(z)$ получим тогда

$$G(z) = [I + G(z)V^\alpha [R(z) + |\Psi_1(z)\rangle \mathbf{P}_R(z)\langle\Psi_2(z)|]. \quad (19)$$

Здесь $\mathbf{P}_R(z)$ есть пропагатор вида

$$\mathbf{P}_R(z) = (z - z_R - \frac{\hat{p}_1^2}{2n_1})^{-1},$$

а состояния $|\Psi_i(z)\rangle$, $i = 1, 2$, заданы соотношениями

$$|\Psi_1(z)\rangle = \omega_0^{1/2}(z) [I + R(z)W]|\Phi\rangle$$

$$\langle\Psi_2(z)| = \omega_0^{1/2}(z) \langle\Phi| [WR(z) + I],$$

причем для простоты мы ограничились случаем, когда в (18) $i = j = 1$. Применяя к (13) процедуру Веселовой [51, 61], получим для полной функции Грина системы выражение вида

$$G(z) = \tilde{G}(z) + G_R(z),$$

где представляющая интерес для дальнейшего резонансная часть функции Грина $G_R(z)$ равна

$$G_R(z) = [I - R(z)V^\alpha]^{-1} [I + \mathbf{P}_R(z) X(z)] |\Psi_1(z)\rangle \mathbf{P}_R(z)\langle\Psi_2(z)|. \quad (20)$$

Оператор $X(z)$ является решением интегрального уравнения

$$X(z) = U(z) + X(z) \mathbf{P}_R(z) U(z),$$

ядро которого $U(z)$ имеет смысл оптического потенциала взаимодействия в системе «резонанс — сопутствующая частица»:

$$U(z) = \langle\Psi_2(z)| V^\alpha [I - R(z)V^\alpha]^{-1} |\Psi_1(z)\rangle.$$

Таким образом, свойства оператора перехода $T^{\beta\alpha}(z)$ и амплитуды реакции (17) определяются свойствами потенциала $U(z)$ и его функции Грина $g_R(z) = \mathbf{P}_R(z) + \mathbf{P}_R(z) X(z) \mathbf{P}_R(z)$. Будем использовать координатное представление, тогда введенный на рис.11 параметр ρ_0 будет соответствовать характерным размерам области интегрирования по относительной координате ρ в системе «резонанс — сопутствующая частица» в силу экспоненциального убывания по ρ матричных элементов $\langle\rho'|\mathbf{P}_R(z)|\rho\rangle$ при $\rho > \rho'$:

$$\langle\rho'|\mathbf{P}_R(z)|\rho\rangle = -\frac{n_1}{2\pi} \frac{\exp(ik_R|\rho - \rho'|)}{|\rho - \rho'|},$$

где $k_R^2 = 2n_1(z - z_R)$, $\text{Im } k_R(z) > 0$. Нетрудно показать, что

$$\text{Im } k_R \cong \frac{\Gamma}{4(E_{\text{tot}}^C - E_R)} \sqrt{2n_1(E_{\text{tot}}^C - E_1)} \cong \frac{\Gamma}{2\nu_1} = \frac{1}{2\rho_0}$$

при условии, что полная энергия продуктов конечного состояния реакции E_{tot}^C удовлетворяет условию

$$E_{\text{tot}}^C - E_R \gg \frac{\Gamma}{2}.$$

Свойства оператора взаимодействия $\langle \rho | U(z) | \rho \rangle$ были изучены в работах [68—70] на примере систем «связанный кластер — третья частица». Было показано, что на расстояниях порядка r_0 данный оператор взаимодействия является нелокальным, а при $\rho' \neq \rho$, заметно превышающих радиус действия ядерных сил, потенциал $U(z)$ становится локальным и равным сумме кулоновского потенциала для системы «резонанс — сопутствующая частица» и поляризационного потенциала. Итак, локальную часть оператора $U(z)$ можно представить в виде

$$\langle \rho' | U(z) | \rho \rangle_{\text{лок}} = \delta(\rho' - \rho) [V^S(\rho) + \frac{Q_\alpha q_\alpha}{\rho} f(\rho)],$$

где $V^S(\rho)$ — локальная ядерная часть потенциала $U(z)$, Q_α — заряд резонанса, q_α — заряд сопутствующей частицы, функция $f(\rho)$ стремится к нулю при $\rho \rightarrow 0$, а на расстояниях, много больших r_0 , выходит на асимптотику $f(\rho) \xrightarrow[\rho > > \rho_0]{} 1$.

Проведенное рассмотрение показывает, что при анализе в координатном представлении матричного элемента (17) для амплитуды рассеяния необходимо выделять следующие предельные случаи.

1. Резонанс в подсистеме α является короткоживущим ($\Gamma \sim 1$ МэВ), так что параметр ρ_0 оказывается порядка размеров области ядерного взаимодействия системы.

2. Резонанс в подсистеме α является долгоживущим, так что $\rho_0 \gg r_0$.

Таким образом, в случае короткоживущего резонанса учет дальнодействующей части оператора $U(z)$ практически не дает вклада в резонансную составляющую амплитуды процесса, тогда как в случае долгоживущего резонанса свойства матричного элемента $\langle \rho' | g_R(z) | \rho \rangle$ в основной части области интегрирования по ρ определяются чисто кулоновским слагаемым. Это означает, что во втором случае, более простом для анали-

за, матричные элементы $\langle \rho' | g_R(z) | \rho \rangle$ в основной части области интегрирования по ρ можно заменить на матричные элементы чисто кулоновской резольвенты:

$$g_R^C(z) = \left(z - \frac{\hat{p}_\alpha^2}{2n_\alpha} - V^C(\rho) \right)^{-1} = \left(z - \frac{\hat{p}_\alpha^2}{2n_\alpha} - \frac{Q_\alpha q_\alpha}{\rho} \right)^{-1}.$$

Короткоживущий резонанс будет рассмотрен в следующем разделе, а сейчас ограничимся рассмотрением долгоживущего резонанса.

В этом случае для резонансной части амплитуды рассеяния (17) имеем

$$T^R(k_\alpha p_\alpha, p^0, z) = T_1^R(k_\alpha p_\alpha, p^0, z) + T_2^R(k_\alpha p_\alpha, p^0, z),$$

где слагаемое

$$\begin{aligned} T_1^R(k_\alpha p_\alpha, p^0, z) &= \langle \Psi_\beta | (p^0 - (z - H_\beta)) | \Psi_1(z) \rangle g_R^C(z) \times \\ &\times \langle \Psi_2(z) | V_\alpha^S | \Psi_C^+(k_\alpha p_\alpha) \rangle (1 - \delta_{\alpha,\beta}) \end{aligned}$$

отвечает процессу квазиупругого выбивания, а

$$\begin{aligned} T_2^R(k_\alpha p_\alpha, p^0, z) &= \langle \Psi_\beta | (p^0 - B(z)) g_R^C(z) | \Psi_C^+(k_\alpha p_\alpha) \rangle, \\ B(z) &= (z - H_\beta) V^\alpha [I - R(z) V^\alpha]^{-1} | \Psi_1(z) \rangle \langle \Psi_2(z) | V_\alpha^S. \end{aligned}$$

Для вычисления T_2^R учтем, что матричный элемент $\langle \Psi_\beta | (p^0 - B(z)) k_\alpha p_\alpha \rangle$ в окрестности импульсов p_α , таких, что $E_{\text{tot}}^C - E_R - p_\alpha^2/2n_\alpha \approx 0$, можно аппроксимировать константой. Переходя к координатному представлению, получим

$$\langle \Psi_\beta | (p^0 - B(z)) g_R^C(z) | r_\alpha \rho_\alpha \rangle = \chi_\alpha(r_\alpha) f_\alpha(\hat{\rho}_\alpha) \langle 0 | g_R^C(z) | \rho_\alpha \rangle, \quad (21)$$

где $\chi_\alpha(r_\alpha)$ — вершинная функция распада резонанса, $f_\alpha(\hat{\rho}_\alpha)$ — функция, зависящая только от угловых переменных. Матричный элемент $\langle 0 | g_R^C(z) | \rho \rangle$ известен в явном виде [51] и равен

$$\Gamma(1 + i\nu_\alpha) W_{-\nu_\alpha, \frac{1}{2}}(-2ik_R \rho),$$

причем $W_{a,c}(x)$ — функция Уиттекера, а параметр k_R был введен в рассмотрение ранее, $\nu_\alpha = \frac{Q_\alpha q_\alpha n_\alpha}{k_R}$ — кулоновский параметр для взаимодействия

ствия в системе «резонанс — третья частица». Используя представление (21), придем к интегралам вида [54]

$$I_{lm} = \Gamma(1 + i\nu_\alpha) \int d\mathbf{r}_\alpha \int d\mathbf{p}_\alpha \chi_\alpha(\mathbf{r}_\alpha) W_{-\nu, \frac{1}{2}}(-2ik_R \rho_\alpha) \times \\ \times Y_{lm}^*(\hat{\rho}_\alpha) \langle \mathbf{r}_\alpha \rho_\alpha | \Psi_C^+(\mathbf{k}_\alpha \mathbf{p}_\alpha) \rangle, \quad (22)$$

которые отвечают резонансному поведению амплитуды T_2^R . Заменяя $\chi_\alpha(\mathbf{k}_\alpha)$ подходящей константой, перейдем в (22) к приближению нулевого радиуса действия ядерных сил в паре α , а для функции Ψ_C^+ используем ее асимптотическое разложение через двухчастичные кулоновские волновые функции (что эквивалентно замене Ψ_C^+ асимптотическим оператором типа оператора Мулерина — Цинна [59, 60]):

$$\langle \mathbf{r}_\alpha \rho_\alpha | \Psi_C^+(\mathbf{k}_\alpha \mathbf{p}_\alpha) \rangle = \frac{1}{(2\pi)^3} \exp(i \mathbf{k}_\alpha \mathbf{r}_\alpha + i \mathbf{p}_\alpha \rho_\alpha) \prod_\gamma \exp(-\frac{\pi}{2} \eta_\gamma) \times \\ \times \Gamma(1 + i\eta_\gamma) \Phi(-i\eta_\gamma, 1; ik_\gamma r_\gamma - i \mathbf{k}_\gamma \mathbf{r}_\gamma) \\ (\eta_\gamma = \frac{q_i q_j k_\alpha}{\mu_\alpha}, i, j \in \alpha).$$

В результате интегралы по \mathbf{r}_α и ρ_α в (22) расцепляются, причем интеграл по \mathbf{r}_α дает вершинную функцию распада резонанса в паре α $\chi_\alpha^c(\mathbf{k}_\alpha)$. Интеграл по ρ_α может быть вычислен методом Нордсека [54], причем, как показано в [72—73], резонансное поведение этих интегралов одинаково для всех парциальных волн. По этой причине мы ограничимся рассмотрением случая с $l = 0$.

$$I_0 = \int d\rho \frac{\exp(ik_R \rho)}{\rho} \Psi(1 + i\nu, 2; -2ik_R \rho) \Gamma(1 + i\nu) \times \\ \times \exp(i p \rho) \Phi(-i\eta_{12}, 1; ik_{12} \rho - i \mathbf{k}_{12} \rho) \Phi(-i\eta_{13}, 1; ik_{12} \rho - i \mathbf{k}_{13} \rho).$$

Воспользуемся для $\Psi(a, c; z)$ интегральным представлением

$$\Psi(a, c; z) = \frac{1}{\Gamma(a)} \int_0^\infty dv v^{a-1} (1 + v)^{c-a-1} e^{-vz}$$

и проинтегрируем по ρ с учетом результатов работы [58]. В итоге имеем

$$I_0 = \int_0^\infty dv v^{i\nu} (1+v)^{-i\nu} 2\pi \frac{\gamma^{i\eta_{12}}(\alpha + \beta)^{i\eta_{13}}}{\alpha^{1+i\eta_{12}+i\eta_{13}}} {}_2F_1 \left(-i\eta_{12}, -i\eta_{13}, 1; -\frac{\alpha\delta - \beta\gamma}{\gamma(\alpha + \beta)} \right),$$

где

$$\begin{aligned} \alpha &= \frac{1}{2} (k'_R{}^2 - p_1^2), \quad \gamma = p_1 k_{12} + k'_R k_{12} + \alpha, \\ \beta &= p_1 k_{13} + k'_R k_{13}, \quad \delta = k_{12} k_{13} - k_{12} k_{13} + \beta, \end{aligned} \quad (23)$$

причем $k'_R = k_R(1 + 2v)$. Интеграл по v может быть вычислен путем асимптотического разложения в ряд по малому параметру $\epsilon = (k_R - p_1)/2k_R$, так как $\alpha = k_R(k'_R + p_1)(v + \epsilon)$. Тогда [58] для резонансного поведения амплитуды T_2^R получается выражение вида

$$\begin{aligned} T_2^R(k_{23}p_1, p_0^0, z) &= \frac{\exp(-\frac{\pi}{2}(\eta - \nu)) \Gamma(1 + i\eta_{12}) \Gamma(1 + i\eta_{13})}{\Gamma(1 + i\eta_{12} + i\eta_{13})} \times \\ &\times \Gamma(1 + i\eta - i\nu) \frac{\gamma^{i\eta_{12}}(\alpha + \beta)^{i\eta_{13}}}{\alpha^{1+i\eta_{12}+i\eta_{13}}} {}_2F_1 \left(-i\eta_{12}, -i\eta_{13}, 1; -\frac{\alpha\delta - \beta\gamma}{\gamma(\alpha + \beta)} \right) \times \\ &\times T_0(p_1, p_0^0, z) \chi^c(k_{23}). \end{aligned} \quad (24)$$

Здесь параметры $\alpha, \beta, \gamma, \delta$ берутся из (23) с заменой k'_R на k_R , $\eta = \eta_{12} + \eta_{13}$ имеет смысл амплитуды образования резонанса. Параметризация (24) существенно упрощается, если $|k_{13} - p_1| \ll p_1$, $|k_{12} - p_1| \ll p_1$. Данные условия означают, что в процессе распада резонанс с точки зрения сопутствующей частицы выглядит как единое целое. Тогда аргумент z гипергеометрической функции ${}_2F_1(a, b, c; z)$ оказывается близок к единице. Учитывая слабое влияние множителей типа $\eta^{i\eta_{12}}$ на форму резонансной кривой, получим

$$\begin{aligned} T_2^R(k_{23}p_1, p_0^0, z) &= \\ &= \exp(-\frac{\pi}{2}(\eta - \nu)) \Gamma(1 + i\eta - i\nu) \frac{T_0(p_1, p_0^0, z) \chi^c(k_{23})}{\alpha^{1+i\eta-i\nu}}, \end{aligned} \quad (25)$$

так что основное отличие от формулы Брейта — Вигнера заключается в появлении дополнительного множителя

$$\exp(-\frac{\pi}{2}(\eta - \nu)) \Gamma(1 + i\eta - i\nu) \alpha^{-i\eta + i\nu}.$$

Можно показать, что аналогичный результат справедлив и для амплитуды процесса квазиупругого выбивания [73].

Полезно отметить, что параметризация (25) может быть получена при замене функции Уиттекера ее асимптотикой

$$W_{-\nu, \frac{1}{2}}(-2ik_R\rho) \rightarrow \frac{\exp(ik_R\rho)}{\rho} \rho^{-\nu},$$

либо Ψ_C^+ любым другим подходящим кулоновским асимптотическим оператором. Например, при использовании для Ψ_C^+ трехчастичного кулоновского оператора Мулерина — Цинна параметр γ заменяется на $\gamma' = k_{12}p_1 + k_R p_1$, с сохранением основного резонансного множителя в амплитуде взаимодействия в конечном состоянии. Это обстоятельство находится в согласии с обсуждением, проведенным в начале этого раздела.

Как будет показано далее, параметризации типа (24) — (25) приводят к сдвигу местоположения резонансного типа и к его уширению.

8. УЧЕТ РОЛИ ПОЛЯРИЗАЦИОННОГО ПОТЕНЦИАЛА. ПЕРЕХОД К СЛУЧАЮ КОРОТКОЖИВУЩЕГО РЕЗОНАНСА

В соответствии с результатами предыдущего раздела в общем случае резонансное поведение амплитуды взаимодействия в конечном состоянии формируется интегралами вида

$$\begin{aligned} I_{lm} &= \int d\rho Y_{lm}^*(\hat{\rho}) \langle 0 | g_R(z) | \rho \rangle \exp(i\rho_1 \rho) \times \\ &\times \Phi(-i\eta_{12}, 1; ik_{12}\rho - ik_{12}\rho) \cdot \Phi(-i\eta_{13}, 1; ik_{13}\rho - ik_{13}\rho) = \\ &= \int d\rho Y_{lm}^*(\hat{\rho}) \langle 0 | \left(z - z_R - \frac{p_1^2}{2n_1} - \frac{Q_1 q_1}{\rho} - V_{\text{пол}}(\rho) \right)^{-1} | \rho \rangle \times \\ &\times \Phi(-i\eta_{12}, 1; ik_{12}\rho - ik_{12}\rho) \cdot \Phi(-i\eta_{13}, 1; ik_{13}\rho - ik_{13}\rho). \quad (26) \end{aligned}$$

В (26) эффективный потенциал взаимодействия в системе «резонанс — сопутствующая частица» $U(z)$ заменен локальным потенциалом, представляющим собой сумму кулоновского и поляризационного членов. Прежде чем вычислять интегралы (26), обсудим роль поляризационного потенциала $V_{\text{пол}}(\rho)$. Поскольку данный потенциал является притягивающим, то параметр z_R в (26) эффективно заменяется на $z_R + V_{\text{пол}}$ с $E'_R = E_R + \text{Re } V_{\text{пол}}(\rho) < E_R$, следовательно, поляризационный потенциал приводит к дополнительному (по сравнению с (24) — (25)) сдвигу

местоположения резонансного пика. Кроме того, поскольку $U(z)$ аналогичен оптическому потенциалу, то его мнимая часть приводит к эффективному увеличению величины $\Gamma/2$.

На этом этапе более подробно изучим поведение ядра оператора $U(z)$ в координатном представлении. С этой целью перепишем выражение для $U(z)$ в виде

$$U(z) = \langle \Psi_2(z) | V^\alpha | \Psi_1(z) \rangle + \langle \Psi_2(z) | V^\alpha \cdot G_Q(z) V^\alpha | \Psi_1(z) \rangle, \quad (27)$$

где $G_Q(z) = R(z) [Q - QV^\alpha QR(z)]^{-1}$. Как легко видеть, $G_Q(z) = (zQ - QH_\alpha Q - QV^\alpha Q)^{-1}$, откуда видна аналогия $U(z)$ с оптическим потенциалом. Основное отличие от оптического взаимодействия заключается в том, что состояния Ψ_i не являются нормированными, а содержат вклад непрерывного спектра, тем больший, чем больше ширина рассматриваемого резонансного состояния:

$$\Gamma = -\frac{2\text{Im}\langle \Phi | WR(E_R + i0) W | \Phi \rangle}{\omega_0(E_R)},$$

$$\omega_0(E_R) = 1 - \frac{d}{dE} \text{Re}\langle W | WR(E_R + i0) W | \Phi \rangle.$$

В случае долгоживущих резонансов величина $\omega_0(E_R)$ слабо отличается от единицы, а вкладом непрерывного спектра в вершинные функции образования и распада резонанса можно пренебречь, тогда

$$U(z) \cong \langle \Phi | V^\alpha + V^\alpha G_Q(z) V^\alpha | \Phi \rangle$$

есть обычный оптический потенциал для системы «резонанс (квазистационарное состояние) — третья частица». В случае короткоживущих резонансов, как известно, частицы с большой вероятностью могут находиться вне потенциальной ямы. Выделяя в $R(z)$ вклад дискретного и непрерывного спектров, представим Ψ_i в виде суммы

$$\Psi_i = \Psi_i^d + \Psi_i^C,$$

причем первое слагаемое является нормируемым, а второе описывает движение частиц в непрерывном спектре. При этом отношение амплитуд указанных двух вкладов в Ψ_i на границе области ядерного взаимодействия оценивается выражением $\left(\frac{1}{r_0} \frac{2\hbar v_0}{\pi\Gamma}\right)^{-1/2}$, $v_0 = \sqrt{2E_R/\mu_\alpha}$ [74]. Как легко видеть, для типичной ситуации это отношение порядка единицы,

если $\Gamma \sim 1$ МэВ ($E_R \sim 10$ МэВ, $\mu_\alpha \sim m_N$, $r_0 \sim 5$ фм). По этой причине для короткоживущих резонансов вклад Ψ_i^C в $U(z)$ оказывается существенным, так что локальная часть $\langle \rho' | U(z) | \rho \rangle$, соответствующая первому слагаемому в (27), заметно отличается от чисто кулоновского взаимодействия на расстояниях порядка размеров самого нестабильного кластера. Следовательно, связанная с электромагнитным взаимодействием локальная часть $U(z)$ в координатном представлении имеет вид $\frac{Q_\alpha q_\alpha}{\rho} f(\rho)$, при чем $f(\rho) = 1$ только при $\rho \gg r_0$. Это означает, что в случае короткоживущих резонансов, распадающихся непосредственно на границе области ядерного взаимодействия системы, вклад поляризационного потенциала в амплитуду взаимодействия в конечном состоянии того же порядка, что и кулоновского взаимодействия по центру масс в системе «резонанс — третья частица». По этой причине, в отличие от случая долгоживущего резонанса, уже нельзя пренебречь вкладом в (26) поляризационного члена, как это сделано, например, в [74].

Для оценки ожидаемых дополнительных сдвига и уширения резонансного максимума поступим следующим образом. Поскольку, как уже отмечалось, основную роль в обсуждаемом эффекте играют асимптотические свойства функций Грина и состояний рассеяния, то для учета в парциальной функции Грина $g_R^l(\rho' = 0, \rho, z)$ поляризационного потенциала достаточно ограничиться эйкональным приближением. Имеем, следовательно,

$$\begin{aligned} g_R^l(0, \rho, z) &= \text{const} \exp(i k_R \rho) \Psi(l + 1 + i\nu, 2l + 2, -2ik_R \rho) \times \\ &\quad \times \rho^l \exp\left(\frac{n_1}{ik_R}\right) \int\limits_{-\infty}^{\rho} d\rho' V_{\text{пол}}(\rho') \approx \\ &\approx \text{const} \exp(i k_R \rho) \rho^{-i\nu-1} \exp\left(\frac{i n_1}{k_R}\right) \int\limits_{\rho}^{\infty} d\rho' V_{\text{пол}}(\rho'). \end{aligned}$$

Тогда в предельном случае, когда $|k_{12} - p_1| \ll p_1$, $|k_{13} - p_1| \ll p_1$, получаем для I_{lm} представление вида

$$\begin{aligned} I_{lm} &= \text{const} \int\limits_0^{\infty} d\rho \rho^2 \exp(i k_R \rho) \rho^{-i\nu-1} \exp\left(\frac{i n_1}{k_R}\right) \int\limits_{\rho}^{\infty} d\rho' V_{\text{пол}}(\rho') \times \\ &\quad \times \frac{\exp(-\frac{\pi}{2}\eta)\Gamma(l+1+i\eta)}{(2l+1)!} \rho^l \exp(ip_1 \rho) \Phi(l+1+i\eta, 2l+2; -2ip_1 \rho), \quad (28) \end{aligned}$$

где по-прежнему $\eta = \eta_{12} + \eta_{13}$. Записывая поляризационный потенциал в виде

$$V_{\text{пол}}(\rho) = U(\rho) - \frac{Q_1 q_1}{\rho},$$

приведем (28) к следующей форме:

$$\begin{aligned} I_{lm} = \text{const} \frac{\exp(-\frac{\pi}{2}\eta)\Gamma(l+1+i\eta)}{(2l+1)!} \int_0^\infty d\rho \exp(ik_R\rho) \rho \times \\ \times \exp\left(-\frac{in_1}{k_R} \int_0^\rho d\rho' V_{\text{пол}}(\rho')\right) \rho^l \exp(ip_1\rho) \Phi(l+1+i\eta, 2l+2; -2ip_1\rho). \end{aligned} \quad (29)$$

Поскольку основной вклад в интеграл по ρ дает область $0 \leq \rho \leq 2\rho_0$, то из свойств $U(\rho)$ для короткоживущего резонанса следует, что подынтегральная функция (29) уже не содержит член $r^{-i\nu}$. Поэтому предельный случай короткоживущего резонанса получается, если в (24) — (25) параметр ν положить равным нулю:

$$T_2^R(k_{23}p_1, p_1^0, z) = \exp(-\frac{\pi}{2}\eta)\Gamma(1+i\eta) \frac{\chi^c(k_{23})}{\alpha^1+i\eta} T_0(p_1, p_1^0, z). \quad (30)$$

Следовательно, как и ожидалось, сдвиг местоположения резонанса и его уширение увеличиваются вследствие увеличения кулоновского параметра задачи. Данный факт, очевидно, является следствием свойств эффективного потенциала $U(z)$ в системе «резонанс — сопутствующая частица». В случае долгоживущего резонанса эффективный кулоновский параметр задачи равен $\eta - \nu = \eta_{12} + \eta_{13} - \nu$, вследствие кулоновского перерассеяния в промежуточном состоянии как целого на сопутствующей частице. В случае же короткоживущего резонанса такого перерассеяния фактически нет, так как резонанс распадается непосредственно вблизи области ядерного взаимодействия систем. При этом потенциал $U(z)$ на характерных расстояниях ρ , проходимых резонансом от точки рождения до точки распада ($\rho \sim \rho_0 \sim r_0$), существенно отличается от кулоновского, а потому функция Грина $g_R(z)$ уже не может быть заменена на $g_R^c(z)$. Теперь, поскольку дальнодействующий кулоновский хвост $U(z)$ не проявляется, $g_R(z)$ может быть эффективно параметризована в рамках исходной модели Мигдала — Ватсона. Впервые данное обстоятельство отмечено в

работах [8,9], где для амплитуды распада короткоживущего резонанса получена параметризация (30).

9. ИЗМЕНЕНИЕ ПАРАМЕТРОВ ДВУХФРАГМЕНТНЫХ ЯДЕРНЫХ РЕЗОНАНСОВ, РАСПАДАЮЩИХСЯ В КУЛОНОВСКОМ ПОЛЕ СОПУТСТВУЮЩИХ ПРОДУКТОВ ЯДЕРНОЙ РЕАКЦИИ

В этом разделе будет проанализировано выражение для дифференциального сечения реакции $a + A \rightarrow 1+2+3$ с образованием нестабильного кластера в паре 2—3 и получены приближенные формулы для изменения наблюдаемых параметров этого кластера — местоположения и полуширины — под влиянием внешнего кулоновского поля. Параметризации (24), (25), (30) для T -амплитуды реакции в окрестности резонансной энергии в паре 2—3 приводят к следующему выражению для квадрата модуля амплитуды процесса:

$$\begin{aligned}
 |T_R(k_{23}p_1, p^0, z)|^2 = & A_\xi A_{12} A_{13} A_\eta^{-1} \left[\left(\frac{k_{23}^2}{2\mu_{23}} - E_R \right)^2 + \frac{\Gamma^2}{4} \right]^{-1} \times \\
 & \times \exp 2[\xi \arg \alpha - \eta_{12} \arg \gamma - \eta_{13} \arg (\alpha + \beta)] \times \\
 & \times \left| {}_2F_1 \left(-i\eta_{12}, -i\eta_{13}, 1; -\frac{\alpha\delta - \beta\gamma}{\gamma(\alpha + \beta)} \right) \right|^2 |\tilde{T}(k_{23}p_1, p^0, z)|^2. \quad (31)
 \end{aligned}$$

Здесь $\xi = \eta_{12} - \eta_{13} - \nu' = \eta - \nu'$, причем $\nu' = \nu$ для долгоживущего резонанса и $\nu = 0$ для короткоживущего $A_\xi = \pi\xi(\sinh \pi\xi)^{-1} \exp(-\pi\xi)$, $A_\eta = \pi\eta(\sinh \pi\eta)^{-1}$, $A_{ij} = A_{\eta_{ij}}$, $ij = 12, 13$, $|\tilde{T}|^2$ обозначена (нерезонансная) не зависящая от внешнего кулоновского поля часть квадрата модуля T -амплитуды. Для вычисления кулоновских параметров удобно использовать формулу вида

$$\eta_\alpha = 0,158 q_i q_j \left(\frac{\mu_\alpha(\text{отн.ед.})}{E_\alpha(\text{МэВ})} \right)^{1/2}, \quad (32)$$

где величина приведенной массы вычисляется в нуклонных массах, $E_\alpha = k_\alpha^2/2\mu_\alpha$, $\alpha = ij$. Как уже отмечалось, приведенные параметризации справедливы при условии, что кинетическая энергия продуктов реакции

в системе центра масс E_{tot}^C , энергия возбуждения резонанса и его полуширина удовлетворяют неравенству

$$E_{\text{tot}}^C - E_R \gg \frac{\Gamma}{2}.$$

Тогда для действительной и мнимой части k_R справедливы приведенные ниже оценки

$$\operatorname{Re} k_R = \left[2n_1(E_{\text{tot}}^C - E_R) \right]^{1/2},$$

$$\operatorname{Im} k_R = \frac{\Gamma}{4(E_{\text{tot}}^C - E_R)} \operatorname{Re} k_R$$

или

$$\operatorname{Im} k_R (\text{фм}^{-1}) = 0,055 \left[\frac{\Gamma^2 (\text{МэВ}) n_1 (\text{отн.ед.})}{(E_{\text{tot}}^C - E_R) (\text{МэВ})} \right]^{1/2}.$$

Относительные импульсы в парах заряженных частиц, через модули которых выражаются соответствующие кулоновские параметры, могут быть представлены в виде

$$\begin{aligned} \mathbf{k}_{12} &= a_1 \mathbf{p}_1 - a_2 \mathbf{k}_{23}, \\ \mathbf{k}_{13} &= a_3 \mathbf{p}_1 + a_4 \mathbf{k}_{23}, \end{aligned} \quad (33)$$

где

$$\begin{bmatrix} a_1 \\ a_3 \end{bmatrix} = \frac{M}{(m_1 + m_2)(m_2 + m_3)} \begin{bmatrix} m_2 \\ m_3 \end{bmatrix},$$

$$\begin{bmatrix} a_2 \\ a_4 \end{bmatrix} = m_1 \begin{bmatrix} (m_1 + m_2)^{-1} \\ (m_1 + m_3)^{-1} \end{bmatrix}.$$

При выполнении дополнительных условий

$$\frac{a_2}{a_1} \frac{k_{23}}{p_1} \ll 1, \quad \frac{a_4}{a_3} \frac{k_{23}}{p_1} \ll 1$$

для модулей относительных импульсов k_{12} и k_{13} могут быть использованы следующие приближения:

$$k_{12} \cong a_1 p_1 \left(1 - \frac{a_2}{a_1} \frac{k_{23}}{p_1} \cos \theta_{1,23} \right),$$

$$k_{13} \cong a_3 p_1 \left(1 + \frac{a_4}{a_3} \frac{k_{23}}{p_1} \cos \theta_{1,23} \right),$$

где $\theta_{1,23}$ — угол между векторами p_1 и k_{23} . Эти дополнительные условия заведомо выполняются при достаточном удалении от порога рождения резонанса и при не слишком высокой энергии возбуждения E_R , например, если выполнены эквивалентные условия

$$\frac{m_1 m_3}{m_2 M} \frac{E_R}{E_{\text{tot}}^C - E_R} \ll 1, \quad \frac{m_1 m_2}{m_3 M} \frac{E_R}{E_{\text{tot}}^C - E_R} \ll 1. \quad (34)$$

В этом приближении для параметров $\alpha, \beta, \gamma, \delta$ справедливы следующие соотношения:

$$\left| \frac{\alpha}{\gamma} \right| < 1, \quad \left| \frac{\alpha}{\alpha + \beta} \right| < 1, \quad \left| \frac{\delta'}{\alpha + \beta} \right| < 1,$$

где $\delta' = k_{12} k_{13} - k_{12} k_{13}$. Если теперь аргумент гипергеометрической функции z представить в виде

$$z = -\frac{\alpha \delta' - \beta \gamma}{\gamma(\alpha + \beta)} = 1 - \frac{\alpha}{\gamma} - \frac{\alpha}{\alpha + \beta} + \frac{\alpha^2}{\gamma(\alpha + \beta)} - \frac{\alpha \delta'}{\gamma(\alpha + \beta)},$$

то с учетом условий (34) можно вывести, что параметр z в типичной экспериментальной ситуации имеет близкую к единице действительную часть и малую мнимую часть. Это означает, что условия (34) можно рассматривать как критерий применимости упрощенного варианта параметризации типа (28), (32).

Вводя аналогичное упрощение в (33), получим

$$\begin{aligned} |T_R(k_{23} p_1)|^2 &= 2\pi\xi \left[(\exp(2\pi\xi) - 1)(1 + y^2) \right]^{-1} \times \\ &\times \exp(2\xi \operatorname{arcctg} y) |\tilde{T}(k_{12} p_3)|^2, \end{aligned} \quad (35)$$

здесь $y = \frac{2(E_{23} - E_R)}{\Gamma}$.

Поскольку в условиях применимости модели кулоновский параметр является достаточно медленно меняющейся функцией переменной y , то из (35) можно получить, что зависящая от кулоновского параметра часть

квадрата модуля T -амплитуды должна иметь максимум при значении энергии в паре 2—3, равном

$$E_R^* = E_R - \frac{\Gamma}{2} \eta. \quad (36)$$

Очевидно, величина E_R^* может рассматриваться как измененное внешним кулоновским полем значение резонансной энергии. Согласно (36) резонансная кривая является асимметричной. Тем не менее, если использовать определение наблюдаемой ширины резонанса, аналогичное определению чисто брейт-вигнеровской кривой, то можно рассчитать зависимость этой величины Γ^* от кулоновского параметра ξ . На рис. 12 приведен график этой зависимости в наиболее интересном с практической точки зрения интервале $0 \leq \xi \leq 10$. Видно, что кулоновское поле всегда приводит к уширению резонансной кривой, причем это уширение увеличивается с ростом интенсивности внешнего кулоновского поля.

Значение наблюдаемой ширины резонанса может быть определено с помощью следующих аналитических формул, аппроксимирующих кривую на рис. 12:

$$\Gamma^* = \Gamma \begin{cases} 1 + 0,025 |\xi| + 0,425 \xi^2, & 0 \leq |\xi| \leq 1, \\ 0,25 + 1,05 |\xi|, & 1,5 \leq |\xi| \leq 10. \end{cases} \quad (37)$$

Отметим, что в условиях применимости параметризаций (24)—(25) и (30) величина $\text{Im } \xi$ иззывающе мала по сравнение с $\text{Re } \xi$ и поэтому в (31) — (35) кулоновский параметр ξ считается чисто вещественным. Из формул (36), (37) видно, что при переходе от долгоживущего резонанса к короткоживущему сдвиг резонанса и его уширение увеличиваются вследствие увеличения кулоновского параметра задачи $|\xi| = |\eta - \nu| < \eta$. Этот факт, как уже отмечалось ранее, есть следствие влияния поляризационного потенциала, проявляющегося тем сильнее, чем менее стабильным (то есть более короткоживущим) является возбуждаемый кластер 2—3. Из (35) видно, что в случае корот-

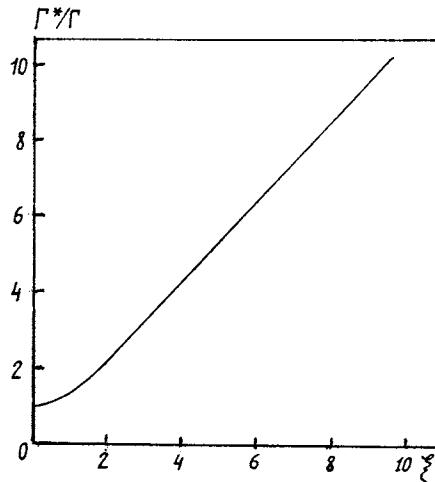


Рис.12. Зависимость наблюдаемой ширины Γ^* от кулоновского параметра ξ

коживущего резонанса положение резонансного пика всегда сдвигается в сторону меньших энергий относительного движения в паре резонирующих частиц (что согласуется с притягательным характером $V_{\text{пол}}$), тогда как в случае долгоживущего резонанса величина $\Delta E_R = E_R^* - E_R$ может быть как положительной (в определенных областях фазового пространства), так и отрицательной.

В рамках рассмотренной модели проанализированы экспериментальные данные реакции $^{10}\text{B}(d, 3\alpha)$ при энергии дейtronов 13,6 МэВ. В исследованиях этой реакции [64] в корреляционных спектрах α -частиц были обнаружены широкие пики при энергии возбуждения $^8\text{Be}^*$ около 19 МэВ. Из известных уровней наиболее близок уровень $E^* = 18,9$ МэВ, однако его квантовые числа $J^\pi = 2^-$. Повторные тщательные измерения позволили установить, что в зависимости от углов регистрации α -частиц положение неидентифицированных пиков смещается в пределах 18,8+19,7 МэВ (погрешность определения центроида пика $\pm 0,1$ МэВ). Как оказалось, именно такие смещения следует ожидать для состояний ядра $^8\text{Be}^*$ при энергии возбуждения 19,9+20,2 МэВ с положительной четностью.

В качестве примера, иллюстрирующего обсуждаемое явление, на рис.13 представлены фрагменты корреляционных энергетических спектров α -частиц из реакции $^{10}\text{B}(d, 3\alpha)$ при энергии дейtronов 13,6 МэВ в области вклада высоковозбужденных состояний ядра $^8\text{Be}^*$ ($E^* > 16$ МэВ). Стрелками обозначены положения кинематически ожидаемых максимумов вклада известных состояний ядра $^8\text{Be}^*$. Заштрихованная область — интенсивный пик от основного состояния ядра ^8Be . Можно видеть неплохое соответствие кинематических расчетов для дублета сравнительно узких состояний 16,6—16,9 МэВ ($\Gamma = 108$ кэВ). В то же время максимальный вклад широких состояний при $E^* \sim 19,9+20,2$ МэВ ($\Gamma \sim 1000$ кэВ) оказывается смещенным на 300+400 кэВ в л.с.к. (500+600 кэВ в с.ц.и. ядра $^8\text{Be}^*$). Ожидаемые смещения, обусловленные кулоновским взаимодействием конечных продуктов этой реакции, составляют по формуле (30) 570 кэВ для состояния 19,9 МэВ ядра $^8\text{Be}^*$. Сплошной линией на рис.13 представлены расчеты формы энергетического спектра с учетом кулоновского взаимодействия в соответствии с (30), (35) для состояния 19,9 МэВ (2^+) ядра $^8\text{Be}^*$. При этом выбор модели короткоживущего резонанса был мотивирован тем, что ширина рассматриваемого состояния порядка 1 МэВ.

Степень деформации энергетических спектров в области вклада двухфрагментного резонанса зависит от углов разлета продуктов его рас-

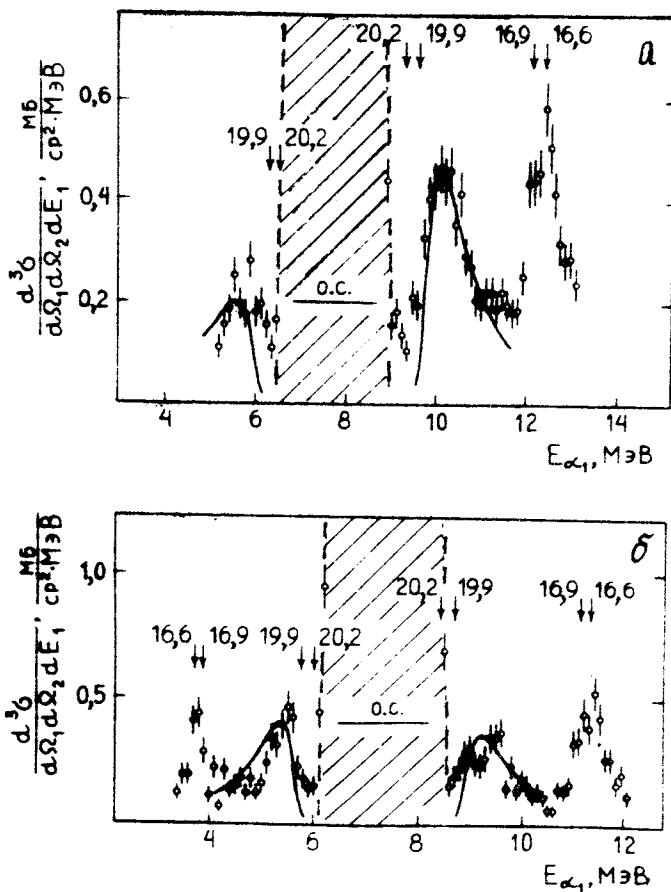


Рис.13. Реакция $^{10}\text{B} + d \rightarrow \alpha_1 + \alpha_2 + \alpha_3$. Энергия дейtronов 13,6 МэВ. Фрагменты спектров α -частиц: *a*) $\theta_{\alpha_1} = 40^\circ$; *b*) $\theta_{\alpha_1} = 50^\circ$; $\theta_{\alpha_2} = 110^\circ$ ($\varphi_1 - \varphi_2 = 180^\circ$). Стрелки указывают положения максимальных вкладов различных состояний ядра $^8\text{Be}^*$ без учета кулоновских эффектов

пада и третьей частицы $\theta_{i,j,k}$. На рис.14 представлены расчеты положения резонанса ядра $^8\text{Be}^*$ (19,9 МэВ), смещенного кулоновским полем третьей частицы, в зависимости от угла $\theta_{i,j,k}$ (сплошная кривая). Экспериментальные данные (точки) соответствуют положению максимумов в корреляци-

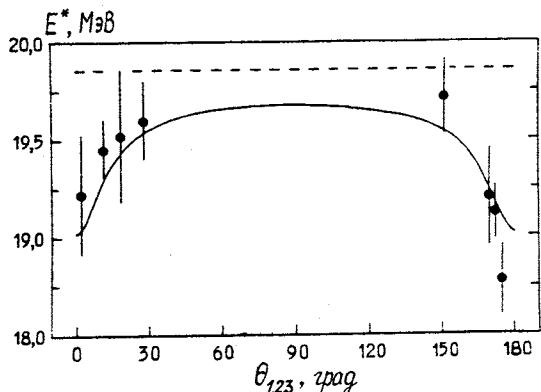


Рис.14. Зависимость наблюдаемого в реакции ^{10}B ($d, 3\alpha$) положения максимального вклада состояния $^{8}\text{Be}^*$ (19,9 МэВ) от угла распада $\theta_{1,23}$. Энергия deutронов 13,6 МэВ

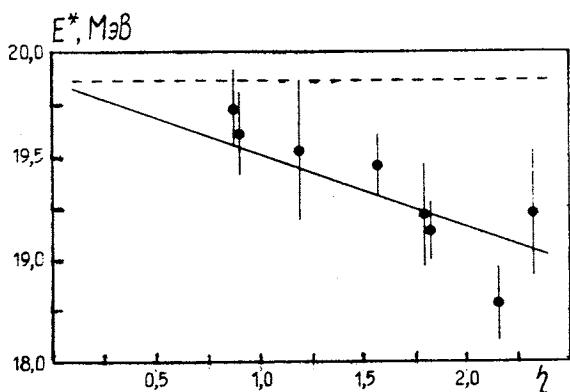


Рис.15. Зависимость наблюдаемого в реакции ^{10}B ($d, 3\alpha$) положения максимального вклада состояния $^{8}\text{Be}^*$ (19,9 МэВ) от значения кулоновского параметра η . Сплошная линия — расчет по формуле (36). Штриховая — положение резонансной линии ядра $^{8}\text{Be}^*$ (19,9 МэВ), известное из функции возбуждения упругого рассеяния α -частиц на ядрах ^{4}He [66]

онных спектрах при энергии возбуждения $^{8}\text{Be}^*$ в диапазоне 19÷20 МэВ. Штриховая кривая — положение уровня 19,9 МэВ ядра $^{8}\text{Be}^*$ как изолированной системы [65]. Как видно из рис.14, наибольшие смещения положения резонанса наблюдаются для углов $\theta_{i,jk}$, близких к 0° и 180° , соответствующих движению одного из фрагментов распада в направлении сопутствующей частицы. Симметрия угловой зависимости положения резонанса относительно угла $\theta_{i,jk} = 90^\circ$ обусловлена идентичностью фрагментов распада (α -частицы). При разных массах конечных продуктов симметрии не будет.

Из кинематики рассматриваемых процессов следует, что при изменении угла распада $\theta_{i,jk}$ в парах конечных продуктов реакции (ij) и (ik), образующихся после распада двухфрагментного состояния R_{jk}^* , имеет место соответствующее изменение скорости относительного движения и, следо-

вательно, эффективного кулоновского параметра $\eta = \eta_{ij} + \eta_{ik}$. На рис.15 представлены экспериментальные данные (точки) и расчет положения максимального вклада состояния 19,9 МэВ ядра ${}^8\text{Be}^*$ в зависимости от значения кулоновского параметра η , изменявшегося для исследованных кинематических условий в соответствии с вышесказанным от 0,5 до 2,4. Следует отметить, что приведенным на рис.13—15 экспериментальным данным не противоречат и результаты расчетов для двух других близких по энергии возбуждения уровней ядра ${}^8\text{Be}^*$ (20,1 МэВ, 0^+ , $\Gamma = 1,1$ МэВ и 20,2 МэВ, 4^+ , $\Gamma \sim 1$ МэВ). При значениях $0,5 \leq \eta \leq 2,4$ эти резонансы должны смещаться в диапазонах $19,8 \pm 18,8$ и $19,95 \pm 19,0$ МэВ соответственно, то есть вблизи расчетных данных для состояния 19,9 МэВ, представленных на рис.13—15 сплошной линией. Состояние 19,9 МэВ (2^+) было выбрано нами для иллюстрации, как имеющее наибольшую парциальную ширину распада ($\Gamma_\alpha/\Gamma = 0,96$) [66]. Отметим также, что использование в данной ситуации модели долгоживущего резонанса, как это сделано в [74], не позволяет объяснить экспериментальные данные.

При выполнении некоторых дополнительных условий параметризации (31) и (35) обладают свойством сохранения вероятности: вероятность распада резонанса по фиксированному каналу α не зависит от внешнего кулоновского поля. Поскольку указанная вероятность с точностью до умножения на парциальную ширину распада по рассматриваемому каналу равна площади под резонансной кривой, то для доказательства сформулированного утверждения достаточно вычислить интеграл

$$W_\alpha = \Gamma_\alpha \int_{-\infty}^{\infty} dE |\exp(-\frac{\pi}{2}\xi_\alpha) \Gamma(1 + i\xi_\alpha) (E - E_R + i\frac{\Gamma}{2})^{-1-i\xi_\alpha}|^2.$$

В определении W_α пренебрегли множителем плотности конечных состояний, а также приняли, что кулоновский параметр задачи ξ_α слабо зависит от энергии $E + E_\alpha$ и что интегрирование можно распространить на всю действительную ось. Данные упрощения являются справедливыми, если резонансный пик в паре α располагается не слишком близко к порогу образования изучаемого нестабильного кластера.

В результате сделанных допущений имеем

$$W_\alpha = 2\pi \frac{\Gamma_\alpha}{\Gamma},$$

т.е. не зависит от ξ_α . Таким образом, в данной ситуации внешнее кулоновское поле приводит только к перераспределению вероятности и сдви-

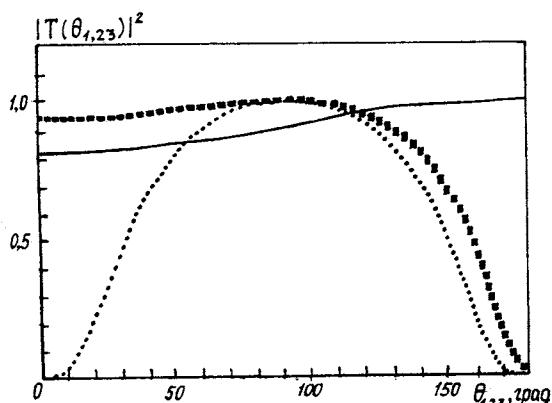


Рис.16. Зависимость вероятности распада ядра ${}^8\text{Be}^*$ (20,2 МэВ) по различным каналам от угла между импульсом третьей α -частицы и импульсом относительного движения α -частиц из распада этого ядра для реакции ${}^{10}\text{B} + d \rightarrow 3\alpha$. Энергия deutронов — 13,6 МэВ.
 (•) — $d + {}^{10}\text{B} \rightarrow \alpha + \alpha + \alpha$;
 (—) — $d + {}^{10}\text{B} \rightarrow \alpha + {}^7\text{Be} + n$;
 (■) — $d + {}^{10}\text{B} \rightarrow \alpha + {}^7\text{Li} + p$

гу максимума функции плотности вероятности на величину $\Delta E_R = E_R^* - E_R = -\frac{\Gamma}{2} \xi_\alpha$. Поскольку при распаде резонанса по различным каналам значение ξ_α различно, то максимумы в энергетическом спектре третьей частицы оказываются сдвинутыми друг относительно друга. Это означает, что кулоновское поле может приводить к изменению соотношения вероятностей распада резонанса по различным каналам по сравнению с распадом резонанса в вакууме. В частности, если для одного из каналов реакции сдвиг резонансного максимума в функции $|T|^2$ достаточно велик, так что положение этого максимума оказывается вблизи края фазового объема, то будет наблюдаться подавление распада резонанса по этому каналу.

Отметим, что данный эффект был обнаружен в реакции ${}^7\text{Li}(d, \alpha\alpha)n$ при $E_d = 6,8$ МэВ с возбуждением долгоживущего состояния ядра ${}^5\text{He}^*$ ($E^* = 16,76$ МэВ, $\Gamma = 76$ кэВ) [75].

Поскольку параметр ξ_α зависит от угла θ_α между векторами \mathbf{k}_α и \mathbf{p}_α , то влияние кулоновского поля сопутствующей частицы можно наблюдать в угловой зависимости сечения реакции.

На рис.16 показана рассчитанная по формуле (35) зависимость квадрата модуля амплитуды $|T|^2$ от $\theta_{1,23}$ для различных каналов реакции

$$d + {}^{10}\text{B} \rightarrow \alpha {}^8\text{Be} (E^* = 20,2 \text{ МэВ}) \rightarrow \begin{cases} \alpha + {}^7\text{Be} + n, \\ \alpha + {}^7\text{Li} + p, \\ \alpha + \alpha + \alpha, \end{cases}$$

при той же, что и ранее, энергии налетающего дейтрона. Переход к состоянию с $E^* = 20,2$ МэВ связан с тем, что уровень с $E^* = 19,9$ МэВ с вероятностью 98 % распадается по каналу 3α , тогда как в данном случае распад по другим каналам характеризуется заметной вероятностью. Поскольку ширина состояния с $E^* = 20,2$ МэВ больше, чем для $E^* = 19,9$ МэВ, то по-прежнему используется модель короткоживущего резонанса. Все кривые нормированы на свое максимальное значение, принятое равным единице.

10. ЯДЕРНЫЕ РЕАКЦИИ С ОБРАЗОВАНИЕМ ЧЕТЫРЕХ ЧАСТИЦ В КОНЕЧНОМ СОСТОЯНИИ

Проведенный выше анализ влияния резонанса в конечном состоянии ядерного и кулоновского полей сопутствующих частиц может быть обобщен на случай реакции с образованием четырех частиц. Основой для такого обобщения могут служить интегральные уравнения теории рассеяния четырех нерелятивистских частиц, полученные в работах [16, 20]. Здесь, в отличие от трехчастичных реакций, открывается значительно больше различных каналов группировки частиц, интерференция которых может существенно изменять двухчастичный или трехчастичный резонанс в конечном состоянии такого процесса.

В случае прямых четырехчастичных процессов зависимость резонансных параметров двухчастичных и трехчастичных подсистем от передаваемого импульса может быть рассмотрена на основе анализа первых итераций интегральных уравнений, полученных в [6].

Рассмотрим случай ядерной реакции $\alpha + A \rightarrow 1 + 2 + 3 + 4$, приводящей к образованию четырех заряженных частиц в конечном состоянии, три из которых (2,3,4) образуют резонанс, распадающийся в кулоновском поле частицы 1.

Изучение неизолированного резонанса, состоящего из трех частиц (2,3,4) в конечном состоянии четырехчастичной реакции, может быть проведено аналогично анализу, сделанному в разд. 7, 8. Предположим, что p_1 — импульс частицы 1 в с.ц.м. — существенно больше k_α — относительного импульса любой пары частиц α из подсистемы (2,3,4). Учет кулоновского перерассеяния частицы 1 с зарядом q_1 на каждой из частиц (2,3,4) приводит к следующей параметризации амплитуды четырехчастичной реакции:

$$T(\{k_\alpha\}, p_1, z) = \exp\left(-\frac{\pi}{2}\xi\right) \Gamma(1 + i\xi) \left(E - \frac{p_1^2}{2n_1} - E_R + i\frac{\Gamma}{2}\right)^{-1-i\xi}, \quad (38)$$

причем параметр ξ определен так же, как в разд.9:

$$\xi = \sum_{i=2,3,4} \frac{q_1 q_i \mu_{1i}}{k_{1i}} - \nu, \quad \nu = \frac{q_1 (q_2 + q_3 + q_4) n_1}{k_R},$$

$$k_R = (2n_1(E - E_R))^{1/2}, \quad n_1 = \frac{m_1(m_2 + m_3 + m_4)}{m_1 + m_2 + m_3 + m_4},$$

причем, как и ранее, в случае короткоживущего резонанса параметр ν следует положить равным нулю. Здесь $\{k_\alpha\}$ — набор импульсов относительного движения частиц из подсистемы (2, 3, 4). Можно показать, что параметризованное выражение (38) преобразуется к виду

$$T(\{k_\alpha\}, p_1, z) \cong \exp\left(-\frac{\pi}{2}\xi\right) \Gamma(1 + i\xi) \left(E - \frac{p_1^2}{2n_1} - E_R^* + i\frac{\Gamma^*}{2}\right)^{-1},$$

где E_R^* и Γ^* — параметры неизолированного резонанса, связанные с соответствующими параметрами изолированного резонанса соотношениями

$$E_R^* = E_R - \frac{\Gamma}{2}\xi, \quad \Gamma^* \cong \Gamma \exp(0,425|\xi|).$$

Из этого анализа следует, что в случае рассеяния одноименных заряженных частиц наблюдаемый максимум в спектре сопутствующей частицы 1, соответствующий неизолированному трехчастичному резонансу, оказывается более широким и смещенным в сторону больших значений ее энергии по сравнению с максимумом, соответствующим изолированному резонансу.

Рассмотрим теперь взаимное кулоновское влияние двух независимых резонансов, образующихся в конечном состоянии четырехчастичной реакции. Для этого анализа удобно использовать интегральные уравнения для амплитуд рассеяния, исследованные в рамках [6,20]. На основании результатов этих работ амплитуду реакции с участием четырех частиц для области конфигурационного пространства конечного состояния, где существенно резонансное взаимодействие в независимых парах α, α' , можно представить в виде

$$T_{\alpha,\alpha'}(\mathbf{k}_\alpha \mathbf{k}_{\alpha'} \mathbf{K}_{\alpha\alpha'}, z) = \langle \Psi^{\alpha,\alpha'}(z) | G_{\alpha,\alpha'}(z) V_{\alpha,\alpha'}^S | \Psi_C^+(\mathbf{k}_\alpha \mathbf{k}_{\alpha'} \mathbf{K}_{\alpha\alpha'}) \rangle. \quad (39)$$

Здесь функция $|\Psi_C^+(\mathbf{k}_\alpha \mathbf{k}_{\alpha'} \mathbf{K}_{\alpha\alpha'})\rangle$ соответствует кулоновскому рассеянию частиц в конечном канале реакции, оператор $V_{\alpha,\alpha'}^S$ есть ядерный потенциал, действующий между частицами из пар α и α' , $G_{\alpha,\alpha'}(z)$ — функция

Грина независимых подсистем α и α' , которая может быть выражена через свертку функции Грина для этих подсистем:

$$G_{\alpha,\alpha'}(E + i\tau) = \int_{-\infty}^{\infty} \frac{d\epsilon}{-2\pi i} g_{\alpha}(\epsilon + i\tau_1) \otimes g_{\alpha'}(E - \epsilon + i\tau_2) \quad (40)$$

$$(\tau = \tau_1 + \tau_2, \tau_1, \tau_2 > 0),$$

где оператор $g_{\alpha}(z)$ — функция Грина подсистемы α — имеет вид

$$g_{\alpha}(z) = \left(z - \frac{\hat{k}_{\alpha}^2}{2\mu_{\alpha}} - V_{\alpha}^S - V_{\alpha}^C \right)^{-1},$$

символ \otimes означает тензорное произведение операторов, операторы V_{α}^S и V_{α}^C — ядерное и кулоновское взаимодействие в подсистеме α . Состояние $\langle \Psi^{\alpha,\alpha'}(z) |$ в (39) выражается через полную функцию Грина системы $G(z) = (z - H)^{-1}$,

$$\langle \Psi^{\alpha,\alpha'}(z) | = \langle \Psi_{\beta} | (z - H_{\beta}) [I + G(z) V^{\alpha,\alpha'}],$$

где H_{β} — асимптотический гамильтониан начального канала β , $|\Psi_{\beta}\rangle$ — начальное состояние системы, $V^{\alpha,\alpha'} = \sum_{\alpha \neq \beta \neq \alpha'} V_{\beta}$ — оператор взаимодействия между частицами при условии, что одна из них принадлежит паре α , а другая — паре α' . $K_{\alpha,\alpha'}$ в (39) обозначен импульс относительного движения центров масс пар α и α' .

В указанных обозначениях резонансная часть амплитуды $T_{\alpha,\alpha'}(z)$, соответствующая образованию двух резонансных подсистем, имеет сингулярности, связанные с особенностями функции Грина, выражение для которой содержит слагаемые вида

$$B_{\alpha}(z) (z - z_R^{\alpha} - H_{0\alpha,\alpha'} - h_{\alpha}^C)^{-1}, \quad (41)$$

$$B_{\alpha,\alpha'}(z) (z - z_R^{\alpha} - H_{0\alpha,\alpha'})^{-1}. \quad (42)$$

В формулах (41), (42) коэффициенты $B_{\alpha}(z)$ и $B_{\alpha,\alpha'}(z)$ — несингулярные функции, $H_{0\alpha,\alpha'} = \hat{K}_{\alpha,\alpha'}^2 / 2n_{\alpha,\alpha'}$ — оператор кинетической энергии относительного движения центров масс пар α и α' , оператор h_{α}^C соответствует внутренней энергии подсистемы с учетом кулоновского взаимодействия, z_R^{α} и $z_R^{\alpha'}$ — комплексные энергии резонансов в парах α и α' .

Отметим, что если частицы в подсистемах нейтральные, то амплитуда $T_{\alpha,\alpha'}$ содержит слагаемое, пропорциональное произведению вида $a_\alpha a_{\alpha'}$, где

$$a_\alpha = \left(\frac{k_\alpha^2}{2\mu_\alpha} - z_R^\alpha \right)^{-1}, \quad a_{\alpha'} = \left(\frac{k_{\alpha'}^2}{2\mu_{\alpha'}} - z_R^{\alpha'} \right)^{-1}.$$

В случае заряженных частиц параметризация резонансной части амплитуды $T_{\alpha,\alpha'}(z)$ принимает вид [76, 77]:

$$\begin{aligned} T_{\alpha,\alpha'}(k_\alpha k_{\alpha'} K_{\alpha,\alpha'}, z) = & \exp\left(-\frac{\pi}{2}\xi_\alpha\right) \Gamma(1 + i\xi_\alpha) a_\alpha^{1+i\xi_\alpha} B_{\alpha'} + \\ & + \exp\left(-\frac{\pi}{2}\xi_{\alpha'}\right) \Gamma(1 + i\xi_{\alpha'}) a_{\alpha'}^{1+i\xi_{\alpha'}} B_\alpha + \\ & + \exp\left(-\frac{\pi}{2}\xi_{\alpha,\alpha'}\right) \Gamma(1 + i\xi_{\alpha,\alpha'}) (a_\alpha^{-1} + a_{\alpha'}^{-1})^{-1-i\xi_{\alpha,\alpha'}} B_{\alpha,\alpha'}. \end{aligned} \quad (43)$$

При этом параметры ξ_α , $\xi_{\alpha'}$, $\xi_{\alpha,\alpha'}$ определены следующим образом [77]:

$$\xi_\alpha = \sum_{i \in \alpha, j \in \alpha'} \eta_{ij} - \sum_{j \in \alpha'} \nu_{\alpha j},$$

где параметр $\nu_{\alpha j}$ определен для соответствующей трехчастичной подсистемы, как и в разд. 7. Параметр $\xi_{\alpha'}$ определяется аналогичным образом, а

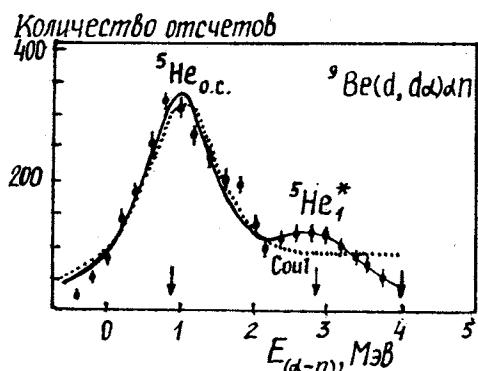
$$\xi_{\alpha,\alpha'} = \sum_{i \in \alpha, j \in \alpha'} \eta_{ij} - \nu_{\alpha,\alpha'}, \quad \nu_{\alpha,\alpha'} = \frac{q_\alpha q_{\alpha'} n_{\alpha,\alpha'}}{K_{R\alpha,\alpha'}},$$

причем $K_{R\alpha,\alpha'} = (2n_{\alpha,\alpha'}(E - z_R^\alpha - z_R^{\alpha'}))^{1/2}$. Как и ранее, если резонанс в паре α является короткоживущим, то в конечном состоянии отсутствует его кулоновское перерассеяние как целого на сопутствующих частицах, и поэтому параметры $\nu_{\alpha j}$ следует положить равными нулю.

Анализ параметризации (43) приводит к изменению параметров неизолированных резонансных подсистем аналогично случаю трехчастичной резонансной подсистемы в поле четвертой частицы. Третье слагаемое в формуле (43) содержит выражение вида $(a_\alpha^{-1} + a_{\alpha'}^{-1})^{-1}$, которое приводит к эффекту суммирования полуширин резонансных подсистем и тем самым вызывает дополнительное уширение резонансных пиков по сравнению с поведением двухчастичного неизолированного резонанса в поле третьей частицы.

На рис. 17 представлены данные об энергетической зависимости сечения реакции ${}^9\text{Be}(d, d\alpha)\text{an}$ при энергии дейtronов 13,6 МэВ в области

Рис.17. Проекция двухмерного энергетического распределения ($E_d \times E_\alpha$) на ось энергии возбуждения в $n\alpha$ -системе. Реакция ${}^9\text{Be} + d \rightarrow d' + \alpha + \alpha + n$. Энергия дейtronов 13,6 МэВ



вклада основного и первого возбужденного состояний ядра ${}^5\text{He}$. Данные (точки) получены путем проецирования событий на плоскости ($E_d \times E_\alpha$) на ось энергии возбуждения в паре ($n\alpha$) для одного и того же фазового объема, соответствующего энергии возбуждения ядра ${}^5\text{He}$ в интервале 4,7–6,7 МэВ. Удовлетворительное описание экспериментальных данных удалось получить только с учетом влияния кулоновского поля сопутствующей α -частицы (сплошная линия). Пунктирная линия соответствует расчету без учета кулоновского поля. Стрелками указаны места ожидаемого в соответствии с кинематическими расчетами места максимального вклада уровней ${}^2\text{P}_{1/2}$ (о.с.) и ${}^3\text{P}_{3/2}$ (первое возбужденное состояние) состояний ядра ${}^5\text{He}$ [67]. Стрелкой с надписью «coul» указано расчетное положение смещенного кулоновским полем первого возбужденного состояния ядра ${}^5\text{He}$ в соответствии с формулой (40), записанной для короткоживущего ($\Gamma \sim 4$ МэВ) резонанса.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В настоящем обзоре обсуждены основные причины явления пространственной анизотропии наблюдаемых параметров рассеяния ядерных заряженных фрагментов в неизолированных подсистемах, образующихся в конечном состоянии многочастичных реакций наряду с другими частицами. Показано, что это явление связано с влиянием ядерных и кулоновских полей сопутствующих продуктов на взаимодействие частиц в неизолированной подсистеме. Воздействие ядерных полей на группу фрагментов со стороны сопутствующих частиц обусловлено существенностью двухчастичного ядерного перерассеяния фрагментов многочастичного процесса в объеме взаимодействия. Это влияние проявляется, во-первых, в виде зависимости от передаваемого импульса или от начальной энергии и угла рассеяния в случае прямых ядерных реакций, и, во-вторых, в виде зависимости от взаимного расположения в конечном со-

стоянии, то есть от корреляционных углов, определяющих степень интерференции амплитуд каналов группировки и вероятность перерассеяния частиц в каждом из этих каналов.

Пространственная анизотропия влияния кулоновского поля сопутствующих частиц на рассеяние фрагментов в неизолированных подсистемах определяется как зарядом частиц, так и их взаимным расположением, то есть корреляционными углами.

В сечении многочастичной реакции влияние поля сопутствующих продуктов на взаимодействие в конечном состоянии проявляется как изменение параметров этого взаимодействия (резонансной энергии и полуширины для резонанса и длины рассеяния для виртуального состояния). По сравнению с взаимодействием в изолированной системе эти параметры, извлеченные из спектров многочастичных реакций, оказываются функциями кинематических переменных участвующих в процессе частиц и их зарядов. В ряде кинематических областей, как показано в обзоре, эту зависимость можно найти в аналитическом виде.

Для многочастичных процессов с участием четырех и более частиц, а также в случае, когда в конечном состоянии наблюдается резонансное рассеяние в более чем одной неизолированной подсистеме частиц, зависимость наблюдаемых параметров рассеяния в каждой из этих подсистем становится более сложной. Однако в каждом конкретном случае эта зависимость может быть выявлена на основе численного анализа.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Watson K.M. — Phys. Rev., 1952, vol.88, p.1163; Мигдал А.Б. — ЖЭТФ, 1955, т.28, с.3.
2. Berkowitz E.H. — Nucl. Phys., 1964, vol.A60, p.555; Heckrothe W., Mc Gregor M. — Phys. Rev., 1958, vol.111, p.593; Немец О.Ф., Пугач В.М., Павленко Ю.Н. — Изв. АН СССР, сер.физ., 1981, т.45, с.206.
3. Deckenick G., Giorni A., Longequeue T.P. et al. — Phys. Rev., 1970, vol.C3, p.2085; Джанобилов К., Комаров В.В., Морси Эль-Тахави, Саад Х.Р., Сизов И.В. — Сообщение ОИЯИ Р15-6771, Дубна, 1972; Джанобилов К., Комаров В.В. и др. — Сообщение ОИЯИ Р15-7705, Дубна, 1974. Немец О.Ф., Пугач В.М. и др. — Изв. АН СССР, сер.физ., 1977, т.41, с.147.
4. Komarov V.V., Salman H.A. — Phys. Lett., 1970, vol.B31, p.52; Komarov V.V. — The Graph Summation Method for Multi-Particle Nuclear Reactions. Lectures, Univer. de Grenoble, ISBN-72-04, 1972; Комаров В.В. — Лекции по теории многочастичных ядерных реакций. М.: Изд-во МГУ, 1974.
5. Комаров В.В., Попова А.М. — ЖЭТФ, 1959, т.36, с.1574; Изв. АН СССР, сер.физ., 1960, т.24, с.1153; ЖЭТФ, 1960, т.38, с.253; ЖЭТФ, 1960, т.38, с.1559.
6. Комаров В.В., Попова А.М. — ЖЭТФ, 1969, т.54, с.214; Вестник МГУ, 1963, 5, с.18; Попова А.М., Мускалу Ш. — ЯФ, 1966, т.3, с.813.
7. Пугач В.М., Козырь Ю.Е., Медведев В.И., Павленко Ю.Н., Комаров В.В., Попова А.М., Шаблов В.Л. — Изв. АН СССР, сер.физ., 1985, т.49, с.905.
8. Komarov V.V., Green A.M., Popova A.M., Shablov V.L. — Mod. Phys. Lett., 1987, vol.A2, p.81.

9. Карманов Ф.И., Комаров В.В., Попова А.М., Сотникова Н.Л., Шаблов В.Л. — Изв. АН СССР, сер. физ., 1988, т.52, с.936.
10. Скорняков В.Г., Тер-Мартиросян К.А. — ЖЭТФ, 1956, т.31, с.775; Фаддеев Л.Д. — ЖЭТФ, 1960, т.39, с.1459; Труды МИАН СССР им. Стеклова, М.: Изд. АН СССР, 1963, т.69; Шмид Э., Цигельман Х. — Проблема трех тел в квантовой механике. М.: Наука, 1979; Харченко В.Ф., Шадчин С.А. — Физика многочастичных систем, 1984, вып.5, с.62; Комаров В.В., Попова А.М. — ЭЧАЯ, 1974, т.9, с.1213.
11. Cameron J.M., Fieding H.M. — Few-Body Systems and Nuclear Forces. Proceedings, Graz, 1978, p.323.
12. Дряпченко И.П., Затекин В.В., Комаров В.В., Попова А.М. — Изв. АН СССР, сер. физ., 1986, т.50, с.993.
13. Затекин В.В., Кондратьев С.Н., Попова А.М. — Препринт КИЯИ/82-23, Киев, 1982.
14. Гранцев В.И., Дряпченко И.П., Корнилов В.А., Немец О.Ф., Пугач В.М. и др. — Изв. АН СССР, сер. физ., 1974, т.38, с.2148; Головков М.С., Журин М.И., Кондратьев С.Н., Михалева Т.Н., Попова А.М., Чупрун Д.Л. — Вестник МГУ, 1981, сер.3, № 2, с.17—21.
15. Bond A. — Nucl. Phys., 1968, vol.A120, p.183.
16. Shirato S., Koori N. — Nucl. Phys., 1968, vol.A120, p.387.
17. Тейлор Дж. — Теория рассеяния. М.: Мир, 1975.
18. Ситенко А.Г. — Теория ядерных реакций. М.: Энергоатомиздат, 1983.
19. Lovelace C. — In: Strong Interaction and High Energy Physics (ed. Moorehouse R.G.), Oliver and Boyd. London, 1964.
20. Комаров В.В., Попова А.М., Шаблов В.Л. — ЭЧАЯ, 1985, т.16, вып.2, с.407.
21. Комаров В.В., Попова А.М., Шаблов В.Л., Сальман Х. — Изв. АН СССР, сер. физ., 1987, т.51, № 1, с.161.
22. Рид М., Саймон Б. — Методы современной математической физики. Т.4. Анализ операторов. М.: Мир, 1982.
23. Aguilar T., Combes J.M. — Comm. Math. Phys., 1971, vol.22, p.269; Balslev E., Combes J.M. — Comm. Math. Phys., 1971, vol.22, p.280.
24. Simon B. — Ann. Math., 1973, vol.97, p.247.
25. Гранцев В.М., Дряпченко И.П., Корнилов В.А., Немец О.Ф., Пугач В.М., Соколов М.В., Стружко В.Г., Руденко Б.А. — Изв. АН СССР, сер. физ., 1976, т.40, с.203.
26. Гранцев В.М., Дряпченко И.П. и др. — Изв. АН СССР, сер. физ., 1977, т.41, с.147.
27. Gouillard G. — Canad. J. Phys., 1972, vol.55, p.2113.
28. Longequeueue T.P., Cavagnac T.F., Giorni A., Bouches R. — Nucl. Phys., 1968, vol.A107, p.467.
29. Giorni A. — Nucl. Phys., 1970, vol.A144, p.146.
30. Lambert T.M., Treado P.A., Beach L.A., Theus R.B., Petersen E. — Nucl. Phys., 1970, vol.A152, p.516.
31. Немец О.Ф., Пугач В.М., Соколов М.В. и др. — Изв. АН СССР, сер. физ., 1976, т.40, с.203.
32. Гранцев В.И., Дряпченко И.П., Пугач В.М., Немец О.Ф. и др. — Изв. АН СССР, сер. физ., 1974, т.38, с.2547.
33. Gouillard G. — Nucl. Phys., 1970, vol.A140, p.225.
34. Fox R. — Phys. Rev., 1962, vol.125, p.311.
35. Friedman W.A. — Phys. Rev. C, 1971, vol.6, p.87.
36. Немец О.Ф., Пилипченко В.А., Пугач В.М., Химчук А.А. — Тезисы 38 Съездования по ядерной спектроскопии и структуре атомного ядра. Л.: Наука, 1987, с.187.

37. Гранцев В.И., Дряпченко И.П., Немец О.Ф., Пугач В.М. и др. — Изв. АН СССР, сер. физ., 1975, т.39, с.1718.
38. Brucher A., Fan C.X. et al. — Jahresbericht MPI, Heidelberg, 1983, p.51.
39. Lang J., Müller R., Bosch R. et al. — Nucl. Phys., 1966, vol.88, p.576.
40. Kato S., Drihare H., Kubne S. et al. — Nucl. Phys., 1972, vol.A195, p.534.
41. Гольдберг В.З., Головков М.С. и др. — ЯФ, 1983, т.38, с.284.
42. Немец О.Ф., Пугач В.М., Пилипченко В.А., Павленко Ю.Н., Стойко В.М. — Изв. АН СССР, сер. физ., 1980, т.44, с.1093.
43. Козырь Ю.Е., Медведев В.И., Павленко Ю.Н., Пугач В.М. — Изв. АН СССР, сер. физ., 1985, т.49, с.1026.
44. Васильев Ю.О., Зеркин В.В., Пугач В.М. и др. — Изв. АН СССР, сер. физ., 1987, т.51, с.983.
45. Пугач В.М., Васильев Ю.О. и др. — АН СССР, 1987, т.51, с.983.
46. Немец О.Ф., Соколов М.В., Пугач В.М. и др. — Тезисы 24 Совещания по ядерной спектроскопии и структуре атомного ядра. Л.: Наука, 1974, с.364.
47. Гранцев В.И., Дряпченко И.П., Немец О.Ф., Пугач В.М. и др. — Тезисы 25 Совещания по ядерной спектроскопии и структуре атомного ядра. Л.: Наука, 1975, с.356.
48. Немец О.Ф., Пугач В.М., Павленко Ю.Н. и др. — Изв. АН СССР, сер. физ., 1980, т.44, с.2357.
49. Гранцев В.И., Дряпченко И.П., Корнилов В.А., Немец О.Ф., Пугач В.М. и др. — Изв. АН СССР, сер. физ., 1975, т.39, с.2117.
50. Гранцев В.И., Немец О.Ф., Пугач В.М. и др. — Изв. АН СССР, сер. физ., 1977, т.41, с.147.
51. Меркульев С.П., Фаддеев Л.Д. — Квантовая теория рассеяния для систем нескольких частиц. М.: Наука, 1985.
52. Chandler C. — Nucl. Phys., 1981, vol.A353, p.129.
53. Мессиа А. — Квантовая механика. М.: Наука, 1978, т.1.
54. Nordsieck A. — Phys. Rev., 1954, vol.93, p.785.
55. Кучиев М.Ю., Шнейерман С.А. — ЖЭТФ, 1986, т.90, с.1680.
56. Васильев Ю.О., Карманов Ф.И., Комаров В.В., Немец О.Ф., Павленко Ю.Н., Попова А.М., Пугач В.М., Шаблов В.Л. — Препринт КИЯИ-88-10, Киев, 1988.
57. Okubo S., Feldman D. — Phys. Rev., 1960, vol.11, p.1402.
58. Федорюк М.В. — Асимптотика: Интегралы и ряды. М.: Наука, 1987.
59. Muhlerin D., Cinnis I.I. — J. Math. Phys., 1970, vol.11, p.1402.
60. Chandler C., Gibson A.G. — J. Math. Phys., 1974, vol.15, p.291.
61. Веселова А.М. — Теор. и мат. физика, 1978, т.35, с.180.
62. Комаров В.В., Попова А.М., Шаблов В.Л. — Укр. физ. журнал, 1988, т.33, с.129.
63. а) Ньютон Р. — Теория рассеяния волн и частиц. М.: Мир, 1969; б) Комаров В.В., Попова А.М., Шаблов В.Л. — Изв. АН СССР, сер. физ., 1979, т.43, с.981.
64. Немец О.Ф., Пугач В.М., Павленко Ю.Н. и др. — Изв. АН СССР, сер. физ., 1981, т.45, с.206.
65. Гранцев В.И., Дряпченко И.П., Корнилов В.А., Немец О.Ф., Пугач В.М. и др. — Изв. АН СССР, сер. физ., 1974, т.38, с.2148.
66. Ajzenberg-Selove F. — Nucl. Phys., 1984, vol.A413, p.1214.
67. Васильев Ю.А., Павленко Ю.Н., Пугач В.М. — Тезисы докл.39 Совещания по ядерной спектроскопии и структуре атомного ядра. Ташкент, 1989, с.335.
68. Бэрк Ф.Дж. — Потенциальное рассеяние в атомной физике. М.: Атомиздат, 1980.
69. Kharchenko V.F. et al. — J.Phys. B., 1985, vol.18, p.949.
70. Kharchenko V.F., Shadchin S.A. — Few Body Systems, 1989, vol.6, p.45.
71. Вильдермут К., Тан Я. — Единая теория ядра. М.: Мир, 1980.
72. Карманов Ф.И., Шаблов В.Л. — В сб.: Расчетные исследования ядерных и энергетических установок. Обнинск: Институт атомной энергетики, 1988, с.53—57.

73. Шаблов В.Л. — В сб.: Расчетные исследования ядерных и энергетических установок. Обнинск: Институт атомной энергетики, 1990, с.75—86.
74. Ашурев А.Р., Зубарев Д.А., Мухамеджанов А.М. и др. — Ядерная физика, 1991, т.53, вып.1, с.151—161.
75. Агена N., et al. — Phys. Rev. C, 1989, vol.40, p.55.
76. Карманов Ф.И., Комаров В.В. и др. — Изв. АН СССР, сер.физ., 1989, т.53, № 11, с.2215—2219.
77. Кучиев М.Ю., Шейнерман С.А. — ЖТФ, 1987, т.57, № 8, с.1476—1487.