УДК 539.165

# ВЫХОДЫ ФРАГМЕНТОВ ЯДРА $^{10}$B

*Ф. Г. Лепехин*

Петербургский институт ядерной физики РАН, Гатчина

Приведены относительные выходы фрагментов ядра $^{10}$B, рассчитанные по модели холодной фрагментации без каких-либо свободных параметров.

Without any free parameters, yields of boron projectile fragments have been received from calculations of a model of the cold fragmentation process.

## 1. ОБОСНОВАНИЕ МЕТОДА РАСЧЕТА

Экспериментальные данные, полученные при изучении процесса фрагментации релятивистских ядер и ядер мишеней, согласуются с представлением о том, что этот процесс является быстрым, холодным и уже при сравнительно небольших энергиях имеет место предельная фрагментация [1, 2]. Суть этого явления наиболее ясно может быть выражена в партонной картине фрагментации ядер [3]. В соответствии с ней как релятивистское ядро, так и ядро-мишень в своем основном состоянии, еще до какого-либо взаимодействия, представляют собой облако точечных, безмассовых, фермиевских частиц в вырожденном состоянии, занимающих некоторый фазовый объем $\Omega$. Это и есть партоны. Они непрерывно, самопроизвольно переходят из одного состояния в этом фазовом объеме в другое. Множество преобразований этих состояний образует динамическую систему (ДС), или однопараметрическую группу [4].

Эта ДС типа потока состояний обладает хорошо известными свойствами, которые и заложены в обоснование простого метода расчета вероятностей выхода фрагментов. Так, в ней можно ввести понятие потенциала, представляющего собой функцию состояния каждого из партонов в данный момент времени по отношению ко всем остальным партонам в это же время. При переходе из одного состояния системы (1) в другое ее состояние (2) разность потенциалов этих состояний $U_2 - U_1 = \Delta E_{1,2}$ есть «энергия» этого перехода. В ДС типа потока, инвариантных по отношению к сдвигу, всегда можно ввести нормированную инвариантную гиббсовскую меру множества состояний системы. Эта инвариантная нормированная мера по сути является вероятностью перехода из одного состояния в другое. Наша система партонов инвариантна по отношению к сдвигу во времени. Это закон сохранения энергии. А это значит, что для ДС партонов вероятность перехода из одного состояния в другое может быть записана как функция разности потенциалов этих состояний в виде распределения Гиббса

$$W = \frac{\exp(-\Delta E/T)}{\Xi}. \tag{1}$$

Кроме разности потенциалов $\Delta E$, конкретный вид которой еще будет обсуждаться, в распределение Гиббса входят еще две величины. Одна из них называется статистической суммой $\Xi$ и определяется как сумма всех $\exp(-\Delta E/T)$ по всем возможным состояниям системы. Для $n$ независимых частиц число этих комбинаций будет $n(n-1)/2$. В нашем случае [5] это есть число всех возможных комбинаций перехода ядра с зарядом $Z$ и массовым числом $A$ в систему из $k$ фрагментов при условии, что каждый из фрагментов с $Z_i$ и $A_i$ есть стабильный или радиоактивный изотоп. Каждое такое состояние из $k$ фрагментов будем называть каналом. Вероятность наблюдения канала есть вероятность перехода из основного состояния первичного ядра в состояние из этих $k$ фрагментов. Эту вероятность мы и будем вычислять.

Величина $T$ пропорциональна средней величине разностей потенциалов всех возможных состояний. Естественно назвать ее «температурой». Конечно, абсолютная температура вырожденного состояния равна нулю, но средняя кинетическая энергия нуклонов, отсчитываемая от дна потенциальной ямы, равна $3/2(P_{\mathrm{F}}^2/5m_N)$ и определяется граничным импульсом Ферми $P_{\mathrm{F}}$. А тогда температура, которую мы будем использовать, равна $T = P_{\mathrm{F}}^2/5m_N$.

Эта величина может быть получена в эксперименте или из распределения поперечных импульсов протонов, плотность вероятности которого есть распределение Рэлея,

$$f(P_\perp) = \frac{P_\perp}{\sigma_0^2}\exp(-P_\perp^2/2\sigma_0^2), \tag{2}$$

где $\sigma_0^2 = P_{\mathrm{F}}^2/5$, или из распределения проекций поперечных импульсов на произвольное направление в поперечной плоскости

$$f(P_{\perp Y}) = \frac{1}{\sigma_0\sqrt{2\pi}}\exp(-P_{\perp Y}^2/2\sigma_0^2). \tag{3}$$

Они будут распределены нормально с дисперсией $\sigma_0^2$.

Если в эксперименте наблюдается $N$ величин $x$, то эффективная и состоятельная оценка величины $s_0^2(x = P_\perp)$ метода максимума правдоподобия будет

$$s_0^2(P_\perp) = \frac{\sum\limits_{i=1}^{i=N} P_{\perp i}^2}{2N}. \tag{4}$$

А для нормально распределенных величин $x$ оценка дисперсии метода максимального правдоподобия будет

$$s_0^2(x) = \frac{\sum\limits_{i=1}^{i=N}(x_i - \langle x\rangle)^2}{N-1}. \tag{5}$$

Во всех фотоэмульсионных работах оценка $s_0(P_\perp)$ завышена на 10–20 % по чисто методическим причинам. Для фрагментов с $Z > 1$ имеем из [6]

$$\sigma_Z^2 = \sigma_0^2\frac{A_Z(A - A_Z)}{A-1}, \tag{6}$$

и, следовательно, экспериментально наблюдаемые величины

$$x = P_{\perp Y}\sqrt{\frac{A-1}{A_Z(A-A_Z)}}$$

для фрагментов с различными зарядами будут иметь нормальное распределение, истинная величина дисперсии которого есть $\sigma_0^2$. Экспериментальные оценки $s(P_{\perp Y})$ в пределах ошибок совпадают с измерением $\sigma_0$ при рассеянии электронов на ядрах [7].

Таким образом, из распределения проекций поперечных импульсов на произвольное направление в поперечной плоскости параметр $T$ нам известен.

Для некоторых легких изотопов величина граничного импульса Ферми не измерена. Тогда можно воспользоваться данными о величине радиуса ядра $R = r_0 A^{1/3}$. Величины $r_0$ и $\sigma_0$ связаны простым соотношением

$$\sigma_0 r_0 \simeq \hbar/2.$$

Если считать, что в одной ячейке фазового объема может находиться только 4 нуклона, то левая часть этого выражения равна $\simeq 134$ МэВ/с на ферми [8].

Перейдем теперь к определению величины $\Delta E$ в распределении Гиббса. Это есть работа, которую надо затратить, чтобы ядро из состояния $A$ нуклонов, из которых $Z$ заряжены, могло перейти в состояние из $k$ фрагментов со средней кинетической энергией $\langle T\rangle_i$ каждого фрагмента в СЦИ-системе. Средняя кинетическая энергия фрагмента с дисперсией проекции импульса на произвольное направление в СЦИ, равном $\sigma_{Zi}^2$, будет

$$\langle T\rangle_i = 3\sigma_{Zi}^2/2M_i,$$

где $M_i$ есть масса покоя фрагмента с массовым числом $A_i$ и зарядом $Z_i$.

Очевидно, что для того, чтобы фрагменты начали бы двигаться вне первичного ядра, их из него надо извлечь. А на это надо затратить энергию, равную разности суммы масс покоя всех фрагментов и массы покоя первичного ядра. Отсюда получаем, что для данного канала из $k$ фрагментов

$$\Delta E_k = \sum_{i=1}^{i=k}(M_i + \langle T\rangle_i) - M. \tag{7}$$

Так как точные значения масс всех изотопов известны, а все возможные каналы фрагментации легких ядер можно перебрать, то вычисление вероятностей каналов и вероятностей обнаружения определенных изотопов становится довольно простой задачей.

Итак, информация о радиусе ядра определяет константу рэлеевского распределения поперечных импульсов фрагментов и, следовательно, максвелловское распределение кинетических энергий фрагментов в системе покоя фрагментирующего ядра через «температуру» $T$, а будучи дополненной данными о массах покоя ядер, эта же информация позволяет рассчитать абсолютные и относительные выходы фрагментов. Нет необходимости введения каких-либо свободных параметров, как это часто делается при расчетах выходов фрагментов. Все основные закономерности процесса фрагментации релятивистских ядер и ядер мишеней становятся ясными. Теперь они могут быть использованы как инструмент исследования структуры ядра.

Прежде чем переходить к изложению результатов расчета вероятностей выхода фрагментов ядра $^{10}$B, укажем на те ожидаемые качественные особенности фрагментации любых ядер и при любых энергиях, которые прямо следуют из данной методики расчета выходов фрагментов. Ясно, что среднее число фрагментов не должно зависеть от энергии релятивистского ядра и массы ядра, с которым оно взаимодействует. При фрагментации мишени среднее число фрагментов и их энергетические спектры не должны зависеть от энергии первичной частицы и ее массы. Эти параметры в данной схеме фрагментации не используются.

Фрагментация является «холодной». Все определяется внутренними свойствами фрагментирующего ядра. Фрагменты существуют в ядре до взаимодействия в виде партонов, виртуально, и становятся реальными, наблюдаемыми частицами с теми импульсами, которые они в ядре имели до взаимодействия. Наиболее вероятными будут каналы с отрывом одного нейтрона или одного протона с образованием двух фрагментов с массовыми числами $A_1 = 1$ и $A_2 = A - 1$.

Вообще каналы с образованием двух фрагментов должны доминировать, а каналы с образованием 5–6 и более фрагментов всегда будут иметь очень малые вероятности. Для этих каналов становится слишком большим вклад суммы кинетических энергий фрагментов в величину $\Delta E$ в экспоненте распределения Гиббса. С другой стороны, те каналы, в которых сумма масс фрагментов окажется ближе к массе фрагментирующего ядра, должны иметь сравнительно большие вероятности наблюдения. Все эти соображения находятся в согласии с экспериментом. Если в эксперименте будут обнаружены отклонения от них, то вот они-то и будут представлять интерес.

## 2. ВЫХОДЫ ФРАГМЕНТОВ ЯДРА $^{10}$B

Изложенная методика может быть использована для расчета выходов фрагментов из любых легких ядер, где возможен прямой перебор всех каналов фрагментации. Для более тяжелых ядер этот метод еще не использовался, но если иметь в виду замечание о том, что наиболее вероятными каналами фрагментации будут каналы с малым числом легких фрагментов, то возможно, что и для них такие расчеты будут полезны.

Первое применение этого метода $[5, 9]$ позволило объяснить особенности азимутальных корреляций $\alpha$-частиц, наблюдавшиеся в экспериментах $[10, 11]$ в реакциях $^{16}\mathrm{O} \to 4\alpha$ и $^{12}\mathrm{C} \to 3\alpha$. Отношение вероятностей $W(^{16}\mathrm{O} \to {}^{12}\mathrm{C} + {}^{4}\mathrm{He})/W(^{16}\mathrm{O} \to 4\alpha)$ в эксперименте [12] равно $(3{,}2{\pm}0{,}6)$, в то время как в расчете эта величина равна 3,4. Экспериментальные отношения из работы [12] $W(^{7}\mathrm{Li})/W(^{5}\mathrm{Li}) = (1{,}14 \pm 0{,}14)$ и $W(^{6}\mathrm{Li})/W(^{5}\mathrm{Li}) = (1{,}43 \pm 0{,}13)$, а в расчете эти величины равны $1{,}09$ и $1{,}44$ соответственно. При фрагментации углерода в эксперименте [10] $W(2\alpha)/W(3\alpha) = (0{,}61 \pm 0{,}04)$, а в расчете получено 0,578.

Характерной особенностью фрагментации углерода и кислорода, обнаруженной в расчетах, является сравнительно большая доля изотопов гелия и лития с массовым числом 5 и $^{8}$Be в промежуточном состоянии. Конечно, распады этих префрагментов необходимо учитывать. Если $^{8}$Be имеет только один канал распада на две $\alpha$-частицы, то $^{5}$Li и $^{5}$He имеют по 5 возможных каналов распада.

В табл. 1 приведены вероятности наблюдения изотопов водорода и гелия при распаде $^{5}$Li и $^{5}$He. Эти величины и будут далее использоваться.

*Таблица* 1

| Ядро | $W(p),\%$ | $W(d),\%$ | $W(t),\%$ | $W(^3\text{He}),\%$ | $W(^4\text{He}),\%$ |
|---|---|---|---|---|---|
| $^5$He | 13,1 | 42,5 | 20,6 | 8,3 | 1,48 |
| $^5$Li | 45,0 | 29,3 | 3,8 | 14,2 | 7,7 |

*Таблица* 2

| $i$ | $\Delta M_i$, МэВ | $\Delta E_i$, МэВ | $W$, % | $^{10}\text{B} \rightarrow$ |
|---|---|---|---|---|
| 1 | 6,586 | 20,103 | 50,0690 | $P + {}^9\text{Be}$ |
| 2 | 8,435 | 21,935 | 39,9352 | $N + {}^9\text{B}$ |
| 3 | 8,250 | 35,270 | 7,7069 | $N + P + {}^8\text{Be}$ |
| 4 | 23,474 | 50,504 | 1,1766 | $2P + {}^8\text{Li}$ |
| 5 | 27,013 | 54,009 | 0,7634 | $2N + {}^8\text{B}$ |
| 6 | 25,506 | 66,037 | 0,1731 | $N + 2P + {}^7\text{Li}$ |
| 7 | 27,150 | 67,664 | 0,1416 | $2N + P + {}^7\text{Be}$ |
| 8 | 32,758 | 86,786 | 0,0134 | $2N + 2P + {}^6\text{Li}$ |
| 9 | 35,484 | 89,526 | 0,0095 | $N + 3P + {}^6\text{He}$ |
| 10 | 37,827 | 91,836 | 0,0072 | $3N + P + {}^6\text{Be}$ |
| 11 | 37,349 | 104,894 | 0,0014 | $2N + 3P + {}^5\text{He}$ |
| 12 | 38,421 | 105,949 | 0,0013 | $3N + 3P + {}^5\text{Li}$ |
| 13 | 53,629 | 107,691 | 0,0010 | $5D$ |
| 14 | 36,455 | 117,514 | 0,0003 | $3N + 3P + {}^4\text{He}$ |

В табл. 2 приведены вероятности наблюдения каналов фрагментации ядра $^{10}$B. Как и ожидалось, каналы $^{10}\text{B} \rightarrow p + {}^9\text{Be}$ и $^{10}\text{B} \rightarrow n + {}^9\text{B}$ имеют вероятности 50 % и 40 % соответственно, а канал $^{10}\text{B} \rightarrow 5\ {}^2\text{H}$ наблюдается с вероятностью 0,001 %.

Полученная и ожидавшаяся малая вероятность каналов с большим числом фрагментов качественно согласуется с оценкой их относительных вероятностей, которые можно получить из отношения нерелятивистских фазовых объемов $k$ частичного состояния [13]. Фазовый объем $k$ частиц имеет вид

$$P_k = \frac{(2\pi^3)^{(k-1)/2}}{2\Gamma\{3(k-1)/2\}} \frac{(\prod M_i)^{1/2}}{(\sum M_i)^{3/2}} (\sum T_i)^{(3k-5)/2}. \tag{8}$$

Отношение $\eta = W(^{10}\text{B} \rightarrow 5\ {}^2\text{H})/W(^{10}\text{B} \rightarrow 2p + {}^8\text{Li})$ по этой формуле оказывается порядка $4 \cdot 10^{-4}$, что не очень отличается от этой величины из данных табл. 2. Решающим обстоятельством, обеспечивающим малую величину отношения $\eta$ является малость величины $(\sum T_i)^5/(\sum T_i)^2$. В эксперименте потеря первичным ионом одного протона или нейтрона может остаться незамеченной, а вероятность этого 90 %. С другой стороны, вероятность канала $^8\text{Be} \rightarrow 2\alpha$ из $^9$Be в 12 раз больше, чем из ядра $^9$B. Это скажется в конце концов на вероятности наблюдения $\alpha$-частиц из $^{10}$B.

В табл. 3 и 4 приведены вероятности каналов фрагментации $^9$B и $^9$Be. Теперь ожидаемая вероятность наблюдения, например, протона будет получена сперва прямо суммированием по всем каналам, содержащим протон из реакции $^{10}\text{B} \rightarrow p + \text{all}$, а затем

*Таблица* 3

| $i$ | $\Delta M_i$, МэВ | $\Delta E_i$, МэВ | $W$,% | $^9$B $\rightarrow$ |
|---|---|---|---|---|
| 1 | 0,185 | 11,478 | 91,2597 | $P+{}^9$Be |
| 2 | 18,578 | 30,224 | 6,0463 | $N+{}^8$B |
| 3 | 17,071 | 40,393 | 1,3868 | $2P+{}^7$Li |
| 4 | 18,715 | 42,023 | 1,0953 | $N+P+{}^7$Be |
| 5 | 24,323 | 59,290 | 0,0899 | $N+2P+{}^6$Li |
| 6 | 27,049 | 62,029 | 0,0605 | $3P+{}^6$He |
| 7 | 29,392 | 64,343 | 0,0432 | $2N+P+{}^6$Be |
| 8 | 28,913 | 75,542 | 0,0085 | $N+3P+{}^5$He |
| 9 | 29,985 | 76,601 | 0,0073 | $2N+2P+{}^5$Li |
| 10 | 28,020 | 86,308 | 0,0018 | $2N+3P+{}^4$He |
| 11 | 47,419 | 94,053 | 0,0006 | $P+4D$ |

*Таблица* 4

| $i$ | $\Delta M_i$, МэВ | $\Delta E_i$, МэВ | $W$,% | $^9$Be $\rightarrow$ |
|---|---|---|---|---|
| 1 | 1,664 | 10,869 | 92,9545 | $N+{}^8$Be |
| 2 | 16,888 | 26,101 | 5,7014 | $P+{}^8$Li |
| 3 | 18,921 | 37,336 | 0,7274 | $N+P+{}^7$Li |
| 4 | 20,564 | 38,969 | 0,5393 | $2N+{}^7$Be |
| 5 | 26,172 | 53,789 | 0,0357 | $2N+P+{}^6$Li |
| 6 | 28,899 | 56,525 | 0,0216 | $N+2P+{}^6$He |
| 7 | 31,241 | 58,846 | 0,0141 | $3N+{}^6$Be |
| 8 | 30,763 | 67,595 | 0,0028 | $2N+2P+{}^5$He |
| 9 | 31,836 | 68,656 | 0,0023 | $3N+P+{}^5$Li |
| 10 | 29,870 | 75,912 | 0,0006 | $3N+2P+{}^4$He |

*Таблица* 5

| Ядро | $P$ | $D$ | $T$ | $^3$He | $^4$He | $^5$He | $^5$Li |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $W$, % $\rightarrow$ | 28,7 | 5,4 | 5,0 | 5,0 | 21,0 | 0,0008 | 0,0007 |
| Ядро | $^6$He | $^6$Li | $^6$Be | $^7$Li | $^7$Be | $^8$Li | $^8$Be |
| $W$, % $\rightarrow$ | 0,0056 | 0,0084 | 0,004 | 0,134 | 0,105 | 0,4 | 10,5 |

надо учесть вероятность наблюдения $^5$He и $^5$Li в каналах фрагментации $^{10}$B и вероятность наблюдения протона в них. Протоны могут быть прямыми и каскадными. В табл. 5 приведены вероятности наблюдения заряженных частиц при фрагментации $^{10}$B через все промежуточные состояния. В таблице не приводится вероятность наблюдения нейтронов. Из этой таблицы можно получить и относительные вероятности частиц (или групп частиц). Так, отношение $W(p)\colon W({}^3\mathrm{He}+{}^4\mathrm{He}) = 0{,}287 : 0{,}215$, а $W({}^8\mathrm{B}) = 0{,}105$.

Наличие пучка ионов в ЛВЭ ОИЯИ позволяет надеяться на сравнение этих расчетов с экспериментом.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ


1. *Лепехин Ф. Г.* Основные закономерности в распределениях поперечных импульсов фрагментов релятивистских ядер // Основные результаты научных исследований ЛИЯФ (1990–1991). СПб., 1992. С. 80–81.

2. *Лепехин Ф. Г., Симонов Б. Б.* Фрагментация релятивистских ядер в ядерных фотоэмульсиях. Препринт ПИЯФ 1885. Гатчина, 1993. С. 33.

3. *Лепехин Ф. Г.* Партонная картина фрагментации релятивистских ядер // Физика атомного ядра и элементарных частиц: Материалы 31-й Зимней шк. ПИЯФ. СПб., 1997. С. 315–348.

4. *Синай Я. Г.* Динамические системы-2 // Современные проблемы математики. Фундаментальные направления-2. ВИНИТИ. М., 1985. С. 115.

5. *Лепехин Ф. Г.* Струи фрагментов релятивистских ядер в ядерных фотоэмульсиях // Физика атомного ядра и элементарных частиц: Материалы 34-й Зимней шк. ПИЯФ. СПб., 2000. С. 474–497.

6. *Goldhaber A. S.* Statistical Model of Fragmentation Processes // Phys. Lett. B. 1974. V. 53. P. 306.

7. *Monitz E. J. et al.* Nuclear Fermi Momenta from Quasielastic Electron Scattering // Phys. Rev. Lett. 1971. V. 26. P. 445.

8. *Lepekhin F. G., Seliverstov D. M., Simonov B. B.* Yields and transverse momenta of the $^{6}$Li fragments in the emulsion at 4.5 GeV/c per nucleon // Eur. Phys. J. A. 1998. V. 1. P. 137.

9. *Lepekhin F. G., Levitskaya O. V., Simonov B. B.* About the Correlations of the Fragment Transverse Momenta at Multifragmentation of Relativistic Nuclei. Preprint PNPI 2313. Gatchina, 1999. P. 19.

10. *Белага В. В. и др.* Фрагментация ядра углерода на три альфа-частицы в пропановой пузырьковой камере при импульсе 4,2 ГэВ/с на нуклон // ЯФ. 1996. Т. 59. С. 869.

11. *Аветян Ф. А. и др.* Когерентная диссоциация $^{16}\mathrm{O} \to 4\alpha$ в фотоэмульсии при импульсе 4,5 ГэВ на нуклон // Там же. С. 110.

12. *Глаголев В. В. и др.* К вопросу о фрагментации релятивистских ядер кислорода во взаимодействиях с протонами // ЯФ. 2000. Т. 63. С. 575.

13. *Бьюклинг Е., Каянти К.* Кинематика элементарных частиц. М., 1975. С. 338.


Получено 10 июля 2002 г.