

УДК 539.12

О НЕКОТОРЫХ ОБРАТНЫХ ЗАДАЧАХ ЯДЕРНОЙ ФИЗИКИ

Б. З. Белашев^a, М. К. Сулейманов^b

^aИнститут геологии Карельского научного центра РАН, Петрозаводск

^bОбъединенный институт ядерных исследований, Дубна

Рассмотрены некоторые обратные задачи физики высоких энергий и ЯМР-спектроскопии. Для их решения применены методы интегрального преобразования Фурье и максимума энтропии. Интегральные образы экспериментальных распределений информативны при определении пространственно-временных характеристик области генерации частиц и анализе размытых спектров. Работоспособность методов проверена путем сравнения их результатов с данными, полученными независимым образом.

Some inverse problems of high energy physics and NMR spectroscopy are observed. The methods of the Fourier transformation and the maximum entropy technique have been applied for their solutions. The integral images of the experimental distributions are informative for determination of the space-time characteristics of the particles generation domain and for the analysis of blurring spectra. These methods have been tested in comparision with the results which have been obtained independently.

Обратная задача возникает там, где искомая информация не может быть получена при помощи прямых измерений. Большинство обратных задач ядерной физики связано с интерпретацией данных экспериментов по рассеянию частиц высоких энергий на мишнях. По картине рассеяния определяют структуру сталкивающихся частиц, потенциал взаимодействия, динамику происходящих при столкновении процессов. В некоторых случаях ядро или частицу рассматривают как зонд с известным магнитным моментом, длиной волны, системой энергетических уровней, а по его взаимодействию с веществом и полем судят о концентрации вещества, особенностях среды или конфигурации поля. Такие обратные задачи типичны для ЯМР- и ЯГР (мессбауэровской)-спектроскопии, нейтронной дифрактометрии, активационного анализа, эмиссионной томографии и других приложений ядерной физики.

В статье рассмотрены некоторые обратные проблемы экспериментов физики высоких энергий [1–7]. Для их решения использованы фильтрационные методы, позволяющие путем фурье-преобразования экспериментальных данных получить результат без сколь-нибудь существенного использования априорных ограничений [3–9]. Это свойство оказывается особенно важным при выборе моделей процессов в случаях, когда экспериментальные распределения совместимы с несколькими моделями, а применение аппроксимационных методов оказывается неэффективным.

При решении обратной задачи возникает вопрос о достоверности полученных результатов. Ответ на этот вопрос может быть дан путем сравнения результатов, полученных независимыми способами. Такое сравнение проведено на примере размытых спектров,

разрешение которых повышенено применением аппаратурных средств и апостериорно при помощи метода максимума энтропии (ММЭ) [8, 9].

Цель работы состоит в том, чтобы продемонстрировать применимость однотипных математических и алгоритмических подходов на основе интегральных преобразований к решению некоторых обратных задач ядерной физики.

ПРОСТРАНСТВЕННО-ВРЕМЕННЫЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ ПРОЦЕССА МНОЖЕСТВЕННОГО РОЖДЕНИЯ ЧАСТИЦ

В подходе Подгорецкого–Копылова пространственно-временные характеристики процесса множественного рождения частиц можно получить, изучая корреляции тождественных частиц с близкими 4-импульсами [1]. Вероятность $W(q_0, \mathbf{q})$ обнаружения двух тождественных частиц с 4-импульсами $P_1 = \{\epsilon_1, \mathbf{p}_1\}$ и $P_2 = \{\epsilon_2, \mathbf{p}_2\}$, испущенных двумя неподвижными точечными источниками с координатами $\{t_1, \mathbf{r}_1\}$ и $\{t_2, \mathbf{r}_2\}$, выражают формулой

$$W(q_0, \mathbf{q}) = 1 + \frac{\cos[\mathbf{q}(\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2) - q_0(t_1 - t_2)]}{1 + (q_0\tau)^2}, \quad (1)$$

где $\mathbf{q} = \mathbf{p}_1 - \mathbf{p}_2$, $q_0 = \epsilon_1 - \epsilon_2$, τ — время жизни источников. Для тождественных частиц одинаковой энергии $q_0 = 0$ зависимость определена пространственной переменной $\mathbf{R} = \mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2$:

$$W(\mathbf{q}) = 1 + \cos(\mathbf{q}\mathbf{R}). \quad (2)$$

Пусть $f(\mathbf{R})$ — нормированное пространственное распределение источников частиц по переменной \mathbf{R} . Тогда формула (2) для вероятности $W(\mathbf{q})$ имеет вид

$$W(\mathbf{q}) = 1 + \int f(\mathbf{R}) \cos(\mathbf{q}\mathbf{R}) d\mathbf{R}. \quad (3)$$

При этом в силу нумерации тождественных частиц двумя равноправными способами $f(\mathbf{R}) = f(-\mathbf{R})$ функция $W(\mathbf{q})$ не зависит от знака \mathbf{R} , а интегральное слагаемое в (3) является фурье-образом $F(\mathbf{q})$ функции $f(\mathbf{R})$

$$W(\mathbf{q}) = 1 + F(\mathbf{q}). \quad (4)$$

По экспериментальной зависимости $W(\mathbf{q})$ находим фурье-образ

$$F(\mathbf{q}) = W(\mathbf{q}) - 1, \quad (5)$$

а по нему путем обратного преобразования Фурье определяем функцию распределения $f(\mathbf{R})$.

В столкновениях тождественных частиц при условии независимости источников частиц из экспериментальных данных можно получить информацию непосредственно о плотности распределения источников в области генерации $\rho(\mathbf{r})$ [3]. Фурье-образ $G(\mathbf{q})$ функции $\rho(\mathbf{r})$ вычисляют по формуле

$$G(\mathbf{q}) = \sqrt{W(\mathbf{q}) - 1}. \quad (6)$$

Полученную обратным преобразованием Фурье трехмерную функцию $\rho(\mathbf{r})$ удобно представить в виде сечений области генерации системой параллельных плоскостей или проекцией области генерации на плоскость, перпендикулярную заданному направлению. Условие $\rho(\mathbf{r}) \geq 0$ ограничивает экспериментальные распределения определенным классом функций. Это ограничение автоматически снимается, если реконструкцию распределения источников вести по его фурье-образу с применением ММЭ [8].

Отбор тождественных частиц с $\mathbf{q} = 0$ для определения функции распределения источников по переменной $t = t_1 - t_2$ невозможен, так как приводит к значению $q_0 = 0$, что следует из условия, связывающего массы, энергии и импульсы тождественных частиц.

При рассмотрении общего случая мы не будем накладывать ограничений на величину q_0 . Введем нормированную функцию распределения $f_1(\mathbf{R}, t, \tau)$ и преобразуем формулу (1) с учетом известного тригонометрического тождества косинуса разности

$$W(q_0, \mathbf{q}) = 1 + \int f_1(\mathbf{R}, t, \tau) \frac{\cos(\mathbf{q}\mathbf{R}) \cos(q_0 t) d\mathbf{R} dt d\tau}{1 + (q_0 \tau)^2} + \\ + \int f_1(\mathbf{R}, t, \tau) \frac{\sin(\mathbf{q}\mathbf{R}) \sin(q_0 t) d\mathbf{R} dt d\tau}{1 + (q_0 \tau)^2}. \quad (7)$$

Последнее интегральное слагаемое в формуле (7) равно нулю вследствие равноправности нумерации частицы в паре, четности функции $f_1(\mathbf{R}, t, \tau)$ и нечетности синуса по переменным \mathbf{R} и t .

В предположении о независимости пространственного, временного и релаксационного распределений, описываемых соответственно нормированными функциями $f(\mathbf{R})$, $\chi(t)$ и $\varphi(\tau)$, выраженной условием $f_1(\mathbf{R}, t, \tau) = f(\mathbf{R})\chi(t)\varphi(\tau)$, формулу (7) перепишем в виде

$$W(q_0, \mathbf{q}) = 1 + \int f(\mathbf{R}) \cos(\mathbf{q}\mathbf{R}) d\mathbf{R} \int \chi(t) \cos(q_0 t) dt \int \frac{\varphi(\tau) d\tau}{1 + (q_0 \tau)^2}. \quad (8)$$

Первые два интегральных сомножителя выражения (8) представляют фурье-образы $F(\mathbf{q})$, $X(q_0)$ пространственного и временного распределений, а третий — фурье-образ $C(q_0)$ функции, размывающей временное распределение источников

$$W(q_0, \mathbf{q}) = 1 + F(\mathbf{q})X(q_0)C(q_0). \quad (9)$$

Произведение $C(q_0)X(q_0)$ находим по наблюдаемым зависимостям $W(q_0, \mathbf{q})$, $W(0, \mathbf{q})$

$$C(q_0)X(q_0) = \frac{W(q_0, \mathbf{q}) - 1}{F(\mathbf{q})} = \frac{W(q_0, \mathbf{q}) - 1}{W(0, \mathbf{q}) - 1}. \quad (10)$$

Функция $C(q_0)$ в эксперименте неизвестна. Выделить фурье-образ $X(q_0)$ из произведения $C(q_0)X(q_0)$ и найти функцию $\chi(t)$ его обратным преобразованием Фурье можно, вводя априорную информацию о распределении источников частиц по времени жизни. Например, равномерное распределение источников $\varphi(\tau) = 1/a$ по времени жизни в интервале $[0; a]$ приводит к функции

$$C(q_0) = \frac{1}{a} \int_0^a \frac{d\tau}{1 + (q_0 \tau)^2} = \frac{\operatorname{arctg}(q_0 a)}{(q_0 a)} \quad (11)$$

и позволяет восстановить распределение $\chi(t)$. Результат зависит от вида функции $\varphi(\tau)$.

Структуру распределения $\chi(t)$ также можно получить с помощью метода удвоения и контролируемого смещения пиков или путем фурье-гильберт-фильтрации, позволяющих разделить пики без использования априорных сведений о функции $\varphi(\tau)$ [9]. При этом профили разделенных пиков распределения $\chi(t)$ содержат информацию о функции $\varphi(\tau)$.

Интегральные образы пространственно-временного распределения источников частиц могут быть непосредственно выявлены при специальном представлении данных. В ряде случаев полезными оказываются искусственный переход от экспериментальных распределений к их интегральным образам и нелинейные операции с ними. Существует целый класс таких операций, позволяющих при обратном переходе получить более информативные оценки данных по сравнению с исходными распределениями [9].

ПОИСК БАРИОННЫХ РЕЗОНАНСОВ В СПЕКТРАХ ЭФФЕКТИВНЫХ МАСС

Предметом исследования являются двухчастичные корреляции продуктов реакции множественного рождения при высоких энергиях, проявляющиеся в распределениях пар вторичных частиц по эффективной массе $M_{\text{эфф}}$ и несущие информацию об образующихся в процессе генерации частиц компаунд-системах или резонансах.

Для исследования динамики процесса столкновения интерес представляют Δ -изобары — барионные резонансы, образующие связанную короткоживущую систему из нуклона и π -мезона. Интерес обусловлен тем, что рождение таких резонансов на ядрах в столкновении адронов с ядрами при низких энергиях может являться основным каналом упругого рассеяния. Изобары могут нести информацию о взаимодействии с другими фрагментами ядра и предоставляют возможность экспериментально изучать цветные степени свободы.

Целью исследования спектров эффективных масс $(\pi^\pm p)$ пар в $\pi^- p$ - и $\pi^- {}^{12}\text{C}$ -взаимодействиях при $P_{\pi^-} = 40$ ГэВ/с было определение структуры спектров и установление связи между рождением барионных резонансов и частным случаем множественной генерации адронов — кумулятивным рождением частиц в $\pi^- {}^{12}\text{C}$ -взаимодействиях [5].

Спектры эффективных масс $(\pi^\pm p)$ пар были построены на основе неупругих 11688 $\pi^- p$ - и 8642 $\pi^- {}^{12}\text{C}$ -взаимодействий, полученных при анализе стереофотоснимков с двухметровой пропановой камеры ЛВЭ ОИЯИ, облученной пучком π^- -мезонов серпуховского ускорителя [2]. Эффективную массу $(\pi^\pm p)$ пар рассчитывали по формуле

$$M_{\text{эфф}} = \sqrt{m_p^2 + m_\pi^2 + 2(E_p E_\pi - p_p p_\pi \cos \theta)} \quad (12)$$

с использованием масс протона и π -мезона — m_p и m_π , их полных энергий — E_p и E_π , абсолютных значений импульсов — p_p и p_π и угла между импульсами — θ в л. с. Импульс отобранных протонов составлял от 140 до 700 МэВ/с.

Для установления связи между процессами рождения Δ -изобар и кумулятивного испускания π -мезонов в $\pi^- {}^{12}\text{C}$ -взаимодействиях были использованы две схемы отбора вторичных π -мезонов в событии. В первой схеме учитывали все π -мезоны события, во второй схеме исключали π -мезон с максимальным значением порядка кумулятивности n_c в со-

бытии. Порядок кумулятивности определяли в соответствии с формулой $n_c = \frac{E - p_{\parallel}}{m_N}$ через полную энергию E , продольный импульс p_{\parallel} π -мезона и массу нуклона m_N .

Анализ структуры спектров эффективных масс $(\pi^{\pm}p)$ вели с помощью двух методов обработки на основе преобразования Фурье. В первом методе выявляли периодичности в зависимости модуля фурье-образа симметризованного спектра от угловой частоты, по которым определяли положения компонент, сопоставляемые массам резонансов [4]. Результаты применения метода показаны на рис. 1. Положения выделенных особенностей спектров указаны стрелками, ошибки положений — отрезками над стрелками, значение массы близкого к заданному положению пион-нуклонного резонанса — числом.

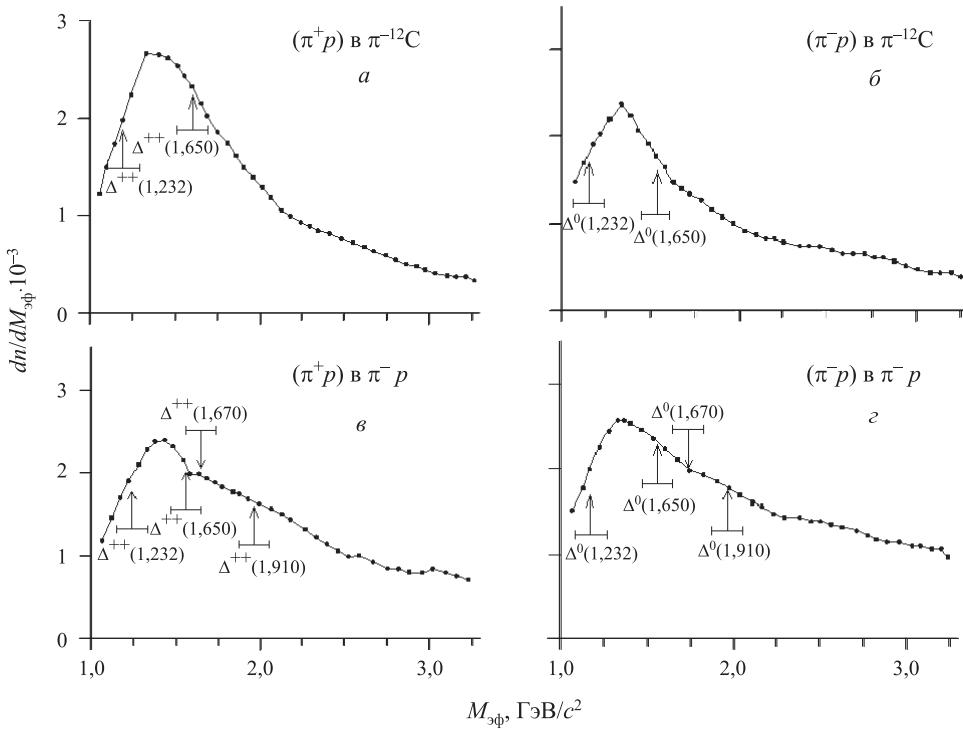


Рис. 1. Результаты применения модифицированного фурье-алгоритма к спектрам эффективных масс $(\pi^{\pm}p)$ пар в π^-p - (в, г) и в $\pi^{-12}\text{C}$ -взаимодействиях (а, б) при $P_{\pi^-} = 40$ ГэВ/с

Во втором методе была использована идея контролируемого регулирования ширин компонент спектра эффективных масс [6, 9]. Уменьшения ширин компонент в оценке спектра достигали умножением фурье-образа спектра на экспоненциальную функцию. При обратном преобразовании Фурье такого образа полученная оценка имела более высокую контрастность по сравнению с первоначальным спектром и содержала особенности, которые по величине эффективной массы могли быть сопоставлены барионным резонансам [5].

Результаты этого метода представлены на рис. 2, на котором приведены экспериментальные распределения $\frac{dN(M_{\phi})}{dM_{\phi}}$ и полученные оценки $f(M_{\phi})$, соответствующие $\pi^{\pm}p$ -парам первой схемы отбора π -мезонов события (а, б) и $\pi^{\pm}p$ -парам второй схемы отбора (в, г). Главный пик выявленных мультиплетных структур соответствует массе $1,232 \text{ ГэВ}/c^2$, дополнительный пик — массе $1,650 \text{ ГэВ}/c^2$. Исключение кумулятивных π -мезонов приводило к равномерному понижению оценки спектра эффективных масс примерно на 30 % без изменения формы.

Полученные особенности в спектрах эффективных масс $\pi^{\pm}p$ -пар сопоставлены $\Delta^{+o+}(1,232)$ -, $\Delta^{+o+}(1,650)$ -, $\Delta^{+o+}(1,670)$ -, $\Delta^{+o+}(1,910)$ -изобарам в π^-p - и $\Delta^{+o+}(1,232)$, $\Delta^{+o+}(1,650)$ в $\pi^{-12}\text{C}$ -взаимодействиях. Анализ средней множественности π^+ - и π^- -мезонов в $\pi^{-12}\text{C}$ -взаимодействиях при $P_{\pi^-} = 40 \text{ ГэВ}/c$ с учетом фона показал, что исключение любого π -мезона в событии приводит к уменьшению $\frac{dN(M_{\phi})}{dM_{\phi}}$ примерно на 30 %. Этот результат проинтерпретирован, как указание на независимость процессов появления кумулятивных π -мезонов и рождения барионных резонансов.

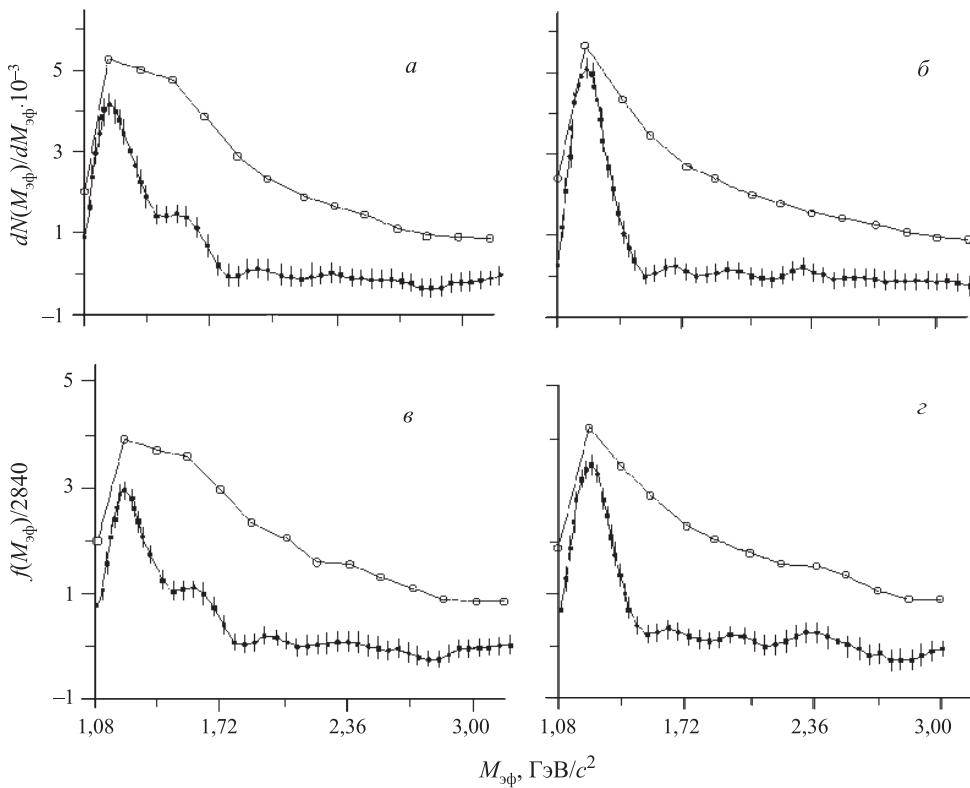


Рис. 2. Спектры эффективных масс (π^+p) (а) и (π^-p) пар (б) $\frac{dN(M_{\phi})}{dM_{\phi}}$ (○), их оценки $\hat{f}(M_{\phi})$ (●) для двух схем отбора π -мезонов

СТРУКТУРА РАСПРЕДЕЛЕНИЙ ЧАСТИЦ ПО БЫСТРОТЕ

Согласно современным представлениям о взаимодействии адронов высоких энергий с нуклонами и ядрами основная доля вторичных частиц возникает в процессе адронизации быстрого кварк-парттона в струю частиц [10]. Проявляющуюся в близкодействующих корреляциях продуктов взаимодействия струйную адронизацию удобно изучать в распределениях продуктов реакции по быстроте $y = \frac{1}{2} \ln \left(\frac{E + p_{\parallel}}{E - p_{\parallel}} \right)$ (E и p_{\parallel} — соответственно энергия и продольный импульс второй частицы), наблюдая группировку частиц относительно нескольких характерных быстрых.

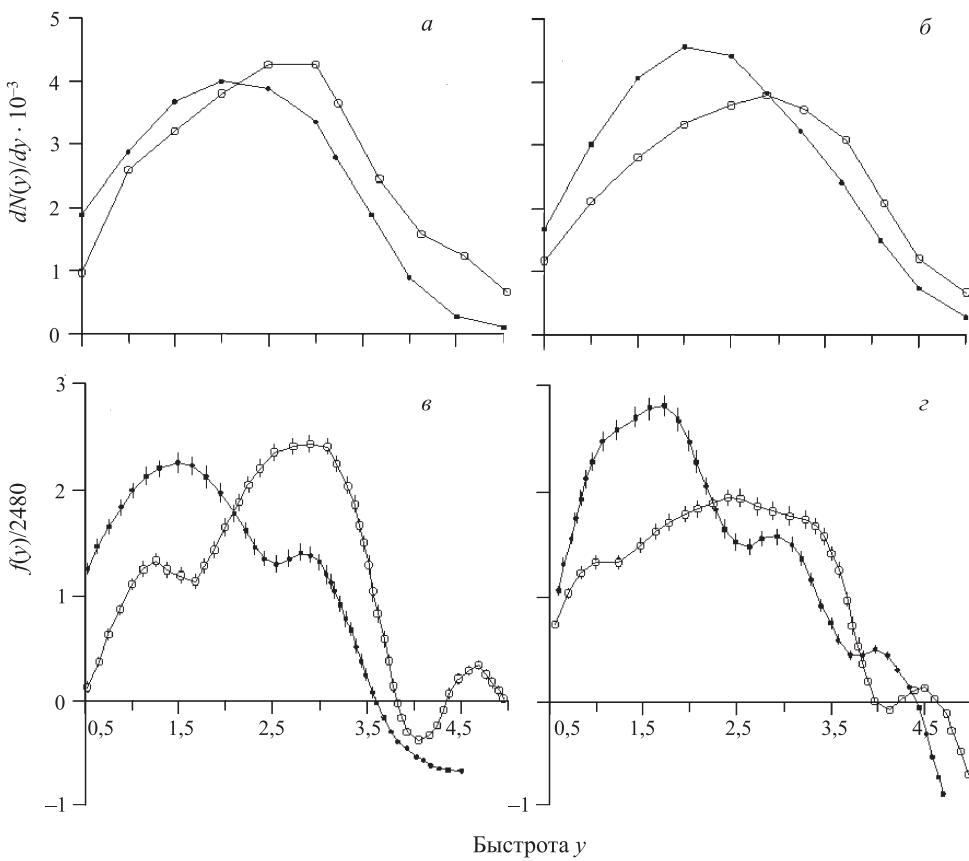


Рис. 3. Распределение π -мезонов (π^+ (●), π^- (○)) по быстроте в $\pi^- p$ - (a) и в π^- - ^{12}C -взаимодействиях (b) и их оценки соответственно (c) и (d), полученные при помощи фурье-алгоритма регулирования ширины спектральных линий

Типичным является случай, когда распределения по быстроте представляют гладкие кривые без видимых характерных особенностей, что затрудняет выделение струй. Для

выявления характерных быстрот пропцесса множественного рождения π^\pm -мезонов в реакциях π^-p и $\pi^{-12}\text{C}$ при $P_{\pi^-} = 40 \text{ ГэВ}/c$ [7] был применен ранее использованный метод уменьшения ширин компонент распределений [6, 9].

Исходные данные и результаты применения метода приведены на рис. 3. Распределения по быстроте π^\pm -мезонов в этих реакциях (*a*, *b*) сильно размыты, а их контрастные оценки (*c*, *d*) демонстрируют сложную структуру. В π^-p -взаимодействии оценка распределения по быстроте π^+ -мезонов является дублетом с модами $\approx 1,4$ и $2,8$, для π^- -мезонов — триплетом с модами $\approx 1,2; 2,8; 4,7$. В $\pi^{-12}\text{C}$ -взаимодействиях оценка распределения по быстроте для π^+ -мезонов содержит три пика с быстротами $\approx 1,4; 2,8; 3,3$, а для π^- -мезонов — три пика с быстротами $\approx 0,9; 2,5; 4,4$, причем второй пик оказывается сильно размытым в интервале быстрот $1,8-3,2$.

Полученные результаты позволяют сопоставить характерные быстроты вторичных π -мезонов в диапазонах $1,0-1,6; 1,8-3,2; 4,0-4,4$ областям фрагментации мишени, налетающей частицы и сохранению налетающего π -мезона. Число и значения характерных быстрот пропцесса зависят от массы мишени и зарядов вторичных π -мезонов.

ЯМР-СПЕКТРЫ ТВЕРДЫХ ТЕЛ

Явление магнитного резонанса характерно для ядер со спином, отличным от нуля, помещенных в магнитное поле, и проявляется в прецессии магнитных моментов. Несущие химическую, биофизическую и медицинскую информацию, ЯМР-спектры регистрируют при взаимодействии магнитных моментов ядер с электромагнитным излучением, содержащим частотные компоненты вблизи частоты Лармора, или в результате быстрых изменений ориентации внешнего магнитного поля под действием специальных последовательностей радиочастотных импульсов, инициирующих переходные процессы в системе ядерных спинов [11]. Применение таких последовательностей позволило эффективно усреднить спин-спиновое взаимодействие ядер в твердых телах и получить их ЯМР-спектры, не уступающие по разрешению ЯМР-спектрам жидкостей.

Возможность зарегистрировать ЯМР-спектр поликристаллического образца с различным разрешением позволяет, применяя к спектру низкого разрешения ММЭ-способ введение пробных функций размытия [9], сравнить полученную оценку со спектром высокого разрешения. В данной задаче работоспособность ММЭ-способа проверена на примере размытого ЯМР-спектра органического соединения адамантана, имеющего постоянный уровень фона.

На рис. 4 показан ЯМР-спектр ^{13}C адамантана (*a*), зарегистрированный методом вынужденной прецессии (кривая 1) и с помощью последовательности импульсов (кривая 2) [11], а также ММЭ-оценка (кривая 3) и ее штрихиаграмма (кривая 4) (*b*), полученные при обработке размытого спектра (кривая 1).

Произвольное положение по оси ординат, отсутствие информации о постоянной составляющей фона обычно затрудняют обработку и интерпретацию такого спектра. Действительно, штрихиаграмма ММЭ-оценки спектра содержит целую серию пиков, большинство из которых имеет фоновое происхождение. Характерным, однако, является наличие в ММЭ-оценке двух интенсивных пиков, отражающих истинную структуру зарегистрированного ЯМР-спектра высокого разрешения.

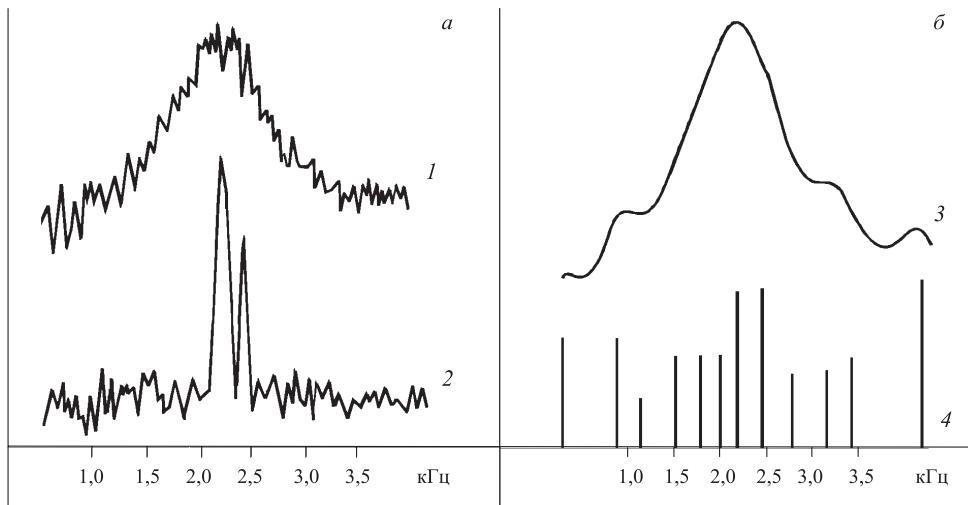


Рис. 4. а) ЯМР-спектр ¹³С адамантана, зарегистрированный методом вынужденной прецессии (1) и с помощью $\pi/2$ - π -последовательности РЧ-импульсов (2); б) ММЭ-оценка кривой 1 (3) и ее штрихдиаграмма (4)

Пример указывает на необходимость точного учета фона размытого спектра для получения правильных выводов о его структуре, но также демонстрирует возможность определения положения наиболее интенсивных компонент размытого спектра даже при отсутствии информации о постоянной составляющей фона.

ВЫВОДЫ

1. На основе интерференционного подхода описан метод реконструкции пространственно-временных характеристик области генерации частиц в столкновениях частиц высоких энергий по наблюдаемым распределениям пар вторичных тождественных частиц по разности их импульсов q и энергий q_0 . Решение обратной задачи проведено в рамках статической модели источников частиц. В этой модели связь экспериментальных данных с интегральными образами пространственно-временных распределений источников частиц выражена наиболее просто. В более реалистичных моделях процесса множественного рождения частиц [12] эта связь осложнена движением источников и зависимостью координат q_0 и q_{\parallel} . Статистическая обеспеченность современных экспериментов физики высоких энергий способствует применению метода.

2. При поиске барионных резонансов и характерных быстрот в реакциях $\pi^- p$ - и $\pi^- {}^{12}\text{C}$ -взаимодействий при $P_{\pi^-} = 40 \text{ ГэВ/с}$ применение методов фурье-анализа размытых спектров позволило установить особенности структуры экспериментальных распределений и сопоставить их известным Δ -изобарам и областям фрагментации продуктов реакции в пространстве быстрот. Результаты, полученные при анализе спектров эффективных масс $\pi^\pm p$ -пар с использованием различных схем отбора π -мезонов в событиях, указывают на независимость процессов образования Δ -изобар и испускания кумулятивных

π -мезонов. Данный подход может быть использован при поиске разнообразных резонансов, мульти кварковых систем, экзотических мезонов и чисто глюонных состояний [13].

3. В обратных задачах прикладной ядерной физики, относящихся к области нейтронной дифрактометрии и ЯМР, методы анализа размытых спектров на основе ММЭ привели к результатам, сравнимым с результатами аппаратурных методов высокого разрешения. Высокая информативность ММЭ-методов подтверждена при обработке простых и сложных спектров в условиях, когда информация о постоянной составляющей фона спектра отсутствует.

Авторы выражают благодарность В. Л. Любомишу и С. С. Шиманскому за полезное обсуждение.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Копылов Г. И., Подгорецкий М. И. Функции взаимной когерентности и множественное рождение // ЯФ. 1974. Т. 19. С. 434–446.
2. Аношин А. И., Любимов В. Б., Сулейманов М. К. Изучение $\pi^{-12}\text{C}$ -взаимодействий при $P_{\pi^-} = 40 \text{ ГэВ/с}$, сопровождающихся испусканием кумулятивных π -мезонов // ЯФ. 1980. Т. 31, вып. 3. С. 668–673.
3. Белашев Б. З., Сулейманов М. К., Чеплаков А. П. Определение пространственных характеристик процесса множественного рождения частиц. Препринт ОИЯИ 1-80-150. Дубна, 1980.
4. Аношин А. И. и др. Поиск барионных резонансов в спектрах эффективных масс $(\pi^\pm p)$ пар при помощи модифицированного фурье-алгоритма. Препринт ОИЯИ Р1-80-574. Дубна, 1980.
5. Аношин А. И. и др. Анализ спектров эффективных масс $(\pi^\pm p)$ пар в $\pi^{-12}\text{C}$ -взаимодействиях при помощи фурье-алгоритма. Препринт ОИЯИ Р1-81-680. Дубна, 1981.
6. Аношин А. И. и др. Анализ спектров, содержащих резонансы, при помощи фурье-алгоритма. Препринт ОИЯИ Р1-81-679. Дубна, 1981.
7. Аношин А. И. и др. Анализ распределений по быстроте π -мезонов в реакциях $\pi^- p$ - и $\pi^{-12}\text{C}$ -взаимодействий при помощи фурье-алгоритма. Препринт ОИЯИ Р1-81-68. Дубна, 1981.
8. Белашев Б. З., Сороко Л. М. Обработка данных методом максимума энтропии. Препринт ОИЯИ Р10-80-696. Дубна, 1980.
9. Белашев Б. З. Методы реконструкции размытого спектра // Журн. прикл. спектроск. 2001. Т. 68, вып. 5. С. 639–644.
10. Никитин Ю. П., Розенталь И. Л. Ядерная физика высоких энергий. М., 1980.
11. Уо Дж. Новые идеи в ЯМР. М.: Мир, 1975.
12. Подгорецкий М. И. Интерференционные корреляции тождественных пионов. Теория // ЭЧАЯ. 1989. Т. 20. С. 628–668.
13. Adams G. S. et al. Observation of a New $J = 1$ Exotic State in Reaction $\pi p - \pi\pi\pi p$ at 18 GeV/c // Phys. Rev. Lett. 1998. V. 81, No. 26. P. 5760–5763.

Получено 6 апреля 2001 г.