

ФИЗИКА ЭЛЕМЕНТАРНЫХ ЧАСТИЦ И АТОМНОГО ЯДРА
2008. Т. 39. Вып. 1

РАБОТЫ Д. И. БЛОХИНЦЕВА И РАЗВИТИЕ КВАНТОВОЙ ФИЗИКИ

*А. Л. Куземский**

Объединенный институт ядерных исследований, Дубна

ВВЕДЕНИЕ	5
НАЧАЛО НАУЧНОЙ ДЕЯТЕЛЬНОСТИ. РАБОТЫ 1932– 1933 ГГ.	8
КВАНТОВАЯ ФИЗИКА И ТЕОРИЯ ТВЕРДОГО ТЕЛА. РАБОТЫ 1933–1934 ГГ.	11
КВАНТОВАЯ ФИЗИКА И ТЕОРИЯ ТВЕРДОГО ТЕЛА. РАБОТЫ 1935–1937 ГГ.	21
КВАНТОВАЯ ФИЗИКА И ТЕОРИЯ ТВЕРДОГО ТЕЛА. РАБОТЫ 1938–1939 ГГ.	26
СТАТИСТИЧЕСКАЯ ФИЗИКА. РАБОТЫ 1939 Г.	32
СТАТИСТИЧЕСКАЯ ФИЗИКА. РАБОТЫ 1940–1947 ГГ.	38
СТАТИСТИЧЕСКАЯ ИНТЕРПРЕТАЦИЯ КВАНТОВОЙ ТЕО- РИИ И МЕТОД АНСАМБЛЕЙ	45
ФИЗИКА И ФИЛОСОФИЯ	56
ПОСЛЕДНИЕ МЫСЛИ	58
ЗАКЛЮЧЕНИЕ	60
СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ	61

*E-mail: kuzemsky@theor.jinr.ru; <http://theor.jinr.ru/~kuzemsky>

ФИЗИКА ЭЛЕМЕНТАРНЫХ ЧАСТИЦ И АТОМНОГО ЯДРА
2008. Т. 39. ВЫП. 1

РАБОТЫ Д. И. БЛОХИНЦЕВА И РАЗВИТИЕ КВАНТОВОЙ ФИЗИКИ

*А. Л. Куземский**

Объединенный институт ядерных исследований, Дубна

В связи со столетием со дня рождения Д. И. Блохинцева (11.01.1908 – 27.01.1979) дан краткий обзор развития квантовой физики в тот период, когда формировались его взгляды на физику и науку в целом. Рассматриваются работы Д. И. Блохинцева по физике твердого тела, статистической физике и примыкающим вопросам в контексте современного развития этих областей науки. Кратко затронуты его работы по интерпретации квантовой физики и общим проблемам развития науки.

The paper is dedicated to the 100th anniversary of the birth of D.I. Blokhintsev (11.01.1908 – 27.01.1979). Some selected issues of the development of quantum physics in relation to his works are reviewed. The papers of D.I. Blokhintsev devoted to solid state and statistical physics as well as to the related problems of quantum physics are discussed in the context of modern development of science. His views on the interpretation of quantum mechanics and on general questions of development of physics are touched briefly.

PACS: 03.65.-w, 03.65.Ta, 01.60.+q, 01.30.Rr

ВВЕДЕНИЕ

Имя члена-корреспондента АН СССР Д. И. Блохинцева (11.01.1908 – 27.01.1979) широко известно в нашей стране и за рубежом. Книги его переиздаются; сведения о нем и его научном наследии можно найти в многочисленных статьях и сборниках [1–6]. Однако для широких кругов научной общественности имя Д. И. Блохинцева связывается главным образом с его работами по атомной и ядерной физике, прикладной акустике, с участием в создании первой атомной станции в Обнинске, работами по реакторостроению и многочисленными трудами по физике высоких энергий и элементарных частиц. Менее известно, что вначале были весьма интересные и значительные работы в области квантовой физики твердого тела и статистической физики. Цель данной статьи — напомнить об этих работах и связать их с некоторыми современными направлениями в физике конденсированных сред и

*E-mail: kuzemsky@theor.jinr.ru; <http://theor.jinr.ru/~kuzemsky>

квантовой физике. Для более полноценного освещения темы статьи пришлось существенно расширить рамки изложения, включив в нее анализ работ ряда других исследователей, и дать описание общей ситуации в квантовой физике в 1930–1950-х гг.

Как известно [7–14], прошло сто с небольшим лет со времени формулировки М. Планком (1900) квантовой гипотезы. Согласно Джеммеру [10], к 1928 г. квантовая теория приобрела черты зрелости. Первым руководством по волновой механике стало издание статей Шредингера в виде книги, вышедшей в конце 1926 г. «Развитие квантовой механики после 1927 г. и ее приложений к молекулярной физике, теории твердого тела и сплошных сред, статистической физике, а также ядерной физике продемонстрировало неограниченную общность ее методов и результатов. В действительности никогда раньше физическая теория не давала ключа к объяснению и расчету столь разнородной группы явлений и не достигала столь прекрасного согласия с опытом, как этого добилась квантовая механика» [10].

В Москве в 1928 г. М. А. Леонтович и Л. И. Мандельштам опубликовали фундаментальную работу «К теории уравнения Шредингера» [15, 16]. В 1932 г. Я. И. Френкель [17, 18] и В. А. Фок [19] издали учебники по квантовой механике. К. В. Никольский написал солидную монографию [20], посвященную детальному изложению достижений квантовой механики и ее приложениям к атомной и молекулярной физике (книга содержит около 45 страниц спектроскопических таблиц). В конце первой главы К. В. Никольский замечает: «Основной литературой для изучения квантовой механики следует считать журнальные статьи разных авторов, помещавшиеся за 1926–1932 гг. главным образом в основных немецких, английских и американских журналах» [20]. На русском языке перевод книги В. Гейзенберга «Физические принципы квантовой теории» [21] появился в 1932 г. В том же году вышел и перевод книги Дирака [22] (см. рецензию М. П. Бронштейна на английское издание [23]). В 1933 г. было переведено учебное пособие по квантовой механике А. Марха [24] (ссылки на эту книгу есть в работах Д. И. Блохинцева). Три нобелевских доклада — Гейзенberга, Шредингера и Дирака — были изданы в 1934 г. [25]. В 1935 г. была издана книга Р. В. Гэрни [26]. Таким образом, освоение последних достижений квантовой физики происходило очень быстро, а оперативность переводов делала их доступными для широкого круга студентов и молодых исследователей.

Д. И. Блохинцев поступил на физический факультет Московского университета в 1926 г. «В 1925 г. по инициативе С. И. Вавилова в университет был приглашен в качестве заведующего кафедрой теоретической физики и оптики Л. И. Мандельштам... Акад. Л. И. Мандельштам... создал в Московском университете большую научную школу...» [27]. Таким образом, студенческие годы Д. И. Блохинцева принесли ему богатый и плодотворный опыт общения на лекциях и в лабораториях с яркими и интересными представителями

физической науки своего времени. Вот как впоследствии вспоминал те годы сам Д. И. Блохинцев: «Что происходило в Москве? Здесь центром были физический факультет МГУ и вновь созданный Физический институт... Мне довелось встречать многих таких людей [не занятых мыслями о карьере]. Например, Владимира Константиновича Аркадьева, его супругу Александру Андреевну Глаголеву-Аркадьеву. Мы у них начинали работать еще студентами. У нас было впечатление, что эти люди занимались наукой буквально как дети, т. е. искренне, увлеченно...» [28]. К своим учителям Д. И. Блохинцев относил Л. И. Мандельштама, С. И. Вавилова, Н. Н. Лузина, Д. Ф. Егорова и И. Е. Тамма. И. Е. Тамм оказал наибольшее влияние на Д. И. Блохинцева и стал его научным руководителем в аспирантуре. С. М. Рытов в своих воспоминаниях говорит об учениках Тамма: С. П. Шубине, Д. И. Блохинцеве и С. А. Альтшулере [29].

Д. И. Блохинцев, несомненно, испытал на себе значительное влияние Л. И. Мандельштама [30] и многому у него научился [31]: широте взгляда на физику как единую науку, искусству чтения лекций, пониманию важности научной школы и организации науки и т. д. Как отмечено в работе [27], «особое значение имели лекции и семинары, которые проводил в университете Л. И. Мандельштам в 1925–1944 гг. Они были посвящены обширному кругу наиболее актуальных вопросов физики, в которых лектор давал исключительно глубокий, не скрывающий имеющихся трудностей анализ современного состояния вопроса и намечал оригинальные решения сложнейших проблем. Эти лекции собирали широкую аудиторию физиков различных возрастов и рангов со всей Москвы». Свои известные лекции по основам квантовой механики (теория косвенных измерений) [32] Л. И. Мандельштам читал весной 1939 г. Вслед за этими лекциями, в качестве их продолжения, он предполагал прочитать цикл лекций о связи математического аппарата квантовой механики со статистическим ее толкованием, о каузальности и т. п., положив в основу разбор работы Неймана [33] (подробнее о лекциях Л. И. Мандельштама см. [34]). Впоследствии эту программу реализовал именно Д. И. Блохинцев. К школе Мандельштама–Вавилова–Тамма принадлежали также М. А. Марков, И. М. Франк, С. И. Вернов, С. В. Вонсовский, Е. Л. Фейнберг и др. М. А. Марков приводит следующий любопытный эпизод. «Однажды неожиданно для меня Михаил Александрович Леонтович предложил мне стать аспирантом у Сергея Ивановича Вавилова. Помнится, он сказал примерно следующее: «Я не знаю, как у вас там с теорией, вот Блохинцев, например, четко проявил себя как теоретик. Но я вижу, что руки у вас хорошие и вы могли бы стать экспериментатором». Так я оказался аспирантом, экспериментатором у С. И. Вавилова» [35]. Уважаемый Михаил Александрович оказался не очень точным предсказателем: М. А. Марков стал теоретиком [36] и работал в основном над самыми фундаментальными проблемами, а Д. И. Блохинцев, продолжая заниматься теорией, легко и быстро

переключался на прикладные и инженерные задачи, когда того требовали нужды страны [1–4]. Не случайно И. М. Франк назвал свои воспоминания о нем «Ученый и инженер» [37]. Вот его свидетельство: «В 20-е годы вместе с Д. И. Блохинцевым, М. А. Марковым, Ш. И. Драбкиной и др. мы учились в одной группе Московского университета... В конце студенческой жизни Дмитрий Иванович был направлен на практику в Ленинград на завод «Светлана»... Перед ним была поставлена сложная экспериментальная задача — сделать спектральный анализ нити лампы, которая имелась в единственном экземпляре и при анализе разрушалась. Он справился с этим блестяще» [37]. Так было и в дальнейшем. Как отмечал Е. Л. Фейнберг, с началом войны «Д. И. Блохинцев перешел на решение проблемы снижения шумов самолетных моторов... и это потребовало серьезного продвижения в акустике» [38].

1. НАЧАЛО НАУЧНОЙ ДЕЯТЕЛЬНОСТИ. РАБОТЫ 1932–1933 ГГ.

В упомянутой выше книге Р. В. Гэрни [26], ссылки на которую есть в работах Д. И. Блохинцева, о квантовой механике говорится как о «новом языке физики и химии». «Программа квантовой механики включает не более и не менее, как пересмотр всей атомной и молекулярной физики на основе иных законов поведения частиц, вытекающих из новой механики» [26]. В задачу осуществления этой программы с энтузиазмом включился и Д. И. Блохинцев. Как позднее вспоминал он сам, «в этот период (1927–1929 гг.) возникла квантовая механика и вместе с ней открылись огромные возможности применения этой новой физической концепции и новых методов расчета различных атомных явлений» [31].

В полном списке публикаций Д. И. Блохинцева под номером один значится работа «Модельное изображение электронного облака водородоподобных атомов» [39]. Цель автора — дать обзор работ Уайта [40, 41]. Однако уже здесь в полной мере проявился дар очень ясного, образного изложения предмета, своеобразный слог, конкретность и умение выделить самое существенное. Но главное — акцент на *физический смысл*. Процитируем короткий отрывок: «Согласно волновой механике движение электрона представляется волновой функцией ψ , физический смысл которой раскрывается в том, что произведение

$$P = \psi\psi^*dV, \quad (1)$$

где ψ^* есть функция, сопряженная к ψ , а dV — элемент объема, дает вероятность того, что электрон находится в области пространства, определяемой элементом объема dV . Если изобразить электрон капелькой тумана и в каждой области пространства поместить большое число таких капелек, пропорциональное $\psi\psi^*$, то мы получим облако, концентрация которого в каждой точке будет изображать вероятность P . Внешний вид такого облака дает

наглядный образ — в буквальном смысле этого слова — распределения электронов в пространстве около ядра атома... порукой в том, что полученные модели электронного облака отвечают объективной реальности, является вся совокупность блестящих успехов в познании свойств материи, сделанных за последние годы волновой механикой».

Читать эту статью интересно и сейчас, а ее стиль предвосхищает то, что позднее назовут «Квантовая механика в картинках» [42]. Уже в этой первой публикации о квантовой механике содержится семя, из которого вырастет его учебник «Основы квантовой механики» [43].

В то время большое внимание привлекала к себе физика твердого тела [18, 44] и, в частности, теория металлов [45–59]. Новая квантовая механика позволяла глубже и полнее описывать многие тепловые и электронные свойства металлов, в том числе их поверхностные свойства и контактные явления [18]. В 1931 г. И. Е. Тамм и С. П. Шубин опубликовали работу о фотоэлектрическом эффекте [60] (о фотоэлектрическом эффекте см. [18, 61, 62] и разд. 95 в книге Блохинцева [43]). Поэтому не удивительно, что в 1932 г. появилась работа Блохинцева «О температурной зависимости фотоэффекта на чистых металлах» [63] в русле работы И. Е. Тамма и С. П. Шубина.

Следующей была статья «О работе выхода электронов из металлов» (совместно с И. Е. Таммом) [64, 65]. Данная статья поступила в редакцию ЖЭТФ 29 ноября 1932 г. Авторы пишут: «Известно, что работа выхода χ электронов из металла может быть объяснена либо наличием скачка потенциала на границе металла, либо действием сил электрического изображения. В классической физике ни одно из этих представлений не могло привести к количественной теории... Последующее представляет попытку приложения методов квантовой механики к определению работы выхода». Далее авторы используют упрощающие предположения, опираясь на *физический смысл* изучаемой проблемы. Использовался приближенный метод Томаса–Ферми, «... так как речь идет о понимании общих соотношений» (о методе Томаса–Ферми см. монографию Гомбаша [66], где также процитирована работа Тамма и Блохинцева). «Этим путем... получается, что работа выхода равна средней кинетической энергии электронов (при $T = 0$ К), вычисленной по зоммерфельдовской теории:

$$\chi = e\varphi_0 = \frac{\overline{mv^2}}{2} = \frac{3}{5}E_0. \quad (2)$$

Выражая E_0 через число Z свободных электронов на атом, атомный объем V металла и универсальные постоянные, получаем

$$\chi(\exists B) = 15,6 \left(\frac{Z}{V} \right)^{2/3}. \quad (3)$$

... Вычисленные согласно [этой формуле] для различных металлов значения χ сопоставлены графически... и сравнены с экспериментально измеренными» [64, 65]. Далее авторы исследуют применение общего выражения для энергии атомной системы, установленное Фоком [67, 68], для случая, «когда на каждой «квантовой орбите» находятся два электрона, как это фактически имеет место в металлах при низких температурах». Таким образом, для решения задачи привлекаются методы электродинамики, квантовой механики, статистической физики и физики твердого тела, в частности физики металлов. Характерно подчеркивание — «вычисленной по зоммерфельдовской теории» (без каких-либо ссылок). В то время два обзора — Зоммерфельда и Франка [52] и Зоммерфельда и Бете [53] — были известны всем физикам (см. также [51, 54]).

Далее авторы графически представляют работу выхода χ в зависимости от величины $(1/V)^{1/3}$ для одно- и двухвалентных металлов и сравнивают с экспериментальными данными и данными, полученными по методу Фаулера [63, 69]. Они заключают, что «при грубости нашей модели металла и при употреблении приближенного метода Ферми едва ли можно было бы ожидать лучшего совпадения с опытом, чем то [которое получено авторами]... Во всяком случае, нам кажется определенным то заключение, что работа выхода электронов в существенном обусловливается не скачком потенциала на границе металла, а силами электрического изображения», т.е. силами, возникающими из-за того, что при вырывании электрона из металла прочие электроны стремятся разместиться вблизи поверхности таким образом, чтобы скомпенсировать поле, появившееся при этом внутри металла. В авторитетной монографии Мотта и Джонса [59] работа Тамма и Блохинцева процитирована наряду с другими основополагающими работами по данному вопросу. Развитие и уточнение теории работы выхода и термоионной эмиссии было продолжено работами Зоммерфельда (1934 г.), Фрелиха (1935 г.), Бардина (1935 г.), Бардина и Вигнера (1935 г.) и др. (О холодной эмиссии электронов из металлов см. разд. 98 в книге Блохинцева [43].) В частности, Д. И. Блохинцев и С. И. Драбкина [70] рассмотрели теорию эффекта Ричардсона [71] (см. подробнее в книге Пайерлса [72]). Современные подходы к описанию самосогласованной электронной теории металлической поверхности, в том числе работы выхода, можно найти в обзоре [73].

Фундаментальный вклад в электронную теорию твердого тела внес Феликс Блох [46–49, 58, 59, 72]. Его диссертация «Uber die Quantenmechanik der Electronen in Kristallgittern» [46, 49] была значительным шагом в построении последовательной квантовой теории твердых тел [74–76]. В большой работе Блохинцева 1933 г. «К теории движения электронов в кристаллической решетке» [77] (23 с.) было дано, по словам автора, «... обобщение блоховской теории движения сильно связанных электронов для случая вырождения исходных атомных состояний... и для движения электрона в ограниченном

кристалле». Было показано, что в отличие от других подходов «... на стороне метода Блоха преимущество более точного отражения физической реальности... Представление для волновых функций в ограниченном кристалле, данное в этой работе, позволяет надеяться на возможность исследования поверхностных явлений с учетом атомистической структуры поверхности».

Как видим, озабоченность «более точным отражением физической реальности» была важнейшей руководящей идеей молодого исследователя с самых первых работ. Это дополнялось свободным владением многообразным математическим аппаратом, который, однако, никогда не становился самоцелью. Вообще к научному стилю работ Блохинцева с полным правом могут быть отнесены слова, сказанные его старшим современником Я. И. Френкелем: «В тех случаях, когда физическая сущность вопроса неясна, не следует искать у математики путеводной нити для ее выяснения. Мне кажется, что гораздо более полезной представляется работа, способствующая выяснению сущности дела, факторов, имеющих значение для правильного понимания интересующего нас физического явления или, наоборот, несущественных для него, — одним словом, качественный анализ физической задачи, чем попытки ее количественного решения при явной недостаточности наших сведений о сущности изучаемых явлений» [18].

В дальнейшем подход Блоха развивался в работах Нордгейма [78–83], Хаустона [75, 84], Слетеера [85–90] и мн. др. (см. [74, 89–96]). Общие формулы для вычисления энергии $E(\mathbf{k})$ блоховской волны с приведенным волновым вектором \mathbf{k} были получены Коррингой [97] на основе применения подхода динамической теории решетки М. Борна [98] к электронным волнам в кристалле. Однако именно в работе Блохинцева «...дается представление волновых функций электронов в форме рядов Фурье по методу, сходному с известным методом Борна в теории кристаллической решетки» [77]. Сделано это было на 14 лет раньше, чем в работе Корринги.

2. КВАНТОВАЯ ФИЗИКА И ТЕОРИЯ ТВЕРДОГО ТЕЛА. РАБОТЫ 1933–1934 ГГ.

Следующей работой была статья «К теории аномальных магнитного и термоэлектрического эффектов в металлах» [99], выполненная совместно с Нордгеймом. В этой работе была построена последовательная теория термоэлектрических и гальваномагнитных эффектов в металлах, причем в отличие от предыдущих работ был рассмотрен случай двухвалентных металлов. Авторы опирались на работу Пайерлса [72], который рассматривал поведение одновалентных металлов в магнитном поле H и изучал эффекты Томсона и Холла. Пайерлс вывел уравнение для функции распределения f электронов в

металле в приближении времени релаксации τ :

$$\begin{aligned} \frac{\chi}{\tau} + e(\mathbf{v}\mathbf{F}) + \frac{eH}{c}\Omega\chi = 0, \quad f - f_0 = \frac{\partial f_0}{\partial E}\chi, \\ \hbar\Omega = v_y \frac{\partial}{\partial k_x} - v_x \frac{\partial}{\partial k_y}, \quad f_0 = \left[\frac{\exp(E - E_0)}{kT} + 1 \right]^{-1}. \end{aligned} \quad (4)$$

Здесь E — закон дисперсии электрона в решетке; \mathbf{v} — скорость и k_x, k_y, k_z — компоненты вектора квазимпульса $\mathbf{k} = \mathbf{p}K/\hbar$ (\mathbf{p} — импульс). Величина K определяет циклические граничные условия [83] $\psi(x + K) = \psi(x)$; $K = aG$ и a — постоянная решетки.

Блохинцев и Нордгейм рассмотрели более общие уравнения, которые позволяют получить для χ более общее выражение.

При этом они ввели в рассмотрение величину M , полагая

$$\text{grad}(f - f_0) = \frac{2\pi\hbar}{K} \left(\frac{\partial\chi}{\partial E} v \right) v + (M^{-1}\chi). \quad (5)$$

Здесь введен симметричный тензор M^{-1} с компонентами

$$(M_{xy})^{-1} = \frac{K^2}{\hbar^2} \frac{\partial^2 E}{\partial k_x \partial k_y}, \quad (6)$$

который Блохинцев и Нордгейм назвали тензором обратных эффективных масс [59].

Более того, в работе [99] было получено общее решение уравнения типа (4) для любой формы функции закона дисперсии $E(k)$, в предположении, что время релаксации τ остается постоянным на поверхности Ферми и что магнитное поле H мало. Решение имеет вид

$$\chi = -e\tau \left((\mathbf{v}\mathbf{F}) - \frac{eH\tau}{c}\Omega(\mathbf{v}\mathbf{F}) + \left(\frac{eH\tau}{c} \right)^2 \Omega^2(\mathbf{v}\mathbf{F}) + \dots \right). \quad (7)$$

Дальнейшее развитие квантовой теории термомагнитных и гальваномагнитных явлений в металлах и полупроводниках излагается в обзорах [59, 83, 100–107].

Итак, в работе [99] в физику было введено понятие тензора обратных «эффективных» масс. Для точности, нужно сказать, что авторы использовали для m^* выражение «scheinbarer Masse» — т. е. «мнимая» или «кажущаяся» масса. При переводе обзора Нордгейма [83] (1934 г.) был использован этот же термин: «Мы видим, что для случая низких темпов [электронов в периодической решетке] получается весьма существенное уклонение от свойств свободных электронов, для которых мы имели

$$E(k) = \frac{\hbar^2|k|^2}{2mK^2}. \quad (8)$$

Зависимость $E(k)$ от \mathbf{k} не обладает больше сферической симметрией. Ее мы получаем только в том случае, если $|\mathbf{k}|$ близко к нулю или если

$$k_{x,y,z} \sim \pm \frac{G}{2}. \quad (9)$$

Когда $|\mathbf{k}| \ll G/2$, мы можем... [считать, что] электрон в таком состоянии ведет себя так же, как свободный, только ему должна быть приписана кажущаяся масса

$$m^* = \frac{\hbar^2}{8\pi^2 a^2 \beta}. \quad (10)$$

Иначе: электрон в периодическом поле движется так, как если бы он, двигаясь в отсутствие поля, обладал массой m^* [83]. Здесь было использовано разложение [83]

$$E(k) = \alpha - 6\beta + \beta \frac{4\pi^2}{G^2} (k_x^2 + k_y^2 + k_z^2). \quad (11)$$

В книге Мотта и Джонса [59] (1936 г.) используется общепринятый сегодня термин — «эффективная масса» (заметим, что иногда в англоязычной литературе все еще встречается термин «apparent mass»). Таким образом, благодаря работам Зоммерфельда (1928 г.), Блоха (1928 г.), Нордгейма (1928 г.) и Бриллюэна (1929–1931 гг.) была сформулирована концепция скалярной эффективной массы в кристаллическом твердом теле. (Заметим, что в обзорах [52, 72] понятие «эффективная масса» не используется.) Подробное изложение теории движения электрона в периодическом поле и концепции эффективной массы дано Блохинцевым в разд. 55 книги [43].

Необходимо отметить, что в работе 1932 г. М. П. Бронштейном [108, 109] (Блохинцев и Нордгейм цитируют эту работу) было показано, что в общем случае «эквивалентная» масса электрона в решетке не является скаляром, но может быть симметричным тензором второго ранга. Заслуга Блохинцева и Нордгейма как раз состояла в том, что они показали, что концепция эффективной массы — гораздо более общее и содержательное понятие, чем это представлялось, и впервые продемонстрировали тензорный характер эффективной массы, рассматривая поведение электрона во внешних полях.

Поясним сказанное, используя современные обозначения [110]. Собственные функции электронов в поле периодической решетки $\psi_n(\mathbf{k}, \mathbf{r})$ имеют вид (n — номер полосы)

$$\psi_n(\mathbf{k}, \mathbf{r} + \mathbf{R}_l) = e^{i\mathbf{k}\mathbf{R}_l} \psi_n(\mathbf{k}, \mathbf{r}); \quad \psi_n(\mathbf{k}, \mathbf{r}) = e^{i\mathbf{k}\mathbf{R}_l} u_n(\mathbf{k}, \mathbf{r}) \quad (12)$$

и называются блоховскими функциями. Описываемые ими электроны в кристалле соответственно называются блоховскими электронами. Форма блоховских функций дает указание на физический смысл вектора \mathbf{k} , а именно, что

электрон в кристалле может быть представлен в виде плоской волны, модулированной с периодом решетки. Исследование общих свойств функции $E_n(\mathbf{k})$ вблизи выделенных точек зоны \mathbf{k}_0 приводит к соотношению [110]

$$E_n(\mathbf{k}) = E_n(\mathbf{k}_0) + \frac{\hbar}{m} \mathbf{s} \cdot \mathbf{p}_{nn} + \frac{\hbar^2 s^2}{2m} + \frac{\hbar^2}{m^2} \sum_{j \neq n} \frac{(\mathbf{s} \cdot \mathbf{p}_{nj})(\mathbf{s} \cdot \mathbf{p}_{jn})}{E_n(\mathbf{k}_0) - E_j(\mathbf{k}_0)} + \dots \quad (13)$$

Величины \mathbf{p}_{nj} и \mathbf{s} определены далее (см. [110]).

Данное соотношение показывает, что электрон, описываемый уравнением Шредингера с периодическим потенциалом, нужно рассматривать как частицу, подверженную влиянию взаимодействия с потенциалом, или *квазичастицу*. Эта квазичастица включила уже в свои свойства взаимодействие со статической решеткой.

Рассмотрим случай, когда точка \mathbf{k}_0 соответствует экстремуму. Для второй производной от энергии по \mathbf{k} следует, что

$$\frac{m}{\hbar^2} \frac{\partial^2 E_n}{\partial s_\alpha \partial s_\beta} = \frac{m}{\hbar^2} \frac{\partial^2 E_n}{\partial k_\alpha \partial k_\beta} = \delta_{\alpha\beta} + \frac{1}{m} \sum_{j \neq n} \frac{(p_{nj}^\alpha p_{jn}^\beta + p_{nj}^\beta p_{jn}^\alpha)}{E_n(\mathbf{k}_0) - E_j(\mathbf{k}_0)}. \quad (14)$$

Здесь s_α и s_β — прямоугольные координаты вектора \mathbf{s} относительно некоторой фиксированной системы осей, а p_{nj}^α — соответствующие компоненты матричного элемента оператора импульса. С помощью соотношения

$$\left(\frac{m}{m^*} \right)_{\alpha\beta} = \frac{m}{\hbar^2} \frac{\partial^2 E_n}{\partial k_\alpha \partial k_\beta} \quad (15)$$

вводится в рассмотрение тензор обратной эффективной массы. Тогда соотношение (14) запишется следующим образом:

$$\left(\frac{m}{m^*} \right)_{\alpha\beta} = \delta_{\alpha\beta} + \frac{1}{m} \sum_{j \neq n} \frac{(p_{nj}^\alpha p_{jn}^\beta + p_{nj}^\beta p_{jn}^\alpha)}{E_n(\mathbf{k}_0) - E_j(\mathbf{k}_0)}. \quad (16)$$

Это равенство часто называют правилом сумм для эффективных масс; иногда оно называется также правилом f -сумм [110]. Диагональные элементы в (16) имеют более простой вид:

$$\left(\frac{m}{m^*} \right)_{\alpha\alpha} = 1 + \frac{2}{m} \sum_{j \neq n} \frac{|p_{nj}^\alpha|^2}{E_n(\mathbf{k}_0) - E_j(\mathbf{k}_0)}. \quad (17)$$

Отсюда видно, что взаимодействие данного энергетического уровня с более низкими уровнями или с состояниями ионного острова, для которых $E_j < E_n$, приводит к уменьшению эффективной массы, в то время как взаимодействие с вышележащими состояниями ($E_j > E_n$) увеличивает ее.

Понятие эффективной массы достаточно хорошо определено вблизи минимума или максимума зоны. При этом эффективная масса вблизи минимума m^*

$$E = E_0 + \frac{k_x^2 \hbar^2}{2m^*} \quad (18)$$

отличается от эффективной массы m^{**} вблизи потолка зоны

$$E = E_1 + \frac{(k_x - \pi/a)^2 \hbar^2}{2m^{**}}. \quad (19)$$

В обоих случаях массы m^* и m^{**} могут сильно отличаться от истинной массы электрона. Так, если энергетическая зона очень узка и кривизна энергетической поверхности у дна зоны мала, то эффективная масса m^* будет велика, иногда значительно больше истинной. С другой стороны, у потолка зоны, если кривизна велика, масса m^{**} будет очень мала. Тензорный характер эффективной массы, вследствие которого электрон или дырка могут ускоряться различным образом в зависимости от направления силы, важен для кристаллов с несимметричной структурой или в случае, когда минимум или максимум лежит не в центре зоны Бриллюэна. В некоторых случаях нужно считать величины m_x^* , m_y^* , m_z^* отрицательными; при этом вблизи седловой точки некоторые из чисел m^* будут положительными, а некоторые — отрицательными. Уже довольно давно было отмечено [89, 108] близкое сходство этого механизма с теорией позитрона Дирака. Сейчас изучен целый ряд систем, например двумерный графитовый слой [111], в которых движение электронов описывается в терминах релятивистской квантовой физики; при этом электрон ведет себя как релятивистская частица с нулевой массой.

Эффективная масса измеряется с помощью различных методов: эффекта де Гааза – ван Альфена, циклотронного резонанса, эффекта Холла, оптическими методами, по электропроводности и теплоемкости [89, 107, 110] и т. п. Эти данные ведут к сильно различающимся значениям эффективной массы. В зависимости от метода измерения даже вводят термины: оптическая эффективная масса, тепловая эффективная масса, циклотронная и т. д. [107, 110]. Концепция эффективной массы получила очень широкое распространение, в особенности в физике полупроводников и полупроводниковых устройств [112–114], теории полярона [115–119], полупроводниковых сверхрешеток [120, 121], микроэлектронике и физикеnanoструктур [122–125]. Выяснилось, что понятие эффективной массы оказывается исключительно полезным в теории проводимости, а также в других областях физики твердого тела, в ядерной физике и т. д.

В физике полупроводников широко используется метод эффективной массы [116, 117], предложенный С. И. Пекаром в 1948 г. для расчета дискретных уровней в запрещенной зоне. Как известно, атомы примеси, как и другие

структурные дефекты решетки, могут создавать такие уровни. При этом к потенциальной энергии электрона добавляется слагаемое, которое представляет собой непериодическую функцию, описывающую взаимодействие электрона с несовершенствами решетки. Прием метода эффективной массы, предложенный С. И. Пекаром, позволяет свести уравнение Шредингера с периодическим и непериодическим потенциалом к более простому виду, содержащему явно только непериодическую часть потенциала. Роль периодического потенциала состоит при этом в изменении оператора кинетической энергии: вместо массы свободного электрона в нем появляются эффективные массы, описывающие поведение носителя заряда в соответствующем идеальном кристалле. Современная «зонная инженерия» позволяет создавать вещества с желаемым значением эффективной массы и, на их основе, различные приборы и устройства.

Теория систем многих взаимодействующих частиц рассматривает общую концепцию квазичастиц [126–128], которые представляют собой спектр элементарных возбуждений системы при учете электрон-электронного, электрон-фононного и других взаимодействий. Квазичастица представляет собой перенормированную («одетую облаком виртуальных частиц») «затравочную» (или «голую») частицу с эффективной массой вида

$$m^* = m(1 + \lambda_{e-e} + \lambda_{e-ph}). \quad (20)$$

При этом перенормированная (эффективная) масса может отличаться от исходной массы очень значительно, как, например, для систем с тяжелыми фермионами [129].

В некоторых задачах теории столкновений [130] концепция эффективной массы позволяет записать обобщенное уравнение Шредингера, в котором вместо действительной массы m стоит эффективная масса m^* , зависящая от положения частицы (такая же ситуация реализуется в некоторых полупроводниковых гетероструктурах). В ядерной физике [130] использование нелокального оптического потенциала $V(\mathbf{r}, \mathbf{r}')$ ведет, при определенных условиях, к волновому уравнению для локального потенциала $V(\mathbf{r})$ с эффективной массой вида [130]

$$M^*(r) = M \left(1 - \frac{M\alpha^2}{\hbar^2} V(r) \right)^{-1}. \quad (21)$$

В работах [131–133] изучалась проблема взаимодействия малой подсистемы (в пределе — одной частицы) с большой системой (термостатом) (см. также работу [134]). При выводе обобщенных эволюционных уравнений методами неравновесной статистической механики [135] оказалось, что исключение переменных термостата приводит, как и в [130], к обобщенному уравнению Шредингера, в котором вместо действительной массы m стоит

тензор обратных эффективных масс $(m^*)_{ij}^{-1}$, причем масса зависит от положения частицы:

$$i\hbar \frac{\partial \psi(\mathbf{r})}{\partial t} = \left(-\frac{\hbar^2}{2} \sum_{i,j=1}^3 \left(\frac{1}{m^*(\mathbf{r})} \right)_{ij} \nabla_i \nabla_j + v(\mathbf{r}) + U(\mathbf{r}) + \frac{ie\hbar}{mc} \mathbf{A}(\mathbf{r}) \nabla + iT(\mathbf{r}) \right) \psi(\mathbf{r}). \quad (22)$$

В релятивистской квантовой теории поля проблема вычисления перенормированной массы затравочной частицы за счет взаимодействия ее с квантальным полем, и вообще происхождение массы [136], составляет важнейшую современную задачу.

В 1933 г. Д. И. Блохинцев опубликовал также работу «К теории эффекта Штарка в зависящем от времени поле» [137]. Штарк исследовал изменение уровней энергии атомов и, следовательно, изменение их спектров [138] под действием постоянного электрического поля. Различают эффекты Штарка первого и второго порядка (см. разд. 72 в книге Блохинцева [43]), которые имеют соответственно линейную и квадратичную зависимость от напряженности приложенного поля, а также атомный и молекулярный эффект Штарка. Эффект Штарка не только приводит к расщеплению линий, но и вызывает их небольшое уширение и сдвигает пределы серий в направлении меньшей частоты. (О современных экспериментальных методах исследования эффекта Штарка в атомах см. обзор [139].)

Сильное электрическое поле может вырывать электроны из атомов газа (см. разд. 101 в книге Блохинцева [43]). При включении поля получается барьер, через который электроны проникают во внешнее пространство. Квантово-механическое туннелирование позволяет построить теорию ионизации атомов в сильных электрических полях и связать ее с наблюдаемым смещением и ослаблением линий в спектрах. Рассматривая эффект Штарка в сильном переменном поле, Блохинцев показал, что уровни атомов приходят в движение и картина рассеяния света радикально изменяется. При этом интенсивность излучаемого атомами света нелинейно зависит от интенсивности падающего (см. разд. 93 в книге Блохинцева [43]). Эта работа была одной из первых в той области физики, которая впоследствии получила название нелинейной оптики [140].

В 1934 г. Блохинцев опубликовал две работы [141, 142]. В первой работе «К теории фосфоресценции» [141] изучалось интересное явление очень длительного свечения так называемых ленардовских фосфоров, т. е. кристаллических веществ, которые образуются при добавлении незначительных количеств примесей, вызывающих фосфоресценцию, к гетерополярным кристаллам [62]. Как известно, фосфоресценция — это разновидность люминесценции, кото-

рая отличается от флуоресценции именно длительностью послесвечения [62]. В работе «К теории фосфоресценции», по словам автора, «делается попытка объяснения этого явления на основе квантово-механических представлений о движении электрона в кристаллической решетке». По поводу работы [141] авторы исследования «Очерки по истории физики полупроводников» [143] писали: «Опираясь на эти экспериментальные данные [В. Л. Левшина и др.], Д. И. Блохинцев в 1934 г. сделал первую попытку теоретически получить элементарный закон затухания люминесценции кристаллофосфоров с точки зрения строения их энергетического спектра».

Он предположил, что длительность послесвечения может быть связана с возможностью образования в реальном кристалле «квазилокализованных» состояний электрона вследствие «местной деформации решетки» за счет внесения примесей и дал оценку времени обратной рекомбинации таких состояний, которая в 10^{15} раз превышает обычную продолжительность жизни электрона в возбужденном состоянии. Таким образом, теория локальных состояний позволила качественно интерпретировать длительность послесвечения в фосфорах. Эта точка зрения вошла в учебники по оптике [62]. Эта и последующие работы Д. И. Блохинцева [144–149], в которых была построена детальная теория кинетики фосфоресценции в гетерополярных кристаллах и теория окрашенных кристаллов, внесли существенный вклад в более углубленное понимание этой проблемы и еще раз показали, что квантово-механический подход действительно является тем «новым языком физики и химии», который позволяет эффективно описывать явления, которые в рамках классической физики считались «загадочными».

Вычисление времени жизни флуоресценции сложных молекул остается актуальной проблемой. Обсуждение связи излучательного времени жизни со спектрами флуоресценции и поглощения ароматических молекул обсуждается в обзоре [150]. Этот же подход был применен Д. И. Блохинцевым в работе «Квантово-механическая теория адсорбции» [142], написанной совместно с Ш. Шехтером. Работа является исключительно полезным и ясным обзором проблемы в целом. Вычислению времени жизни частиц в адсорбированном состоянии посвящена статья «Время жизни частиц в адсорбированном состоянии» [151]. Как известно, адсорбция — это один из видов взаимодействия молекул газа с поверхностью твердого тела [142, 152–157]. Результаты Д. И. Блохинцева и Ш. Шехтера вошли в содержательный обзор [152], посвященный квантовым теориям адсорбции. Подчеркнуты следующие задачи теории адсорбции: 1) раскрыть механизм элементарных процессов на поверхности; 2) установить зависимость адсорбционных свойств поверхности от различных наблюдаемых параметров (от температуры, от состава и концентрации примесей и т. д.) [152]. При этом квантовая механика должна давать *микроскопическую картину явлений*. Блохинцев и Шехтер, вычисляя время жизни адсорбированных молекул на поверхности, в качестве функций

дискретного спектра брали волновые функции гармонического осциллятора. При этом считалось, что процесс обмена энергией между кристаллом и молекулами адсорбента обусловлен тепловыми колебаниями решетки. С учетом ряда дополнительных упрощений были вычислены адсорбционные коэффициенты. Несмотря на грубость модели, они получили правильное качественное поведение среднего времени жизни молекулы на поверхности, в очередной раз продемонстрировав плодотворность квантово-механического подхода.

В последующие годы экспериментальные и теоретические исследования явлений адсорбции развивались быстрыми темпами. Не так давно, например, было обнаружено интересное явление металлизации адсорбированного водорода на поверхности карбида кремния [158]. Обнаружилось, что при адсорбции водорода на поверхности карбида кремния формируются квазиодномерные полоски (их ширина всего в два атома), обладающие металлической проводимостью. Эти одномерные структуры очень близко напоминают нанопроволоки и отчасти имеют сходные свойства. Квантово-механическую теорию этого явления еще предстоит сформулировать. Дальнейшее обсуждение и развитие квантово-механической теории адсорбции и хемосорбции можно найти в обзоре [156].

В 1934 г. Д. И. Блохинцев представил к защите в Институте физики Московского университета кандидатскую диссертацию по теме «Некоторые вопросы теории твердых тел и в особенности металлов». Ему присудили степень доктора наук, учитывая высокий уровень работы (степень утверждена в 1935 г.). И. М. Франк вспоминает о защите Дмитрием Ивановичем диссертации на ученом совете Московского университета в 1934 г.: «Защита прошла прекрасно, и вместо кандидатской степени ему была сразу присуждена степень доктора наук. Было отчетливо видно, что Дмитрий Иванович — бесспорно, сложившийся ученый, уже внесший весомый вклад в науку» [37]. Д. И. Блохинцеву было тогда 26 лет.

Лотар Вольфганг Нордгейм. Следует сказать здесь о соавторе Дмитрия Ивановича — Нордгейме. Лотар Вольфганг Нордгейм (1899–1985) принадлежал к геттингенской школе теоретической физики. Он был аспирантом М. Борна, а после защиты диссертации (1923 г.) — его ассистентом и сотрудником до 1933 г. Все его работы отмечены печатью яркого таланта и глубиной проникновения в проблему. В книге Джеммера [10] приводится такой факт: «Осенью 1926 г. Гильберт начал систематически изучать ее [квантовой механики] математические основы. В этой работе ему помогали Лотар Вольфганг Нордгейм, бывший ученик Борна, и 23-летний Джон фон Нейман... Гильберт читал также лекции... по математическим основам квантовой теории, которые в сокращении [159] увидели свет весной 1927 г.».

Нордгейм весьма плодотворно работал в области применения квантовой механики к статистической физике и физике твердого тела. Им было дано правильное описание работы выхода электронов из металлов, термоэлектрон-

ной эмиссии, кинетики электронов в металлах и сплавах [81] (см. разбор этой работы в книге [58]; здесь было введено эффективное приближение «жестких» ионов для сплавов), влияния квантовых поправок на процессы столкновений и функции распределения газов [108, 160] и выпрямляющего действия контакта полупроводник–металл [161]. В 1934 г. Гитлер и Нордгейм [162, 163] предсказали существование комптоновских процессов более высоких порядков.

В 1928 г. во время стажировки в Кембридже у Фаулера (1889–1944) Нордгейм объяснил явление холодной эмиссии электронов из металлов на основе электронного туннелирования. Эта теория получила название модель Фаулера–Нордгейма [55, 69, 79, 80, 108, 164–166]. В своей лекции в Оксфорде в мае 1929 г. Фаулер [55] отмечает: «Своими успехами разработка этого вопроса обязана, главным образом, трудам Нордгейма и является результатом его работы над этой темой в течение последнего года в Кембридже. Я мало что могу прибавить к тому, что изложено в его прекрасной обзорной статье, помещенной в [80]». Туннелирование Фаулера–Нордгейма наблюдалось в непроводящих тонких пленках, например в пленках SiO_2 . В 1932 г. Нордгейм применил представление о квантово-механическом туннелировании к рассмотрению выпрямляющего действия контакта полупроводник–металл [161]. (О квантово-механическом туннелировании см. разд. 97 в книге Блохинцева [43].)

Модель Фаулера–Нордгейма до сих пор широко используется и цитируется (см., например, [166–170]). В работе [169] при расчете электронных высоковакуумных устройств (релятивистские диоды [171]) процессы электронной эмиссии описывались квантово-механическими уравнениями Фаулера–Нордгейма [55, 69, 79, 80, 108, 164–166]. В работе [170] был предложен новый метод изготовления графитовых нанотрубок. При этом при анализе устройств с графитовыми нанотрубочными эмиттерами (интегрированными с металлическим анодом) побочная эмиссия анализировалась в рамках модели Фаулера–Нордгейма, что позволило существенно усовершенствовать процесс фабрикации.

Благодаря стипендии фонда Рокфеллера Нордгейм посетил Москву в 1933 г. в качестве приглашенного профессора Московского университета. Как видим, его работы были весьма близки к тем, которые велись в группе Тамма. Именно во время этого визита была выполнена его совместная работа с Блохинцевым.

После прихода Гитлера к власти Нордгейм эмигрирует в США с помощью Комитета по спасению перемещенных немецких ученых [172]. Он получает позицию приглашенного профессора Университета Пардью (1935–1937 гг.). Здесь им была выполнена работа о сопротивлении одновалентных металлов [173].

Однако основные его интересы сместились в область физики космических лучей. В этой работе он сотрудничал со своей женой Гертрудой Пошл, которая также активно работала в области теории структуры многоатомных молекул и их спектров. В 1937 г. он становится профессором физики Университета Дьюка, и его интересы смещаются в сторону ядерной физики. Результаты его работ по ядерной физике суммированы в обзоре [174] и вошли в монографию [175].

Нордгейм участвовал в работе над атомным проектом с самого его начала. Он работал в лаборатории в Ок-Ридже в качестве руководителя группы, а в 1945–1947 гг. был директором отдела физики этой лаборатории. Он исследовал диффузию, замедление и размножение нейтронов, предложил метод расчета эффективности стержня управления ядерным реактором и т. д. В 1947 г. Нордгейм возвращается в Университет Дьюка, оставаясь консультантом лабораторий в Ок-Ридже и Лос-Аламосе. Он работает над теориями космических лучей и оболочечной структуры ядра. В 1956 г. Нордгейм принимает приглашение возглавить отдел теоретической физики в лаборатории Джона Гопкинса корпорации «Дженерал Атомикс» в Сан-Диего (Калифорния), где он продолжил свои исследования в области физики реакторов и нейтронной физики.

Сходство его научной карьеры и интересов с такими же изменениями, происходившими у Д. И. Блохинцева, весьма примечательно. По-видимому, они оба чувствовали потребности и задачи, которые выдвигало то или иное время, и направляли свои усилия именно на их решение.

3. КВАНТОВАЯ ФИЗИКА И ТЕОРИЯ ТВЕРДОГО ТЕЛА. РАБОТЫ 1935–1937 ГГ.

В 1935–1936 гг. Блохинцев продолжил свои работы по теории поглощения света в гетерополярных кристаллах [144], теории фосфоресценции [145] и теории окрашенных кристаллов [146]. Остановимся подробнее на работе «К теории окрашенных кристаллов» [146]. Вот что пишет в своей монографии [115] С. И. Пекар: «... в 1933 г. Л. Д. Ландау [176] высказал важную идею об автолокализации электрона в идеальном кристалле в результате деформации решетки полем самого электрона. Эти локальные состояния предполагались неподвижными, и Л. Д. Ландау пытался их отождествить с F-центрами в окрашенных щелочно-галоидных кристаллах. В 1936 г. Я. И. Френкель [177] заметил, что электрон проводимости должен деформировать ближайшие к нему атомы кристалла и что эта локальная деформация должна перемещаться по кристаллу вслед за электроном. В 1936 г. Д. И. Блохинцев [146] сделал попытку на основе приближения сильно связанных электронов выяснить, в каких кристаллах следует ожидать осуществления автолокализации электро-

нов, указанной ранее Ландау. В то время не был найден правильный путь для рассмотрения автолокальных состояний и поэтому не удалось доказать их существование и исследовать их свойства. Однако указанные статьи оказали определенное влияние на работы автора в этой области».

Работы С. И. Пекара (1917–1985) по теории полярона [115] и теории полупроводников [116] широко известны. Им была построена теория, описывающая поведение «лишнего» электрона в ионных кристаллах. Ранее уже было выяснено, что в ионных кристаллах существенную роль играет взаимодействие добавочного электрона с колебаниями решетки; при этом взаимодействие обусловлено поляризацией решетки полем самого электрона. Заслуга С. И. Пекара состояла в правильном выборе типа взаимодействия (в отличие от стандартной зонной модели, где обычно взаимодействие электрона с колебаниями решетки рассматривается как слабое) и ясном обосновании существования автолокальных состояний электрона. Основная идея [115] состоит в том, что электрон поляризует окружающую его кристаллическую решетку; эта поляризация, в свою очередь, оказывает на него обратное воздействие, эквивалентное действию некоторой эффективной потенциальной ямы. Глубина этой ямы в ряде кристаллов может оказаться достаточно большой для того, чтобы в ней могли существовать дискретные энергетические уровни. Локальная поляризация, вызванная электроном, связана со смещением ионов из их средних положений равновесия. Так как смещения ионов отстают от мгновенных состояний электрона, то отстает, следовательно, поляризация и образует для него потенциальную яму. Вследствие инерционности ионов на них действует среднее поле электрона, которое можно рассчитывать как статическое поле заряда, распределенного с плотностью $e|\psi|^2$, где ψ — волновая функция электрона в поляризационной яме. Состояния кристалла с поляризационной ямой, в которой локализован электрон, были названы С. И. Пекаром [178] поляронами. О вкладе Д. И. Блохинцева в это направление упомянуто также в работе [143].

В 1950 г. Фрелих с сотрудниками [74, 179] применил к описанию полярона простую модель взаимодействия частицы с квантованным полем. Это было одно из первых применений методов квантовой теории поля к задачам физики конденсированных сред. Данное направление получило развитие в работах Н. Н. Боголюбова [119, 180, 181], С. В. Тябликова [182–189] и др. [190]. Фрелих разработал и сформулировал квантово-механическую модель электрона в поле кристаллической решетки [191], которая используется для описания полярона большого радиуса (полярон Фрелиха). Близкие идеи высказывались также в работах Мотта [192, 193].

В дальнейшем экспериментальные и теоретические исследования полярных состояний и их подвижности в различных материалах приобрели довольно большой размах, который отражен во многих обзорах [116, 194–199] и книгах [115, 200].

Новаторский подход в работе Д. И. Блохинцева [146] состоял в попытке описать проблему автолокальных состояний электрона на основе приближения сильно связанных электронов. Это приближение было сформулировано Блохом [46, 110] и в дальнейшем, в усовершенствованном виде, получило широкое распространение в физике конденсированных сред, особенно для описания локализованных состояний различной природы и неупорядоченных систем [110, 201]. Метод сильной связи является одним из наиболее известных и часто используемых полуколичественных методов расчета волновых функций и энергий. Он известен также под другим, более подходящим названием как метод линейной комбинации атомных орбиталей (ЛКАО). Метод сильной связи исходит из того факта, что функции типа блоховских можно построить в виде линейной комбинации атомных волновых функций. Как пишет Д. И. Блохинцев, «... в этой работе за исходный пункт берется гейзенберговское приближение, в котором, как известно, состояние кристалла выводится из состояний изолированных атомов» [146].

В самом деле, можно показать [110, 201], что суммы Блоха $\psi_{\mathbf{k}}(\mathbf{r})$, построенные на атомных волновых функциях

$$\psi_{\mathbf{k}}(\mathbf{r}) = \sum_n e^{i\mathbf{k}\mathbf{R}_n} \phi(\mathbf{r} - \mathbf{R}_n), \quad (23)$$

обладают той же самой периодичностью, что и точные электронные состояния в кристалле с волновым вектором \mathbf{k} . Гамильтониан задачи включает в себя сумму потенциалов, центрированных на отдельных узлах решетки. Уравнение Шредингера запишется в виде

$$\left(-\frac{\hbar^2}{2m} \nabla^2 + V_{\text{at}} + V' \right) \psi = (H_0 + V')\psi = E\psi. \quad (24)$$

Здесь V_{at} — потенциал электрона в изолированном атоме и V' — дополнительная потенциальная энергия электрона в поле решетки. При этом

$$H_0\phi = E_a\phi,$$

где E_a — собственная энергия, отвечающая атомной орбитали ϕ . Предполагая применимость теории возмущений, решения уравнения Шредингера можно представить в виде линейной комбинации атомных волновых функций (23). Коэффициенты в этом разложении определяются из условия блоховской периодичности. В результате имеем

$$\begin{aligned} \psi_{\mathbf{k}}(\mathbf{r} + \mathbf{R}_a) &= \sum_n \exp(i\mathbf{k}\mathbf{R}_n) \phi(\mathbf{r} + \mathbf{R}_a - \mathbf{R}_n) = \\ &= \exp(i\mathbf{k}\mathbf{R}_a) \sum_n \exp[i\mathbf{k}(\mathbf{R}_n - \mathbf{R}_a)] \phi(\mathbf{r} - (\mathbf{R}_n - \mathbf{R}_a)), \end{aligned} \quad (25)$$

откуда получим соотношение

$$\psi_{\mathbf{k}}(\mathbf{r} + \mathbf{R}_a) = \exp(i\mathbf{k}\mathbf{R}_a)\psi_{\mathbf{k}}(\mathbf{r}). \quad (26)$$

Рассмотрим равенство

$$\int \psi_{\mathbf{k}}^* H_0 \psi_{\mathbf{k}} d\tau + \int \psi_{\mathbf{k}}^* V' \psi_{\mathbf{k}} d\tau = E \int \psi_{\mathbf{k}}^* \psi_{\mathbf{k}} d\tau. \quad (27)$$

Подставим в это соотношение уравнение (23). Удобно ввести в рассмотрение следующие параметры:

$$\begin{aligned} t_{\alpha} &= -N \int \phi^*(\mathbf{r} - \mathbf{R}_n) V' \phi(\mathbf{r} - \mathbf{R}_n) d\tau, \\ t_{\beta} &= -N \int \phi^*(\mathbf{r} - \mathbf{R}_m) V' \phi(\mathbf{r} - \mathbf{R}_n) d\tau, \end{aligned} \quad (28)$$

где n и m — соседние узлы решетки. Параметры t_{α} и t_{β} являются положительными величинами. В результате найдем, что

$$E = E_a - t_{\alpha} - t_{\beta} \sum_m \exp(i\mathbf{k}(\mathbf{R}_n - \mathbf{R}_m)). \quad (29)$$

Для простой кубической решетки имеем

$$E(k) = E_a - t_{\alpha} - 2t_{\beta}(\cos(k_x a) + \cos(k_y a) + \cos(k_z a)). \quad (30)$$

Видим, что энергия электронов ограничена пределами зоны $\pm 6t_{\beta}$. При этом каждому состоянию электрона в изолированном атоме соответствует зонная энергия в кристалле. Для малых значений \mathbf{k} в простой кубической решетке получим

$$E(k) = E_a - t_{\alpha} - 6t_{\beta} + t_{\beta}k^2a^2. \quad (31)$$

Из этого уравнения следует выражение для эффективной массы (ср. с (10)):

$$m^* = \frac{\hbar^2}{2t_{\beta}a^2}. \quad (32)$$

Ясно, что ширина зоны определяется степенью перекрытия атомных орбиталей на соседних атомах; чем уже зона, тем больше эффективная масса вблизи дна зоны. Итак, приближение сильно связанных электронов не только полезно в практическом отношении, но и дает возможность по-новому взглянуть на характер блоховских состояний, дополняя картину почти свободных электронов. Можно сказать, что в методе сильной связи твердое тело рассматривается как совокупность слабо взаимодействующих нейтральных атомов, или, другими словами, как гигантская молекула [202] из примерно 10^{23} атомов.

Исследование локализованных состояний в рамках метода сильной связи в работе [146] подводило Д. И. Блохинцева к необходимости описания взаимодействия электрона с колебаниями решетки, соответствующего духу этого метода. Он пишет: «Локализация электрона... в каком-нибудь m -м узле решетки может иметь место лишь в деформированном кристалле... переход электрона из одного узла в другой... будет происходить лишь при затрате некоторой энергии... на уничтожение деформации, сдерживающей электрон в m -м узле». Однако описание электрон-фононного взаимодействия в приближении сильно связанных электронов началось гораздо позднее.

Построение теории электрон-фононного взаимодействия в приближении сильно связанных электронов было инициировано Фрелихом [203] в 1966 г. и затем продолжено в ряде работ [204–208]. Фрелих [203] предложил описывать взаимодействие сильно связанных электронов с колебаниями решетки в духе приближения «жестких ионов», когда волновые функции электронов «жестко» следуют за движущимися ионами. Такое приближение получило название модифицированного приближения сильной связи (МТВА).

Интеграл перескока между двумя узлами решетки равен

$$t_{ij} = \int d^3r w^*(\mathbf{r} - \mathbf{R}_j) \left[\frac{\hbar^2 p^2}{2m} + \sum_l V_{sf}(\mathbf{r} - \mathbf{R}_l) \right] w(\mathbf{r} - \mathbf{R}_i). \quad (33)$$

Здесь V_{sf} — самосогласованный потенциал решетки с учетом соответствующего экранирования, а $w(\mathbf{r} - \mathbf{R}_i)$ — функции Ванье. Рассмотрим малые отклонения иона ($\mathbf{R}_i^0 + \mathbf{u}_i$) от равновесного положения \mathbf{R}_i . Предполагается, что волновые функции электронов мало изменяются при смещении ионов, и, следовательно, для деформированной решетки остаются справедливыми соотношения ортогональности

$$\int d^3r w^*(\mathbf{r} - \mathbf{R}_j^0 - \mathbf{u}_j) w(\mathbf{r} - \mathbf{R}_i^0 - \mathbf{u}_i) \approx \delta_{ij}. \quad (34)$$

Для малых смещений \mathbf{u}_i получим

$$t(\mathbf{R}_j^0 + \mathbf{u}_j - \mathbf{R}_i^0 - \mathbf{u}_i) \approx t(\mathbf{R}_j^0 - \mathbf{R}_i^0) + \left. \frac{\partial t(\mathbf{R})}{\partial \mathbf{R}} \right|_{\mathbf{R}=\mathbf{R}_j^0-\mathbf{R}_i^0} (\mathbf{u}_j - \mathbf{u}_i) + \dots \quad (35)$$

В работе [205] было предложено использовать следующее соотношение, обусловленное экспоненциальным спаданием радиальной части волновых функций электрона в форме, предложенной Слетером или Ванье:

$$\frac{\partial t(\mathbf{R})}{\partial \mathbf{R}} \simeq -q_0 \frac{\mathbf{R}}{|\mathbf{R}|} t(\mathbf{R}). \quad (36)$$

Здесь q_0 — слетеровский коэффициент, характеризующий убывание радиальной части волновых функций электрона. В представлении вторичного квантования гамильтониан электрон-фононного взаимодействия в приближении сильно связанных электронов запишется в виде [207, 208]

$$H_{ei} = \sum_{kk_1} \sum_{qG} \sum_{\nu\sigma} g_{kk_1}^\nu a_{k_1\sigma}^\dagger a_{k\sigma} (b_{q\nu}^\dagger + b_{-q\nu}) \delta(\mathbf{k}_1 - \mathbf{k} + \mathbf{q} + \mathbf{G}), \quad (37)$$

где

$$g_{kk_1}^\nu = \left(\frac{1}{(\mathcal{N}M\omega_\nu(k))} \right)^{1/2} I_{kk_1}^\nu, \quad (38)$$

$$I_{kk_1}^\nu = 2iq_0 \sum_{\alpha} t(\mathbf{a}_\alpha) \frac{\mathbf{a}_\alpha \mathbf{e}_\nu(\mathbf{k}_1)}{|\mathbf{a}_\alpha|} [\sin(\mathbf{a}_\alpha \mathbf{k}) - \sin(\mathbf{a}_\alpha \mathbf{k}_1)]. \quad (39)$$

Операторы $b_{q\nu}^\dagger$ и $b_{-q\nu}$ описывают рождение и уничтожение фононов, а $\omega_\nu(k)$ — акустические частоты фононов.

В дальнейшем было показано [209], что гамильтониан электрон-фононного взаимодействия в приближении сильно связанных электронов при рассмотрении различных свойств твердых тел дает результаты, эквивалентные тем, которые следуют из гамильтониана Фрелиха [191], но только в случае гармонического приближения для колебаний решетки и пространственной изотропии. Для ангармонических и сильно анизотропных систем результаты могут отличаться. Использование гамильтониана электрон-фононного взаимодействия в приближении сильно связанных электронов для изучения нормальных и сверхпроводящих свойств металлов и их разупорядоченных сплавов показало, что данный подход обладает целым рядом преимуществ для определенного класса веществ. Подробности даны в работах [204–208, 210–213].

4. КВАНТОВАЯ ФИЗИКА И ТЕОРИЯ ТВЕРДОГО ТЕЛА. РАБОТЫ 1938–1939 ГГ.

В 1938 г. Д.И. Блохинцев, совместно с Б.И. Давыдовым, опубликовал работу «К теории твердых выпрямителей» [214]. Она посвящена вопросу, который в то время привлекал к себе повышенное внимание вследствие его прикладного значения [44, 143, 215]. Этим вопросом в те годы занимался также И.В. Курчатов [216]. Изучению контакта металл–полупроводник было посвящено большое число работ, поскольку именно изучение контактных явлений позволило вывести на качественно иной уровень объяснение явления выпрямления и вентильного фотоэффекта в полупроводниках. При изучении явлений на контакте обнаруживались свойства, специфические именно

для полупроводников [117]. Стояла задача выяснить природу запирающего слоя, механизма выпрямления и вентильного фотоэффекта в нем. Для объяснения природы запирающего слоя Нордгейм [161], а также Френкель и Иоффе [217] предложили качественную теорию, основанную на представлении о квантово-механическом туннелировании через барьер запирающего слоя. Однако у этих теорий был ряд недостатков, которые, в результате, привели к разработке альтернативной, диффузионной теории выпрямления. «Согласно этой теории вследствие существования контактного поля на границе полупроводника с металлом образуется слой, обедненный носителями. При наложении внешнего поля в зависимости от его направления по отношению к контактному полулю такой обедненный слой или еще более возрастаает, или, наоборот, уменьшается в результате диффузии носителей тока под влиянием сил поля. Обусловленное этим изменение сопротивления обедненного слоя и приводит к выпрямлению в нем тока. Эта теория была разработана в СССР в период 1938–1941 гг. Б. И. Давыдовым, Д. И. Блохинцевым и С. И. Пекаром. Одновременно аналогичные представления были развиты и за границей Н. Ф. Моттом и В. Шоттки» [143]. Как отмечают авторы работы [44], «в приложении же к медно-закисным выпрямителям теория выпрямления была построена Б. И. Давыдовым (и вскоре развита в довоенных же исследованиях Д. И. Блохинцева и С. И. Пекара)». Отметим, что в работе Блохинцева и Давыдова [214] изучалось прохождение тока через границу между двумя полупроводниками одного типа, но с различными удельными сопротивлениями [117].

В том же 1938 г. Д. И. Блохинцев, совместно с Б. И. Спасским, обратился к более общей проблеме теории полупроводников. Работа «Обобщение вильсоновской теории полупроводников» [218] посвящена анализу возможных «следствий из представления о возможности химических реакций внутри кристаллического полупроводника». В теории Вильсона распределение электронов по квантовым уровням, соответствующее равновесию при некоторой температуре, определяет электрические и многие оптические свойства полупроводника при этой температуре. В отличие от теории Вильсона в данной работе было предположено, что сами числа электронных уровней рассматриваются как функция температуры. В результате химических реакций внутри кристаллического полупроводника зависимость многих свойств, в частности электропроводности, от концентрации примесей существенно усложняется. По существу, в данной работе речь идет о теории легированных полупроводников [117, 219], потребность в которой ощущалась уже в то время.

В другой работе обзорного характера «Современные взгляды на природу диэлектриков и проводников» [220] Д. И. Блохинцев дает очень ясное и четкое описание достижений квантовой теории твердых тел. Он пишет: «За последнее десятилетие квантовая теория способствовала развитию совершенно новых взглядов на строение атомов, движение электронов и других

микрочастиц. Основные законы, установленные квантовой (волновой) механикой, являются уже вполне завоеванной областью и вносят существенно новое в понимание проводимости проводников и диэлектриков». Д. И. Блохинцев, по существу, обращается к вопросу о классификации твердых тел, т. е. к вопросу о том, сколько существует типов твердых тел [221, 222] и на каких принципах базируется та или иная классификация. В то время этот вопрос был весьма актуален. Однако и в последующие годы, вплоть до настоящего времени, дискуссии на эту тему продолжаются [223–228]. Этот вопрос становится еще более актуальным сегодня, когда стремительно увеличивается количество новых материалов с весьма необычными свойствами [120, 122, 124, 229–236], не всегда укладывающимися в рамки привычной классификации.

Классификация твердых тел по Вильсону [89, 91–93, 95] вводила в рассмотрение три класса веществ: диэлектрики, полупроводники и металлы, т. е. основывалась на способности того или иного вещества проводить электрический ток. Такое деление восходит к первоначальной одноэлектронной картине Блоха и приближению слабо связанных электронов.

Между тем происходило быстрое расширение круга изучаемых веществ в связи с растущими потребностями техники и технологии и накопление данных об их физико-химических свойствах [221, 222]. Поэтому Ф. Зейтц [237] пересмотрел и дополнил классификацию Вильсона. Он учитывал не только способность проводить электрический ток, но и тип связей [225], формирующий твердое тело. Примечательно, что его известная книга «Современная теория твердого тела» открывается главой «Эмпирическая классификация твердых тел», которая вводит в рассмотрение пять типов твердых тел. Эта классификация такова [237]:

- а) металлы;
- б) ионные кристаллы;
- в) валентные кристаллы;
- г) полупроводники;
- д) молекулярные кристаллы.

Киттель [238] расширил классификацию Зейтца и добавил еще один класс веществ: кристаллы с водородными связями.

Ф. Андерсон [223] уточнил классификацию по Зейтцу и Киттелю и подверг ее критике. По мнению Андерсона, «... в сколько-нибудь реальном смысле различия между полупроводниками и металлами или валентными кристаллами по типу связи и между полупроводниками и другими типами изоляторов по проводимости являются совершенно искусственными; полупроводники не представляют собой отдельного класса кристаллов ни в каком реальном смысле» [223]. Практически общепринятая классификация Ашкрофта и Мермина [239] составлена в духе этого замечания Андерсона. Она также опирается на две характеристики: тип связи и проводимость, хотя сами авторы подчеркивают ее условность и неполноту (см. также [240]). Напри-

Таблица 1. Типы кристаллических твердых тел

Название	Вещества
Ионные кристаллы	Щелочно-галоидные соединения
Ковалентные кристаллы	Алмаз, кремний и т. д.
Металлические	Различные металлы и сплавы
Молекулярные кристаллы	Ar, He, O ₂ , H ₂ , CH ₄
Вещества с водородными связями	Лед, KН ₂ РО ₄ , флюориды
Квантовые кристаллы	Твердый Не, Ag и т. д.
Высокотемпературные сверхпроводники	HgBa ₂ Ca _{n-1} Cu _n O _{2n+2+δ} и т. д.
Фуллерены, наноматериалы	C ₆₀ , C ₃ O ₄ и т.д.
Фотонные кристаллы, левые среды	Яблоновит

мер, квантовые кристаллы [241, 242] не вполне укладываются в эту классификацию. Получило подтверждение существование так называемого вигнеровского кристалла, т. е. кристаллической фазы вырожденного электронного газа [243, 244] в полупроводниковых гетероструктурах. Существование таких объектов, как квазикристаллы [245], является вызовом всем существующим классификациям.

В настоящее время процесс создания новых материалов происходит бурными темпами [232]. Вполне возможно, что в скором будущем привычная классификация кристаллических твердых тел существенно пополнится. Возможно, в нее будут включены отдельной строкой высокотемпературные сверхпроводники [246–248], наноматериалы [122, 233–236], фотонные кристаллы [249] и т. д. Предполагаемая классификация может выглядеть так, как показано в табл. 1. Что касается диэлектриков, то, хотя они изучались уже давно [250], последовательная теория диэлектрического состояния была предложена В. Коном [224] только в 1964 г. Более того, вопрос о том, чем же диэлектрическое состояние отличается от металлического, потребовал уточнения, как это было аргументировано показано в работах Реста [227]. В связи с исследованием окислов переходных металлов, высокотемпературных сверхпроводников и сложных окислов со структурой перовскита [251–254] выяснилось, что переход металл–изолятор обусловливается конкуренцией между шириной зоны и кулоновским межэлектронным взаимодействием (модель Хаббарда [251–254]). В связи с этим было предложено рассматривать как особое состояние так называемый изолятор Мотта–Хаббарда [255]. Таким образом, сравнение природы металлического и диэлектрического состояния вещества, которое рассматривал Д. И. Блохинцев, осталось актуальным направлением исследований вплоть до настоящего времени.

Лэмбовский сдвиг. В 1938 г. Д. И. Блохинцев подготовил к печати работу под названием «Смещение спектральных линий, вызванное обратным действием поля излучения». Она была доложена на семинаре Физического института АН СССР, сотрудником которого Д. И. Блохинцев состоял, и направлена в редакцию ЖЭТФ. Работа была отклонена редакцией и опубликована только в 1958 г. в сборнике научных работ и статей Д. И. Блохинцева в Дубне. Эта работа отражена в обзорном докладе Я. А. Смородинского [256]. Вот что написано об этом в сборнике [6]: «Уже в ранних работах Дмитрия Ивановича проявилось глубокое понимание сущности квантовой механики, свежесть и смелость взглядов, оригинальность мышления, предвосхитившие дальнейшее развитие физики. Особенно характерна в этом отношении работа по вычислению «смещения спектральных линий, вызванного обратным действием поля излучения», которая, по существу, содержала теорию лэмбовского сдвига, послужившего началом создания квантовой электродинамики. Она была доложена в 1938 г. на семинаре в Физическом институте АН СССР и сдана в 1938 г. в редакцию ЖЭТФ. Полученная Д. И. Блохинцевым формула для лэмбовского смещения, ставшая знаменитой, отличается от формулы Г. Бете лишь числовым множителем, появившимся в 1948 г. вследствие ультрафиолетового обрезания. К сожалению, это важнейшее открытие не было тогда опубликовано в ЖЭТФ. Других возможностей для публикации не оказалось».

Лучше всего историю создания работы «Смещение спектральных линий, вызванное обратным действием поля излучения» рассказал сам Д. И. Блохинцев [31]. «Под таким названием на семинаре в ФИАНе в 1938 г. мною была доложена работа, которая, в сущности, содержала теорию лэмбовского сдвига, открытого позднее, спустя десять лет... Однако эта моя работа, к сожалению, не была опубликована, так как редакция журнала ЖЭТФ возвратила мне рукопись, считая мои расчеты необычными. У меня хранится возвращенная ими рукопись с печатью журнала, удостоверяющей срок ее поступления (25.02.1938 г.). Не нашел я поддержки и среди своих коллег в ФИАНе. Других путей не было. И эта важнейшая работа не была в свое время опубликована. Основная идея работы вытекала из моего глубокого убеждения в реальном существовании физического вакуума, однако я опасался подчеркнуть эту сторону дела, крика ради беотийцев...»

Лэмбовский сдвиг действительно относится к числу весьма примечательных и интересных эффектов квантовой физики [256–261]. Лэмб с сотрудниками провели очень точные, тщательные и красивые экспериментальные исследования [261] по определению структуры уровней с $n = 2$ для водорода, дейтерия и однократно ионизованного гелия. Так как разность энергии этих уровней очень мала, то вероятность спонтанных переходов оказывается пре-небрежимо малой. Однако если атом поместить во вращающееся (или осциллирующее) с соответствующей частотой магнитное поле, то можно наблюдать индуцированные переходы. Этую частоту можно очень точно измерить; она

равна значению разности энергий двух уровней, деленному на \hbar . Измерение частоты вращения в опытах Лэмба дало значение в ридберговых единицах разности энергии двух уровней с одинаковым главным квантовым числом; примечательно, что не требуется никаких предварительных сведений о постоянной Планка \hbar . В основном лэмбовский сдвиг определяется изменением «масштаба» в волновых функциях атома, которые используются при вычислении математического ожидания соответствующих выражений. Полный сдвиг ΔE , который не зависит от частоты виртуального фотона, равен [260]

$$\begin{aligned} \Delta E = \frac{\alpha}{3\pi} \left(\frac{\hbar}{mc} \right)^2 & \left[\ln \frac{mc^2}{K_0} - \ln 2 - \frac{3}{8} + \frac{5}{6} - \frac{1}{5} \right] \langle e\Delta\varphi(\mathbf{r}) \rangle_{00} - \\ & - \frac{\alpha}{2\pi} i \left(\frac{e\hbar}{2mc} \right) \langle \beta \alpha \mathcal{E}(\mathbf{r}) \rangle_{00}. \end{aligned} \quad (40)$$

Точное вычисление выражения (40) для радиационной поправки энергии водородоподобного атома дано в книге [260]. Для тонкого расщепления F Г. Бете вычислил разность энергии $2P_{1/2}$ - и $2P_{3/2}$ -состояний водородоподобных атомов. Теоретическое выражение имеет вид [260]

$$F = \frac{cR_D}{16} \alpha^2 \left[1 + \frac{5}{8} \alpha^2 + \left(1 - \frac{m}{M_D} \right) \frac{\alpha}{\pi} - \frac{0,656}{\pi^2} \alpha^2 \right], \quad (41)$$

где R_D — приведенная постоянная Ридберга для дейтерия, а M_D — масса дейтерия; α — постоянная тонкой структуры.

О своем расчете Д. И. Блохинцев пишет: «В результате [моих] вычислений было получено [для смещения частоты]

$$\delta\omega_0 = k \left(\frac{e^2}{\hbar c} \right)^3 \frac{Z^4}{n^3} R \lg \left(\frac{\mu c^2}{\Delta E_{cp}} \right), \quad (42)$$

где k — численный коэффициент; ΔE_{cp} — средняя энергия; n — главное число уровня; R — постоянная Ридберга. В силу неточности в обрезании коэффициент k и значения ΔE_{cp} несколько отличались от точных значений, полученных методом перенормировки массы электрона (замечу, что (42) можно переписать в виде $\delta\omega_0 \cong |\psi_s(0)|^2$, как это обычно сейчас и делают: здесь $\psi_s(0)$ — значение волновой функции в точке $r = 0$). Вычисленное по этой формуле отношение $\delta\omega_0/\omega = 2,8 \cdot 10^{-8}$ для иона Не находилось в хорошем согласии и по величине, и по знаку с наблюденным в измерениях Пашена, которое составляло у него $10^{-6} - 10^{-7}$. Более точных измерений тогда не было. Это обстоятельство, конечно, неблагоприятно отразилось на дальнейшем усовершенствовании неопубликованной работы. И только после войны, в 1948 г., выяснилось все ее значение для теоретической физики» [31].

Лэмбовский сдвиг уровней в водороде, т. е. энергию, на которую $2S_{1/2}$ -состояние лежит выше $2P_{1/2}$ -состояния, получают путем объединения различных членов, которые дают вклад в теоретическое выражение для лэмбовского сдвига. Эта процедура подробно освещена в книге [260], к которой мы отсылаем читателя за деталями. Экспериментальные исследования лэмбовского сдвига продолжаются. Недавно сообщалось о первых измерениях двухпетлевых поправок к лэмбовскому сдвигу в сильно ионизованных атомах тяжелых элементов с помощью техники ионных ловушек [262].

История теоретического вычисления величины лэмбовского сдвига сама по себе представляет интерес. Она известна из первых рук и хорошо описана в статьях [263, 264] и книгах [265, 266]. По словам Вайскопфа, «с 1936 г. имелись неясные сведения, что положение наблюдаемых уровней водорода не совпадает в точности с предсказаниями, следующими из уравнения Дирака, — так называемый эффект Пастернака. Существовали некоторые соображения о том, как можно рассчитать этот эффект с помощью квантовой электродинамики при наличии расходимостей. После войны я решил заняться этой проблемой вместе с очень способным аспирантом Б. Френчем... Мы думали рассчитать этот эффект, более известный под названием лэмбовского сдвига, попытавшись изолировать бесконечную собственную энергию электрона. Это были трудные вычисления, так как техника перенормировки еще не была развита. Нужно было вычислить разность энергий свободного и связанного электронов, при этом обе энергии были бесконечны. Нам следовало действовать очень аккуратно, потому что вычисление разности расходящихся величин часто приводит к ошибкам. Мы медленно преодолевали трудности, так как в то время не было хороших экспериментальных результатов. Но затем У. Лэмб и Р. Ризерфорд поставили хороший эксперимент, и, наконец, мы получили результат, который прекрасно совпадал с их данными. Я сообщил об этом Юлиану Швингеру и Дику Фейнману... они повторили наши вычисления, но их результаты не совпали с нашими, причем Швингер получил то же число, что и Фейнман... Мы отложили публикацию, чтобы найти ошибку, и искали ее полгода. Тем временем Лэмб и Кролл опубликовали результат расчета того же эффекта, который более или менее совпадал с нашим. Затем мне позвонил Фейнман из Итаки: «Вы правы, я ошибался!» Таким образом, если бы у нас хватило мужества опубликовать наши результаты, наша статья была бы первой, объясняющей эксперимент Лэмба и Ризерфорда. Каков же вывод из этой истории? Надо верить в то, что делаешь» [265].

5. СТАТИСТИЧЕСКАЯ ФИЗИКА. РАБОТЫ 1939 Г.

В 1939 г. Д. И. Блохинцев опубликовал небольшую работу «Гидродинамика электронного газа» [267]. В ней рассматривается гидродинамическое описание системы многих частиц (электронов), т. е. описание в терминах

«сокращенного» набора переменных, характеризующих систему: тока $I(x)$ и плотности частиц $\varrho(x)$. Д. И. Блохинцев опирается на анализ В. Паули, проведенный в ч. 1, разд. 5 его книги «Общие принципы волновой механики» [268]. Как подчеркивает Д. И. Блохинцев, поскольку многочастичная задача не может быть решена точно, нужно искать приближенное решение. Как известно [269], весьма эффективным способом вычисления собственных функций и собственных значений энергии является метод самосогласованного поля. Этот метод был разработан сначала Хартри без учета обмена электронов, а затем Фоком [67, 68] с учетом этого обмена. Имеется большое количество работ по этому методу [269] как с учетом обмена, так и без учета. Д. И. Блохинцев пишет [267]: «Поэтому мы с самого начала обратимся к приближению Хартри–Фока, приписывающим каждому электрону n свою индивидуальную функцию $\psi_k(x)$. В этом приближении система электронов описывается матрицей плотности

$$\rho(x, x') = m \sum_k \psi_k(x) \psi_k^*(x'), \quad (43)$$

где m — масса электрона. Сумма распространена по всем занятым состояниям. Эта матрица удовлетворяет уравнению

$$i\hbar \frac{\partial}{\partial t} \rho = H\rho - \rho H. \quad (44)$$

Последнее уравнение есть не что иное, как уравнение Лиувилля для матрицы плотности. Рассматривая далее динамические уравнения (уравнения движения) для тока, Д. И. Блохинцев выводит «гидродинамическое» уравнение для системы многих частиц (электронов), содержащее в тензоре напряжений градиенты плотности газа. Для получения замкнутых выражений он обращается «к приближениям, характерным для статистической теории Ферми–Томаса». Как известно [66, 269], статистическая модель атома описывает электроны атома статистически, как электронный газ при температуре абсолютного нуля. Модель дает хорошее приближение только для атомов с большим числом электронов, хотя она использовалась вплоть до числа электронов, равного 10. При статистическом методе детали электронной структуры не получают отражения, и потому использование «гидродинамического» описания Д. И. Блохинцевым являлось вполне уместным. В духе подхода статистической модели атома полную энергию атома получают из энергии электронного газа в отдельных элементарных объемах dv путем интегрирования по всему объему атома. Поступая подобным образом и пользуясь уравнением непрерывности, Д. И. Блохинцев выводит выражение для энергии газа, которое (в статическом случае) совпадает с выражением, полученным ранее Вайцзеккером [270] другим методом. Развитие и обсуждение модели Томаса–Ферми–Вайцзеккера содержится в работе [271]. Дальнейшее развитие статистической модели вещества в рамках модели Томаса–Ферми излагается в обзорах [272–276].

Здесь будет уместно отметить, что в работе «Гидродинамика электронного газа» [267] есть еще один аспект, который на первый взгляд не бросается в глаза, но тем не менее вызывает большой интерес. По существу, здесь было показано, что систему в низкоэнергетическом пределе можно характеризовать небольшим набором «коллективных» (или гидродинамических) переменных и соответствующих этим переменным уравнений движения. Выход за рамки низкоэнергетического сектора потребовал бы рассмотрения плазменных возбуждений, эффектов перестройки электронных оболочек [277] и т. д. Существование двух шкал, низкоэнергетической и высокоенергетической, при описании физических явлений явно или неявно используется в физике. В последнее время эта тема получила интересное и глубокое развитие. Поэтому мы рассмотрим ее подробнее.

Квантовый протекторат. Здесь будет полезно остановиться на обсуждении интересной концепции, которая была сформулирована относительно недавно, а именно концепции *квантового протектората*. В работе с примечательным названием «Теория Всего» [278] ее авторы Р. Лафлин и Д. Пайнс обсуждают наиболее фундаментальные принципы описания вещества (материи, matter) в самом широком смысле этого слова. Поскольку нам придется неоднократно употреблять этот загадочный термин «материя», дадим его определение, следуя современному словарю научной лексики: «Материя — то, что занимает пространство в любое данное время и является наблюдаемым или детектируемым, т. е. любой объект, или любой материал, или любой организм, составленный из материи. Материя имеет структуру; различные типы материи имеют различные структуры, но вся материя рассматривается как состоящая из дискретных частиц (атомов). Величина материи может быть измерена ее массой, или ее объемом, или ее количеством вещества» [279].

Позднее мы еще вернемся к этому вопросу, а сейчас обратимся к работе Лафлина и Пайнса [278]. Авторы задаются вопросом, что же есть «теория всего», т. е. та теория, которая реально применима для описания всех вещей и явлений и «которая описывает повседневный мир человеческих существ — воздух, воду, скалы, огонь, людей и т. д.?» Ответ авторов — это «нерелятивистская квантовая механика», или, точнее, уравнение нерелятивистской квантовой механики, которое они записывают в виде

$$H\psi = -\frac{\hbar}{i} \frac{\partial\psi}{\partial t}. \quad (45)$$

Это единственная формула, которая записана в их работе; дано еще подробное определение гамильтониана системы, состоящей из многих взаимодействующих частиц. Правда, авторы оговариваются, что «... не столь непосредственные вещи во Вселенной, как планета Юпитер, деление ядер, Солнце, или распространенность изотопов элементов в пространстве не описываются этим уравнением, поскольку не учитываются такие важные элементы, как гравита-

ция и ядерные взаимодействия. Но, за исключением света, который можно легко включить в рассмотрение, и, возможно, гравитации, эти опущенные элементы несущественны для явлений, которые определяются шкалой, важной для людей (*to people-scale* феномена). Уравнение (45) есть именно та Теория Всего, которая необходима для нашего повседневного мира».

Заметим, что построение универсальной картины Вселенной, целиком основанной на данных естественных наук, является давней мечтой определенной части человечества. В связи с этим полезно напомнить, как трактует понятие Вселенная (*Universe*) один из авторитетных словарей научной лексики: «Вселенная — общность (*totality*) астрономических объектов, событий, соотношений и энергий, которые допускают объективное описание» [280]. Конец XIX в. был, пожалуй, наиболее полон ожиданиями скорого построения «единой физической картины мира»: «С давних времен, с тех пор, как существует изучение природы, оно имело перед собой в качестве идеала конечную, высшую задачу: объединить пестрое многообразие физических явлений в единую систему, а если возможно, то в одну-единственную формулу» [281].

Возможно, что именно в продолжение этой линии Р. Фейнман писал в своем знаменитом курсе физики: «Часто люди в каком-то неоправданном страхе перед физикой говорят, что невозможно написать уравнение жизни. А может быть, и можно. Очень возможно, что на самом деле мы уже располагаем достаточно хорошим приближением, когда пишем уравнения квантовой механики (45). Только что мы видели, как явления во всей их сложности легко и поразительно получаются из простых уравнений, которые описывают их. Не подозревая о возможностях простых уравнений, люди часто заключают, что для объяснения всей сложности мира требуется нечто данное от Бога, а не просто уравнения». Этот пассаж Фейнмана отчасти перекликается с неоднократными замечаниями Эйнштейна о «попытках реализации программы» унификации — «... а именно: к описанию физической реальности посредством полей, не имеющих особенностей и удовлетворяющих дифференциальным уравнениям в частных производных».

Конец XIX в. совпал с изменением физической парадигмы — от механической картины мира с двумя концепциями: законом движения и выражением для силы — к гораздо более глубокой концепции поля. А. Эйнштейн считал это «революцией». Он по существу предсказал и инициировал работы в области построения единой теории поля (предшественницы «теории всего»). А. Эйнштейн писал еще в 1922 г.: «Следует ожидать, что прогресс науки вызовет такой переворот в ее основах, который окажется не менее глубоким, чем переворот, связанный с теорией поля. Однако до логически ясного фундамента нам еще очень далеко...» [282].

В настоящее время поставлена проблема объединения слабого, электромагнитного, гравитационного и сильного взаимодействий [283]. Многие ис-

следователи работают в этом направлении, но пока можно говорить только об успехе теории электрослабого взаимодействия. Эйнштейн, в отличие от Фейнмана, никогда не говорил об «уравнении жизни». Он сам предпочитал выражаться более осторожно: «Целью науки является, с одной стороны, возможно более полное познание связи между чувственными восприятиями в их совокупности и, с другой стороны, достижение этой цели путем *применения минимума первичных понятий и соотношений* (добиваясь, насколько это возможно, логического единства в картине мира, т. е. стремясь к минимуму логических элементов)» [284]. В другом месте он говорил: «Исследователь должен, скорее, выведать у природы четко формулируемые общие принципы, отражающие определенные общие черты огромного множества экспериментально установленных фактов» [285].

Говоря о построении «единой физической картины мира», М. Планк подчеркивал, что «при решении этой задачи издавна противостояли друг другу два метода, которые нередко соревновались между собой, а еще чаще взаимно исправляли и дополняли друг друга, в особенности в тех случаях, когда они соединялись для совместной работы в руках одного исследователя. Один из этих методов, более решительный, смело обобщает в одно целое результаты отдельных исследований и сразу ставит в центр внимания одно какое-нибудь понятие или один закон, которому и стремится подчинить с большим или меньшим успехом всю природу со всеми ее проявлениями... Второй метод осторожнее, скромнее и достовернее, но зато не ведет так быстро к цели, как первый, и потому получил признание значительно позднее. Он отказывается с самого начала от окончательных результатов и вносит в общую картину только те штрихи, которые представляются достоверно установленными на основании непосредственных опытов, а обобщение их предоставляет дальнейшему исследованию» [286].

Мы предоставляем читателю самому судить, к какому направлению склоняются Р. Лафлин и Д. Пайнс в своих размышлениях о «теории всего». Для нас важно следующее. Р. Лафлин и Д. Пайнс, продолжая свой анализ, пишут: «Однако, глядя на вышеприведенный список, становится очевидным, что Теория Всего не является, даже отдаленно, теорией всех вещей. Мы знаем, что уравнение (45) является правильным, потому что оно позволяет находить достаточно точные решения для малого числа частиц (изолированные атомы и малые молекулы). Однако это уравнение не может быть решено точно, когда число частиц превышает значение примерно 10. Ни один существующий компьютер или компьютер, который когда-либо будет существовать, не сможет преодолеть этот барьер, поскольку это есть катастрофа размерности (*catastrophe of dimension*). Если величина памяти компьютера, необходимая для представления квантовой волновой функции одной частицы, есть N , то величина памяти, необходимой для представления волновой функции k частиц, будет равняться N^k . Возможно выполнить приближенные расчеты для

систем больших размеров; именно благодаря таким расчетам было выяснено, почему атомы имеют тот размер, который они имеют, почему химические связи имеют ту длину и прочность, которые они имеют, почему твердое вещество имеет те свойства упругости, которые оно имеет, почему некоторые материалы прозрачны, а другие отражают или поглощают свет. Возможно также предсказать атомные конформации небольших молекул, скорости простых химических реакций, структурные фазовые переходы, ферромагнетизм и, иногда, даже температуру сверхпроводящего перехода, привлекая в качестве направляющих некоторое количество экспериментальных данных. Однако эти приближенные схемы не являются расчетами на основе первых принципов, но, скорее, являются неким родом ремесла, предназначенным для объяснения эксперимента. Поэтому по своей сути они склонны быть в наименьшей степени надежным инструментом именно тогда, когда надежность и достоверность особенно необходимы, т. е. тогда, когда экспериментальная информация скучна и недостаточна, физическое поведение не имеет аналогов и ключевые вопросы все еще не сформулированы ясно... Поэтому триумф редукционизма древних греков есть пиррова победа. Мы успешно свели все обычное физическое поведение к простой, корректной Теории Всего только для того, чтобы обнаружить, что эта теория не в состоянии открыть абсолютно ничего о множестве вещей и явлений очень большого значения» [278].

Р. Лафлин и Д. Пайнс показывают, что существуют факты, которые являются истинными (например, значение e^2/hc), но они не могут быть получены исходя из «теории всего», потому что приближенная теория не может предсказать точный результат, а значит, существуют некоторые высшие принципы, которые имеют более глубокую природу, чем та или иная микроскопическая схема.

Далее авторы формулируют свой главный тезис: возникающие физические явления, которые регулируются высшими физическими принципами, имеют некоторое свойство, характерное именно для этих явлений. Это свойство — их нечувствительность к микроскопическому описанию. Таким образом, здесь, по существу, ставится важнейший вопрос о том, что является познаваемым (постижимым) в самом глубоком смысле этого слова. Например, низкоэнергетический спектр возбуждений обычного кристаллического диэлектрика состоит из поперечной и продольной звуковых волн и ничего более, вне зависимости от деталей. Поэтому, по мнению Р. Лафлина и Д. Пайнса, нет нужды «доказывать» существование звука в твердом теле; это есть следствие существования упругих модулей на шкале больших длин, что, в свою очередь, вытекает из спонтанного нарушения трансляционной и ротационной симметрии, характеризующей кристаллическое состояние. Из этого следует обратное утверждение: мало что можно узнать об атомном строении кристаллических твердых тел, исследуя их акустические свойства. Поэтому, суммируют авторы, кристаллическое состояние есть простейший известный пример

квантового протектората — стабильного состояния вещества, низкоэнергетические свойства которого определяются высшими физическими принципами, и ничем более.

Существование двух шкал, низкоэнергетической и высокоенергетической, при описании магнитных явлений было подчеркнуто в работах автора [287, 288] при сравнительном исследовании локализованных и зонных квантовых моделей магнетизма. Было показано, что низкоэнергетический спектр магнитных возбуждений в магнитоупорядоченных твердых телах представляет собой гидродинамический полюс ($\mathbf{k}, \omega \rightarrow 0$) обобщенной спиновой восприимчивости и присутствует в модели Гейзенберга, Хаббарда и комбинированной $s-d$ -модели. В зонной модели Стонера гидродинамический полюс отсутствует; в ней нет спиновых волн. В свою очередь, стонеровские одночастичные возбуждения (аналог плазмонных возбуждений в электронном газе) отсутствуют в спектре модели Гейзенберга. Модель Хаббарда [251, 254] узких энергетических зон содержит оба типа возбуждений: коллективные спиновые волны (низкоэнергетический спектр) и стонеровские одночастичные возбуждения (высокоэнергетический спектр). В этом состоит большое преимущество модели Хаббарда и ее большая гибкость по сравнению с моделью Гейзенберга. Последняя тем не менее есть очень хорошее приближение к реальному поведению в области применимости гидродинамического описания, т. е. при больших длинах волн и малых энергий. Применение концепции квантового протектората к квантовой теории магнетизма было дано в работе автора [289]. При этом удалось сформулировать критерий применимости квантовых моделей магнетизма к конкретным веществам на основе анализа их низкоэнергетического и высокоэнергетического спектров.

Заметим, что еще ранее глубокий анализ применимости гидродинамического описания на основе расчета полюсов обобщенных восприимчивостей многочастичных систем был дан в работе [290].

6. СТАТИСТИЧЕСКАЯ ФИЗИКА. РАБОТЫ 1940–1947 ГГ.

В 1940 г. внимание Блохинцева привлекают проблемы статистического описания квантовых систем. Интерес к этим вопросам возник у него благодаря лекциям и работам по квантовой механике Л. И. Мандельштама и К. В. Никольского. Книга К. В. Никольского «Квантовые процессы» [291] многократно упоминается в книгах и статьях Блохинцева.

В работе «Связь квантового ансамбля с классическим ансамблем Гиббса» [292] исследовался предельный переход от квантовых уравнений движения для матрицы плотности к уравнениям движения для классической функции распределения. Вопрос о предельном переходе от квантовой механики к классической интересовал и Л. И. Мандельштама. В 1936 г. его студент Я. П. Терлецкий выполнил под его руководством работу «О предель-

ном переходе квантовой механики в классическую» [293, 294]. Однако сама проблема о соответствии квантово-механического и классического описания возникла с самого начала развития квантовой механики. Еще в 1924–1925 гг. Яффе [295, 296] показал, что если плотность распределения фаз выразить как функцию не только одного интеграла энергии, но и интеграла, выражающего принцип сохранения движения центра тяжести, то энергия уже не будет распределяться равномерно по степеням свободы. Яффе в этих работах удалось показать, что для осцилляторов в некоторых случаях получается величина энергии, пропорциональная частоте его колебаний, т. е. в определенной мере воспроизвести переход от классического описания к квантовому.

В работе Блохинцева [292] с общей точки зрения изучалась возможность установить соответствие между классической функцией распределения $f(q, p)$ и квантовой матрицей плотности ρ . Для этого использовалось «смешанное» (q, p) -представление для матрицы плотности ρ . Далее вводится функция

$$R(q, p) = \langle q | \rho | p \rangle \exp\left(-\frac{ipq}{\hbar}\right) \sqrt{2\pi\hbar}, \quad (46)$$

которая, как предполагалось, может быть аналогом классической функции распределения $f(q, p)$ при $\hbar \rightarrow 0$. Эта функция является полным аналогом классической плотности в пространстве фаз $f(q, p)$ для ансамбля Гиббса. Функция $R(q, p)$ подобно функции $\langle q | \rho | q' \rangle$ позволяет найти средние значения любой величины $L(q, p)$. Однако исследование возможности разложения функции $R(q, p)$ по степеням \hbar при $\hbar \rightarrow 0$ показало, что это можно сделать только в том случае, когда не учитывается симметрия или антисимметрия волновых функций. По словам самого Блохинцева, «в работе [292] было показано, что не существует какой-либо функции распределения, зависящей от (q, p) , которая могла бы изобразить квантовый ансамбль» [43]. (О матрице плотности см. разд. 46 в книге Блохинцева [43].)

В следующей работе на эту тему [297] рассматривался вопрос об условиях аппроксимации квантовой статистики классической. Было показано, что от квантового ансамбля, состоящего из одинаковых частиц, нет предельного перехода ($\hbar \rightarrow 0$) к классическому. Классическое описание получается в том случае, когда состояние систем характеризуется положением в фазовой ячейке $\Omega \gg \hbar$. Таким образом, в работах [292, 297] было положено начало новому направлению — квантовой механике в фазовом пространстве [298].

Еще раньше, в 1932 г., Вигнер [299] предложил подход для вычисления статистических средних измеряемых наблюдаемых величин. При этом вводилась «весовая» функция $w(Q)$, связанная с матрицей плотности; причем статистическая информация как бы «перемещалась» от матрицы плотности к «весовой» функции. Комплексный аргумент «весовой» функции Q представляет собой точку фазового пространства (q, p) исследуемой системы. Основная цель работы Вигнера [299] состояла в том, чтобы *вместо* волновой

функции использовать функцию распределения вероятностей в фазовом пространстве. Функция Вигнера нашла большое применение в статистической физике, в частности в физике плазмы [300], изучении когерентных свойств света [301] и т. п. По существу, Вигнер [299] предложил специальный метод усреднения по квантово-механическому ансамблю, состоящий из процедуры интегрирования по c -числовым переменным в фазовом пространстве. Было установлено, что этой цели может служить большое число функций распределения квазивероятностей в фазовом пространстве [302]; функция Вигнера является одним специальным случаем подобного рода распределений. Термин «квазивероятность» необходимо подчеркнуть; функция Вигнера *играет роль* функции распределения вероятностей в фазовом пространстве, но она не удовлетворяет всем свойствам нормального распределения вероятностей (см. подробный анализ в работах [301, 303]). При этом были установлены общие рецепты установления соответствия между функциями распределения в фазовом пространстве и правилами сопоставления классическим величинам их квантово-механических аналогов, т. е. операторов [302, 304, 305]. Существует большое число функций распределения квазивероятностей в фазовом пространстве, служащих тем же целям, что и функция Вигнера [298, 306, 307]. В частности, Мойэл [308] в 1949 г. сформулировал общий подход к квантовой механике как статистической теории, или, точнее, как виду «индетерминистической статистической динамики». В этом подходе «функции распределения для полных систем динамических переменных, характеризующих систему, выражаются через волновые векторы квантовой теории. Эти фазовые функции распределения играют основную роль в статистической теории. Показано, что используемая процедура эквивалентна выбору определенного типа теории функций некоммутирующих операторов и, следовательно, может рассматриваться как интерпретация квантовой кинематики» [308]. Далее на основании уравнений движения квантовой динамики выводились соотношения, определяющие изменения этих фазовых распределений со временем. Оказалось, что они имеют вид, характерный для динамических стохастических процессов. Было показано, что этими уравнениями эволюции в фазовом пространстве можно пользоваться вместо уравнения Шредингера.

Связь плотности вероятности в объединенном координатно-импульсном представлении квантовой механики и принципа неопределенности исследовал В. В. Курышкин [309]. Дальнейшее обсуждение этого круга вопросов содержится в обзора [306, 307] и книгах [298, 310]. Отметим также, что интересный (хотя и дискуссионный) подход к построению классических моделей квантово-механических систем был предложен Б. Т. Гейликманом [311] в 1979 г. Он исследовал классическую модель общего характера, воспроизведяющую квантово-механические закономерности и описываемую уравнением, которое, в определенном смысле, можно рассматривать как аналог уравнения Шредингера.

Следующая работа Блохинцева [312] (выполненная им совместно с Я. Б. Дащевским в 1941 г.) имеет название «О разделении системы на части — квантовую и классическую». По словам авторов, «среди физических задач, которые должны быть решены методами квантовой механики, имеются такие, когда подлежащая исследованию система взаимодействующих частиц обладает тем свойством, что одна ее часть во время процессов, происходящих в системе, движется так, как если бы она подчинялась классическим законам движения, т. е. движение происходит по траектории».

В работе исследовалась возможность разделения взаимодействующей системы на части: квантовую и классическую. Был указан вид возмущения при воздействии классической части на квантовую. Также были рассмотрены примеры из теории столкновений [130] и уравнений для модулированных движений. Сам Д. И. Блохинцев пишет об этой работе следующее [31]: «Эта работа проводилась совместно с Я. Б. Дащевским (трагически погибшим в Дарницком лагере от рук фашистов) и вытекала из моего давнего интереса к вопросу о взаимодействии классической системы с квантовой. Позднее это привело меня к важному шагу в понимании механизма квантово-механических измерений. Суть описанной работы такова: пусть x — переменные квантовой части, а X — переменные классической части системы. Тогда уравнение Шредингера гласит:

$$i\hbar \frac{\partial \Psi}{\partial t} = [H_0(x) + \mathcal{H}_0(X) + W(x, X)]\Psi, \quad (47)$$

где $H_0(x)$, $\mathcal{H}_0(X)$ — гамильтонианы свободных частей, а $W(x, X)$ — их взаимодействия. Было показано, что разделяющееся решение уравнения (47)

$$\Psi(x, X, t) = \psi(x, t)\Phi(X, t), \quad (48)$$

где $\psi(x, t)$, $\Phi(X, t)$ удовлетворяют уравнениям

$$i\hbar \frac{\partial \psi(x, t)}{\partial t} = H_0(x)\psi(x, t) + v(x, t)\psi(x, t) \quad (49)$$

и

$$i\hbar \frac{\partial \Phi(X, t)}{\partial t} = \mathcal{H}_0(X)\Phi(X, t), \quad (50)$$

$$v(x, t) = \int \Phi^*(X, t)W(x, X)\Phi(X, t)dX, \quad (51)$$

может быть получено, если

$$W(x, X) - \int W(x, X)|\Phi(X, t)|^2dX \cong 0 \text{ ».} \quad (52)$$

Эта проблематика в последующие годы привлекла большое внимание, в особенности во многих задачах физической химии. На эту тему написано много работ, часть из которых подробно рассмотрена в обзорах [313, 314].

В 1946 г., после переключения на работы по оборонной тематике, Д.И. Блохинцев возвращается к задачам квантовой физики. Работа 1946 г. носит название «Вычисление естественной ширины спектральных линий стационарным методом» [315]. Эта небольшая работа показывает большую гибкость в обращении с аппаратом квантовой механики, когда результат достигается простым и элегантным способом. Автор пишет: «Обычно задачу об испускании и поглощении света рассматривают методом квантовых переходов. Между тем эта задача, подобно задаче о дисперсии, может быть крайне просто решена методом стационарных состояний» [315]. Далее автор записывает систему уравнений для амплитуд состояний двух типов: а) когда излучатель находится в состоянии t и световые кванты отсутствуют; б) когда излучатель находится в состоянии n и излучен один световой квант. С учетом закона сохранения энергии получается решение для амплитуды и, на этой основе, приближенное выражение для положения уровня всей системы (излучатель и излучение). Из этого выражения следует «... в точности то смещение и размытие уровни, которые получает Дирак при расчете резонансного рассеяния». Далее находится «спектральное распределение в пределах ширины линии». Автор замечает, что при преобразовании амплитуды к координатному представлению «получим расходящуюся волну, амплитуда которой медленно нарастает по мере удаления от источника излучения так же, как это имеет место для классического затухающего осциллятора» [315].

Впоследствии задача о естественной ширине спектральных линий многократно использовалась для тестирования аппарата различных новых расчетных схем и теорий квантовой физики [316, 317]. В работе [318] отмечалось: «Разнообразие трактовок проблемы естественной ширины спектральных линий настолько велико, что порой сбивает с толку и мешает увидеть, насколько различные подходы описывают (или не описывают) тот же самый эффект». Известно, что возбужденные уровни изолированной атомной системы, имея вероятность высыпаться из-за взаимодействия с собственным электромагнитным полем, обладают конечным временем жизни. Это приводит к тому, что уровни становятся квазидискретными, приобретая конечную малую ширину, которая и называется естественной шириной спектральных линий. В работах [131–133] с помощью метода неравновесного статистического оператора было получено уравнение типа уравнения Шредингера с затуханием для динамической системы, слабо взаимодействующей с термостатом (см. уравнение (20)). При этом использовалась концепция «квантового шума», позволившая построить неравновесный статистический оператор с «источниками» шума и за счет этого получить систему связанных уравнений для средних амплитуд и плотностей. По существу, полученная система уравнений ана-

логична в каком-то смысле системе уравнений Блохинцева для амплитуд и моделирует поведение «затухающего осциллятора» [315]. Роль трения играет взаимодействие малой системы со средой (термостатом) $\varphi_{\alpha\beta}$. Уравнение для средних амплитуд записывается в виде

$$i\hbar \frac{d\langle a_\alpha \rangle}{dt} = E_\alpha \langle a_\alpha \rangle + \sum_\beta K_{\alpha\beta} \langle a_\beta \rangle, \quad (53)$$

где

$$K_{\alpha\beta} = \frac{1}{i\hbar} \sum_\gamma \int_{-\infty}^0 dt_1 e^{\varepsilon t_1} \langle \varphi_{\alpha\gamma} \tilde{\varphi}_{\gamma\beta}(t_1) \rangle_q. \quad (54)$$

Здесь $\langle \dots \rangle_q$ обозначает статистическое усреднение с квазиравновесным статистическим оператором ρ_q (см. работы [131–133]). Из этого уравнения следует выражение для естественной ширины спектральных линий [319]

$$\Gamma_b = \frac{4}{3} \frac{e^2 \omega_0}{m^2 c^3 \hbar} |\langle a | \mathbf{p} | b \rangle|^2 = \frac{4}{3} \frac{\omega_0^3}{c^3 \hbar} |\mathbf{d}_{ab}|^2, \quad (55)$$

где \mathbf{d}_{ab} — матричный элемент дипольного момента. Данное выражение совпадает с хорошо известным выражением для естественной ширины спектральных линий [316, 317], полученным ранее.

Далее в работе «Принцип детального равновесия и квантовая механика» [320] Д. И. Блохинцев обращается к фундаментальной проблеме физики — принципу обратимости. Он пишет: «Как известно, в классической механике в тех случаях, когда силы инвариантны относительно перемены знака всех скоростей, имеет место принцип обратимости. Согласно этому принципу при изменении знака всех скоростей или, что то же, при изменении знака времени движение протекает в обратном порядке. Точно такое же положение дел осуществляется и в квантовой механике... Установлено условие справедливости принципа детального равновесия, согласно которому вероятность прямого и обратного перехода равны между собой. Приведен пример системы, для которой не соблюдается принцип детального равновесия». Таким образом, в работе [320] рассмотрен вопрос о справедливости принципа детального равновесия для квантовых систем, необходимого для доказательства H -теоремы Больцмана, выражающей необратимость релаксационного процесса. Показано, что в случае центрального закона взаимодействия между частицами принцип детального равновесия выполняется безусловно. Однако в случаях взаимодействий, зависящих от угловых координат, требуется специальное рассмотрение, так как принцип детального равновесия в таких случаях выполняется не всегда. В частности, это относится к системам со спиновым взаимодействием. Сам Д. И. Блохинцев пишет об этой работе следующее: «В классической механике имеет место принцип детального баланса в тех случаях, когда силы инвариантны относительно перемены знака скоростей

всех частиц. В других случаях этот принцип не соблюдается. Совершенно такое же положение имеет место и в квантовой механике» [31]. Подробнее различные аспекты принципа детального равновесия рассмотрены в работах [132, 133, 135, 321].

Атом в поле зрения электронного микроскопа. В 1947 г. Д. И. Блохинцев публикует работу «Атом в поле зрения электронного микроскопа» [322], заслуживающую особого обсуждения (см. также разд. 16 книги Д. И. Блохинцева [43]). Сам Д. И. Блохинцев пишет об этой работе следующее: «Эта работа, посвященная очень специальному вопросу, заслуживает упоминания ввиду несколько необычной постановки вопроса. Происхождение ее таково. Я обратил внимание на то, что под действием рассеянного электрона атом будет получать отдачу и может быть выбит из своей позиции на поверхности «предметного стекла». Если он не будет выбит при первом рассеянии, то он может быть выбит при последующих. Следует заметить, этот опыт не обыччен с точки зрения привычной постановки измерений в квантовом ансамбле. Действительно, в этом случае мы имеем дело с повторением измерений на одном и том же экземпляре атома, а не на их совокупности, как это обычно делается. После каждого измерения состояние атома, вообще говоря, меняется, и он становится экземпляром другого квантового ансамбля. Таким образом, необходимая для получения изображения атома серия рассеяний состоит из серии рассеяний, относящихся к объектам, взятым из разных квантовых ансамблей. Кажется, это единственный случай подобной ситуации» [31].

Далее в своей статье Д. И. Блохинцев замечает: «В связи с намечающейся тенденцией к увеличению разрешающей силы электронного микроскопа как путем перехода к более коротким волнам, так и путем усовершенствования оптической системы вопрос о возможности наблюдать отдельный атом начинает приобретать практический интерес» [322]. Здесь будет уместно привести высказывание Э. Шредингера (1955 г.): «Мы не можем ни видеть, ни слышать, ни чувствовать отдельных атомов» [323]. Конечно, Шредингер здесь имел в виду наблюдение с помощью органов чувств человека. Интересно заметить, что еще в 1922 г. П. А. Флоренский писал о человеке, что тот «... есть «существо, построющее орудия» — или, точнее, «выделяющее орудия»» [324]. По Флоренскому, «орудие... есть продолжение наших чувств... Все наблюдательные инструменты, все гири, меры, весы, микрометры... микроскопы, термометры и пр. суть *искусственные расширения чувств...*» [324].

Поскольку в усовершенствовании микроскопа нуждались физики, химики, металлурги, биологи и т. д., то этот вопрос всегда вызывал повышенный интерес. В книге [30] отмечаются «замечательные работы Л. И. Мандельштама по теории микроскопа» в анализе этой проблемы: «...Л. И. Мандельштам проявил свойственную ему остроту и глубину мысли и тонкое понимание физической сущности». Работа Д. И. Блохинцева [322] продолжает разви-

тие теории микроскопа, но уже на новом, квантовом этапе. Но не только прикладное значение обуславливало интерес к данной проблеме. Согласно Блохинцеву, развитие теории микроскопа «... представляет интерес и с теоретической точки зрения, так как при наблюдении в электронный микроскоп одного атомарного объекта изображение будет возникать в результате повторения единичных актов рассеяния на одном и том же объекте, в то время как в квантовой механике обычно формулируют результаты по отношению к совокупности объектов, находящихся в одном и том же исходном состоянии. В силу воздействия на атом каждый новый акт рассеяния будет, вообще говоря, заставлять атом в новом исходном состоянии. Поэтому важно проанализировать, как будет влиять рассеяние электронов на состояние наблюдаемого атома» [322]. Проведя такой анализ, Д. И. Блохинцев показал, что «... возможно получить несколько тысяч рассеянных электронов, прежде чем атом будет выбит из занимаемого им места» (см. подробнее разд. 16 книги [43]). Д. И. Блохинцев делает вывод: «Произведенные вычисления показали [322], что есть возможность получить многие тысячи рассеяний на тяжелом атоме типа Cu, Hg и т. д. без того, чтобы атом был полностью выбит из своей позиции. Как я тогда выразился, «фотографируемый клиент может быть выбит из кресла». В то время не удалось получить подобного портрета. Фотография отдельного атома была получена только недавно американскими исследователями» [31].

Последующее развитие физики подтвердило оправданность интереса Л. И. Мандельштама и Д. И. Блохинцева к проблемам теории микроскопа. Это направление получило большое развитие в последующие годы [303, 325–329] и продолжает интенсивно развиваться [330]. При этом с помощью этой техники удается «наблюдать» единичные атомы железа, адсорбированные на поверхности платины [331], локальные детали квантового холловского состояния [332] и проследить индивидуальные молекулярные связи атомов на поверхности металла [333]. Более того, с помощью комбинации техники электронной и рентгеновской микроскопии удалось «наблюдать» реальную «форму» некоторых электронных *d*-орбиталей в плоскостях CuO₂ в сверхпроводящих купратах [334]. Недавно была продемонстрирована возможность локализовать, идентифицировать и измерить электронное окружение индивидуального атома не на поверхности, а в объеме твердого тела [335]. Подробный обзор различных типов современной техники микроскопии дан в книге [336]; это направление исследований продолжает быстро развиваться.

7. СТАТИСТИЧЕСКАЯ ИНТЕРПРЕТАЦИЯ КВАНТОВОЙ ТЕОРИИ И МЕТОД АНСАМБЛЕЙ

Д. И. Блохинцев вспоминает, что «в 1930–1940-х гг. в ФИАНе и МГУ интерес многих физиков-теоретиков сосредотачивался вокруг основ кван-

товой механики, которая в то время многим казалась полной парадоксов» [31].

В настоящее время квантовая механика является собой весьма продвинутую дисциплину, которая имеет широчайшую область применения: от трактовки понятий психоанализа [337] и феномена сознания [338–340] до таких явлений, как телепортация [341, 342]. Кажется, что все положения квантовой теории отточены до совершенства; ее физические [343–345] и логические [346–350] основания сформулированы и изучены как с математической [351, 352], так и с концептуальной [353] точек зрения. Как справедливо отмечено в работе [354], «большинство современных физиков вполне единодушно согласны в том, что квантовая теория математически состоятельна, что ее формализм достаточно прозрачен, но широко распространено убеждение, что ее интерпретация сложна и парадоксальна. Самые трудные проблемы возникают в связи с пониманием соотношения формализма квантовой механики с тем, как физики мыслят “физическую реальность”». В самом деле, при интерпретации квантовой механики физики говорят о «реальности, закрытой покрывалом» [355], о «тенях разума» [338] и т. п. (см. интересную дискуссию в работах [356–358]). Начавшись в первые годы создания квантовой механики [8, 10, 359, 360], дискуссии об интерпретации квантовой механики [361–364] продолжаются до настоящего времени [365–373]. Об остроте дискуссии свидетельствует следующее высказывание одного из ее активных участников: «... многие физики годами слепо повторяли точки зрения Бора и Вернера Гейзенberга на основания квантовой механики, не имея ясного представления о том, что они означают. Мы с удовлетворением отмечаем, что господство так называемой копенгагенской ортодоксии ослабляется и физики начинают рассматривать альтернативные точки зрения на фундаментальные вопросы с открытым умом» [370] (см. также интересное изложение этого вопроса в книге [374]).

Имя Д. И. Блохинцева тесно связано с проблемой интерпретации квантовой механики. Этому вопросу посвящено большое число его статей [375, 376] и книг [43, 377, 378]. Причем его взгляды на этот предмет изменялись и эволюционировали по мере углубления и оттачивания аргументов. Последнее издание его учебника [43] в этом смысле радикально отличается от первого и второго изданий [379]. Интересно проследить эту эволюцию и попытаться понять истоки и смысл дискуссий об основаниях квантовой теории в те годы.

М. А. Марков вспоминает: «В те годы становления квантовой механики многое в ней казалось неясным с точки зрения старых, привычных представлений... Новая теория — квантовая теория — давала много поводов для размышлений и дискуссий» [35]. Как отмечается в книге [30], Л. И. Мандельштам уделял этим вопросам большое внимание: «... Его внимание все больше привлекают теоретические изыскания по отдельным узловым вопросам волновой механики, особенно по проблемам, имеющим важное

теоретико-познавательное значение. Интерес к подобного рода проблемам, связанным с аксиоматикой и логическим обоснованием основных методов физики, всегда был живым у Л.И.; в последние годы его деятельности направление это не только не ослабевало, но и, по-видимому, имело тенденцию сделаться решающим». Поскольку Л.И. Мандельштам «... очень много размышлял над ее (квантовой теории) основами и часто касался ее в своих лекциях и семинарах» [30], это не могло не оказать влияния на молодого исследователя Д.И. Блохинцева.

В дискуссии по основам квантовой теории были так или иначе вовлечены большинство физиков в Советском Союзе и целый ряд крупнейших ученых Запада (Н. Бор, А. Эйнштейн, В. Гейзенберг, М. Борн, Л. де Броиль и т.д.). В Советском Союзе в эти дискуссии подчас привносился идеологический подтекст (см., например, [380–383]). Д.И. Блохинцев вспоминает, что «вмешательство некоторых философов в развязавшиеся в связи с этим дискуссии способствовало запутыванию ясно поставленных физических вопросов и неестественному обострению дискуссии» [31].

Между тем поводов для споров было достаточно и без идеологического контекста. Самыми насущными проблемами интерпретации квантовой механики стали проблема измерения и роль наблюдателя, а также вероятностная интерпретация ψ -функции. Как отмечал Р.Фейнман, «существует несколько проблем, связанных с интерпретацией, над которыми можно было бы еще поработать... Одна из них — это доказать, что вероятностная интерпретация ψ -функции является единственной последовательной интерпретацией этой величины... Было бы интересно показать, что нельзя предложить никакого другого последовательного истолкования этой величины...» [384]. В результате многолетних исследований и размышлений Д.И. Блохинцев выработал свой собственный подход к интерпретации квантовой механики, вобравший в себя идеи Дж. фон Неймана [33], Л.И. Мандельштама [32] и К.В. Никольского [291]. В итоговой работе [377] он пишет: «Предпринятое в этих лекциях изложение квантовой механики существенно базируется на идеях фон Неймана, которые в свое время привлекли интерес московской школы теоретиков. Эту школу в 30-х годах возглавлял акад. Л.И. Мандельштам. Существенный вклад в наше понимание квантовой механики был внесен проф. К.В. Никольским». Согласно Блохинцеву, «...квантовая механика рассматривается как теория квантовых статистических ансамблей, как прямое обобщение классической статистической механики. Такой подход к основам квантовой механики имеет преимущество перед традиционным ее изложением на основе волновой функции, так как позволяет включить как главу квантовой механики теорию квантовых измерений» [377].

Д.И. Блохинцев отмечает: «Признанным идеологом квантовой механики был Н.Бор. Однако его концепция всегда вызывала у меня чувство неудовлетворенности. Я никогда не разделял чаяния некоторых физиков, что кван-

товая механика нуждается в «скрытых параметрах», открытие которых свело бы ее к особому роду статистической механики. Однако большинство недовольных Н. Бором, как тогда говорили, — «воззрениями копенгагенской школы», противопоставляли Н. Бору именно концепцию «скрытых параметров». Моя неудовлетворенность копенгагенской концепцией имела совсем другие основания. Два пункта в этой концепции казались мне неудовлетворительными. 1) Недостаточно ясное определение того статистического ансамбля, к которому относятся объекты измерения и измерительные приборы. В результате волновую функцию ψ охотно приписывали одному экземпляру микросистемы μ , взятому самому по себе, игнорируя при этом то обстоятельство, что волновая функция, являясь измеряемой величиной, не может быть, однако, получена из измерений на одном экземпляре микросистемы. 2) Наблюдателю, по концепции Н. Бора, занятому измерениями в квантовой области, приписывалась особая роль по сравнению с его ролью в классической физике. Отсюда чисто информационный взгляд на волновую функцию как на записную книжку наблюдателя. Этот взгляд приводил к естественным трудностям с применением квантовой механики к тем явлениям, которые проходили (или происходят) явно и без всякого участия каких-либо наблюдателей... Мы с большим интересом и уважением прислушивались к суждениям великого Н. Бора, но моему научному мировоззрению более импонировала позиция фон Неймана, изложенная им в его знаменитой книге «Математические основы квантовой механики». Подчеркнутый статистический подход к пониманию квантовой механики нашел основательный отклик в лекциях Л. И. Мандельштама, в работах К. В. Никольского и моих. Я заинтересовался изучением природы квантового ансамбля, его связью с классическим ансамблем Гиббса» [31].

Споры продолжались; количество разнообразных мнений по поводу интерпретации квантовой механики со временем только увеличивалось. Д. И. Блохинцев пишет: «Эти споры нашли отражение в моих работах. Полемический характер моих статей, посвященных критическому анализу взглядов копенгагенской школы и взглядов В. А. Фока, далеко не сразу, а лишь постепенно привел меня к последовательно материалистической концепции квантовых ансамблей и математической теории измерений. Только в шестидесятых годах после дискуссии с венгерским физиком Л. Яноши мне удалось сформулировать разумную теорию квантовых измерений, свободную от непоследовательности в трактовке роли наблюдателя. Эта новая концепция, в которой измерительный прибор и его взаимодействия с микрообъектом из предмета философских дискуссий были превращены в предмет теоретической физики, иными словами, было показано, как можно рассчитать это взаимодействие... Другая сторона дела в этой концепции заключается в признании объективного характера случайности и неустранимости этой случайности из квантовой механики. Случайность, столь характерная для микроявлений, об-

наруживает себя и в макроскопическом мире. Влияние микроявлений на макроявления осуществляется через нестабильные состояния макросистем» [31].

Как отмечено в книге [385], «... некоторые ученые считают, что квантовая механика изучает непосредственно свойства статистических ансамблей и неприменима к описанию поведения индивидуальных микрообъектов. «Иследуя явления, существенно зависящие от кванта действия \hbar , ... мы имеем дело со статистическими задачами... Применение квантовой теории к анализу отдельного измерительного процесса в атомной области не дает полной характеристики последнего вследствие статистического характера всякой квантовой проблемы» [291]. К данной точке зрения, сформулированной впервые Никольским, в настоящее время близки взгляды довольно большой группы ученых нашей страны. Она развита, в частности, в известном учебнике Блохинцева».

Впервые упоминание о квантовых ансамблях появляется в работах Д. И. Блохинцева [292, 297] в 1940 г. В 1948 г. Д. И. Блохинцев еще раз вернулся к этой проблеме в работе «Связь математического аппарата квантовой механики с аппаратом механики классической» (выполненной совместно с Ч. М. Брискиной) [386]. Здесь рассматривалось «представление о классической статистической механике в пространстве конфигураций, в отличие от обычного представления в пространстве фаз. Показывается соответствие с координатным представлением в квантовой механике... В классической механике динамические переменные изображаются действительными функциями координат, импульсов и времени. Далее, квантовая механика имеет дело всегда со статистическими ансамблями, в то время как классическая механика обычно оперирует с динамическим описанием движения при точно заданных начальных условиях» [386]. Интересно, что в статье Гелл-Манна и Хартля [387] авторы задаются практически тем же вопросом: «Каково происхождение тех феноменологических, детерминистических законов, которые приближенно управляют квазиклассической областью нашего повседневного опыта, во Вселенной, которая управляет на фундаментальном уровне квантово-механическими законами, характеризующимися неопределенностью и распределениями вероятностей? Какие характерные черты и пределы этих классических законов могут быть прослежены вплоть до лежащих в их основе квантово-механических начал?» (Интересное обсуждение вопроса о том, как квантовая механика «... помогает связать воедино и лучше понять сложные закономерности классической механики и классической статистической механики», дано в заметке П. Парадоксова [388]).

В подходе Блохинцева «первоочередную роль... приобретает статистический оператор, описывающий состояние микросистемы в квантовом ансамбле общего типа. Волновая функция описывает специальный тип квантового ансамбля — когерентный ансамбль» [377] (см. также работу [389]). Подход Д. И. Блохинцева к интерпретации квантовой механики получил большую из-

вестность. В книге Джеммера «Философия квантовой механики» [390] идеям Блохинцева уделено много места и внимания. Б. де Витт и Р. Грэм [391] в своем обзоре различных подходов к интерпретации квантовой механики пишут по поводу книг Блохинцева [43, 378] (издания на английском языке 1964 и 1968 г. соответственно): «Эти издания показывают, что происходит, когда политические мнения вторгаются в научные дискуссии. Однако обе эти книги написаны очень хорошо и информативно. На деле отход от ортодоксии происходит только в определенных позициях и выборе слов; во всем остальном общее изложение квантовой механики является очень ясным и четким... Вторая книга является увлекательным изложением квантовой механики... Она содержит великолепное рассмотрение теории измерений».

Подход Д. И. Блохинцева к интерпретации квантовой механики является составной частью круга идей разных исследователей. Один из авторитетных историков квантовой механики Ч. Хукер также отмечает, что «... Эйнштейн и его сотрудники Подольский и Розен, Блохинцев, Бопп, де Бройль, Поппер, Шредингер, Ланде и недавно присоединившийся к ним Баллентайн образуют небольшую группу физиков и философов, которые решились трактовать квантовую механику как разновидность статистической механики; многие из них надеются в конце концов восстановить классическую концепцию реальности» [392].

Подробный обзор интерпретации квантовой механики на основе концепции квантовых ансамблей содержится в работе [393].

С другой стороны, интерпретация квантовой механики на основе концепции квантовых ансамблей является одной из многих существующих интерпретаций квантовой механики. Для удобства читателей мы свели их в табл. 2. Список различных интерпретаций квантовой механики далек от полноты. Мы не упоминаем различные «экзотические» интерпретации.

Таким образом, интерпретация квантовой механики на основе концепции квантовых ансамблей занимает свое отдельное (и заметное) место среди других возможных подходов к ее интерпретации. Ее широкое распространение подчеркивает, например, такой факт, что свою статью под названием «Смысл волновой функции» Ааронов, Анандан и Вайдман [419] начинают с такой фразы: «До сих пор волновая функция интерпретировалась как амплитуда вероятности, физический смысл которой придается с помощью усреднения по ансамблю, состоящему из большого числа идентичных систем в данное время. Мы даем альтернативную интерпретацию волновой функции для единичной системы посредством измерения, которое продолжается длительное время... Это — защищенное измерение (protective measurement). Поэтому оно придает другой онтологический смысл волновой функции...». Здесь просматривается аналогия со статистической механикой [351, 425], для которой проблема равенства средних по ансамблю средним по времени все еще остается не до конца разрешенной [133].

Таблица 2. Различные интерпретации квантовой механики

Условное название	Авторы	Год
Электродинамическая [394]	Э. Шредингер	1926
Вероятностная [361, 362]	М. Борн	1926
Копенгагенская [360, 365, 391, 392]	Н. Бор, В. Гейзенберг	1927–1930
Статистическая [391, 392]	А. Эйнштейн, Э. Шредингер	1935–1953
Квантовые ансамбли	К. В. Никольский [291]	1936–~1947
Квантовые ансамбли	Д. И. Блохинцев [375–378]	1940–1977
Статистическая	де Бройль, Поппер [395]	1950–1980
Статистическая	Бопп, Баллентайн [396, 397]	1970
Обобщенная вероятностная	Фукуда, Маки [398, 399]	1988
Квантовые ансамбли	Хаум, Уитекер [393]	1992
Фоковская [363] (теория прогнозов)	В. А. Фок	1936–1965
Интегралы по траекториям [384]	Р. Фейнман	1949
Многомировая [354, 366, 400, 401]	Х. Эверетт	1957
Бомовская [402–404]	Бом, Голдстейн [405–407]	1951–2002
Диалогическая [408, 409]	Миттельштедт	1983
Операционистская [410]	У. Лэмб	1969
Спонтанная локализация [411]	Жирарди и др.	1980–1996
Деловая [412]	Крамер	1986
Интерактивная [413, 414]	Хилей	1989
Модальная [415]	Кохен	1985
Модальная [416]	ван Фраассен	1981–1991
Модальная [356, 417, 418]	Вермаас, Дикс	1990–1996
Защищенное измерение [419]	Ааронов, Анандан, Вайдман	1993
Информационная [420]	Б. Б. Кадомцев	1994–1997
Непротиворечивая [421–423]	Гриффит	1996–2003
Нематериальная [424]	З. Онышкевич	1996–1999

Более подробное обсуждение современных подходов к интерпретации квантовой механики можно найти в работах [339, 365, 368–372, 414, 426–433].

Вероятность и квантовая механика. Как известно, основной особенностью квантовой механики, отличающей ее от классической физики, является тот факт, что канонические переменные связаны между собой соотношени-

ями неопределенностей Гейзенберга [10]. Соотношения неопределенностей приводят к тому, что канонические переменные начинают рассматриваться как операторы в гильбертовом пространстве. С математической точки зрения [352] это означает, что квантовая механика есть реализация представления коммутационных соотношений операторами в гильбертовом пространстве. Квантовая физика оперирует двумя основными понятиями, а именно «состояние» и «наблюдаемая». Интерпретация квантовой механики на основе концепции квантовых ансамблей позволяет придать понятию «наблюдаемая» определенный физический смысл.

Существуют разные отношения к статистическому описанию реальных систем на основе концепции ансамблей [385]. А. Я. Хинчин [425], например, избегал использовать понятие «ансамбль» из-за его, как он считал, «обременительности», а также иностранного происхождения этого термина. Подробный разбор интерпретации квантовой механики на основе концепции квантовых ансамблей был проведен Я. А. Смородинским [434]. Вывод, который он делает, весьма примечателен: «В итоге дискуссия последних лет показала, что если придерживаться теории квантовых ансамблей, то таким ансамблям надо приписать необычные свойства, которые не могут быть согласованы с обычной теорией вероятности. Эти свойства не проявляются для одной частицы и могут быть обнаружены лишь в корреляционных эффектах. Подобно неевклидовой геометрии, необходимой для описания пространства скоростей в специальной теории относительности, квантовая механика порождает неколмогоровскую теорию вероятности. В этом, по-видимому, и состоит глубокий смысл анализа свойств квантового ансамбля».

Действительно, проблема вероятности в физике [435], и в квантовой теории [351, 425] в особенности, весьма непроста. Был даже поставлен вопрос, «является ли вероятность «нормальной» физической величиной?» [436]. Известно, что Л. И. Манделыштама очень интересовала проблема вероятностного описания в физике [30, 437]. Он был близко знаком с Р. Мизесом, перевод книги которого на русский язык он инициировал (см. обзор А. Я. Хинчина [438]). Проблема вероятности в квантовой физике проанализирована с общих позиций в обзоре Петрова «Возникновение вероятностной интерпретации волновой функции» [439]. Как отмечает Петров, «М. Борн неоднократно указывал, что идея вероятностной интерпретации волновой функции принадлежит, по сути дела, самому Эйнштейну» [439].

Коэн [440] показал, что концепция вероятности, используемая в квантовой механике, существенным образом отличается от стандартной теории вероятности. По словам Коэна, «несмотря на то, что квантовая механика есть вероятностная теория, она радикально отличается от стандартной теории вероятности в том, как она вычисляет и манипулирует вероятностями и ожидаемыми значениями» [440]. Детальный анализ вероятностных постулатов квантовой механики проведен в работах [441–443]. Из этого анализа

следует парадоксальный вывод: квантовая механика привлекает теорию вероятности для своего обоснования, но сама теория вероятности настолько многогранна и разнообразна [436, 438, 444], что требуется само ее обоснование, или, по крайней мере, четкое определение ее трактовки (эмпирический подход, аксиоматический подход, байесовский подход и т. д.). Не случайно поэтому то, что ряд исследователей, чтобы обойти эту трудность, прибегают к переформулировке проблемы и используют понятие информации [420] вместо понятия вероятности или правила интерактивной логики [413] для моделирования вероятностной природы квантовой механики. При этом в информационном подходе Б. Б. Кадомцева [420] приходится вводить специальное понятие «восприятия» для описания классических измерений в терминах информационных процессов, а также использовать уже ранее введенные понятия «намерение» и «принятие решения»! Тем не менее благодаря тому, что информационный подход Б. Б. Кадомцева [420] опирается на здравый физический смысл и интуицию, его следует считать весьма полезным и стимулирующим. Исследования последнего времени, кажется, подтверждают мнение о том, что «... мироздание действительно случайно на фундаментальном уровне» [445]. Подход, использующий концепции теории информации вместе с концепцией квантовых ансамблей, оказывается весьма полезным при анализе оптических измерений, вследствие которых происходит запутывание состояний двух атомных ансамблей, отделенных друг от друга [446]. (См. также обзор о запутанных квантовых состояниях атомных систем [447].)

Заметим, что целый ряд исследователей придерживается точки зрения, высказанной в книге [385]: «Если вопрос о причинах статистического характера классических теорий в основном ясен... то причины статистического характера квантовой механики остаются дискуссионными... Не исключено, что сама постановка вопроса о причинах статистического характера квантовых законов бессодержательна, так как они являются самыми фундаментальными законами природы».

Одним из наиболее глубоких исследователей связи теории вероятности и физики был Э. Т. Джейнс (1922–1998) [448]. Его фундаментальные исследования вопроса о природе вероятности [449–451] и роли вероятности в физике являются уникальным явлением. Влияние идей Э. Т. Джейнса (разделяемых далеко не всеми) на многих исследователей в различных областях науки весьма велико; его научное наследие все еще требует изучения и осмысливания [451].

К. В. Никольский. Здесь будет уместно кратко напомнить о научном наследии и идеях К. В. Никольского, из-за их влияния на Д. И. Блохинцева. В биографии В. А. Фока [452] имя Константина Владимировича Никольского упоминается среди первой группы его учеников. Это было начало 1930-х гг. «В то время В. А. Фок продолжал успешную деятельность в обла-

сти квантовой механики . . .» [452], о чем свидетельствует и его монография [19]. К. В. Никольский работал тогда над задачами атомной физики [453, 454] (ссылки на обе эти работы есть в книге Н. Мотта и И. Снеддона [163]).

В 1934 г. К. В. Никольский, как уже упоминалось выше, публикует собственную книгу «Квантовая механика молекулы» [20], а также рецензию [455] на книгу Марха [24]. После 1935 г. К. В. Никольский переезжает в Москву, где, по-видимому, работает в Институте физики при МГУ. Г. Е. Горелик в работе о «предыстории ФИАНа» рассказывает о проекте Г. А. Гамова 1931 г. Г. А. Гамов предлагал создать новый Институт теоретической физики для «разработки вопросов теоретической физики и смежных дисциплин (астро- и геофизики) [на основе диалектико-материалистической методологии]» [456]. При этом «. . . для работы в институте привлекаются ряд более молодых теоретиков, могущих вести работу по одному из указанных выше направлений (К. Никольский, И. Чумбадзе, М. Золотухин, Шубин . . .)» [456, 457]. Таким образом, уже в 1931 г. репутация К. В. Никольского была достаточно высока. Проект Г. А. Гамова не осуществился в том виде, как он планировал [456, 457].

В 1936 г. К. В. Никольский издает свой перевод большой статьи Н. Мотта [458]. В том же году публикуется его работа «Принципы квантовой механики. I» [459], в которой он, по его словам, «. . . строго сформулировал основное различие между классическим и квантовым процессом» [459]. Свою цель автор видит в том, чтобы «. . . развить независимо от физики наиболее рациональный для этих целей статистический метод, а затем, посредством его, сформулировать количественные квантовые законы» [459]. В более развернутом виде содержание этой статьи вошло в основную монографию К. В. Никольского «Квантовые процессы» [291], где была сформулирована интерпретация квантовой механики на основе концепции квантовых ансамблей.

Работа К. В. Никольского «Принципы квантовой механики. I» [459] подверглась острой критике в заметке В. А. Фока [460]: «. . . у читателя статьи К. В. Никольского получается впечатление, будто квантовая механика есть род статистики». Ответ В. А. Фоку был дан К. В. Никольским в том же номере «Успехов» [461] в еще более резкой форме, причем, к сожалению, здесь прозвучали обвинения сторонников копенгагенской точки зрения в «идеализме» и «махизме». В 1938 г. В. А. Фок ответил на «ответ» К. В. Никольского, подчеркнув, что «. . . критика моя относилась исключительно к предлагаемому Никольским способу вывода математического аппарата квантовой механики. . . Что же касается самого вопроса о концепции квантовой механики, то я считаю его вполне заслуживающим обсуждения и посвящаю ему отдельную статью в журнале «Под знаменем марксизма». В этой статье основным моим тезисом является тот, что квантовая механика есть теория материалистическая по той простой причине, что она есть верная теория материи» [462]. История этой полемики проанализирована в книге [383], к которой мы отсылаем читателя за подробностями (см. также работу [463]). В книге Джеммера

«Философия квантовой механики» [390] идеям К. В. Никольского также уделено определенное внимание в связи с этой полемикой.

В дальнейшем В. А. Фок [464, 465] развил и углубил свою критику интерпретации квантовой механики на основе концепции квантовых ансамблей. Ответ Д. И. Блохинцева на эту критику [466] был ясен и конструктивен; однако стороны так и не пришли к согласию.

Несомненно, вызывает удивление переезд К. В. Никольского из Ленинграда в Москву и резкий тон полемики 1937 г. Мы позволим себе высказать предположение (недостоверное) о возможных причинах негативных моментов в отношениях В. А. Фока и К. В. Никольского. Ближайший ученик В. А. Фока М. Г. Веселов, говоря о его научном наследии, замечает: «В 1935 г. В. А. Фок получил изящное решение трудной задачи о группе симметрии кулоновского поля [467]. Это решение, казалось бы, весьма частной задачи стало по своим результатам чрезвычайно важным. Интерес к этой задаче возник у Фока при чтении книги его ученика К. В. Никольского «Квантовая механика молекулы», в которой употреблялся термин «случайное» вырождение в применении к кулоновскому вырождению уровней энергий в атоме водорода. Владимир Александрович поставил себе задачу найти группу преобразований, отвечающую этой симметрии. Оказалось, что такая группа обнаруживается в импульсном пространстве, т. е. имеет динамический характер» [468]. В биографии В. А. Фока об этой работе сказано следующее: «Принципиальное значение имеет выполненная В. А. Фоком в 1935 г. работа о скрытой симметрии атома водорода. О ней было доложено 23 марта 1935 г. на сессии Академии наук. На следующий день в газете «Известия» в сообщении о сессии было специально отмечено, что доклад члена-корреспондента Академии наук В. А. Фока «Атом водорода и неевклидова геометрия», сделанный на заседании группы физиков, математиков и астрономов, получил горячее одобрение всех присутствующих. Профессора И. Е. Тамм и Я. И. Френкель, выступившие в прениях, квалифицировали его как работу “необычайной красоты и изящества”» [452]. Ссылок на К. В. Никольского в работе В. А. Фока [467] нет.

В книге К. В. Никольского «Квантовая механика молекулы» в разделе «О водородном атоме» говорится следующее: «... Мы можем отметить сейчас же, что для водородного атома мы имеем два источника вырождения. Один источник — отщепление зависимости от углов, дающий $(2l + 1)$ -кратное вырождение. Другой источник — специальный характер потенциальной энергии $U(r)$ — кулоновское взаимодействие. Первое вырождение сохранится, как легко видеть, и для всякой квантовой системы, имеющей потенциальную энергию, обладающую центральной симметрией... Второй тип вырождения носит название *случайного вырождения*, так как при отклонениях от закона Кулона оно исчезнет, для большинства же атомов их потенциальная энергия, являясь центрально-симметричной в первом приближении, не является, однако, кулоновской» [20, с. 64]. Далее К. В. Никольский исследует вопрос о

симметрии вращений и близко подходит к решению задачи в терминах теории групп. Однако он не сделал того шага, который сделал В. А. Фок [467], т. е. построения соответствующей группы симметрии в импульсном пространстве. Получилась парадоксальная ситуация: ученик сформулировал и поставил важную физическую задачу на качественном уровне, а учитель решил эту задачу на математическом уровне. Возможно, это был стиль В. А. Фока. Как отмечено в его биографии, «многие из его учеников отмечали, что если вдруг он начинал задумываться над точной формулировкой данной темы [работы ученика], то тут же сам буквально автоматически намечал конструктивный путь ее решения, а то и сам решал. Делать совместные работы Владимир Александрович не любил. Их в списке его публикаций очень немного» [452]. Возможно (подчеркиваю, возможно), что этот эпизод привел к охлаждению в отношениях К. В. Никольского и В. А. Фока; полемика 1937 г. развела их еще дальше. Современное изложение проблемы о группе симметрии кулоновского поля в приложении к водородному атому дано в работах [469, 470].

В дальнейшем интересы К. В. Никольского все более смещаются в сторону «развития рационального статистического метода», могущего служить в качестве аппарата квантовой механики. В 1940 г. он, как уже говорилось ранее, публикует монографию «Квантовые процессы» [291], которая оказала, наряду с книгой фон Неймана [33], значительное влияние на Д. И. Блохинцева. В том же 1940 г. К. В. Никольский опубликовал две содержательные рецензии на книгу Р. Милликена «Электроны, протоны, фотоны, нейтроны и космические лучи» [471] и на книгу С. Чепмена и Т. Каулинга «Математическая теория неоднородных газов» [472]. В то время он работает над переводом очень трудной книги Гиббса «Основные принципы статистической механики» [473]. Эта книга выходит только в 1946 г. огромным для настоящего времени тиражом в 5000 экземпляров! При этом предисловие к данному изданию, написанное также К. В. Никольским, помечено 30 ноября 1940 г. Как само издание, так и переводческая работа К. В. Никольского были высоко оценены в «Успехах физических наук» [474]. В 1947 г. выходит книга В. Паули «Общие принципы волновой механики» [268]. Как указано на титульном листе, это «перевод с немецкого под редакцией К. В. Никольского»; здесь нет никакого предисловия, примечания редактора также отсутствуют. После 1947 г. имя К. В. Никольского более не встречается, и дальнейшая его судьба мне неизвестна.

8. ФИЗИКА И ФИЛОСОФИЯ

В 1947 г. начал выходить журнал «Вопросы философии». В № 2 журнала была опубликована статья М. А. Маркова «О природе физического знания» [364]. Эта статья была написана по настоянию С. И. Вавилова [35], которому самому приходилось участвовать в так называемых «философских»

дискуссиях [38, 475, 476]. М. А. Марков писал: «Не случайно физики стали философствовать: физики вынуждены философствовать, ибо для современной физики особенно характерно, что ее нельзя излагать, не затрагивая глубинные вопросы теории познания, — эти вопросы тесно связаны с конкретным содержанием новой теории» [364]. Таким образом, сама сложность изучаемой реальности вынуждает вплетать в язык физики нити философского дискурса и говорить на «смешанном» физико-философском языке. Это тем более относится к современной ситуации, когда физика оперирует объектами такой сложности, как вакуум, планковские величины, суперструны, темная материя и темная энергия и т. д. В качестве примера приведем следующий отрывок из книги [477] о физике вакуума: «Проблема материи или «твёрдых», на которой стоит мир, с древнего времени волновала человечество. Однако каково было бы удивление древних мыслителей, если бы они узнали, что, согласно представлениям физиков XX в., такой основой мира является... вакуум!.. Вакуум в физике элементарных частиц определяется как состояние без частиц... Небытие как отсутствие частиц и поля невозможно. Всматриваясь в вакуум, мы видим не темноту, а отдельные мерцающие вспышки — флуктуации вакуума, или нулевое поле вакуума. Наличие нулевого поля ведет к тому, что и энергия и плотность энергии вакуума в пространстве оказываются бесконечными... Тем самым в физике элементарных частиц возникает парадоксальная ситуация, когда в основе одной из наиболее рациональных областей знания — теоретической физики — лежит совершенно иррациональное представление». Продолжая эту мысль на философском языке, можно было бы сказать, что вакуум — это не «небытие», но «сверхбытие»!

Отношение активно работающих физиков к «философии физики» неоднозначно. Приведем мнение А. Б. Мигдала: «Поясню, что, как мне кажется, следует понимать под словами «философия физики» или, еще уже, «философия квантовой физики»... Все возрастающая специализация науки последних десятилетий привела к тому, что «естественная философия» в целом стала слишком широкой областью для конструктивного исследования методов познания. Этим должны заниматься физики, биологи, психологи — специалисты, творчески работающие в своей области» [478].

Вопрос о том, насколько точно физика описывает реальный мир, продолжает интенсивно обсуждаться [357, 358]. Мысли и соображения Д. И. Блохинцева, высказанные по этим вопросам, частично сохранили актуальность и в наши дни. В полном списке его трудов насчитывается 78 публикаций (из общего числа 300) по общим и философским вопросам науки. Первая публикация на эту тему «Борьба вокруг закона сохранения и превращения энергии в современной физике» появилась в 1934 г. в журнале «Под знаменем марксизма» [479]. В 1936 г. была опубликована статья «Материя, масса и энергия» в журнале «Антирелигиозник» [480]. Не только Д. И. Блохинцев, но и боль-

шинство ведущих физиков (С. И. Вавилов, И. Е. Тамм, В. А. Фок, П. Ланжевен, А. Эйнштейн и др.) печатались в журнале «Под знаменем марксизма». Другой трибуны для дискуссий просто не было. При этом существовал только один «условный язык», на котором допускалось обсуждение философских вопросов естествознания — язык диалектического материализма [481]. Этим «условным языком» пользовались все, кто писал в те годы по вопросам квантовой физики [38, 475, 476, 482].

С современных позиций некоторая «одержимость» идеей «материи» и «материализмом» [481, 483] в те годы будет непонятна, если не учитывать исторического контекста. В самом деле, зададимся вопросом, почему довольно частное философское учение материализма, возникшее в Древней Греции, столь завладело умами людей [484–487] в конце XIX и первой половине XX в.? Причем, как уже хорошо известно, «если проанализировать основные проблемы древнегреческой философии, то среди них можно обнаружить основную, характерную для всей диалектики философского познания: неадекватность логического мышления с противоречивой эмпирической действительностью...» [488]. Другими словами, та система древнегреческой философии, на которую опирался диалектический материализм, изначально не была способна к выражению исключительно сложных понятий современной физики. Поэтому понадобился интеллект Нильса Бора, чтобы подойти к философской трактовке квантовой механики с совершенно других позиций.

Сам Д. И. Блохинцев пишет о своих философских взглядах так: «Моя философская концепция формировалась под влиянием идей Ленина, блестяще изложенных им в «Материализме и эмпириокритицизме». Мне приходилось много раз защищать идеи основоположников диалектического материализма как от его противников, так и от его примитивных защитников — догматиков из среды наших философов... Здесь неуместно входить в описание этой борьбы, которая временами принимала драматический характер. Главные мои работы в этой области были посвящены методологическим проблемам квантовой механики» [31].

Как справедливо замечает Г. Е. Горелик в работе «Владимир Александрович Фок: философский урок истории физики» [489], остается «философская загадка», которую Фок (а также и Блохинцев) оставил историкам. Почему эти крупнейшие ученые, спрашивается Г. Е. Горелик, использовали «условный язык» диалектического материализма? Поскольку автор настоящей работы не является историком науки, то у него нет ответа на этот вопрос.

9. ПОСЛЕДНИЕ МЫСЛИ

В 1984 г. вышел сборник «Теория познания и современная физика». Он содержит, по-видимому, последнюю публикацию Блохинцева — «Размышления о проблемах познания и творчества и закономерностях процессов раз-

вития» [490]. Она продолжает тематику более ранней статьи «Предпосылки научно-технического прогресса» [491], но намного шире и богаче ее по содержанию и затрагивает самые фундаментальные проблемы науки и бытия. По существу, ее можно считать «последним посланием в будущее» большого ученого и гуманиста. Отчасти ее содержание перекликается с содержанием книги Дж. Кальотти [492]. По стилю эта публикация резко отличается от всех предыдущих так называемых «философских» публикаций автора. Здесь полностью отсутствуют цитаты и ссылки на классиков марксизма. О материализме лишь одно беглое замечание: «...мы, материалисты ...». Тем, кому довелось работать и общаться с Дмитрием Ивановичем, слушать его лекции и выступления, здесь сразу виден тот Блохинцев, которого они знали и ценили. Его подход к науке, искусству и жизни в целом выражен в этой работе с предельной ясностью и в присущей только ему одному своеобразной манере «живописи широких мазков и ярких красок». По Блохинцеву, «способность человека познавать окружающую его действительность связана с чувством удивления и восхищения перед непостижимой красотой и гармонией мира».

Здесь нет места и возможности пересказать все содержание этой интересной статьи. Приведем только несколько мыслей Дмитрия Ивановича о фундаментальной науке. «Руководствуясь принципом красоты логического построения, красоты, которая сама не поддается определению, человеческий разум оказывается способным предсказывать возможные закономерности внешнего мира во Вселенной, в микро- и макромире... Общество... должно обладать терпением и неторопливостью в оценке новых идей, которые далеко не сразу и лишь постепенно становятся ясными и понятными для широкого круга людей... Фундаментальная наука должна быть защищена от слишком прямолинейного и нетерпимого влияния парадигмы [определенного уровня мышления общества]... Торопить и подгонять фундаментальную науку не следует. Это легко уязвимое растение требует заботливого и любовного отношения. Единственное, что должно быть предметом заботы организаторов фундаментальной науки — так это то, чтобы в ней работали люди, для которых добывание истины и знания было бы страстью их жизни, страстью, свободной от меркантильности и стяжательства. К этому следует добавить, что лишь очень самонадеянные люди могут взять на себя суждения о важности или неважности того или иного научного поиска. Прогнозы здесь редко оправдываются, так как приходится высказывать суждения о будущих открытиях, которые потому и называются открытиями, что до их свершения скрывалось нечто неизвестное. Фундаментальные исследования, конечно, не обеспечивают человека сиюминутной пищей. Поэтому, если их остановить, то в ближайший отрезок времени с человечеством, вероятно, ничего плохого не случится. Но я убежден, что человечество не может ограничить себя проблемами сегодняшнего дня. Такова его сущность. Да и не так уж много стоит обществу фундаментальная наука. Куда дороже обходятся вооружения».

В этих мыслях Блохинцева выражено то, о чем размышляли многие физики. П. Н. Лебедев (1866–1912) писал еще в начале прошлого века: «Всякий прогресс в прикладной науке и технике обуславливается исключительно успехами в области основных наук, в области чистого знания» [493]. К этим словам нечего добавить.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Мы закончим эти заметки фразой из лекции Макса Борна «Опыт и теория в физике», прочитанной в Англии в 1943 г.: «Тем, кто стремится овладеть искусством научного предсказания, я бы посоветовал скорее пытаться постичь тайный язык самой Природы, представляемый нам экспериментальными данными, чем полагаться на абстрактные умозаключения». Я вспоминаю, что Д. И. Блохинцев в своих лекциях и выступлениях неоднократно высказывал очень близкие мысли, возможно, несколько иными словами.

В данной работе мы постарались не просто рассказать о работах Д. И. Блохинцева, но попытались «встроить» их в те линии развития квантовой физики, к которым они относятся, и связать, иногда прямо, иногда косвенно, с современным развитием этих областей науки. При этом мы постарались показать, что книга Д. И. Блохинцева «Основы квантовой механики», которая по праву считается одним из лучших пособий для изучения квантовой физики, составлена очевидцем и прямым участником становления и развития квантовой механики. Она органически включает большинство его оригинальных работ в контексте целостного описания предмета. Данное обстоятельство, подкрепленное очевидным литературным талантом автора и его даром излагать предмет ясно и доходчиво, составило тот фундамент, на котором продолжают стоять «Основы квантовой механики» и делать свое дело — описывать мир на языке кванта!

В этой работе представлены далеко не все темы и вопросы, которые хотелось бы обсудить. Например, из-за недостатка места опущена история полемики с Н. П. Кастириным [494, 495]. Однако этот эпизод подробно освещен в работе [496], к которой мы отсылаем интересующихся. Читатель, который захочет самостоятельно поразмышлять над работами Д. И. Блохинцева, сможет обратиться к двухтомнику его избранных работ, выходящему в свет в 2008 г.

Автор благодарит Т. Д. Блохинцеву, Б. М. Барбашова, А. В. Ефремова и В. В. Нестеренко за обсуждения и консультации.

Весьма полезными были беседы с Вальтером Коном о приближении сильной связи и о природе твердотельного состояния и с А. А. Грибом об основах квантовой механики.

Автор признателен Дж. Анандану и Дж.-К. Жирауди за пояснение их подходов к интерпретации квантовой механики.

Автор с благодарностью вспоминает обсуждение затронутых здесь вопросов с Я. А. Смородинским (30.12.1917–16.10.1992), Д. Н. Зубаревым (30.11.1917–16.07.1992), Р. Пайерлсом (05.06.1907–19.10.1995) и Брайсом де Виттом (08.01.1923–23.10.2004).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Барбашов Б. М. // УФН.* 1968. Т. 94. С. 185–186.
2. *Боголюбов Н. Н., Кадомцев Б. Б., Логунов А. А., Марков М. А. // УФН.* 1978. Т. 124. С. 193–194.
3. *Вернов С. Н., Доллежаль Н. А., Франк И. М. // АЭ.* 1977. Т. 43. С. 491–492.
4. *Барбашов Б. М., Ефимов Г. В., Ефремов А. В., Кадомцев Б. Б., Марков М. А. // УФН.* 1980. Т. 130. С. 185–186.
5. Научный семинар памяти Д. И. Блохинцева: Тр. семинара, посвященного 75-летию со дня рождения Д. И. Блохинцева, Дубна, 23 янв. 1983 г. Дубна: ОИЯИ, 1986. 211 с.: ил.
6. Д. И. Блохинцев: Тр. семинаров, посвященных 85-летию со дня рождения Д. И. Блохинцева, Дубна, 27 янв. 1993 г.; 25 янв. 1994 г. Дубна: ОИЯИ, 1995. 272 с.: ил.
7. Хунд Ф. История квантовой теории: Пер. с нем. Киев: Наук. думка, 1980 (*Hund F. Geschichte der Quantentheorie*. Zurich: Bibliographisches Institut AG, 1975).
8. Гейзенберг В. Физика и философия. Часть и целое: Пер. с нем. М.: Наука, 1989 (*Heisenberg W. Physik und Philosophie. Der Teil und das Ganze*. Munchen: 1969).
9. Гейзенберг В. У истоков квантовой теории: Пер. с нем. М.: Тайдекс Ко, 2004.
10. Джеммер М. Эволюция понятий квантовой механики: Пер. с англ. М.: Наука, 1985 (*Jammer M. Conceptual Development of Quantum Mechanics*. N. Y.: McGraw-Hill, 1966).
11. 50 лет квантовой механики / Под общ. ред. Л. С. Полака. М.: Наука, 1979. 135 с.
12. Кожевников А. Б., Романовская Т. Б. Кvantовая теория (1900–1927) // Физика XX века и ее связь с другими разделами естествознания: Сб. ст. / Под общ. ред. Г. М. Идлиса. М.: Янус-К, 1997. С. 56–85.
13. Коган В. И. // УФН. 2000. Т. 170. С. 1351.
14. 100 Years of the Planck's Quantum / Eds.: J. Duck, E. C. G. Sudarshan. Singapore: World Sci., 2000.
15. Leontovich M. A., Mandelstam L. I. // Z. Physik. 1928. Bd. 47. S. 131.
16. Кадомцев Б. Б., Коган В. И., Смирнов Б. М., Шафранов В. Д. // УФН. 1978. Т. 124. С. 547.

-
17. *Frenkel J. I. Wave Mechanics. Elementary Theory*. Oxford: Clarendon Press, 1932 (Френкель Я. И. Волновая механика. Л.; М.: ГТТИ, 1933).
 18. Френкель Я. И. На заре новой физики. Л.: Наука, 1970.
 19. Фок В. А. Начала квантовой механики. Л.; М.: ГТТИ, 1932.
 20. Никольский К. В. Квантовая механика молекулы. М.; Л.: ГТТИ, 1934.
 21. Гейзенберг В. Физические принципы квантовой теории. Л.; М.: ГТТИ, 1932 (*Heisenberg W. Die Physikalischen Prinzipien der Quantentheorie*. Leipzig, 1930).
 22. Дирак П. А. М. Принципы квантовой механики. Л.; М.: ГТТИ, 1932 (*Dirac P. A. M. The Principles of Quantum Mechanics*. Oxford, 1930).
 23. Бронштейн М. П. // УФН. 1931. Т. 11. С. 355.
 24. Marx A. Основы квантовой механики: Пер. с нем. / Под ред. Я. И. Френкеля. Л.; М.: ГТТИ, 1933.
 25. Гейзенберг В., Шредингер Э., Дирак П. Современная квантовая механика: Три нобелевских доклада. Л.; М.: ГТТИ, 1934. 75 с.
 26. Гэрни Р. В. Введение в квантовую механику. М.: ОНТИ, 1935. 187 с. (*Gurney R. W. Elementary Quantum Mechanics*. Cambridge: Cambridge Univ. Press, 1934).
 27. Спасский Б. Н., Левшин Л. В., Красильников В. А. // УФН. 1980. Т. 130. С. 149.
 28. Блохинцев Д. И. // Научный семинар памяти Д. И. Блохинцева: Тр. семинара, посвященного 75-летию со дня рождения Д. И. Блохинцева, Дубна, 23 янв. 1983 г. Дубна: ОИЯИ, 1986. С. 18–20.
 29. Рытов С. М. // Воспоминания о И. Е. Тамме. М.: Наука, 1986. С. 198.
 30. Академик Л. И. Мандельштам. К 100-летию со дня рождения. М.: Наука, 1979.
 31. Блохинцев Д. И. Мой путь в науке (автореферат работ) // Дмитрий Иванович Блохинцев: К 100-летию со дня рождения / Под. общ. ред. Б. М. Барбашова, А. Н. Сисакяна. Дубна: ОИЯИ, 2007. С. 7.
 32. Мандельштам Л. И. Лекции по оптике, теории относительности и квантовой механике. М.: Наука, 1972.
 33. Нейман И. Математические основы квантовой механики. М.: Наука, 1964 (*Neumann J. Mathematische Grundlagen der Quantenmechanik*. Berlin: Springer Verlag, 1932).
 34. Печенкин А. А. // Вопросы истории естествознания и техники. 1997. № 2. С. 54.
 35. Марков М. А. // Сергей Иванович Вавилов. Очерки и воспоминания. М.: Наука, 1981. С. 230.
 36. Марков М. А. Размышляя о физиках, о физике, о мире. М.: Наука, 1993.
 37. Франк И. М. // Научный семинар памяти Д. И. Блохинцева: Тр. семинара, посвященного 75-летию со дня рождения Д. И. Блохинцева, Дубна, 23 янв. 1983 г. Дубна: ОИЯИ, 1986. С. 21–24.

-
38. *Фейнберг Е. Л.* Эпоха и личность. Физики. Очерки и воспоминания. М.: Наука, 1999.
 39. *Блохинцев Д. И.* // УФН. 1932. Т. 12. С. 160–171.
 40. *White H. E.* // Phys. Rev. 1931. V. 37. P. 1416.
 41. *White H. E.* // Ibid. V. 38. P. 513.
 42. *Brandt S., Dahmen H. D.* The Picture Book of Quantum Mechanics. 2nd ed. Berlin: Springer, 1995.
 43. *Блохинцев Д. И.* Основы квантовой механики. 5-е изд. М.: Наука, 1976.
 44. *Каганов М. И., Френкель В. Я.* Вехи истории физики твердого тела. М.: Знание, 1981.
 45. *Френкель Я. И.* // УФН. 1928. Т. 8. С. 155.
 46. *Bloch F.* // Z. Physik. 1928. Bd. 52. S. 555.
 47. *Bloch F.* // Z. Physik. 1929. Bd. 53. S. 216.
 48. *Bloch F.* // Z. Physik. 1930. Bd. 59. S. 208.
 49. *Bloch F.* // Phys. Today. 1976. V. 29, No. 12. P. 23.
 50. *Peierls R.* // Ann. Physik (Leipzig). 1929. Bd. 3. S. 1055.
 51. *Зоммерфельд А.* // УФН. 1928. Т. 8. С. 765.
 52. *Sommerfeld A., Frank N. H.* // Rev. Mod. Phys. 1931. V. 3. P. 1.
 53. *Бете Г., Зоммерфельд А.* Электронная теория металлов. Л.; М.: ОНТИ, 1938 (*Bethe H., Sommerfeld A.* // Handb. der Physik. Berlin: Springer, 1933. Bd. 24/2. S. 333).
 54. *Зоммерфельд А.* Пути познания в физике / Под общ. ред. Я. А. Смородинского. М.: Наука, 1973.
 55. *Фаулер Р.* // УФН. 1930. Т. 10. С. 136.
 56. *Фаулер Р.* // УФН. 1931. Т. 11. С. 103.
 57. *Тамм И. Е.* // Там же. С. 801.
 58. *Бриллюен Л.* Квантовая статистика. Харьков: ОНТИ, 1934 (*Brillouin L.* Die Quantenstatistik. Berlin, 1931).
 59. *Mott N. F., Jones H.* The Theory of the Properties of Metals and Alloys. Oxford: Clarendon Press, 1936.
 60. *Тамм И. Е., Шубин С. П.* // Z. Physik. 1931. Bd. 68. S. 97.
 61. *Лукирский П. И.* // УФН. 1929. Т. 9. С. 277.
 62. *Ландсберг Г. С.* Оптика. 5-е изд. М.: Наука, 1976.
 63. *Blochinzev D. I.* // Physikal. Zeit. Sowjetunion. 1932. Bd. 1. S. 781–797.
 64. *Тамм И. Е., Блохинцев Д. И.* // ЖЭТФ. 1933. Т. 3. С. 77–100.
 65. *Тамм И. Е., Блохинцев Д. И.* // Тамм И. Е. Собр. науч. тр.: В 2 т. / Под общ. ред. В. Л. Гинзбурга. М.: Наука, 1981. Т. 1. С. 227.

-
66. Гамбош П. Статистическая теория атома и ее применения. М.: Изд-во иностр. лит., 1951 (*Gombas P. Die Statistische Theorie des Atoms und ihre Anwendungen*. Wien, 1949).
 67. Fock V.A. // Z. Physik. 1930. Bd. 61. S. 126.
 68. Фок В.А. // УФН. 1936. Т. 16. С. 943.
 69. Fowler R. H. // Proc. Roy. Soc. A. 1929. V. 122. P. 36.
 70. Blochinzev D. I., Drabkina S. I. // Physikal. Zeit. Sowjetunion. 1935. Bd. 7. S. 484–500.
 71. Richardson O. W. The Emission of Electrons from Hot Bodies. London: Longmans, 1921.
 72. Паиерлс Р. Электронная теория металлов. М.: Изд-во иностр. лит., 1947 (*Peierls R. Elektronentheorie der Metalle* // Ergeb. der Exakt. Naturwissensch. 1932. Bd. 2. S. 264).
 73. Партенеский М. Б. // УФН. 1979. Т. 128. С. 69.
 74. Frohlich H. // Rep. Prog. Phys. 1961. V. 24. P. 1.
 75. Rorschach H. E. // Am. J. Phys. 1970. V. 38. P. 897.
 76. Harris J. S. // Intern. J. Mod. Phys. B. 1990. V. 4. P. 1149.
 77. Блохинцев Д. И. // ЖЭТФ. 1933. Т. 3. С. 475–498.
 78. Nordheim L. W. // Z. Physik. 1924. Bd. 27. S. 65.
 79. Nordheim L. W. // Z. Physik. 1928. Bd. 46. S. 833.
 80. Nordheim L. W. // Phys. Z. 1929. Bd. 30. S. 177.
 81. Nordheim L. W. // Ann. Physik (Leipzig). 1931. Bd. 9. S. 607.
 82. Nordheim L. W. // Metallwirtschaft. 1932. Bd. 9. S. 135.
 83. Хордгейм Л. В. // УФН. 1935. Т. 15. С. 570; 675; 799; 939 (*Nordheim L. W. // Statistische und Kinetische Theorie des Metallischen Zustandes* / Muller-Pouilletts Lehrbuch der Physik. Braunschweig, 1934. Bd. 4, Hf. 4).
 84. Houston W. V. // Phys. Rev. 1929. V. 34. P. 279.
 85. Slater J. C. // Rev. Mod. Phys. 1934. V. 6. P. 209.
 86. Slater J. C. // Phys. Rev. 1934. V. 45. P. 794.
 87. Slater J. C. // Phys. Rev. 1949. V. 76. P. 1592.
 88. Slater J. C. // Phys. Today. 1949. V. 3, No. 1. P. 6.
 89. Слемпер Дж. Диэлектрики, полупроводники, металлы. М.: Мир, 1969 (*Slater J. C. Insulators, Semiconductors and Metals*. N. Y.: McGraw-Hill, 1967).
 90. Slater J. C. Solid-State and Molecular Theory: A Scientific Biography. N. Y.: John Wiley and Sons, 1975.
 91. Wilson A. H. The Electrical Properties of Semiconductors and Insulators. Cambridge: Cambridge Univ. Press, 1934.

92. Wilson A. H. Semiconductors and Metals. Cambridge: Cambridge Univ. Press, 1939.
93. Wilson A. H. Semiconducting Materials. Cambridge: Cambridge Univ. Press, 1951.
94. Пайерлс Р. Квантовая теория твердых тел. М.: Изд-во иностр. лит., 1956 (Peierls R. Quantum Theory of Solids. Oxford: Clarendon Press, 1955).
95. Вильсон А. Квантовая теория металлов. М.; Л.: ГТТИ, 1941 (Wilson A. H. Theory of Metals. 3rd ed. Cambridge: Cambridge Univ. Press, 1965).
96. Kohn W. // Rev. Mod. Phys. 1999. V. 71. P. S59.
97. Korringa J. // Physica. 1947. V. 13. P. 392.
98. Born M. // Rep. Prog. Phys. 1942. V. 9. P. 294.
99. Blochinzev D. I., Nordheim L. W. // Z. Physik. 1933. Bd. 84. S. 168–194.
100. Блатт Ф. Дж. Теория подвижности электронов в твердых телах. М.: Физматлит, 1963 (Blatt F. J. Theory of Mobility of Electrons in Solids // Solid State Physics / Eds.: F. Seitz, D. Turnbull. N. Y.: Acad. Press, 1957. V. 4. P. 1).
101. Jan J. P. Galvanomagnetic and Thermomagnetic Effects in Metals // Solid State Physics / Eds.: F. Seitz, D. Turnbull. N. Y.: Acad. Press, 1958. V. 5. P. 1.
102. Lewis H. W. Wave Packets and Transport of Electrons in Metals // Solid State Physics / Eds.: F. Seitz, D. Turnbull. N. Y.: Acad. Press, 1959. V. 7. P. 1.
103. Займан Дж. Электроны и фононы М.: Изд-во иностр. лит., 1962 (Ziman J. M. Electrons and Phonons. The Theory of Transport Phenomena in Solids. Oxford: Oxford Univ. Press, 1960).
104. Rains S. The Wave Mechanics of Electrons in Metals. Amsterdam: North-Holland, 1961.
105. Olsen T. L. Electron Transport in Metals. Oxford: Pergamon Press, 1962.
106. Зырянов П. С., Гусева Г. И. // УФН. 1968. Т. 95. С. 565.
107. Блатт Ф. Дж. Физика электронной проводимости в твердых телах. М.: Мир, 1971 (Blatt F. J. Physics of Electronic Conduction in Solids. N. Y.: McGraw-Hill, 1968).
108. Fowler R. H. Statistical Mechanics. 2nd ed. Cambridge: Cambridge Univ. Press, 1980.
109. Bronstein M. P. // Physikal. Zeit. Sowjetunion. 1932. Bd. 2. S. 28.
110. Калузэй Дж. Теория энергетической зонной структуры. М.: Мир, 1969 (Callaway J. Energy Band Theory. N. Y.: Acad. Press, 1964).
111. Kane C. L. // Nature. 2005. V. 438. P. 168.
112. Shockley W. Electrons and Holes in Semiconductors. Princeton: Van Nostrand, 1950 (Шокли В. Теория электронных полупроводников. М.: Изд-во иностр. лит., 1953).
113. Ridley B. K. Quantum Processes in Semiconductors. Oxford: Clarendon Press, 1982 (Ридли Б. Квантовые процессы в полупроводниках. М.: Мир, 1986).

-
114. Ю Питер, Кардона Мануэль. Основы физики полупроводников. М.: Физматлит, 2002 (Yu P. Y., Cardona M. Fundamentals of Semiconductors. Berlin: Springer, 2002).
 115. Пекар С.И. Исследования по электронной теории кристаллов. М.; Л.: ГТТИ, 1951.
 116. Пекар С.И. // УФН. 1956. Т. 60. С. 191.
 117. Бонич-Бруевич В.Л., Калашников С.Г. Физика полупроводников. М.: Наука, 1977.
 118. Feynman R. P. // Phys. Rev. 1955. V. 97. P. 660.
 119. Боголюбов Н.Н., Боголюбов Н.Н. (мл.). Аспекты теории полярона. М.: Физматлит, 2004.
 120. Herman M.A. Semiconductor Superlattices. Berlin: Acad. Verl., 1986 (Херман М. Полупроводниковые сверхрешетки. М.: Мир, 1989).
 121. Bastard G. Wave Mechanics Applied to Heterostructures. Paris: Les Ed. de Physique, 1988.
 122. Гусев А.И. Наноматериалы, наноструктуры, нанотехнологии. М.: Физматлит, 2005.
 123. Datta S. Quantum Transport: Atom to Transistor. Cambridge: Cambridge Univ. Press, 2005.
 124. Harrison P. Quantum Wells, Wires and Dots: Theoretical and Computational Physics of Semiconductor Nanostructures. N. Y.: Wiley-Intersci., 2005.
 125. Filikhin I., Deyneka T., Vlahovic B. // Nanotech2007. Cambridge, MA: NSTI Press, 2007. V. 1.
 126. Nozieres P. Interacting Fermi Systems. N. Y.: Benjamin, 1963.
 127. Pines D. Elementary Excitations in Solids. N. Y.: Benjamin, 1963.
 128. Negele J. W., Orland H. Quantum Many Particle Systems. N. Y.: Addison-Wesley, 1988.
 129. Kuramoto Y., Kitaoka Y. Dynamics of Heavy Electrons. Oxford: Clarendon Press, 2000.
 130. Mott N. F., Massey H. S. W. The Theory of Atomic Collisions. Oxford: Clarendon Press, 1965 (Мотт Н., Месси Г. Теория атомных столкновений. М.: Мир, 1969).
 131. Валясек К., Зубарев Д.Н., Куземский А.Л. // ТМФ. 1970. Т. 5. С. 280–292.
 132. Kuzemsky A. L. // Intern. J. Mod. Phys. B. 2005. V. 19. P. 1029–1059; cond-mat/0502194.
 133. Kuzemsky A. L. // Intern. J. Mod. Phys. B. 2007. V. 21. P. 2821–2942; cond-mat/0707.0753.
 134. Joos E., Zeh H. D. // Z. Physik. B. 1985. Bd. 59. S. 223.
 135. Зубарев Д.Н. Неравновесная статистическая термодинамика. М.: Наука, 1971.
 136. Wilczek F. // Mod. Phys. Lett. A. 2006. V. 21. P. 701.

137. Blochinzev D. I. // Physikal. Zeit. Sowjetunion. 1933. Bd. 4. S. 501–515.
138. Герцберг Г. Атомные спектры и строение атомов. М.: Изд-во иностр. лит., 1948 (Herzberg G. Atomic Spectra and Atomic Structure. N. Y.: John Wiley and Sons, 1944).
139. Бонч-Бруевич А. М., Ходовой В. А. // УФН. 1967. Т. 93. С. 71.
140. Бломберген Н. Нелинейная оптика. М.: Мир, 1966 (Bloembergen N. Nonlinear Optics. N. Y.: W. A. Benjamin, 1965).
141. Блохинцев Д. И. // Докл. АН СССР. 1934. Т. 2. С. 78–81.
142. Блохинцев Д. И., Шехтер Ш. // Успехи химии. 1934. Т. 3. С. 586–609.
143. Коновалов В. М., Дубчак В. А. Очерки по истории физики полупроводников // История физико-математических наук. М.: Наука, 1960. Т. 34. С. 73.
144. Блохинцев Д. И. // ЖЭТФ. 1935. Т. 5. С. 470–477.
145. Блохинцев Д. И. // ЖЭТФ. 1936. Т. 6. С. 1060–1061.
146. Блохинцев Д. И. // Там же. С. 1053–1059.
147. Блохинцев Д. И. // ЖЭТФ. 1937. Т. 7. С. 1242–1251.
148. Блохинцев Д. И. // ЖЭТФ. 1939. Т. 9. С. 459–466.
149. Блохинцев Д. И. // Изв. АН СССР. Сер. физ. 1945. Т. 9. С. 391–402.
150. Биркс Дж., Манро И. // УФН. 1971. Т. 105. С. 251 (Birks J. B., Munro I. H. // Progress in Reaction Kinetics. 1967. V. 4. P. 239).
151. Блохинцев Д. И., Шехтер Ш. // ЖЭТФ. 1935. Т. 5. С. 771–778.
152. Бонч-Бруевич В. Л. // УФН. 1950. Т. 60. С. 369.
153. Киселев В. Ф., Крылов О. В. Адсорбционные процессы на поверхности полупроводников и диэлектриков. М.: Наука, 1978.
154. Крылов О. В., Киселев В. Ф. Адсорбция и катализ на переходных металлах и оксидах. М.: Химия, 1981.
155. Даидчик Ф. И. Спектроскопия поверхности. М.: Знание, 1982.
156. Браун О. М., Медведев В. К. // УФН. 1989. Т. 157. С. 631.
157. Prutton M. Introduction to Surface Physics. Oxford: Clarendon Press, 1994 (Праттон М. Введение в физику поверхности. М.: РХД, 2000).
158. Wilson M. // Phys. Today. 2003. V. 56, No. 6. P. 18.
159. Hilbert D., von Neumann J., Nordheim L. // Matematische Annalen. 1927. Bd. 98. S. 1.
160. Nordheim L. W., Kikuchi R. // Z. Physik. 1930. Bd. 60. S. 652.
161. Nordheim L. W. // Z. Physik. 1932. Bd. 75. S. 434.
162. Heitler W., Nordheim L. W. // J. de Physique. 1934. V. 5. P. 449.
163. Мотт Н., Снеддон И. Волновая механика и ее применения. М.: Наука, 1966 (Mott N. F., Sneddon I. Wave Mechanics and Its Applications. Oxford: Clarendon Press, 1948).

-
164. *Fowler R. H., Nordheim L. W.* // Proc. Roy. Soc. A. 1928. V. 119. P. 173.
 165. *Nordheim L. W.* // Ibid. V. 121. P. 626.
 166. *Fowler R. H.* // Phys. Rev. 1931. V. 38. P. 45.
 167. *Frank N. H., Young L. A.* // Ibid. P. 80.
 168. *Guth E., Mullin C. J.* // Phys. Rev. 1942. V. 61. P. 339.
 169. *Lin M. C., Chuu D. S.* // Appl. Phys. Lett. 2002. V. 80. P. 4262.
 170. *Wong Y. M., Kang W. P., Davidson J. L., Huang J. H.* // Proc. of the Joint ICNDST-ADC 2006 Intern. Conf.; Diamond and Related Materials. 2006. V. 15. P. 1859.
 171. *Goldstein S. A., Lee R.* // Phys. Rev. Lett. 1975. V. 35. P. 1079.
 172. *Medawar J., Pyke D.* Hitler's Gift: The Story of the Scientists Expelled by the Nazi Regime. N. Y.: Arcade Publ., 2000.
 173. *Peterson E. L., Nordheim L. W.* // Phys. Rev. 1937. V. 51. P. 355.
 174. *Nordheim L. W.* // Rev. Mod. Phys. 1951. V. 23. P. 322.
 175. *Blatt J. M., Weisskopf V. F.* Theoretical Nuclear Physics. N. Y.: John Wiley and Sons, 1952.
 176. *Landau L. D.* // Sow. Phys. 1933. V. 3. P. 664.
 177. *Frenkel Ya. I.* // Sow. Phys. 1936. V. 9. P. 158.
 178. *Пекар С. И.* // ЖЭТФ. 1946. Т. 16. С. 341.
 179. *Frohlich H., Pelzer H., Zienau S.* // Phil. Mag. 1950. V. 41. P. 221.
 180. *Боголюбов Н. Н.* // УМЖ. 1950. Т. 2. С. 3.
 181. *Bogolubov N. N.* // Fortschr. Physik. 1961. Bd. 4. S. 1.
 182. *Тябликов С. В.* // ЖЭТФ. 1948. Т. 18. С. 1023.
 183. *Тябликов С. В.* // Докл. АН УССР. 1950. Т. 6. С. 3.
 184. *Тябликов С. В.* // Докл. АН СССР. 1951. Т. 81. С. 31.
 185. *Тябликов С. В.* // ЖЭТФ. 1951. Т. 21. С. 17.
 186. *Тябликов С. В.* // Там же. С. 377.
 187. *Тябликов С. В.* // ЖЭТФ. 1952. Т. 23. С. 381.
 188. *Тябликов С. В.* // ФТТ. 1961. Т. 3. С. 3445.
 189. *Tyablikov S. V.* // Fortschr. Physik. 1961. Bd. 4. S. 231.
 190. *Moskalenko V. A., Entel P., Digor D. F.* // Phys. Rev. B. 1999. V. 59. P. 619.
 191. *Frohlich H.* // Adv. Phys. 1954. V. 3. P. 325.
 192. *Mott N. F., Gurney R. W.* // Proc. Phys. Soc. 1937. V. 49. P. 32.
 193. *Austin I. G., Mott N. F.* // Adv. Phys. 1969. V. 18. P. 41.
 194. *Markham J. J.* // Rev. Mod. Phys. 1959. V. 31. P. 956.

-
195. Polarons in Ionic Crystals and Polar Semiconductors / Ed. J. T. Devreese. Amsterdam: North-Holland, 1972.
 196. Поляроны: Сб. ст. / Под ред. Ю. А. Фирсова. М.: Наука, 1975.
 197. *Mitra T. K., Chatterjee A., Mukhopadhyay S.* // Phys. Rep. 1987. V. 153. P. 91.
 198. *Gerlach B., Lowen H.* // Rev. Mod. Phys. 1991. V. 63. P. 63.
 199. Polarons and Applications / Ed. V. D. Lakhno. N. Y.: John Wiley and Sons, 1994.
 200. Зырянов П. С., Клингер М. И. Кvantovaya teoriya yavlenii elektronnogo perenosa v kristallicheskikh poluprovodnikakh. M.: Nauka, 1976.
 201. *Goringe C. M., Bowler D. R., Hernandez E.* // Rep. Prog. Phys. 1997. V. 60. P. 1447.
 202. Бейдер Р. Атомы в молекулах. Квантовая теория. М.: Мир, 2001 (*Bader R. F. W. Atoms in Molecules. A Quantum Theory*. Oxford: Clarendon Press, 1990).
 203. *Frohlich H.* // Perspectives in Modern Physics / Ed. R. E. Marshak. N. Y.: John Wiley and Sons, 1966. P. 539.
 204. *Mitra T. K.* // J. Phys. C: Solid St. Phys. 1969. V. 2. P. 52.
 205. *Barisic S., Labbe J., Friedel J.* // Phys. Rev. Lett. 1970. V. 25. P. 919.
 206. *Friedel J.* // J. Phys. F: Metal Phys. 1973. V. 3. P. 785.
 207. *Kuzemsky A. L., Holas A., Plakida N. M.* // Physica. B. 1983. V. 122. P. 168–182.
 208. *Kuzemsky A. L., Zhernov A. P.* // Intern. J. Mod. Phys. B. 1990. V. 4. P. 1395–1407.
 209. *Ashkenazi J., Dacorogna M., Peter M.* // Solid State Commun. 1979. V. 29. P. 181.
 210. *Christoph V., Kuzemsky A. L.* // phys. stat. sol. b. 1982. V. 111. P. K1–K6.
 211. *Christoph V., Kuzemsky A. L.* // phys. stat. sol. b. 1983. V. 120. P. K219–K224.
 212. *Wysokinski K. I., Kuzemsky A. L.* // phys. stat. sol. b. 1982. V. 113. P. 409–420.
 213. *Wysokinski K. I., Kuzemsky A. L.* // J. Low Temper. Phys. 1983. V. 52. P. 81–98.
 214. Блохинцев Д. И., Давыдов Б. И. // Докл. АН СССР. 1938. Т. 21. С. 22–25.
 215. Грондаль Л. О. // УФН. 1934. Т. 14. С. 253 (*Grandahl L. O.* // Rev. Mod. Phys. 1933. V. 5. P. 141).
 216. Курчатов И. В. // УФН. 1932. Т. 12. С. 365.
 217. Френкель Я. И., Иоффе А. Ф. // Sow. Phys. 1932. Bd. 1. S. 60.
 218. Блохинцев Д. И., Спасский Б. И. // ЖЭТФ. 1938. Т. 8. С. 945–947.
 219. Смит Р. Полупроводники. М.: Мир, 1982 (*Smith R. A. Semiconductors*. 2nd ed. Cambridge: Cambridge Univ. Press, 1978).
 220. Блохинцев Д. И. Современные взгляды на природу диэлектриков и проводников // Электрическая изоляция: Сб. материалов. М.: Изд-во Главэлектропрома, 1938. С. 144–154.
 221. Sidgwick N. V. The Chemical Elements and Their Compounds. Oxford: Clarendon Press, 1950.

-
222. Бокий Г.Б. Кристаллохимия. М.: Наука, 1971.
223. Anderson P. W. Concepts in Solids. N. Y.: W. A. Benjamin, 1964.
224. Kohn W. // Phys. Rev. 1964. V. 133. P. A171.
225. Pettifor D. G. Bonding and Structure of Molecules and Solids. Oxford: Clarendon Press, 1995.
226. Edwards P. P., Johnston R. L., Hensel F., Rao C. N. R., Tunstall D. P. A Perspective on the Metal-Nonmetal Transition // Solid State Physics / Eds.: H. Ehrenreich, F. Spaepen. N. Y.: Acad. Press, 1999. V. 52. P. 229.
227. Resta R. // J. Phys.: Condens. Matter. 2002. V. 14. P. R625.
228. Бокий Г.Б. // Кристаллография. 2002. Т. 47. С. 497.
229. Harrison W. A. Elementary Electronic Structure. Singapore: World Sci., 1999.
230. Gerstein J. I., Smith F. W. The Physics and Chemistry of Materials. N. Y.: John Wiley and Sons, 2001.
231. Mizutani U. Introduction to the Electron Theory of Metals. Cambridge: Cambridge Univ. Press, 2001.
232. Cahn R. W. The Coming of Materials Science. N. Y.: Pergamon Press, 2001.
233. Харрис П. Углеродные нанотрубки и родственные структуры. М.: Техносфера, 2003 (Harris P. J. F. Carbon Nanotubes and Related Structures. Cambridge: Cambridge Univ. Press, 1999).
234. Пул Ч., Оуэнс Ф. Нанотехнологии. М.: Техносфера, 2004 (Poole C. P., Owens F. J. Introduction to Nanotechnology. N. Y.: John Wiley and Sons, 2003).
235. Елецкий А. В. // УФН. 2007. Т. 177. С. 233.
236. Лозовик Ю. Е., Попов А. М. // Там же. С. 786.
237. Зейтц Ф. Современная теория твердого тела. М.; Л.: ГТТИ, 1949 (Zeitz F. The Modern Theory of Solids. N. Y.: McGraw-Hill, 1940).
238. Киттель Ч. Введение в физику твердого тела. М.: Наука, 1978 (Kittel C. Introduction to Solid State Physics. 4th ed. N. Y.: John Wiley and Sons, 1976).
239. Ашкрофт Н., Мермин Н. Физика твердого тела. М.: Мир, 1979 (Ashcroft N. W., Mermin N. D. Solid State Physics. N. Y.: Holt, Rinehart, Winston, 1976).
240. Jackson A. G. Handbook of Crystallography. For Electron Microscopists and Others. Berlin: Springer, 1991.
241. Андреев А. Ф. // УФН. 1994. Т. 164. С. 1278.
242. Bonacina L., Larregaray P., van Mourik F., Chergui M. // Phys. Rev. Lett. 2005. V. 95. P. 015301.
243. Khurana A. // Phys. Today. 1990. V. 43, No. 12. P. 17.
244. Пудалов В. М. // УФН. 1994. Т. 164. С. 997.
245. Quasicrystals: Proc. of the Anniversary Adriatico Research Conf. «Quasicrystals» (ICTP), Trieste, July 4–7, 1989 / Eds.: M. V. Jaric, S. Lundqvist. Singapore: World Sci., 1990. 467 p.

246. *Owens F.J., Poole (Jr.) C.P.* The New Superconductors. N. Y.: Plenum Press, 1996.
247. *Kuzemsky A.L., Kuzemskaya I.G.* // Physica. C. 2002. V. 383. P. 140–158.
248. *Kuzemsky A.L., Kuzemskaya I.G.* The Structural, Superconducting and Transport Properties of the Mercurocuprates and Other Layered Systems // Studies in High- T_c Superconductors / Ed. A. Narlikar. N. Y.: Nova Sci. Publ., 2003. V. 44. P. 1–80.
249. *Белотелов В.И., Звездин А.К.* Фотонные кристаллы и другие метаматериалы. М.: Квантум, 2006.
250. *Frohlich H.* Theory of Dielectrics. Oxford: Clarendon Press, 1958 (*Фрэлих Г.* Теория диэлектриков. М.: Изд-во иностр. лит., 1960).
251. *Куземский А.Л.* // ТМФ. 1978. Т. 36. С. 208–223.
252. *Kuzemsky A.L.* // Nuovo Cim. B. 1994. V. 109. P. 829–854.
253. *Kuzemsky A.L.* Correlation Effects in High Temperature Superconductors and Heavy Fermion Compounds // Superconductivity and Strongly Correlated Electron Systems / Eds.: C. Noce, A. Romano, G. Scarpetta. Singapore: World Sci., 1994. P. 346–376.
254. *Kuzemsky A.L.* // Rivista del Nuovo Cim. 2002. V. 25. P. 1–91.
255. *Mott N.F.* Metal-Insulator Transitions. London: Taylor and Francis, 1974 (*Мотт Н.* Переходы металл–изолятор. М.: Наука, 1979).
256. *Смородинский Я.А.* // УФН. 1949. Т. 39. С. 325.
257. *Лэмб У.Е., Ризерфорд Р.К.* // УФН. 1951. Т. 45. С. 553 (*Lamb W.E., Rutherford R.C.* // Phys. Rev. 1950. V. 79. P. 549).
258. *Lamb W.E.* // Rep. Prog. Phys. 1951. V. 14. P. 19.
259. *Lamb W.E.* // Phys. Rev. 1952. V. 85. P. 259.
260. *Бете Г., Солпитеэр Э.* Квантовая механика атомов с одним и двумя электронами. М.: Физматлит, 1960 (*Bethe H.A., Salpeter E.E.* Quantum Mechanics of One- and Two-Electron Atoms. Berlin: Springer, 1957).
261. *Тригг Дж.* Физика XX века. Ключевые эксперименты. М.: Мир, 1978 (*Trigg G.L.* Landmark Experiments in Twentieth Century Physics. N. Y.: Crane, Russak and Co., 1975).
262. *Beiersdorfer P., Chen H., Thom D.B., Trabert E.* // Phys. Rev. Lett. 2005. V. 95. P. 233003.
263. *Вайсконф В.* // УФН. 1950. Т. 41. С. 165 (*Weisskopf V.F.* // Rev. Mod. Phys. 1949. V. 21. P. 305).
264. *Вайсконф В.* // УФН. 1982. Т. 138. С. 455.
265. *Вайсконф В.* Физика в двадцатом столетии. М.: Атомиздат, 1977 (*Weisskopf V.F.* Physics in the Twentieth Century. N. Y.: The MIT Press, 1972).
266. *Mehra J., Milton K.A.* Climbing the Mountain. The Scientific Biography of Julian Schwinger. Oxford, N. Y.: Oxford Univ. Press, 2000.
267. *Блохинцев Д.И.* // ЖЭТФ. 1939. Т. 9. С. 1166–1168.

-
268. *Паули В.* Общие принципы волновой механики: Пер. с нем. / Под ред. К. В. Никольского. М.; Л.: ГТТИ, 1947. 332 с. (*Pauli W.* // Handb. der Physik. Bd. XXIV. Berlin: Springer, 1933).
269. *Гомбаш П.* Проблема многих частиц в квантовой механике. М.: Изд-во иностр. лит., 1953 (*Gombas P.* Theorie und Losungsmethoden des Mehrteilchenproblems der Wellenmechanik. Basel, 1950).
270. *von Weizsäcker C. F.* // Z. Physik. 1935. Bd. 96. S. 431.
271. *Yonei K., Tomishima Y.* // J. Phys. Soc. Japan. 1965. V. 20. P. 1051.
272. *Киржниц Д. А., Лозовик Ю. Е., Шпамаковская Г. В.* // УФН. 1975. Т. 117. С. 3.
273. *Lieb E. H.* // Rev. Mod. Phys. 1976. V. 48. P. 553.
274. *Lieb E. H., Simon B.* // Adv. Math. 1977. V. 23. P. 22.
275. *Lieb E. H.* // Rev. Mod. Phys. 1981. V. 53. P. 603.
276. Теория неоднородного электронного газа / Ред. С. Лундквист, Н. Марч. М.: Мир, 1987 (Theory of the Inhomogeneous Electron Gas / Eds.: S. Lundqvist, N. H. March. N. Y.: Plenum Press, 1983).
277. *Амусья М. Я., Иванов В. К.* // УФН. 1987. Т. 152. С. 185.
278. *Laughlin R. D., Pines D.* // Proc. Natl. Acad. Sci. USA. 2000. V. 97. P. 28.
279. *Godman A., Payne E. M. F.* Longman Dictionary of Scientific Usage. London: Longman Group, 1979.
280. McGraw-Hill Dictionary of Scientific and Technical Terms. 5th ed. / Ed. S. P. Parker. N. Y.: McGraw-Hill Inc., 1994.
281. *Планк М.* Единство физической картины мира. М.: Наука, 1966. С. 23.
282. *Эйнштейн А.* О современном кризисе теоретической физики // Собр. тр.: В 4 т. М.: Наука, 1967. Т. 4. С. 57.
283. *Weinberg S.* Dreams of a Final Theory. N. Y.: Random House, 1992.
284. *Эйнштейн А.* Физика и реальность // Собр. тр.: В 4 т. М.: Наука, 1967. Т. 4. С. 203.
285. *Эйнштейн А.* Вступительная речь // Там же. С. 14.
286. *Планк М.* Единство физической картины мира. М.: Наука, 1966. С. 23–24.
287. *Куземский А. Л.* // ЭЧАЯ. 1981. Т. 12. С. 366–423 (*Kuzemsky A. L.* // Sov. J. Part. Nucl. 1981. V. 12. P. 146).
288. *Kuzemsky A. L.* Fundamental Principles of the Physics of Magnetism and the Problem of Itinerant and Localized Electronic States. JINR Commun. E17-2000-32. Dubna, 2000. 22 p.
289. *Kuzemsky A. L.* // Intern. J. Mod. Phys. B. 2002. V. 16. P. 803–823; cond-mat/0208222.
290. *Kadanoff L. P., Martin P. C.* // Ann. Phys. (N. Y.) 1963. V. 24. P. 419.
291. *Никольский К. В.* Кvantovye processy. M.: GTTI, 1940.

292. Blokhintzev D. I. // J. Phys. USSR. 1940. V. 2. P. 71–74.
293. Терлецкий Я. П. // ЖЭТФ. 1937. Т. 7. С. 1290.
294. Бейлинсон А. А. и др. // УФН. 1994. Т. 164. С. 235.
295. Jaffe G. // Ann. Phys. (Leipzig). 1924. V. 74. P. 528.
296. Jaffe G. // Ann. Phys. (Leipzig). 1925. V. 76. P. 680.
297. Блохинцев Д. И., Немировский П. // ЖЭТФ. 1940. Т. 10. С. 1263–1266.
298. Zachos C., Fairlie D., Curtright T. Quantum Mechanics in Phase Space. Singapore: World Sci., 2005.
299. Wigner E. // Phys. Rev. 1932. V. 40. P. 749.
300. Климонтович Ю. Л. Статистическая теория неравновесных процессов в плазме. М.: Изд-во Моск. ун-та, 1964.
301. Cahill K. E., Glauber R. J. // Phys. Rev. 1969. V. 177. P. 1882.
302. Cohen L. // J. Math. Phys. 1966. V. 7. P. 781.
303. Leibfried D., Pfau T., Monroe C. // Phys. Today. 2003. V. 56, No. 4. P. 22.
304. Schleich W., Walls D. F., Wheeler J. A. // Phys. Rev. A. 1988. V. 38. P. 1177.
305. Torres-Vega Go., Frederick J. H. // Phys. Rev. Lett. 1991. V. 67. P. 2601.
306. Hillery M., O'Connell R. F., Scully M. O., Wigner E. P. // Phys. Rep. 1984. V. 106. P. 121.
307. Balazs N. L., Jennings B. K. // Phys. Rep. 1984. V. 104. P. 347.
308. Мойэл Дж. Квантовая механика как статистическая теория // Вопр. причинности в квантовой механике. М.: Изд-во иностр. лит., 1955. С. 208 (Moyal J. E. // Proc. Camb. Phil. Soc. 1949. V. 45. P. 99).
309. Kur'yshkin V. V. Uncertainty Principle and the Problem of Joint Coordinate-Momentum Probability Density in Quantum Mechanics // The Uncertainty Principle and Foundations of Quantum Mechanics / Eds.: W. C. Price, S. S. Chissick. N. Y.: John Wiley and Sons, 1977. P. 61.
310. Bayfield J. E. Quantum Evolution. N. Y.: John Wiley and Sons, 1999.
311. Гейликман Б. Т. Классические модели квантово-механических систем // Исследования по физике низких температур. М.: Атомиздат, 1979. С. 204.
312. Блохинцев Д. И., Дашиевский Я. Б. // ЖЭТФ. 1941. Т. 11. С. 222–225.
313. Kapral R. Progress in the Theory of Mixed Quantum-Classical Dynamics // Annu. Rev. Phys. Chem. 2006. V. 57. P. 129–157.
314. Kapral R., Cicotti G. Transport Coefficients of Quantum-Classical Systems // Lect. Notes Phys. 2006. V. 703. P. 519–551.
315. Блохинцев Д. И. // ЖЭТФ. 1946. Т. 16. С. 965–967.
316. Heitler W. Quantum Theory of Radiation. Oxford: Clarendon Press, 1954.
317. Stenholm S. // Phys. Rep. 1973. V. 6. P. 1.

-
318. *Bloom S., Margenau H.* // Phys. Rev. 1953. V. 90. P. 791.
319. *Kuzemsky A. L., Walasek K.* // Lett. Nuovo Cim. 1971. V. 2. P. 953–956.
320. *Блохинцев Д. И.* // ЖЭТФ. 1947. Т. 17. С. 814–817.
321. *Валясек К., Куземский А. Л.* // ТМФ. 1970. Т. 4. С. 267–276.
322. *Блохинцев Д. И.* // ЖЭТФ. 1947. Т. 17. С. 924–929.
323. *Шредингер Э.* Что такое жизнь? С точки зрения физика. М.: Атомиздат, 1972 (*Schrodinger E. What is Life? The Physical Aspect of the Living Cell*. Dublin: DIAS, 1955).
324. *Флоренский П. А.* Продолжение наших чувств // Собр. тр.: В 4 т. М.: Мысль, 1999. Т. 3(1). С. 383.
325. *Binnig G., Rohrer H.* // Helv. Phys. Acta. 1982. V. 38. P. 726.
326. *Tersoff J., Hamann D. R.* // Phys. Rev. B. 1985. V. 31. P. 805.
327. Атомы «глазами» электронов. М.: Знание, 1988.
328. *Studer F., Hervieu M., Constantini J.-M., Toulemonde M.* // Nucl. Instr. Meth. B. 1997. V. 122. P. 449.
329. *Binnig G., Rohrer H.* // Rev. Mod. Phys. 1999. V. 71. P. S324.
330. *Fiete G. A., Heller E. J.* // Rev. Mod. Phys. 2003. V. 75. P. 933.
331. *Crommie M. F., Lutz C. P., Eigler D. M.* // Phys. Rev. B. 1993. V. 48. P. 2851.
332. *Levi B. G.* // Phys. Today. 1998. V. 51, No. 4. P. 17.
333. *Day C.* // Phys. Today. 2000. V. 53, No. 2. P. 17.
334. *Humphreys C. J.* // Nature. 1999. V. 401. P. 21.
335. *Varela M., Findlay S. D., Lupini A. R., Christen H. M., Borisevich A. Y., Dellby N., Krivanek O. L., Nellist P. D., Oxley M. P., Allen L. J., Pennycook S. J.* // Phys. Rev. Lett. 2004. V. 92. P. 095502.
336. *Serdyuk I. N., Zaccai N. R., Zaccai J.* Methods in Molecular Biophysics. Structure, Dynamics, Function. Cambridge: Cambridge Univ. Press, 2007.
337. *Гриб А. А.* Методологическое значение квантовой теории для психологии // Квантовая механика и теория относительности. Л.: Изд-во Ленингр. ун-та, 1980. С. 130–145.
338. *Пенроуз Р.* Тени Разума. М.; Ижевск: ИКИ, 2005 (*Penrose R. Shadows of The Mind*. Oxford: Oxford Univ. Press, 1994).
339. *Менский М. Б.* // УФН. 2007. Т. 177. С. 415.
340. *Менский М. Б.* Человек и квантовый мир. Странности квантового мира и тайна сознания. Серия «Наука для всех». Фрязино: Век2, 2007.
341. *Bouwmeester D., Pan J.-W., Mattle K., Eibl M., Weinfurter H., Zellinger A.* // Nature. 1997. V. 390. P. 575.
342. *Белокуров В. В., Тимофеевская О. Д., Хрусталев О. А.* Квантовая телепортация — обычновенное чудо. Ижевск: РХД, 2000.

343. *Ландау Л.Д., Лишинец Е.М.* Квантовая механика. 4-е изд. М.: Наука, 1989.
344. *Cohen-Tannoudji C., Diu B., Laloe F.* Quantum Mechanics. N. Y.: John Wiley and Sons, 1977. V. 1,2.
345. *Merzbacher E.* Quantum Mechanics. 3rd ed. N. Y.: John Wiley and Sons, 1997.
346. *Дирак П.А.М.* Принципы квантовой механики. М.: Физматлит, 1960 (*Dirac P.A.M. The Principles of Quantum Mechanics.* 4th ed. Oxford: Clarendon Press, 1958).
347. *Piron C.* Foundations of Quantum Physics. N. Y.: W. A. Benjamin, 1976.
348. *Bohm A.* Quantum Mechanics: Foundations and Applications. Berlin: Springer, 1986.
349. *Shankar R.* Principles of Quantum Mechanics. 2nd ed. N. Y.: Plenum Press, 1994.
350. *Панченко А.И.* Логико-гносеологические проблемы квантовой физики. М.: Наука, 1981.
351. *Холево А.С.* Вероятностные и статистические аспекты квантовой теории. М.: Наука, 1980.
352. *Тарасов В.Е.* Квантовая механика. М.: Вузовская книга, 2000.
353. *Peres A.* Quantum Theory: Concepts and Methods. N. Y.: Kluwer Acad. Publ., 2002.
354. *Кузнецова О.В.* // Исследования по истории физики и механики. 1991–1992. М.: Наука, 1997. С. 66.
355. *d'Espagnat B.* Veiled Reality. An Analysis of Present-Day Quantum Mechanical Concepts. N. Y.: Addison-Wesley, 1995.
356. *Dieks D.* The Formalism of Quantum Theory: an Objective Description of Reality? // Ann. Physik (Leipzig). 1988. V. 45, Ser. 7. P. 174.
357. *Ellis G. F. R.* // Phys. Today. 2005. V. 58, No. 7. P. 49.
358. *Richter B.* // Phys. Today. 2006. V. 59, No. 10. P. 8.
359. *Антипенко Л.Г.* Проблема физической реальности. М.: Наука, 1973.
360. *Кузнецова О.В.* Квантовая механика и ее интерпретация // Физика XX века и ее связь с другими разделами естествознания: Сб. ст. / Под общ. ред. Г.М. Идлиса. М.: Янус-К, 1997. С. 86.
361. *Born M.* // Brit. J. Phil. Sci. 1953. V. 4. P. 98.
362. *Born M.* Физика в жизни моего поколения. М.: Изд-во иностр. лит., 1963.
363. *Фок В.А.* Квантовая физика и строение материи. Л.: ГТТИ, 1965.
364. *Марков М.А.* О трех интерпретациях квантовой механики. М.: Наука, 1991.
365. *Wigner E. P.* Interpretation of Quantum Mechanics // Quantum Theory and Measurement / Eds.: J. A. Wheeler, W. H. Zurek. Princeton: Princeton Univ. Press, 1983. P. 260.
366. *Zeh H. D.* // Found. Phys. 1988. V. 18. P. 723.
367. *Демуцкий В.П., Половин Р.В.* // УФН. 1992. Т. 162. С. 147.

-
368. *Omnes R.* Interpretation of Quantum Mechanics. Princeton: Princeton Univ. Press, 1994.
369. *Менский М. Б.* // УФН. 1998. Т. 168. С. 1017.
370. *Bricmont J.* // Phys. Today. 1999. V. 52, No. 8. P. 82.
371. *Менский М. Б.* // УФН. 2000. Т. 170. С. 631.
372. *Менский М. Б.* // УФН. 2001. Т. 171. С. 459.
373. *Голохвастов А. И.* // УФН. 2002. Т. 172. С. 843.
374. *Cushing J. T.* Quantum Mechanics: Historical Contingency and the Copenhagen Hegemony. Chicago: Chicago Univ. Press, 1994.
375. *Блохинцев Д. И.* // УФН. 1968. Т. 95. С. 75.
376. *Блохинцев Д. И.* // УФН. 1977. Т. 122. С. 745.
377. *Блохинцев Д. И.* Квантовая механика. Лекции по избранным вопросам. М.: Атомиздат, 1981.
378. *Блохинцев Д. И.* Принципиальные вопросы квантовой механики. 2-е изд. М.: Наука, 1987.
379. *Ширков Д. В.* // УФН. 1978. Т. 124. С. 197.
380. Философские вопросы современной физики: Сб. ст. / Отв. ред. М. Э. Омельяновский. Киев: Изд-во АН УССР, 1956.
381. Философские вопросы современной физики: Сб. ст. / Отв. ред. И. В. Кузнецов, М. Э. Омельяновский. М.: Политиздат, 1958.
382. Философские вопросы квантовой физики: Сб. ст. / Отв. ред. Л. Г. Антипенко. М.: Наука, 1970.
383. *Алексеев И. С.* Концепция дополнительности. Историко-методологический анализ. М.: Наука, 1978.
384. *Фейнман Р., Хибс А.* Квантовая механика и интегралы по траекториям. М.: Мир, 1968 (*Feynman R., Hibbs A. Quantum Mechanics and Path Integrals* (N. Y.: McGraw-Hill, Inc., 1965).)
385. *Мякишев Г. Я.* Динамические и статистические закономерности в физике. М.: Наука, 1973.
386. *Блохинцев Д. И., Брискина Ч. М.* // Вестн. МГУ. 1948. № 10. С. 115–118.
387. *Gell-Mann M., Hartle J. B.* // Phys. Rev. D. 1993. V. 47. P. 3345.
388. *Парадоксов П.* // УФН. 1966. Т. 89. С. 707.
389. *Onyszkiewicz Z.* // Am. J. Phys. 1984. V. 52. P. 817.
390. *Jammer M.* Philosophy of Quantum Mechanics. N. Y.: John Wiley and Sons, 1974.
391. *De Witt B. S., Graham R. N.* // Am. J. Phys. 1971. V. 39. P. 724.
392. *Hooker C. A.* The Nature of Quantum Mechanical Reality: Einstein versus Bohr // The Pittsburgh Studies in the Philosophy of Science. Pittsburgh: Pittsburgh Univ. Press, 1972. V. 5. P. 67.

393. *Home D., Whitaker M. A. B.* // Phys. Rep. 1992. V. 210. P. 223.
394. *Rohrlich F.* // Found. Phys. 1987. V. 17. P. 1205.
395. *Поппер К. Р. Квантовая теория и раскол в физике / Пер. А. А. Печенкина. М.: Логос, 1998 (Popper K. R. Quantum Theory and the Schism in Physics. London, 1982).*
396. *Ballentine L. E.* // Rev. Mod. Phys. 1970. V. 42. P. 372.
397. *Ballentine L. E.* // Found. Phys. 1973. V. 3. P. 229.
398. *Maki Z.* // Prog. Theor. Phys. 1988. V. 79. P. 313.
399. *Namiki M. Quantum Mechanics of Macroscopic Systems and Measurement Processes // Microphysical Reality and Quantum Formalism / Eds. A. van der Merwe et al. Dordrecht: Kluwer Publ. 1988. P. 3.*
400. *Everett H.* // Rev. Mod. Phys. 1957. V. 29. P. 454.
401. *The Many-Worlds Interpretation of Quantum Mechanics / Eds.: B.S. De Witt, R.N. Graham. Princeton: Princeton Univ. Press, 1973.*
402. *Бом Д. Причинность и случайность в современной физике. М.: Изд-во иностр. лит., 1959 (Bohm D. Causality and Chance in Modern Physics. London: Routledge, 1984).*
403. *Bohm D.* // Found. Phys. 1971. V. 1. P. 359.
404. *Bohm D.* // Found. Phys. 1973. V. 3. P. 139.
405. *Goldstein S. Bohmian Mechanics and the Quantum Revolution // Synthese. 1996. V. 107. P. 145.*
406. *Goldstein S.* // Phys. Today. 1998. V. 51, No. 3. P. 42.
407. *Goldstein S.* // Ibid. No. 4. P. 38.
408. *Mittelstaedt P.* // Intern. J. Theor. Phys. 1983. V. 22. P. 293.
409. *Mittelstaedt P. Quantum Logic. Dordrecht: Kluwer Publ., 1978.*
410. *Ламб У. // УФН. 1969. Т. 99. С. 719 (Lamb W. // Phys. Today. 1969. V. 22, No. 4. P. 23).*
411. *Ghirardi G. C. The Quantum Worldview: Its Difficulties and an Attempt to Overcome Them // Bridging the Gap: Philosophy, Mathematics and Physics / Eds.: G. Corsi et al. Dordrecht: Kluwer Publ., 1993. P. 175.*
412. *Cramer J. G.* // Rev. Mod. Phys. 1986. V. 58. P. 647.
413. *Healey R. The Philosophy of Quantum Mechanics: An Interactive Interpretation. Cambridge: Cambridge Univ. Press, 1989.*
414. *Healey R.* // Found. Phys. Lett. 1993. V. 6. P. 307.
415. *Kochen S. A New Interpretation of Quantum Mechanics // Symp. on the Foundations of Modern Physics / Eds.: P. Lahti, P. Mittelstaedt. Singapore: World Sci., 1985. P. 151.*
416. *van Fraassen B. C. Quantum Mechanics: an Empiricist View. Oxford, 1991.*

-
417. *Vermaas P. E., Dieks D.* // Found. Phys. 1995. V. 25. P. 145.
 418. *Clifton R. K.* The Properties of Modal Interpretation of Quantum Mechanics // Brit. J. Phil. Sci. 1996. V. 47. P. 371.
 419. *Aharanov Y., Anandan J., Vaidman L.* // Phys. Rev. A. 1993. V. 47. P. 4616.
 420. *Кадомцев Б. Б.* Динамика и информация. М.: Изд-во УФН, 1997.
 421. *Omnes R.* // Rev. Mod. Phys. 1992. V. 64. P. 339.
 422. *Griffith R. B.* // Phys. Rev. A. 1996. V. 54. P. 2759.
 423. *Griffith R. B.* Consistent Quantum Theory. Cambridge: Cambridge Univ. Press, 2003.
 424. *Onyszkiewicz Z.* Immaterial Interpretation of Quantum Theory in the Context of Quantum Cosmology // New Developments on Fundamental Problems in Quantum Physics / Eds.: M. Ferrero, A. van der Merwe. Dordrecht, 1997. P. 285.
 425. *Хинчин А. Я.* Математические основания квантовой статистики. М.: ГТТИ, 1951.
 426. *Bohm D., Hiley B. J.* // Phys. Rep. 1987. V. 144. P. 323.
 427. *Tegmark M.* The Interpretation of Quantum Mechanics: Many Worlds or Many Words // Fundamental Problems in Quantum Theory / Eds.: M. H. Rubin, Y. H. Shin. Dordrecht: Kluwer Publ., 1998. P. 74.
 428. *Omnes R.* Quantum Philosophy: Understanding and Interpreting Contemporary Science. Princeton: Princeton Univ. Press, 1999.
 429. *Менский М. Б.* Кvantovye izmereniya i dekogereniya. M.: Fizmatlit, 2001.
 430. *Zurek W. H.* // Rev. Mod. Phys. 2003. V. 75. P. 715.
 431. *Tegmark M.* // Nature. 2007. V. 448. P. 23.
 432. *Aspect A.* // Ibid. V. 446. P. 866.
 433. *Roukes M.* // Nature. 2006. V. 443. P. 154.
 434. *Смородинский Я. А.* О квантовых ансамблях // Научный семинар памяти Д. И. Блохинцева: Тр. семинара, посвященного 75-летию со дня рождения Д. И. Блохинцева, Дубна, 23 янв. 1983 г. Дубна: ОИЯИ, 1986. С. 92–97.
 435. *Хренников А. Ю.* Неколмогоровские теории вероятностей и квантовая физика. М.: Физматлит, 2003
 436. *Алимов Ю. И., Кравцов Ю. А.* // УФН. 1992. Т. 162. С. 149.
 437. *Печенкин А. А.* Страсбургский фактор в творчестве Л. И. Мандельштама и его школы // Физика XX века и ее связь с другими разделами естествознания: Сб. ст. / Под общ. ред. Г. М. Идлиса. М.: Янус-К, 1997. С. 199–223.
 438. *Хинчин А. Я.* // УФН. 1929. Т. 9. С. 141.
 439. *Петров С.* Возникновение вероятностной интерпретации волновой функции // Теория познания и современная физика / Отв. ред. Ю. И. Сачков. М.: Наука, 1984. С. 260–274.
 440. *Cohen L.* // Found. Phys. 1988. V. 18. P. 983.

441. *Newton R. G.* // Am. J. Phys. 1984. V. 48. P. 1029.
442. *Vellemans D. J.* // Am. J. Phys. 1998. V. 66. P. 967.
443. *Cassinello A., Sanchez-Gomez L. S.* // Found. Phys. 1996. V. 26. P. 1357.
444. *Jaynes E. T.* Probability Theory: The Logic of Science. Cambridge: Cambridge Univ. Press, 2003.
445. *Wechs G.* // Nature. 2007. V. 445. P. 723.
446. *Chou C. W., de Riedmatten H., Felinto D., Polyakov S. V., van Enk S. J., Kimble H. J.* // Nature. 2005. V. 438. P. 828.
447. *Баргатин И. В., Гришанин Б. А., Задков В. Н.* // УФН. 2001. Т. 171. С. 625.
448. *Kennedy B.* // Phys. World. 1994. No. 3. P. 52.
449. Physics and Probability: Essays in Honor of Edwin T. Jaynes / Eds.: W. T. Grandy, P. W. Milloni. Cambridge: Cambridge Univ. Press, 1993.
450. *Jaynes E. T.* Papers on Probability, Statistics and Statistical Physics / Ed. R. D. Rosenkranz. Dordrecht: D. Reidel Publ., 1983.
451. *Fine T. L.* The «Only Acceptable Approach» to Probabilistic Reasoning // SIAM News. 2004. V. 37, No. 2. P. 723.
452. *Фок Н. В.* // Исследования по истории физики и механики. 1998–1999 / Отв. ред. Г. М. Идлис. М.: Наука, 2000. С. 5.
453. *Никольский К. В.* // Z. Physik. 1930. Bd. 62. S. 677.
454. *Никольский К. В.* // Sow. Phys. 1932–1933. Bd. 2. S. 447.
455. *Никольский К. В.* // УФН. 1934. Т. 14. С. 930.
456. *Горелик Г. Е.* Предыстория ФИАНа и Г. А. Гамов. Препринт ИИЕТ № 41. М.: ИИЕТ АН СССР, 1990.
457. *Горелик Г. Е.* Москва, физика, 1937 год // Трагические судьбы: репрессированные ученые Академии наук СССР. М.: Наука, 1995. С. 54–75.
458. *Mott N. F.* Волновая механика и физика ядра / Пер. с англ. К. В. Никольского. М.: ОНТИ, 1936 (*Mott N. F. The Wave Mechanics of α -Ray Tracks* // Proc. Roy. Soc. A. 1929. V. 128. P. 79).
459. *Никольский К. В.* // УФН. 1936. Т. 16. С. 537.
460. *Фок В. А.* // УФН. 1937. Т. 17. С. 552.
461. *Никольский К. В.* // Там же. С. 554.
462. *Фок В. А.* // УФН. 1938. Т. 19. С. 139.
463. *Печенкин А. А.* Послесловие // *Поппер К. Р.* Квантовая теория и раскол в физике / Пер. А. А. Печенкина. М.: Логос, 1998. С. 166–188.
464. *Фок В. А.* // УФН. 1951. Т. 45. С. 3.
465. *Фок В. А.* // УФН. 1957. Т. 62. С. 461.

-
466. Блохинцев Д.И. Ответ академику В.А.Фоку // Вопр. философии. 1952. №6. С. 171–175.
 467. Фок В.А. Атом водорода и неевклидова геометрия // Изв. АН СССР. Сер. физ. 1935. №2. С. 169.
 468. Веселов М.Г. Научная деятельность В.А.Фока // Квантовая механика и теория относительности. Л., 1980. С. 7–25.
 469. Малкин И.А., Манько В.И. // Письма ЖЭТФ. 1965. Т. 2. С. 230.
 470. Bander M., Itzykson C. // Rev. Mod. Phys. 1966. V. 38. P. 330; 346.
 471. Никольский К.В. // УФН. 1940. Т. 24. С. 534.
 472. Никольский К.В. // Там же. №8.
 473. Гиббс Дж.В. Основные принципы статистической механики / Пер. с англ. К.В. Никольского. М.; Л.: ОГИЗ, 1946 (*Gibbs J. W. Elementary Principles in Statistical Mechanics Developed with Especial Reference to the Rational Foundations of Thermodynamics*. New Haven: Yale Univ. Press, 1902).
 474. Финкельштейн Б.Н. // УФН. 1947. Т. 33, №10.
 475. Сергей Иванович Вавилов. Очерки и воспоминания. М.: Наука, 1981.
 476. Вавилов С.И., Максимов А.А., Миткевич В.Ф. Материализм и эмпириокритицизм Ленина и современная физика. М.: Соцэкгиз, 1939.
 477. Гриб А.А. Проблема неинвариантности вакуума в квантовой теории поля. М.: Атомиздат, 1978.
 478. Мицдал А.Б. Квантовая физика // Б-ка «Квант». Вып. 75. М.: Наука, 1989.
 479. Блохинцев Д.И., Гальперин Ф.М. // Под знаменем марксизма. 1934. №3. С. 97.
 480. Блохинцев Д.И., Гальперин Ф.М. // Антирелигиозник. 1936. №3. С. 10.
 481. Максимов А.А. Введение в современное учение о материи и движении. М.: ОГИЗ, 1941.
 482. Болотовский Б.М., Вавилов Ю.Н., Киркин А.Н. // УФН. 1998. Т. 168. С. 551.
 483. Суворов С.Г. О так называемом физическом понятии материи // УФН. 1951. Т. 44. С. 485.
 484. Лосский Н.О. Материя в системе органического мировоззрения. М.: Изд-во Лемана и Сахарова, 1918.
 485. Максвелл Дж.К. Материя и движение. М.: Госиздат, 1924 (*Maxwell J. C. Matter and Motion*. London, 1873).
 486. Сведенберг Те. Материя. Ее исследования в прошлом и настоящем. М.: Госиздат, 1924 (*Svedberg The. Die Materie*. Berlin, 1919).
 487. Марков М.А. О природе материи. М.: Наука, 1976.
 488. Комарова В.Я. Становление философского материализма в Древней Греции. Л.: Изд-во Ленингр. ун-та, 1975.

489. Горелик Г. Е. // Исследования по истории физики и механики. 1998–1999. Сб. ст. / Под общ. ред. Г. М. Идлиса. М.: Наука, 2000. С. 50.
490. Блохинцев Д. И. Размышления о проблемах познания и творчества и закономерностях процессов развития // Теория познания и современная физика / Отв. ред. Ю. И. Сачков. М.: Наука, 1984. С. 53–74.
491. Блохинцев Д. И. Предпосылки научно-технического прогресса // Современные проблемы физики. М.: Знание, 1976. С. 4–18.
492. Кальоти Дж. От восприятия к мысли. О динамике неоднозначного и нарушениях симметрии в науке и искусстве. М.: Фазис, 2000 (*Caglioti G. Symmetriebrechung und Wahrnehmung*. Braunschweig: Vieweg, 1990).
493. Лебедев П. Н. Собр. соч. М.: Изд-во МФО им. П. Н. Лебедева, 1913. С. 276.
494. Блохинцев Д. И., Леонтьевич М. А., Тамм И. Е., Фок В. А., Френкель Я. И. // Изв. АН СССР. Сер. физ. 1937. № 3. С. 425.
495. Блохинцев Д. И., Леонтьевич М. А., Тамм И. Е., Френкель Я. И. // Изв. АН СССР. Сер. физ. 1938. № 3–4. С. 591.
496. Андреев А. В. Альтернативная физика в СССР: двадцатые–сороковые годы // Физика XX века и ее связь с другими разделами естествознания: Сб. ст. / Под общ. ред. Г. М. Идлиса. М.: Янус-К, 1997. С. 241–263.