

## РАСЩЕПЛЕНИЕ ДВУХЧАСТИЧНЫХ МУЛЬТИПЛЕТОВ КАК КРИТЕРИЙ ОЦЕНКИ ЭНЕРГИИ СПАРИВАНИЯ НУКЛОНОВ

Л. Т. Имашева<sup>1</sup>, Б. С. Ишханов<sup>1,2</sup>, С. В. Сидоров<sup>1</sup>,  
М. Е. Степанов<sup>1</sup>, Т. Ю. Третьякова<sup>2,\*</sup>

<sup>1</sup> Московский государственный университет им. М.В. Ломоносова, Москва

<sup>2</sup> Научно-исследовательский институт ядерной физики им. Д. В. Скobelцына  
Московского государственного университета им. М. В. Ломоносова, Москва

В приближении  $\delta$ -потенциала рассчитаны структуры мультиплетов основного состояния для ядер в широком диапазоне массового числа  $A$  и проведен анализ различных массовых соотношений для расчета энергии спаривания. Соответствие между рассчитанной структурой мультиплета и экспериментальными данными может служить критерием выбора соотношения для оценки энергии спаривания.

The ground state multiplet structure for nuclei over a wide range of mass number  $A$  was calculated in  $\delta$  approximation, and different mass relations for pairing energy were analyzed in this work. Correlation between the calculated multiplet structure and experimental data offer a guideline in deciding between mass relations for nucleon pairing.

PACS: 21.10.Dr; 21.30.Fe; 29.87.+g

### ВВЕДЕНИЕ

Одним из проявлений спаривания нуклонов в атомном ядре является расслоение массовой поверхности: ядра с четными значениями  $N$  и  $Z$  сильнее связаны, чем соседние четно-нечетные ядра. Традиционно величина четно-нечетного эффекта (EOS) является оценкой сил спаривания тождественных нуклонов, для ее расчета используются формулы с учетом масс четырех [1] или пяти [2] соседних изотопов:

$$\Delta_n^{(4)}(N) = \frac{(-1)^N}{4}[-S_n(N+1) + 2S_n(N) - S_n(N-1)], \quad (1)$$

---

\*E-mail: tretyakova@sinp.msu.ru

$$\begin{aligned}\Delta_n^{(5)}(N) &= 1/2[\Delta_n^{(4)}(N) + \Delta_n^{(4)}(N+1)] = \\ &= (-1)^N/8[-S_n(N+2) + 3S_n(N+1) - 3S_n(N) + S_n(N+2)],\end{aligned}\quad (2)$$

где  $S_n(N) = B(N) - B(N-1)$  — энергия отделения нейтрона от ядра  $(N, Z)$ ;  $B(N)$  — энергия связи ядра. В формулах (1) и (2) для нейтронного EOS число протонов  $Z$  фиксировано. Аналогичные формулы (здесь и далее) для протонов могут быть получены путем фиксирования числа нейтронов  $N$  и заменой в формулах  $N$  на  $Z$ .

Значительное число исследований посвящено оценке как вклада в EOS непосредственно спаривания нуклонов, так и вкладов других многочастичных эффектов. В работе [3] в качестве оценки спаривания предлагается использовать наиболее простой вариант оценки EOS по энергиям связи трех соседних ядер:

$$\Delta_n^{(3)}(N) = \frac{(-1)^N}{2}[S_n(N) - S_n(N+1)], \quad (3)$$

причем показано, что наилучшей оценкой спаривания нуклонов является формула (3) для нечетного числа нейтронов  $\Delta_n^{(3)}(N+1)$ . Этот вывод согласуется с прямым определением величины спаривания двух нейтронов  $\Delta_{nn}$  как разности между энергией отделения пары нейтронов  $S_{nn}$  от ядра  $(Z, N)$  и удвоенной энергией отделения нейтрона  $S_n$  от ядра  $(Z, N-1)$  [4]:

$$\Delta_{nn}(N) = S_{nn}(N) - 2S_n(N-1) = S_n(N) - S_n(N-1) = 2\Delta_n^3(N-1). \quad (4)$$

В настоящей работе данные варианты расчета EOS проанализированы с использованием еще одного проявления спаривания нуклонов — формирования в спектре низколежащих возбужденных состояний атомного ядра характерных наборов уровней с  $J^P = 0^+, 2^+, \dots, J_{\max}^+$  — так называемого мультиплета основного состояния.

## 1. МОДЕЛЬ СЕНЬОРИТИ

Анализу эффекта EOS в различных теоретических подходах посвящено много исследований. Вслед за работой [3] рассмотрим соотношения (1)–(4) в модели сеньорити, описывающей движение  $N$  нуклонов в  $2\Omega$ -кратно вырожденной оболочке. Собственные значения энергии в данной модели могут быть записаны в терминах числа частиц  $N$  и сеньорити  $v$  — числа неспаренных нуклонов:

$$E(N, v) = -\frac{1}{4}G(N-v)(2\Omega - v - N + 2), \quad (5)$$

где  $G$  — параметр спаривания;  $2\Omega = 2j + 1$ . Для четного числа нуклонов  $N = 2n$  для основного состояния сеньорити  $v = 0$ , для нечетного числа

$N = 2n + 1$   $v = 1$ . В [3] получено выражение для EOS-эффекта, определенного выражением (3):

$$\Delta_n^{(3)}(N) = \begin{cases} \frac{1}{2}G\Omega + \frac{1}{2}G & \text{при } N = 2n, \\ \frac{1}{2}G\Omega & \text{при } N = 2n + 1. \end{cases} \quad (6)$$

Поскольку данный результат не зависит от  $N$ , то усреднения (1) и (2) для большего числа ядер в модели сенюрити совпадают:

$$\Delta_n^5(N) = \Delta_n^4(N) = \frac{1}{2}G\Omega + \frac{1}{4}G \quad \text{при } N = 2n \text{ и } N = 2n + 1. \quad (7)$$

Выражения для прямого определения энергии спаривания  $\Delta_{nn}$  в соответствии с (4) дают для четного числа нуклонов меньшее значение, чем  $2\Delta_n^{(3)}$ :

$$\Delta_{nn}(N) = \begin{cases} G\Omega & \text{при } N = 2n, \\ G\Omega + G & \text{при } N = 2n + 1. \end{cases} \quad (8)$$

В данном предельном случае величина спаривания  $\Delta_{nn}(N) = 2\Delta_n^3(N+1)$  и явным образом не зависит от  $N$ .

## 2. МУЛЬТИПЛЕТ ОСНОВНОГО СОСТОЯНИЯ

Спаривание тождественных нуклонов приводит к формированию в экспериментальных спектрах характерного набора низколежащих возбужденных состояний с четными значениями полного момента, которые образуют мультиплет основного состояния ядра. Снять вырождение для уровней с  $J \neq 0$  в случае пары тождественных нуклонов сверх дважды магического остова можно с использованием в качестве сил спаривания локального  $\delta$ -потенциала [5]. Уровни мультиплета для  $v = 2$  могут быть найдены через относительный сдвиг энергии состояний:

$$\frac{\Delta E_J}{\Delta E_0} = (2j+1) \begin{pmatrix} j & j & J \\ 1/2 & -1/2 & 0 \end{pmatrix}^2, \quad (9)$$

при этом сдвиг энергии основного состояния  $\Delta E_0$  относительно положения вырожденных уровней определяется энергией спаривания  $\Delta_{NN}$  [6]. Строго говоря, данный подход применим только к ядрам с одной парой тождественных нуклонов (дырок) сверхмагического остова, т. е. вблизи магических чисел [7]. Однако согласно модели сенюрити мультиплет состояний с  $v = 2$  совпадает для любого количества пар нуклонов на оболочке. И действительно, как было показано в расчетах последовательностей изотопов и изотонов

в области магических чисел 20, 50, 82, 126 [8], при заполнении подоболочек с высокими значениями  $j$  от  $7/2$  до  $11/2$  положение уровней с  $J \geq 4$  может быть получено в приближении  $\delta$ -потенциала с учетом  $\Delta E_0 = \Delta_{nn} = 2\Delta_n$ . Таким образом, степень соответствия рассчитанных уровней GSM экспериментальным значениям может служить критерием достоверности оценки сил спаривания в данном ядре.

### 3. РЕЗУЛЬТАТЫ

На рис. 1 показаны примеры расчета GSM для ядер  $^{210}\text{Po}$  и  $^{210}\text{Pb}$  в предположении, что основной конфигурацией является наличие пары протонов (нейтронов) в состоянии  $j = 9/2$  сверх дважды магического  $^{208}\text{Pb}$ . Видно, что использование энергии спаривания  $\Delta_{nn}$  (4) приводит к систематическому занижению положения уровней мультиплета, а использование EOS  $2\Delta_n^{(3)}$  (3) — к завышению. Данный результат соответствует соотношениям модели сенюрити (8) и (6). Использование усредненных значений  $2\Delta_n^{(4)}$  (1) и  $2\Delta_n^{(5)}$  (2) улучшает соответствие между теорией и экспериментом. Подобным образом были рассмотрены около 50 четно-четных изотопов, относительно которых можно предположить, что их основная конфигурация формируется одной или несколькими парами тождественных нуклонов в состоянии с  $j \geq 7/2$ . В качестве критерия оценки расчета использовалась линейная аппроксимация распределения соответствия экспериментальных и рассчитанных значений энергии состояний GSM:  $E_{\text{exp}} = AE_{\text{calc}}$ . Пример подобной аппроксимации для  $2\Delta_n^{(5)}$  приведен на рис. 2, *a*. Поскольку низколежащие уровни, и в первую очередь состояния  $J^P = 2_1^+$ , в средних и тяжелых ядрах являются проявлениями коллективных степеней свободы, то был рассмотрен вариант аппроксимаций

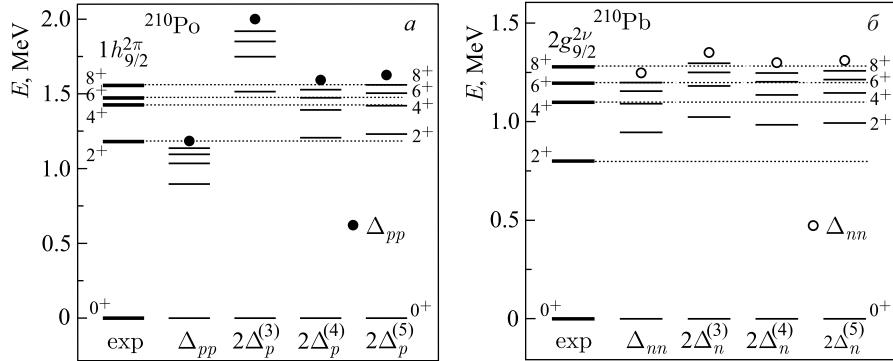


Рис. 1. Экспериментальные спектры [10] и результаты расчета GSM для ядер  $^{210}\text{Po}$  (*a*) и  $^{210}\text{Pb}$  (*b*). Данные для расчета  $\Delta_n$  и  $\Delta_p$  взяты из [9]

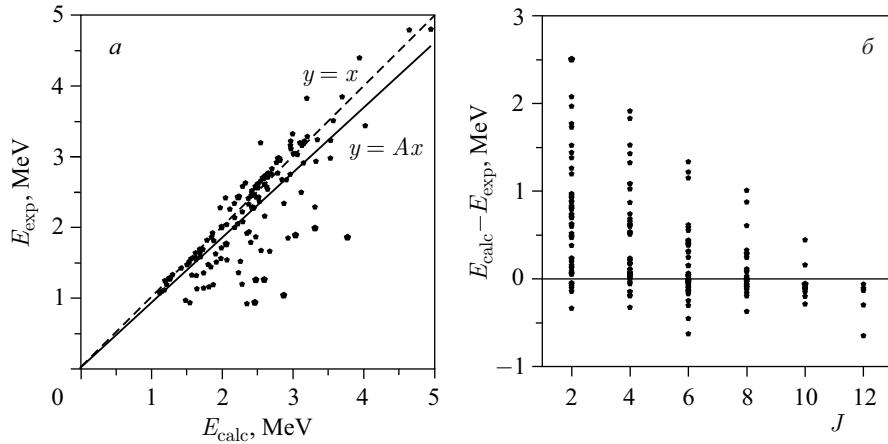


Рис. 2. Результаты для  $\Delta E_0 = 2\Delta^{(5)}$ . а) Линейная аппроксимация соответствия экспериментальных и расчетных значений энергии состояний GSM без учета уровней  $2^+$  (справа). б) Отклонение рассчитанных значений от экспериментальных в зависимости от  $J$ . Экспериментальные данные взяты из [10]

без учета состояний  $2^+$ . На рис. 2, б приведено отклонение рассчитанных значений энергии от экспериментальных ( $E_{\text{calc}} - E_{\text{exp}}$ ) в зависимости от  $J$ . Видно уменьшение отклонения с ростом  $J$ . В качестве предельного варианта были также рассмотрены аппроксимации с учетом только состояний с  $J = J_{\text{max}}$ .

Результаты приведены в таблице. При учете всех уровней мультиплета наиболее близкое к единице значение коэффициента  $A$  соответствует  $\Delta_{nn}$  при достаточно высоком значении стандартного отклонения  $\sigma$ . Без учета  $2^+$ , а также с учетом только уровней энергии с  $J_{\text{max}}$  наилучшую оценку расщепления мультиплета основного состояния с  $v = 2$  дает удвоенное значение EOS-эффекта, рассчитанное на основе масс пяти соседних ядер  $2\Delta_n^{(5)}$ .

#### Результаты аппроксимации для различных методов оценки энергии спаривания с учетом различных наборов уровней мультиплета

Энергия спаривания	$J > 0$		$J > 2$		$J = J_{\text{max}}$	
	$A$	$\sigma$	$A$	$\sigma$	$A$	$\sigma$
$\Delta_{NN}$	0,991	0,621	1,045	0,550	1,163	0,560
$2\Delta_N^{(3)}$	0,751	0,902	0,799	0,749	0,849	0,608
$2\Delta_N^{(4)}$	0,863	0,647	0,914	0,498	0,991	0,278
$2\Delta_N^{(5)}$	0,871	0,634	0,923	0,488	1,004	0,246

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Bohr A., Mottelson B.* Nuclear Structure. V. 1. New York: W. A. Benjamin, 1969.
2. *Madland D. G., Nix J. R.* // Nucl. Phys. A. 1988. V. 476. P. 1.
3. *Dobaczewski J. et al.* // Phys. Rev. C. 2001. V. 63. P. 024308.
4. *Preston M. A.* Physics of the Nucleus. Reading, MA: Addison-Wesley, 1962.
5. *De-Shalit A.* // Phys. Rev. 1953. V. 91. P. 6;  
*Talmi I.* Simple Models of Complex Nuclei. Chur: Harwood Acad. Publ., 1993.
6. *Ishkhanov B. S., Stepanov M. E., Tretyakova T. Yu.* // Moscow Univ. Phys. Bull. 2014. V. 69. P. 1.
7. *Heyde K. et al.* // Eur. Phys. J. A. 2002. V. 13. P. 401.
8. *Imasheva L. T. et al.* // Phys. At. Nucl. 2015. V. 78. P. 1463;  
*Imasheva L. T. et al.* // Eur. Phys. J. Web Conf. 2016. V. 107. P. 04005;  
*Imasheva L. T. et al.* // Bull. RAS: Phys. 2016. V. 80. P. 313.
9. *Audi G. et al.* // Chin. Phys. C. 2012. V. 36, No. 12. P. 1287;  
*Wang M. et al.* // Ibid. P. 1603.
10. Database “Centre for Photonuclear Experiments Data SINP MSU”.  
<http://cdfe.sinp.msu.ru/>; National Nuclear Data Center, Brookhaven, Evaluated Nuclear Structure Data File. <http://ie.lbl.gov/ensdf/>.