

ПОИСК НАРУШЕНИЯ ИНВАРИАНТНОСТИ ОТНОСИТЕЛЬНО ОБРАЩЕНИЯ ВРЕМЕНИ В РАССЕЯНИИ ПРОТОНОВ НА ДЕЙТРОНАХ

Ю. Н. Узиков*

Объединенный институт ядерных исследований, Дубна
Государственный университет «Дубна», Дубна, Россия

Обсуждаются основные задачи эксперимента TRIC по проверке Т-инвариантности при условии сохранения Р-четности в рассеянии протонов с поперечной поляризацией p_y^p на дейтронах с тензорной поляризацией P_{xz} . Дан обзор результатов расчетов энергетической зависимости соответствующего нуль-тест-сигнала при энергиях пучка 100–1000 МэВ в рамках теории Глаубера с феноменологическими потенциалами Т-неинвариантного NN -взаимодействия.

Main tasks of the TRIC experiment aimed to test time-invariance under condition of P-parity conservation in scattering of protons with transversal polarization p_y^p on deuterons with tensor polarization P_{xz} are described. The results of calculation of energy dependence of the corresponding null-test signal performed within the Glauber theory at beam energies 100–1000 MeV with phenomenological T-violating NN -interactions are briefly reviewed.

PACS: 24.80.+y; 25.10.+s; 11.30.Er; 13.75.Cs

ВВЕДЕНИЕ

Дискретные симметрии отражения пространства (Р) и времени (Т) играют ключевую роль в фундаментальных взаимодействиях. Так, обнаружение нарушения Р-инвариантности привело к открытию V–A-структуры слабых взаимодействий лептонов и кварков. Нарушение СР-симметрии (здесь С обозначает зарядовое сопряжение), обнаруженное в физике каонов, стало основой для предсказания третьего поколения кварков. СР-нарушение (или Т-нарушение в предположении СРТ-симметрии) необходимо для объяснения барионной асимметрии Вселенной [1]. Поскольку в рамках Стандартной модели СР-нарушение, обнаруженное в физике каонов и B -мезонов, далеко недостаточно

*E-mail: uzikov@jinr.ru

для объяснения этой асимметрии [2], то должны существовать другие источники СР-нарушения.

Возможность того, что Т-нарушение может возникать за счет физики вне Стандартной модели, явилась стимулом для постановки ряда низкоэнергетических экспериментов. Эти эксперименты можно разделить на две группы в зависимости от того, нарушает измеряемая величина Р-четность наряду с Т-инвариантностью или нет. Много усилий предпринимается для измерения электрических дипольных моментов (ЭДМ) элементарных частиц, нейтральных атомов. ЭДМ являются наблюдаемыми, нарушающими одновременно Т-инвариантность и Р-инвариантность. Другому типу наблюдаемых, которые являются нарушающими Т-инвариантность, но сохраняющими Р-четность (и сохраняющими аромат) (THPC), уделено гораздо меньше внимания. Соответствующие измерения включают проверку принципа детального равновесия [3, 4], исследования корреляций в бета-распаде поляризованных нейтронов [5], нарушение зарядовой симметрии в спиновых наблюдаемых pn -рассечения [6], прохождение поляризованных нейтронов через тензорно-поляризованную ядерную мишень [7]. Одна из причин, по которой THPC-взаимодействия представляют интерес, состоит в том, что экспериментальные ограничения для них до сих пор очень слабые, в частности, много слабее, чем для ЭДМ. В Стандартной модели THPC-взаимодействия не появляются как фундаментальные силы, но могут быть сгенерированы слабыми, нарушающими Р-инвариантность радиационными поправками к обычным Т-нечетным Р-нечетным взаимодействиям. В этом случае интенсивность THPC-взаимодействий должна быть настолько низкой, что наблюдение THPC-эффектов при нынешнем уровне техники чувствительности эксперимента будет непосредственным указанием на физику вне Стандартной модели.

В теории эффекты, обусловленные THPC-физикой вне Стандартной модели, могут исследоваться модельно-независимым образом с использованием эффективной теории поля. Найдено, что имеющиеся экспериментальные ограничения на ЭДМ накладывают очень серьезные ограничения на THPC-эффекты [8]. Возможно, эти результаты способствовали уменьшению интереса к поиску THPC-эффектов. Однако позднее было показано [9], что, поскольку в настоящее время физическая природа ЭДМ вне Стандартной модели неизвестна, возможен такой сценарий генерации ЭДМ, в рамках которого существующие экспериментальные ограничения на ЭДМ фактически не накладывают ограничений на THPC-эффекты. Аналогичный результат следует из возможного существования правосторонних нейтрино [10].

1. ОСНОВНЫЕ ЗАДАЧИ ЭКСПЕРИМЕНТА TRIC

На ускорителе COSY в г. Юлих (Германия) идет подготовка эксперимента TRIC [11] (сокращение от «Test of Time-Reversal Invariance in Proton-

Deuteron Scattering at COSY»), в котором планируется поиск нарушения Т-инвариантности в процессе рассеяния поперечно-поляризованных протонов (p_y^p) на тензорно-поляризованной (P_{xz}) дейtronной мишени, размещенной внутри кольца ускорителя. Энергия пучка выбрана 135 МэВ в соответствии с оценками, сделанными в работе [13]. Сигналом нарушения Т-инвариантности при сохранении Р-четности в этом эксперименте будет величина интегрального сечения pd -рассеяния с указанной двойной поляризацией ($\tilde{\sigma}$) (см. ниже выражение (1)). Это сечение является нуль-тест-наблюдаемой нарушения Т-инвариантности при сохранении Р-четности [12, 13]. Термин «нуль-тест-сигнал» означает, что данная наблюдаемая равна нулю при отсутствии ТНРС-эффектов и не равна нулю только при их наличии.

При наличии ТНРС-взаимодействий наряду с обычными Т-инвариантными Р-инвариантными NN -силами полное сечение pd -рассеяния характеризуется 5 интегральными сечениями и может быть представлено в виде [14]

$$\sigma = \sigma_0 + \sigma_1 p_y^p p_y^d + \sigma_2 (\mathbf{p}^p \cdot \hat{\mathbf{k}}) (\mathbf{p}^d \cdot \hat{\mathbf{k}}) + \sigma_3 P_{zz} + \tilde{\sigma} p_y^p P_{xz}^d, \quad (1)$$

где \mathbf{p}^p — векторная поляризация протона; \mathbf{p}^d — векторная поляризация дейтрана; P_{ij} — тензорная поляризация дейтрана; $\hat{\mathbf{k}}$ — единичный вектор вдоль направления пучка. Сечения σ_i ($i = 0, 1, 2, 3$) обусловлены обычными Т-инвариантными Р-инвариантными взаимодействиями, в то время как последнее слагаемое содержит нуль-тест-сигнал нарушения Т-инвариантности при сохранении Р-четности $\tilde{\sigma}$.

Происхождение нуль-тест-наблюдаемой $\tilde{\sigma}$ можно понять из следующих соображений. Независимо от механизма pd -взаимодействия ТНРС-амплитуда упругого pd -рассеяния вперед должна быть представлена оператором, состоящим из следующих 4 векторов: $\boldsymbol{\sigma}$ — матрица Паули, действующая на спиновые состояния протона, $\boldsymbol{\varepsilon}$ и $\boldsymbol{\varepsilon}'$ — векторы поляризации (спиновые волновые функции) начального и конечного дейтранов соответственно, $\hat{\mathbf{k}}$ — единичный вектор в направлении пучка. Отметим, что Р-четная Т-нечетная структура вида $(\boldsymbol{\sigma} \cdot \mathbf{k})(\hat{\mathbf{k}} \cdot [\boldsymbol{\varepsilon} \times \boldsymbol{\varepsilon}'^*])$ не является ТНРС-амплитудой, хотя при операции инверсии $t \rightarrow -t$ (что соответствует заменам $\mathbf{k} \rightarrow -\mathbf{k}$, $\boldsymbol{\sigma} \rightarrow -\boldsymbol{\sigma}$, $\boldsymbol{\varepsilon} \rightarrow -\boldsymbol{\varepsilon}$, $\boldsymbol{\varepsilon}' \rightarrow -\boldsymbol{\varepsilon}'$) этот оператор меняет знак, однако при обязательном дополнительном требовании — перестановке местами начального и конечного состояний $\boldsymbol{\varepsilon} \leftrightarrow \boldsymbol{\varepsilon}'$ — этот оператор переходит в исходный. С другой стороны, легко видеть, что сумма операторов вида

$$\hat{F} = \tilde{g}(\boldsymbol{\sigma} \cdot [\hat{\mathbf{k}} \times \boldsymbol{\varepsilon}]) (\hat{\mathbf{k}} \cdot \boldsymbol{\varepsilon}'^*) + (\boldsymbol{\sigma} \cdot [\hat{\mathbf{k}} \times \boldsymbol{\varepsilon}'^*]) (\hat{\mathbf{k}} \cdot \boldsymbol{\varepsilon}), \quad (2)$$

где \tilde{g} — комплексная функция энергии столкновения, определяемая динамикой процесса, обладает требуемыми свойствами ТНРС-амплитуды: является истинным скаляром и меняет знак при обращении времени. Записывая далее спиновую матрицу плотности начального pd -состояния в самом общем виде

как произведение спиновых матриц плотности протона ρ_p и дейтрона ρ_d и в соответствии с обобщенной оптической теоремой, вычисляя штур $\text{Tr } \rho_p \rho_d \hat{F}$, нетрудно найти, что вклад в интегральное сечение от оператора (2) дает только член, содержащий произведение поперечной поляризации протона p_y^p на тензорную поляризацию дейтрана P_{xz} , при этом интегральное сечение $\tilde{\sigma}$ определяется мнимой частью амплитуды \tilde{g} .

Поскольку интегральное сечение $\tilde{\sigma}$ определяется по обобщенной оптической теореме через амплитуду упругого pd -рассеяния вперед, при этом автоматически учитывается взаимодействие в начальном (ВНС) и конечном (ВКС) состояниях. При поиске эффектов Т-нарушения в распадах частиц взаимодействие в конечном состоянии, будучи Т-четным, обычно является источником ложного сигнала. С этой точки зрения постановка эксперимента TRIC выгодно отличается от экспериментов по изучению распадов частиц, так как ВКС и ВНС уже входят в измеряемую величину сигнала и не могут привести к ненулевому сигналу при отсутствии ТНРС-взаимодействия, т. е. не могут изменить нуль-тест-характер этого сигнала.

Отметим также, что известное утверждение [15] о невозможности построить нуль-тест-наблюдаемые в экспериментах с бинарными реакциями, которые могли бы быть однозначным тестом инвариантности по отношению к обращению времени независимо от динамических предположений, относится только к билинейным по амплитуде перехода M_{fi} наблюдаемым. Другими словами, это утверждение не относится к экспериментам, в которых измеряются полные сечения, т. е. линейные по M_{fi} наблюдаемые.

Выбор дейтрана в качестве мишени обусловлен тем, что мишень должна представлять собой частицу со спином не менее единицы для получения тензорной поляризации P_{xz} в плоскости xz . Кроме того, дейtron — максимально простое ядро-мишень. В принципе это позволяет надежно выделить вклад обычных Т-четных эффектов при определении характеристик взаимодействия, нарушающего Т-инвариантность. В этом заключается одно из основных отличий эксперимента TRIC от ранее выполненного эксперимента по прохождению поляризованного пучка нейтронов через выстроенную (тензорно-поляризованный) мишень из ядер хольмия ^{165}Ho [7].

Фактически в эксперименте TRIC будет с высокой точностью измеряться электрический ток в кольце, создаваемый протонным пучком, а также его уменьшение со временем, обусловленное убылью протонов из пучка за счет взаимодействия с дейтранами. Целью эксперимента является определение верхней границы нуль-тест-сигнала на уровне 10^{-6} , что улучшает на порядок ограничение на интенсивность ТНРС-взаимодействий по сравнению с результатами ранее проведенного эксперимента по $n^{165}\text{Ho}$ -рассеянию [7].

Измерение нуль-тест-сигнала $\tilde{\sigma}$ будет выполнено путем измерения асимметрии в скорости счета событий в pd -взаимодействии при изменении знака

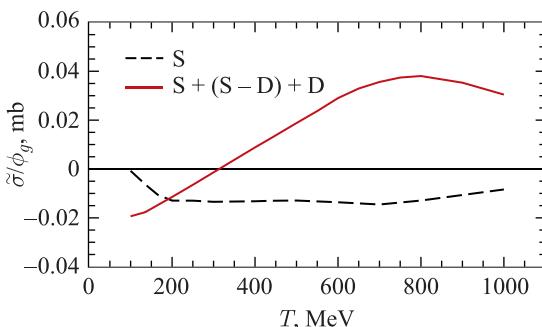
поляризации протона $p_y^p \rightarrow -p_y^p$. Измерение этой асимметрии, согласно (1), позволит исключить вклад сечений σ_0 , σ_2 и σ_3 . Однако очевидно, что при измерении асимметрии вклад σ_1 не будет исключен, если поперечная поляризация дейтрана p_y^d не равна нулю, что требует минимизации значения p_y^d . Поэтому для выяснения точности результатов этого эксперимента необходимо знать величину полного сечения σ_1 .

2. ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ ОЦЕНКИ

Первый теоретический анализ нуль-тест-сигнала был выполнен в работе [13] в расчетах сечения упругого pd -рассеяния и развала дейтрана без рождения мезонов для некоторых типов ТНРС NN -взаимодействий. Было получено, что при энергии пучка 135 МэВ имеется наибольшая чувствительность к эффектам ТНРС. Только механизм однократного рассеяния был учтен в [13], что, как показывает наш анализ, не является обоснованным приближением.

Позднее были выполнены фаддеевские расчеты для нейтрон-дейтранного (nd) рассеяния, но при более низких энергиях: ~ 100 кэВ [16]. Ограничение низкими энергиями обусловлено техническими проблемами, специфическими для расчетов по методу Фаддеева, и связано с быстрым ростом числа значимых парциальных волн при увеличении энергии, что особенно существенно в случае суммы Т-четных и ТНРС-взаимодействий (18 различных операторных структур внемассового NN -рассеяния [17]). Кроме того, nd -рассеяние было рассмотрено вместо pd -системы из-за проблемы учета кулоновского взаимодействия в уравнениях Фаддеева, которая особенно обостряется при расчете амплитуды упругого pd -рассеяния вперед, необходимой для применения оптической теоремы.

Недавно в работах [14, 18, 19] была применена теория Глаубера в сочетании с обобщенной оптической теоремой для расчета $\tilde{\sigma}$ при энергиях протонов $T_p = 100\text{--}1000$ МэВ. В этих работах использована зависящая от спина версия теории [20], которая была ранее развита, чтобы получить амплитуду упругого pd -рассеяния вперед с учетом одновременно Т-четных Р-четных и ТНРС NN -взаимодействий. Обоснованность применения теории Глаубера к pd -рассеянию при довольно низких энергиях 100–200 МэВ была продемонстрирована расчетами обычных (не нарушающих Т- и Р-инвариантность) наблюдаемых, обусловленных Т-четными Р-четными взаимодействиями [18]. Сравнение с имеющимися экспериментальными данными показало хорошее согласие между теорией Глаубера и экспериментом в передней полусфере, а также с расчетами по методу Фаддеева. Поскольку ТНРС-амплитуда pd -рассеяния не интерферирует с Т-четной pd -амплитудой в нуль-тест-наблюдаемой, полученное согласие с экспериментом на уровне 10–15 % означает, что нуль-



Нуль-тест-сигнал $\tilde{\sigma}$ для g -типа ТНРС-сил в единицах неизвестной константы связи ϕ_g (см. [19]) в зависимости от энергии протонного пучка в приближении S-волны (штриховая кривая) и волн S + D дейtron'a с учетом их интерференции (сплошная)

тест-сигнал в pd -рассеянии может быть вычислен в теории Глаубера при этих и более высоких энергиях (в единицах неизвестных ТНРС-констант взаимодействия) с той же точностью.

В работе [14] было показано, что только механизм двукратного рассеяния, исключенный из рассмотрения в [13], дает вклад в нуль-тест-наблюдающую $\tilde{\sigma}$. Зависимость от энергии нуль-тест-сигнала была вычислена в [14] в S-волновом приближении для дейтронной волновой функции. Низкие энергии в области 100 МэВ найдены более предпочтительными для поиска ТНРС-сигнала [14]. Однако интерференция S-D, исследованная позднее в [19, 21], является деструктивной, и ее вклад очень важен, что сдвигает максимум сигнала в область более высоких энергий: ~ 700 –800 МэВ. Один из результатов расчетов [19] показан на рисунке.

Далее, результаты работы [19] показывают, что нуль-тест-сигнал может обратиться в ноль при некоторых энергиях за счет специфического поведения Т-четных факторов, несмотря на то, что имеет место ТНРС NN -взаимодействие. Это означает, что в эксперименте измерение $\tilde{\sigma}$ должно быть выполнено при нескольких энергиях, чтобы исключить такое «случайное» исчезновение нуль-тест-сигнала.

В работе [14] при вычислении сечения $\tilde{\sigma}$ было учтено кулоновское взаимодействие и найдено, что оно не приводит к расходимости этого интегрального сечения. Несмотря на то, что кулоновская амплитуда pp -рассеяния стремится к бесконечности под нулевым углом рассеяния, кулоновское взаимодействие является Т-инвариантным и поэтому не может дать аддитивный вклад в ТНРС-амплитуду pd -рассеяния вперед. Кулоновская pp -амплитуда может войти только в виде множителя к подынтегральной функции в выражении для амплитуды двукратного pN -рассеяния и, как показано в [14] аналитически и

численно, оказывает очень слабое влияние на ТНРС-амплитуду pd -рассеяния вперед.

Полное сечение σ_1 рассеяния поперечно-поляризованного протона (p_y^p) на поперечно-поляризованном дейтроне (p_y^d) вычислено в [18], при этом для энергии 135 МэВ получено отношение $\sigma_0/\sigma_1 \approx 0,45$. Это сечение имитирует нуль-тест-сигнал при $p_y^d \neq 0$. Для того, чтобы подавить этот вклад в измеряемую асимметрию, значение p_y^d должно быть на уровне $\sim 10^{-6}$ [18].

Анализ ТНРС NN -взаимодействий в терминах обмена мезонами дан в работе [22]. При этом было показано, что вклад скалярных и псевдоскалярных мезонов в ТНРС-силы исключен. Поэтому самым легким мезоном, вклад которого разрешен в ТНРС NN -взаимодействиях, является обмен ρ -мезоном [6]. Как ожидается, вклад этого мезона в ТНРС NN -взаимодействия является доминирующим. Однако в работе [14] установлено, что в силу специфической спин-изоспиновой структуры ТНРС-взаимодействия, связанного с обменом ρ -мезоном, его вклад в нуль-тест-сигнал pd -рассеяния \tilde{g} обращается в ноль в рамках теории Глаубера. Вклады других более тяжелых мезонов обычно ожидаются менее существенными из-за отталкивателяного кора между нуклонами. Микроскопический нарушающий Т-инвариантность оптический потенциал нуклон-ядерного взаимодействия был построен в работе [23] исходя из Т-нарушающего обмена ρ -мезоном между нуклонами. Этот потенциал и соответствующая ТНРС-константа связи ρ -мезона с нуклоном \bar{g}_ρ широко используются в специальной литературе как мера интенсивности ТНРС-эффектов [6, 7]. Однако, как показано в [14], а также в [21, 24] в нуклон-дейтронном рассеянии этот параметр не может быть использован непосредственно в качестве шкалы ТНРС-взаимодействий.

Следует отметить, что сильное подавление вклада ρ -мезона по сравнению с аксиальным h_1 -мезоном было найдено численно в фаддеевских расчетах нуль-тест-сигнала для nd -рассеяния [16] при энергии 100 кэВ, но в работе [16] не было дано объяснения этого результата. Мы предполагаем, что причина этого подавления также заключена в спин-изоспиновой структуре ТНРС-амплитуды pN -рассеяния, которая приводит к занулению вклада ρ -мезона в теории Глаубера для pd -рассеяния. Качественное объяснение исчезновения вклада обмена ρ -мезоном в ТНРС-амплитуду дано в [24, 25]. Поскольку вклад ρ -мезона исчезает в pd -рассеянии, необходимо найти другой параметр для сравнения ожидаемых результатов эксперимента TRIC с данными по рассеянию $n^{165}\text{Ho}$ [7]. С другой стороны, следует отметить, что ТНРС NN -взаимодействие с обменом ρ -мезоном может дать ненулевой вклад в Nd -рассеяние, если это взаимодействие будет включено в формирование структуры дейтрона [14]. Наконец, в работах [26, 27] исследована возможность наблюдения нарушения Т-инвариантности путем измерения дифференциальных спиновых наблюдаемых упругого pd -рассеяния.

В заключение отметим, что по сравнению с ранее проведенным экспериментом по рассеянию $n^{165}\text{Ho}$ с двойной поляризацией в эксперименте TRIC используется простейшее ядро-мишень. Это позволит надежно выделить обычные Т-четные эффекты из нуль-тест-наблюдаемой на основе теории Глаубера (при энергиях пучка > 100 МэВ) для того, чтобы получить из ожидаемых данных наиболее чистые ограничения на константы ТНРС-взаимодействия.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Сахаров А. Д. // Письма в ЖЭТФ. 1967. Т. 5. С. 32.
2. Riotto A., Trodden N. // Ann. Rev. Part. Nucl. Sci. 1999. V. 49. P. 35.
3. Blanke E., Driller H., Glöckle W., Genz H., Richter A., Schrieder G. // Phys. Rev. Lett. 1983. V. 51. P. 355.
4. French J. B., Kota V. K. B., Pandey A., Tomsovic S. // Phys. Rev. Lett. 1985. V. 54. P. 2313.
5. Mumm H. P., Chupp T. E., Cooper R. L., Coulter K. P., Freedman S. J., Fujikawa B. K., Garcia A., Jones G. L., Nico J. S., Thompson A. K., Trull C. A., Wilkerson J. F., Wietfeldt F. E. // Phys. Rev. Lett. 2011. V. 107. P. 102301.
6. Simonius M. // Phys. Rev. Lett. 1997. V. 78. P. 4161.
7. Huffman P. R., Roberson N. R., Wilburn W. S., Gould C. R., Haase D. G., Keith C. D., Raichle B. W., Seely M. L., Walston J. R. // Phys. Rev. C. 1997. V. 55. P. 2684.
8. Conti R. S., Khriplovich I. B. // Phys. Rev. Lett. 1992. V. 68. P. 3262.
9. Kurylov A., McLaughlin G. C., Ramsey-Musolf M. J. // Phys. Rev. D. 2001. V. 63. P. 076007.
10. El-Menoufi B. K., Ramsey-Musolf M. J., Seng C.-Y. // Phys. Lett. B. 2017. V. 765. P. 62.
11. Eversheim P. D., Lorentz B., Valdau Yu. // Test of Time Reversal Invariance in Proton–Deuteron Scattering at COSY. COSY Proposal No. 215. 2012.
12. Conzett H. E. // Phys. Rev. C. 1993. V. 48. P. 423.
13. Beyer M. // Nucl. Phys. A. 1993. V. 560. P. 895.
14. Uzikov Yu. N., Temerbayev A. A. // Phys. Rev. C. 2015. V. 92. P. 014002.
15. Arash F., Moravcsik M. J., Goldstein G. R. // Phys. Rev. Lett. 1985. V. 54. P. 2649.
16. Song Y.-H., Lazauskas R., Gudkov V. // Phys. Rev. C. 2011. V. 84. P. 025501; Erratum // Phys. Rev. C. 2016. V. 93. P. 049901.
17. Herczeg P. // Nucl. Phys. 1966. V. 75. P. 655.
18. Темербаев А. А., Узиков Ю. Н. // ЯФ. 2015. Т. 78. С. 38 (Temerbayev A. A., Uzikov Yu. N. // Phys. At. Nucl. 2015. V. 78. P. 35).

19. *Uzikov Yu.N., Haidenbauer J.H.* // Phys. Rev. C. 2016. V. 94. P. 035501.
20. *Platonova M.N., Kukulin V.I.* // Phys. Rev. C. 2010. V. 81. P. 014004.
21. *Uzikov Yu.N.* // J. Phys.: Conf. Ser. 2016. V. 678. P. 012020.
22. *Simonius M.* // Phys. Lett. B. 1975. V. 58. P. 147.
23. *Engel J., Gould C.R., Hnizdo V.* // Phys. Rev. Lett. 1994. V. 73. P. 3508.
24. *Uzikov Yu.N.* // Eur. Phys. J. Web of Conf. 2017. V. 138. P. 08001.
25. *Uzikov Yu.N.* // Eur. Phys. J. Web of Conf. 2016. V. 113. P. 04027.
26. *Темербайев А. А., Узиков Ю. Н.* // Изв. РАН. Сер. физ. 2015. Т. 79. С. 535 (*Temerbayev A. A., Uzikov Yu.N.* // Bull. Russ. Acad. Sci.: Phys. 2015. V. 79. P. 493).
27. *Темербайев А. А., Узиков Ю. Н.* // Изв. РАН. Сер. физ. 2016. Т. 80. С. 271 (*Temerbayev A. A., Uzikov Yu.N.* // Bull. Russ. Acad. Sci.: Phys. 2016. V. 80. P. 242).