

## МЮОНЫ КОСМИЧЕСКИХ ЛУЧЕЙ ВЫСОКИХ И СВЕРХВЫСОКИХ ЭНЕРГИЙ

*А. А. Петрухин \*, А. Г. Богданов, Р. П. Кокоулин*

Национальный исследовательский ядерный университет «МИФИ», Москва

Мюоны — основная компонента космических лучей на поверхности Земли и под землей. Энергетический спектр и угловое распределение мюонов в атмосфере связаны как с основными характеристиками первичного космического излучения — энергетическим спектром и массовым составом, так и с механизмами их генерации. Изменения потока мюонов под землей определяются их энергетическими потерями, и его измерения позволяют исследовать процессы взаимодействия мюонов. История интенсивных исследований мюонов космических лучей насчитывает много десятилетий. Представлен обзор основных направлений исследований мюонов космических лучей в исторической ретроспективе, дан анализ основных экспериментов и полученных в них результатов. Особое внимание удалено «мюонной загадке» — проблеме избытка мюонов, растущего с энергией первичных частиц, и возможным путям ее решения.

Muons are the main component of cosmic rays on the Earth's surface and underground. The energy spectrum and the angular distribution of muons in the atmosphere are related both to the mechanisms of their generation and to the basic characteristics of the primary cosmic rays — the energy spectrum and the mass composition. Changes of muon flux underground are determined by their energy losses, and its measurements allow one to study the muon interaction processes. The history of intensive investigations of cosmic ray muons spans over many decades. An overview of the important directions of cosmic ray muon studies in historical retrospective is presented; analysis of principal experiments and obtained results is given. Special attention is paid to the “muon puzzle” — the problem of an excess of muons increasing with the energy of primary particles, and to possible ways of its solution.

PACS: 13.85.Tp; 95.55.Vj; 95.85.Ry; 96.50.sd; 98.70.Sa

### ВВЕДЕНИЕ

Вся история исследований мюонов связана с различными загадками и проблемами. И первая из них — что такое мюон, чем он отличается (кроме массы) от электрона и зачем он вообще нужен. Поиски ответов на эти вопросы стимулировали теоретические и экспериментальные работы в течение

---

\*E-mail: AAPetrukhin@mephi.ru

30 лет, пока, наконец, с появлением Стандартной модели не стало ясно, что мюон — это первая частица из второго поколения кварков и лептонов. После этого мюоны стали хорошим инструментом в различных исследованиях. В ускорительных экспериментах мюонные детекторы являются важной частью любой установки, так как мюоны позволяют хорошо идентифицировать различные частицы, распадающиеся с испусканием мюонов. Но наибольшее развитие мюонная физика получила в направлении изучения космических лучей, где проводятся как фундаментальные (область высоких и сверхвысоких энергий), так и прикладные (область энергий до  $\sim 100$  ГэВ) исследования.

В области высоких и сверхвысоких энергий космических лучей мюоны используются для исследования известных и поиска новых процессов их генерации, а также для изучения энергетического спектра и состава первичных космических лучей (ПКЛ). При этом основными изучаемыми характеристиками мюонной компоненты космических лучей являются:

- энергетический спектр и угловое распределение «одиночных» мюонов;
- характеристики мюонной компоненты широких атмосферных ливней (ШАЛ).

## 1. ЭНЕРГЕТИЧЕСКИЙ СПЕКТР ОДИНОЧНЫХ МЮОНОВ

Поток мюонов формируется в результате распадов заряженных мезонов (большей частью пионов и каонов), образующихся при взаимодействии частиц первичных космических лучей с ядрами атомов воздуха и последующем развитии ядерно-электромагнитных каскадов (широких атмосферных ливней). Сопоставление результатов измерений энергетического спектра мюонов с расчетами позволяет получать независимые оценки спектра и состава первичных частиц космических лучей при известных механизмах генерации либо искать новые физические процессы (роверять модели адронных взаимодействий) с заданными определенным спектром и составом первичных частиц космического излучения. Интерес к мюонам высоких энергий обусловлен также быстрым прогрессом в нейтринной астрономии, поскольку для интерпретации данных крупномасштабных глубоководных (подледных) детекторов, регистрирующих космические нейтрино, необходимо надежное знание фоновых потоков атмосферных мюонов и нейтрино.

Особый интерес представляют мюоны сверхвысоких энергий ( $E_\mu \sim 100$  ТэВ и более). Их генерация связана с взаимодействиями (в атмосфере Земли) первичных космических лучей примерно на порядок более высоких (ПэВ-ных) энергий, при которых наблюдаются изменения в поведении различных компонент широких атмосферных ливней. Обычно эти изменения интерпретируются как изменения энергетического спектра (излом) и массового состава (утяжеление) ПКЛ. Укручение спектра первичных частиц естественно должно приводить к уменьшению потока мюонов. Отметим также,

что инклузивный спектр мюонов чувствителен в основном к энергии первичных частиц в расчете на нуклон, что указывает, таким образом, на положение излома в спектре первичных протонов. Если наблюдаемые в развитии ШАЛ особенности при ПэВ-ных энергиях связаны с включением новых физических процессов (формированием нового состояния материи), то весьма вероятно появление избытка мюонов (и нейтрино) сверхвысоких энергий [1]. Ситуация осложняется тем, что ощутимый вклад в полный поток мюонов при сверхвысоких энергиях могут давать процессы их быстрой генерации (*prompt*) в результате распадов уже известных чармированных, прелестных адронов и других короткоживущих тяжелых частиц, образующихся при взаимодействии ядер ПКЛ с ядрами атомов атмосферы. К сожалению, теоретические оценки вклада указанных процессов в настоящее время достаточно сильно отличаются друг от друга в зависимости от модели.

**1.1. Методы исследования энергетического спектра мюонов.** Для изучения инклузивного энергетического спектра мюонов космических лучей в области ТэВ-ных энергий и выше используются следующие методы: прямой — магнитный спектрометр и косвенные — кривая поглощения (глубина-интенсивность), калориметрический и парметр.

*Магнитный спектрометр.* Метод магнитного спектрометра — измерение импульса мюона по отклонению его траектории в магнитном поле — основан на хорошо известной связи импульса мюона [ $\text{эВ}/c$ ] с угловым отклонением мюона [рад] и интегралом магнитной индукции по длине трека [ $\text{Гс} \cdot \text{см}$ ]:

$$p_\mu = \frac{300}{\Delta\varphi} \int B \, dl. \quad (1)$$

Использование намагниченной стали в конструкции спектрометров позволяет создавать сильное и однородное магнитное поле, а также идентифицировать мюоны, поскольку электроны и адроны поглощаются в веществе магнита. Точность измерения импульса ограничивается влиянием многократного рассеяния и электромагнитного сопровождения. Важнейшей характеристикой магнитных спектрометров является «максимальный измеримый импульс» (the maximum detectable momentum — MDM), т. е. значение импульса, при котором отклонение в магнитном поле равно погрешности его измерения. Наибольшей величиной MDM (номинальное значение — 22 ТэВ/ $c$ ) обладал магнитный спектрометр MUTRON [2], хотя из-за неэффективности срабатывания координатных детекторов и наличия фона в реальных событиях эта величина оказалась значительно меньше ( $\approx 10$  ТэВ/ $c$ ). Данный спектрометр состоял из двух тороидальных магнитов массой по 400 т каждый, интеграл магнитного поля составлял  $66 \text{ кГс} \cdot \text{м} \times 2$ , светосила прибора —  $1280 \text{ см}^2 \cdot \text{ср}$ , в качестве детекторов мюонов использовались искровые камеры. Спектр мюонов космических лучей был измерен в диапазоне зенитных углов  $\theta = 86\text{--}90^\circ$  и энергий от 100 ГэВ до 20 ТэВ. Спектр окологоризонтальных мюонов изу-

чался также на магнитном спектрометре DEIS [3] в интервале зенитных углов  $78\text{--}90^\circ$  и импульсов от  $10 \text{ ГэВ}/c$  до  $10 \text{ ТэВ}/c$ . При изучении околовертикального потока мюонов дальше всего по энергии ( $\approx 2,6 \text{ ТэВ}$ ) удалось продвинуться при использовании магнитного спектрометра MARS [4]. Кроме того, экспериментальные данные по спектру мюонов до энергий  $\sim 1 \text{ ТэВ}$  были получены на магнитных спектрометрах Durgapur [5], Nottingham [6], а также на ускорительном детекторе L3+C [7].

Преимущество магнитных спектрометров заключается в том, что с их помощью возможно измерение дифференциального энергетического спектра мюонов. Недостатки метода обусловлены как техническими проблемами (так, из-за круто падающего спектра мюонов необходимо существенно увеличивать светосилу установки и одновременно создавать очень сильные магнитные поля), так и физическими проблемами (например, с ростом вероятности электромагнитного сопровождения, осложняющего реконструкцию событий, при увеличении энергии мюона). В результате наиболее надежные экспериментальные данные по спектру мюонов получены на магнитных спектрометрах до энергий несколько ТэВ, но указанные причины не позволили использовать этот метод для измерения потока мюонов с энергиями выше  $10 \text{ ТэВ}$ .

*Кривая поглощения.* Один из важнейших источников информации об энергетическом спектре мюонов — измерение интенсивности мюонов в зависимости от толщины поглотителя (грунта, воды). Данный метод является интегральным, так как интенсивность мюонов на глубине определяется их интенсивностью на поверхности с энергией выше пороговой.

Потери энергии мюонов в веществе приблизительно можно записать в виде

$$\frac{-dE_\mu}{dX} = a + bE_\mu, \quad (2)$$

где  $a$  — ионизационные потери;  $b$  — коэффициент, определяющий радиационные потери (на тормозное излучение, образование электрон-позитронных пар, неупругое рассеяние), коэффициенты слабо зависят от энергии. Интегрирование выражения (2), если считать коэффициенты  $a$  и  $b$  постоянными, приводит к следующему соотношению между энергией мюонов на поверхности и после прохождения слоя вещества толщиной  $h$ :

$$E_\mu = \left( E_h + \frac{a}{b} \right) e^{bh} - \frac{a}{b}. \quad (3)$$

Для степенного энергетического спектра мюонов на поверхности

$$\frac{dN_\mu}{dE_\mu} = N_0 E_\mu^{-(\gamma+1)} \quad (4)$$

можно легко получить спектр мюонов на глубине  $h$ :

$$\frac{dN_\mu(h)}{dE_\mu} = N_0 e^{-\gamma bh} \left[ E_\mu + \frac{a}{b} (1 - e^{-bh}) \right]^{-(\gamma+1)}, \quad (5)$$

где экспоненциальный множитель определяет ослабление потока мюонов высоких энергий с увеличением глубины (толщины вещества), а форма спектра определяется фактором, стоящим в квадратных скобках. При этом очень важную роль играют флуктуации потерь энергии мюонами в веществе, обусловленные редкими взаимодействиями с большими относительными переданными энергиями (в основном, в процессах тормозного излучения и неупругого рассеяния). Пренебрежение флуктуациями потерь при восстановлении спектра мюонов методом глубина–интенсивность может приводить к завышенным оценкам энергий мюонов на поверхности Земли в несколько раз.

Кривая поглощения использовалась для исследования спектра мюонов с энергиями более 10 ТэВ как в экспериментах, первоначально предназначавшихся для регистрации нейтрино KGF [8] и поиска распада протона Frejus [9], так и на многоцелевых установках БПСТ [10], MACRO [11], LVD [12]. Для удобства сопоставления данных различных экспериментов зависимости глубина–интенсивность обычно пересчитываются к стандартному грунту и вертикальному направлению.

Неопределенности в оценке энергий мюонов методом глубина–интенсивность связаны с неточностями в определении состава и плотности грунта, его неоднородности по глубине, недостаточно надежным знанием рельефа местности (большинство установок расположены в горных районах).

Наконец, данный метод имеет принципиальное ограничение сверху на измерение спектра мюонов  $\sim 100$  ТэВ, поскольку на глубинах  $\approx 10$  км в. э., соответствующих этим энергиям, поток атмосферных мюонов становится сравнимым с потоком мюонов, образующихся в результате взаимодействия нейтрино в окружающем веществе.

*Калориметрический метод.* Идея калориметрического метода оценки энергии мюонов заключается в измерении спектра электромагнитных каскадов  $N_c(\varepsilon)$ , образующихся в результате взаимодействия мюонов:

$$N_c(\varepsilon) = \int_{\varepsilon}^{\infty} \sigma(\varepsilon, E) N_{\mu}(E) dE, \quad (6)$$

где  $\varepsilon$  — энергия каскада;  $E$  — энергия мюона;  $\sigma$  — суммарное дифференциальное сечение взаимодействий;  $N_{\mu}$  — спектр мюонов. Для мюонов космических лучей в области ТэВ-ных энергий определяющий вклад в спектр каскадов дает тормозное излучение ( $\sigma \approx b_{\text{brems}}/\varepsilon$ ), тогда

$$N_c(\varepsilon) = TM\Omega \frac{b_{\text{brems}}}{\varepsilon} I_{\mu}(E > \varepsilon), \quad (7)$$

где  $T$  — время наблюдения;  $M$  — масса мишени;  $\Omega$  — телесный угол;  $b_{\text{brems}}$  — коэффициент, определяющий потери энергии мюонов на тормозное

излучение. Таким образом, дифференциальный спектр каскадов пропорционален интегральной интенсивности мюонов с энергией  $E > \varepsilon$ .

В качестве примера классической установки калориметрического типа уместно привести ионизационный калориметр МИФИ, который представляет собой «сэндвич» из шести слоев ионизационных камер и слоев железа толщиной 9 см, а также включает в себя гodosкопы из счетчиков Гейгера–Мюллера. Данная установка позволила надежно измерить спектр мюонов в широком диапазоне энергий (от 50 ГэВ до 5 ТэВ) и их зенитно-угловое распределение в интервале 60–90° [13].

Экспериментальные данные по спектру мюонов до энергий около 10 ТэВ с использованием калориметрического метода были получены на сцинтиляционном детекторе Артемовской научной станции ИЯИ АН СССР [14], расположенному в соляной шахте, и до энергий примерно 30 ТэВ — на Баксанском подземном сцинтиляционном телескопе [15], расположенному в тоннеле под горой.

Наибольшее продвижение по энергии (до  $\approx 50$  ТэВ) данным методом было достигнуто на установке МГУ из глубоких свинцовых рентгено-эмulsionных камер (РЭК), расположенных в подземном помещении Московского метрополитена [16]. Камеры представляли собой стопки свинцовых пластин толщиной 1 см, прослоенных рентгеновской пленкой. Электромагнитные каскады высокой энергии образовывали на пленке пятна потемнения, которые фотометрировались после экспозиции.

Черенковские водные детекторы широко используются для проведения исследований в области физики космических лучей. Временные, пространственные и амплитудные характеристики откликов измерительных модулей на черенковское излучение, возникающее при прохождении заряженных частиц в воде, позволяют определять направление их прихода и оценивать энерговыделение. По данным Байкальского подводного нейтринного телескопа НТ-200 на основе калориметрического метода получены ограничения на поток мюонов сверхвысоких энергий [17]. Спектр каскадов до энергий приблизительно 20 ТэВ для зенитных углов больше 55° недавно получен на черенковском водном калориметре НЕВОД [18]. Отметим, что благодаря плотной решетке оптических модулей (с шагом 2–2,5 м) и их характеристикам (квазисфериичности, динамическому диапазону фотоэлектронов  $1\text{--}10^5$ ) детектор НЕВОД позволяет детально измерять каскадную кривую высокоэнергетических ливней, рожденных в детекторе. Это практически невозможно осуществить в крупномасштабных черенковских водных установках, где расстояния между датчиками (несколько десятков метров) значительно превышают продольные размеры регистрируемых ливней. В этом случае каскады рассматриваются в точечном приближении, что приводит к существенным неопределенностям в оценке их энергии.

Предельным случаем калориметра является толчковая установка, когда каскадные ливни регистрируются лишь в одном слое. Такой подход используется при регистрации ШАЛ под большими зенитными углами — горизонтальных атмосферных ливней (ГАЛ), которые могут генерироваться высокоэнергетическими мюонами (или нейтрино). Верхние пределы на поток мюонов высоких энергий этим методом найдены на установках *Akeno* [19] и *EAS-TOP* [20].

В отличие от первых двух методов регистрация каскадов от тормозного излучения высокоэнергетических мюонов не имеет принципиального верхнего предела, однако возможности калориметрического метода ограничиваются малой вероятностью рождения тормозного  $\gamma$ -кванта с энергией, сравнимой с энергией мюона, и, следовательно, необходимостью соответствующего увеличения масштабов (массы) установки, чтобы компенсировать быстрое уменьшение потока мюонов.

*Метод парметра.* Метод парметра основан на энергетической зависимости сечения прямого образования электрон-позитронных пар и, в принципе, позволяет оценивать энергию каждого мюона в ТэВ-ной области. Идея метода была предложена И. С. Алексеевым и Г. Т. Зацепиным в 1959 г. [21] и впоследствии развита в работах [22, 23]. При прохождении мюона высокой энергии через толстый слой вещества образуются вторичные каскадные ливни

(рис. 1). Измерение количества каскадов и их энергий дает возможность восстановить энергию мюона.

Относительный вклад различных процессов в полное сечение зависит от энергии мюонов  $E_\mu$ , переданной энергии  $\varepsilon$  и  $Z$  вещества. При высоких энергиях мюонов в широкой области переданных энергий доминирует процесс образования электрон-позитронных пар. Сечение этого процесса достаточно велико и быстро растет с энергией мюона  $E_\mu$  в области значений переданных энергий  $\varepsilon \sim (10^{-1} - 10^{-3})E_\mu$ .

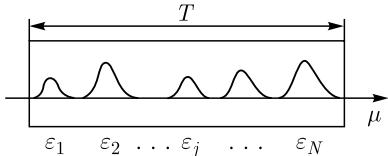


Рис. 1. Идеализированная модель парметра

Существуют различные варианты метода парметра для оценки энергии мюона, например: по числу взаимодействий мюона в установке (с передачей энергии выше пороговой), по суммарному энерговыделению (с разбиением мишени на несколько последовательных слоев), с использованием порядковых статистик. Из практических применений данного метода можно выделить следующие. Апробация метода была выполнена на прототипе парметра в составе большого магнитного спектрометра *MUTRON* [24] и на нейтринном детекторе *CCFR* [25]. Экспериментальные оценки параметров спектра мюонов (средняя энергия, показатель наклона) на большой глубине (5000 м в. э.) получены с использованием метода парметра в результате анализа данных детектора *NUSEX* [26], состоящем из 134 плоскостей пластиковых стримерных

трубок, между которыми располагались железные пластины толщиной 1 см. К сожалению, этот детектор работал в счетчиковом режиме, что не позволило измерить энергетический спектр мюонов. В эксперименте на ускорительном детекторе — большом жидкогоаргоновом спектрометре БАРС, состоящем из 288 слоев ионизационных камер, — опробованы всевозможные варианты методики парметра, а также оценены параметры спектра мюонов космических лучей [27]. Однако малая светосила перечисленных установок не дала возможности продвинуться по спектру в область энергий мюонов более 10 ТэВ.

Первые результаты исследования инклюзивного энергетического спектра мюонов в области более 100 ТэВ методом кратных взаимодействий (предельный случай метода парметра) были получены при анализе данных Баксанского подземного сцинтиляционного телескопа [28]. Такие оценки оказались возможны благодаря достаточно большой геометрической светосиле ( $\sim 200 \text{ m}^2 \cdot \text{ср}$ ) установки и длительному периоду измерений (более 10 лет), несмотря на то, что телескоп имеет только четыре горизонтальных плоскости сцинтиляционных детекторов и небольшую толщину поглотителя ( $\approx 30$  рад. ед.). Экспериментальные данные свидетельствуют о наличии избытка мюонов сверхвысоких энергий по сравнению с «обычным» потоком мюонов, образующихся в результате распадов  $\pi$ - и  $K$ -мезонов в атмосфере.

Важным преимуществом метода парметра является отсутствие принципиальных ограничений сверху на измеряемые энергии мюонов (по меньшей мере до  $10^{16}$ – $10^{17}$  эВ, где может оказаться существенным влияние эффекта Ландау–Померанчука–Мигдала). Энергетическое разрешение парметра не ухудшается с ростом энергии мюона  $E_\mu$  и определяется, главным образом, полной толщиной мишени  $T$ , выраженной в радиационных единицах:

$$\frac{\sigma_E}{E} = \sqrt{\frac{137}{T}}. \quad (8)$$

Для достижения разумной точности измерения энергии отдельных мюонов методом парметра необходимы массивные установки (толщиной порядка сотни–тысячи рад. ед.) с достаточной степенью грануляции (десятки–сотни слоев).

**1.2. Крупномасштабные детекторы.** Существенный прогресс в исследовании спектра мюонов посредством регистрации каскадных ливней в области энергий 100 ТэВ–1 ПэВ и выше может быть достигнут при радикальном увеличении массы мишени, например в черенковских водных детекторах объемом  $\geq 1 \text{ km}^3$ , предназначенных для решения задач в области нейтринной астрофизики, таких как IceCube, Baikal-GVD, KM3NET. В настоящее время измерение спектра и зенитно-углового распределения мюонов сверхвысоких энергий уже возможно на полностью функционирующей установке IceCube, расположенной вблизи Южного полюса. Предварительные результаты изучения спектра мюонов до энергий  $\sim 1$  ПэВ, полученные коллабораци-

рацией за один год измерений на основе калориметрического метода, опубликованы в работе [29]. Основным недостатком таких крупномасштабных детекторов являются большие расстояния между гирляндами измерительных модулей. Так, IceCube представляет собой 86 гирлянд по 60 оптических модулей на каждой, шаг размещения модулей по вертикали составляет  $\approx 17$  м, расстояние между гирляндами по горизонтали  $\approx 125$  м, которое на порядок превышает размер электромагнитного каскада ( $\sim 10$  м). В этих условиях представляется целесообразным использовать различные методы оценки энергетического спектра мюонов. В частности, весьма перспективным для спектрометрии мюонов в черенковских водных детекторах нового поколения может оказаться применение метода парметра, что, в случае успешной его реализации, позволит продвинуться в область еще более высоких энергий.

**1.3. Результаты исследования энергетического спектра мюонов.** Компиляция данных различных экспериментов по исследованию дифференциального энергетического спектра мюонов (для околовертикального направления) представлена на рис. 2. Кривые обозначают теоретические расчеты на основе хорошо известной формулы Т. Гайсера [30]. Чтобы отразить две возможные особенности в поведении спектра мюонов при экстраполяции в область

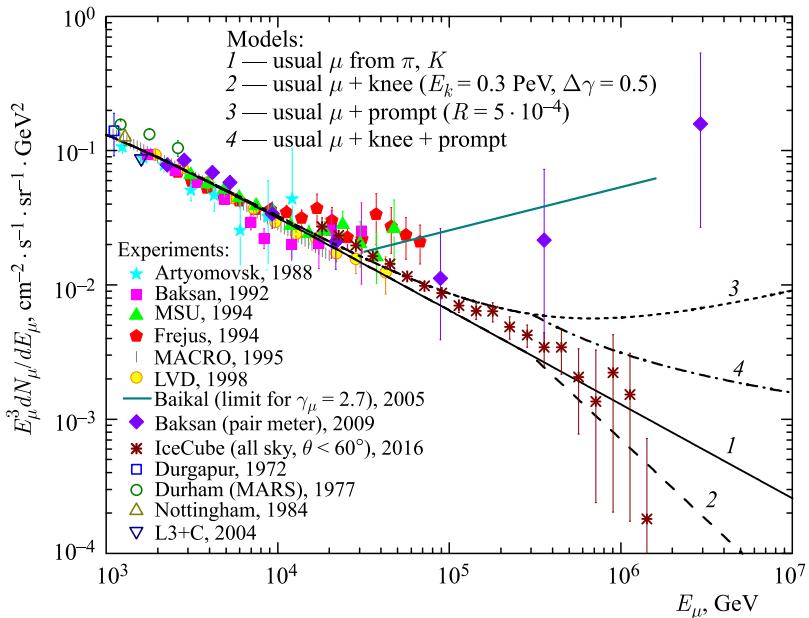


Рис. 2. Дифференциальный энергетический спектр мюонов для околовертикального направления по данным различных экспериментов. Кривые обозначают теоретические расчеты для разных моделей спектра мюонов

сверхвысоких энергий, связанные с изломом в спектре первичных частиц (протонов) и вкладом механизмов быстрой генерации мюонов, в указанную формулу были введены дополнительный множитель  $(E_\mu/E_k)^{-\Delta\gamma}$  и дополнительное слагаемое в скобках  $R$ , соответственно:

$$\frac{dN_\mu}{dE_\mu d\Omega} [\text{см}^{-2} \cdot \text{с}^{-1} \cdot \text{ср}^{-2} \cdot \text{ГэВ}^{-1}] = \\ = 0,14E_\mu^{-2,7} \left( \frac{E_\mu}{E_k} \right)^{-\Delta\gamma} \left( \frac{1}{1 + \frac{1,1E_\mu \cos \theta}{115}} + \frac{0,054}{1 + \frac{1,1E_\mu \cos \theta}{850}} + R \right). \quad (9)$$

Здесь для простоты предполагалось, что увеличение наклона степенного спектра первичных частиц при энергии 3 ПэВ на  $\Delta\gamma = 0,5$  приведет к такому же изменению наклона спектра мюонов при энергиях примерно на порядок меньше ( $E_k = 300$  ТэВ). Величина параметра  $R$ , представляющего собой отношение числа мюонов быстрой генерации к числу пионов, принималась равной  $5 \cdot 10^{-4}$ , что соответствует умеренно оптимистичным теоретическим оценкам и не противоречит большинству экспериментальных ограничений на поток мюонов сверхвысоких энергий. В этом случае дифференциальные спектры мюонов быстрой генерации и обычных мюонов (от распадов заряженных пионов и каонов) пересекаются при энергии примерно 300 ТэВ.

Инклузивный спектр мюонов космических лучей при энергиях  $E_\mu$  до  $\sim 10$  ТэВ измерен во многих экспериментах, полученные данные находятся в разумном согласии друг с другом (10–20 %) и с теоретическими расчетами (см., например, [31]). Область энергий 10–100 ТэВ в настоящее время изучена слабо, данные разных научных групп часто противоречат друг другу, в некоторых экспериментах обнаружен избыток мюонов по сравнению с ожидаемым потоком при обычном механизме их образования (в результате распадов  $\pi$ -,  $K$ -мезонов в атмосфере), что может быть обусловлено как физическими, так и методическими причинами. Однако разброс экспериментальных данных в этом диапазоне энергий скорее всего свидетельствует о наличии систематических неопределенностей, связанных с переходом от измеряемых величин к энергиям мюонов и возникающих из-за уже обсуждавшихся выше трудностей (принципиального или технического характера), присущих использовавшимся методам измерения энергии мюонов. Что касается спектра при энергиях мюонов выше 100 ТэВ, то здесь пока получены только первые результаты, которые сильно расходятся друг с другом. Необходимы дальнейшее накопление статистики, причем на нескольких установках, и аккуратный подход к анализу данных с учетом того, что поведение спектра мюонов в области энергий выше 100 ТэВ — это одна из двух проблем, составляющих так называемую «мюонную загадку» в исследованиях космических лучей [1].

## 2. МЮОННАЯ КОМПОНЕНТА ШАЛ

Для изучения мюонной компоненты ШАЛ используются разнообразные детекторы: ионизационные камеры, счетчики Гейгера–Мюллера, пропорциональные счетчики, неоновые трубы, стримерные трубы, искровые камеры, сцинтилляционные счетчики, черенковские водные детекторы. Отметим несколько причин, по которым оценка числа мюонов, попавших в детектор, может быть не всегда корректна. Например, счетчик типа Гейгера–Мюллера срабатывает уже при попадании в детектор одной частицы, а их может быть и больше. Сигнал от сцинтилляционных счетчиков или черенковских водных детекторов обычно пересчитывается в число попавших в них мюонов на основе результатов калибровки — по энерговыделению от прохождения через детектор вертикального мюона (со средней энергией около 4 ГэВ на поверхности Земли). Однако если через детектор проходят мюоны высоких энергий, то такой пересчет будет ошибочным, поскольку потери энергии мюонами в веществе практически линейно зависят от их энергии. С увеличением толщины детекторов растет вероятность образования в них каскадных ливней от высокоэнергетических мюонов. Таким образом, для корректного измерения числа мюонов, попавших в установку, предпочтительно использовать трековые детекторы, хотя электромагнитное сопровождение все равно будет давать определенный фон. Чтобы надежно идентифицировать мюоны, необходимо отделить их от электронно-фотонной и адронной компонент, для чего обычно используют фильтры в виде слоя грунта (воды, бетона, стали, свинца) или регистрировать ШАЛ под большими зенитными углами.

**2.1. Пространственное распределение мюонов ШАЛ.** Важной характеристикой мюонной компоненты ШАЛ является функция пространственного распределения (ФПР) — зависимость плотности мюонов от расстояния до оси ШАЛ (в плоскости, ортогональной оси), которая получается усреднением данных по ансамблю ливней. Форма ФПР определяется типом первичной частицы, ее энергией, направлением, пороговой энергией регистрируемых мюонов. При больших зенитных углах существенное влияние на пространственное распределение мюонов (не очень высоких энергий) оказывает магнитное поле Земли, нарушающее аксиальную симметрию ФПР, которая имеет место для околовертикальных ШАЛ. Измерение ФПР мюонов проводится, как правило, с помощью упорядоченной сети детекторов небольшого размера ( $\sim 1 \text{ m}^2$ ), распределенных по всей площади установки для регистрации ШАЛ, либо отдельно расположенных групп детекторов размером  $\sim 10\text{--}100 \text{ m}^2$ . При этом координаты оси ливня, его направление ( $\theta, \varphi$ ), мощность ( $N_e$ ) определяются на основе данных детекторов электронно-фотонной компоненты, а оценка энергии ШАЛ возможна с помощью черенковских или флуоресцентных детекторов, позволяющих измерять продольный профиль развития ШАЛ в атмосфере — каскадную кривую. Средние ФПР мюонов обычно аппрокси-

мируются выражениями вида [32]

$$\rho_\mu(r) = kr^{-n} \left(1 + \frac{r}{r_0}\right)^{-\alpha} \quad \text{или} \quad \rho_\mu(r) = kr^{-n} \exp\left(\frac{r}{r_0}\right), \quad (10)$$

где  $k$  — нормировочный коэффициент, типичные значения параметров для первой формулы (К. Грейзен)  $n \approx 0,75$ ,  $r_0 \approx 320$  м,  $\alpha \approx 2,5$ , для второй («Тянь-Шань») —  $n \approx 0,7$ ,  $r_0 \approx 80$  м. При анализе данных по ШАЛ используют также такие характеристики мюонной компоненты, как полное число мюонов  $N_\mu$  (интеграл от плотности мюонов по расстоянию до оси ливня), поведение  $N_\mu$  или  $\rho_\mu$  с ростом мощности (энергии) ливня, спектр ШАЛ по числу мюонов, зависимость флуктуаций числа мюонов от мощности (энергии) ШАЛ, корреляции числа мюонов и адронов и др.

Мюонная компонента исследовалась на большом числе установок, предназначенных для регистрации ШАЛ (причем как «компактных», так и «гигантских»), например: KASCADE (KASCADE-Grande), CASA-MIA, «Якутск», Haverah Park, AGASA, Pierre Auger Observatory — распределенная сеть детекторов; МГУ, «Тянь-Шань», KASCADE, EAS-TOP — отдельные группы детекторов.

В то же время существует целый ряд экспериментов, в которых мюоны космических лучей изучались иным способом — посредством регистрации групп мюонов в обособленных (преимущественно трековых) детекторах достаточно большого размера ( $\sim 100$  м<sup>2</sup>).

**2.2. Группы мюонов.** Группами мюонов называют события, вызванные одновременным (в пределах десятков наносекунд) прохождением через детектор генетически связанных проникающих частиц с практически параллельными траекториями.

Основным механизмом генерации таких многомюонных событий являются распады пионов и каонов, рождающихся при развитии ядерно-каскадного процесса (ШАЛ) в атмосфере. Исследование характеристик групп мюонов космических лучей позволяет получить сведения о спектре и составе первичного космического излучения и характеристиках его взаимодействия с ядрами атомов атмосферы. Сравнение расчетных оценок с экспериментальными данными позволяет проверять правильность теоретических предсказаний, оценивать вклад различных механизмов в процесс формирования групп мюонов, проводить поиск новых процессов генерации мюонов при высоких и сверхвысоких энергиях.

Одной из основных характеристик групп мюонов является множественность — число мюонов, попавших в детектор. Обычно изучаются дифференциальные или интегральные распределения групп по множественности для разных интервалов зенитных углов. Определенный интерес представляет изучение так называемой кривой раздвижения — распределение событий по расстоянию между мюонами в паре.

За последние несколько десятилетий более или менее систематические исследования групп мюонов ШАЛ проводились на следующих установках, регистрирующих космические лучи: «Андырчи»/БПСТ [33–35], EAS-TOP/LVD/MACRO [36–38], НЕВОД-ДЕКОР [39], GRAPES-3 [40], а также на ускорительных детекторах LEP-ALEPH [41], DELPHI [42], L3 [43] и LHC–ALICE [44]. Каждый эксперимент имел свои особенности. Детекторы БПСТ и LVD/MACRO располагались в горных выработках под слоем грунта толщиной сотни метров, и пороговые энергии мюонов составляли примерно 220 ГэВ и 1,3 ТэВ соответственно. Глубина залегания ускорительных детекторов существенно меньше — несколько десятков метров, поэтому пороговые энергии мюонов менее 100 ГэВ (для околовертикального направления). Несколько рассматриваемых установок: «Андырчи»/БПСТ, EAS-TOP/LVD/MACRO — благодаря наличию одновременно подземных и наземных детекторов, включенных в схему совпадений, имели возможность изучать корреляции характеристик групп мюонов и электронно-фотонной компоненты ШАЛ, по информации от которой оценивалась энергия первичных частиц космических лучей. Но из-за небольшой светосилы таких экспериментов, обусловленной значительными расстояниями между их наземной и подземной частями, охватываемый диапазон энергий первичных частиц космических лучей оказался достаточно узким.

Существенное увеличение исследуемого интервала энергий первичных частиц при регистрации групп мюонов детектором небольшой площади стало возможным благодаря использованию метода спектров локальной плотности мюонов (СПЛП) [39], измеряемых в широком интервале зенитных углов. Дело в том, что с ростом зенитного угла довольно быстро увеличивается поперечный размер мюонной компоненты ШАЛ (достигая нескольких километров), который собственно и определяет эффективную площадь собирания событий с группами мюонов. Этого вполне достаточно для получения статистически обеспеченных результатов в области сверхвысоких энергий первичных частиц ( $\sim 10^{18}$  эВ и выше). Мюонный детектор площадью  $\sim 100$  м<sup>2</sup> можно считать приближенно точечным по сравнению с характерными размерами мюонной компоненты ШАЛ. Локальная плотность мюонов  $D$  в событиях оценивается как отношение числа частиц  $m$ , попавших в детектор, к его площади  $S$  для данного направления прихода группы. Вклад в события с определенной плотностью мюонов дают ливни от первичных частиц различных энергий, регистрируемые на разных расстояниях от оси. Однако, как показывают расчеты, из-за круто падающего спектра ПКЛ эффективный интервал энергий оказывается относительно узким. С ростом зенитного угла плотность мюонов (вследствие разлета частиц, их поглощения и распада) уменьшается, поэтому группам мюонов с одинаковой плотностью, но зарегистрированным под разными зенитными углами, будут соответствовать существенно разные эффективные энергии первичных частиц. Таким образом, измерения мно-

жественности мюонов и зенитного угла в событиях с группами позволяют оценивать энергию первичных частиц космических лучей.

Сегодня единственной в мире крупномасштабной установкой по изучению наклонных ( $\theta = 30\text{--}90^\circ$ ) групп мюонов на поверхности Земли является координатно-трековый детектор ДЕКОР, входящий в состав экспериментального комплекса НЕВОД (НИЯУ МИФИ), его площадь составляет около  $70 \text{ m}^2$ , пространственное и угловое разрешения — лучше  $1 \text{ см}$  и  $1^\circ$  соответственно. Значительный экспериментальный материал, накопленный в течение нескольких длительных периодов измерений, и использование метода СЛПМ позволили проанализировать характеристики групп мюонов ШАЛ в диапазоне энергий первичных частиц от  $10^{15}$  до  $10^{19}$  эВ.

**2.3. Результаты исследования пространственно-угловых характеристик мюонов в составе ШАЛ сверхвысоких энергий.** Очевидно, что практически невозможно рассмотреть в кратком обзоре все результаты исследования мюонов в составе ШАЛ, поэтому остановимся на наиболее интересных из них, которые стали предметом обсуждений в последние несколько лет.

Пожалуй, первые результаты, свидетельствующие об избытке мюонов ШАЛ по сравнению с расчетами при сверхвысоких энергиях первичных частиц (около  $10^{17}$  эВ и выше), были получены на комбинированной установке HiRes-MIA [45]. Мюонная компонента ливней регистрировалась экранированными сцинтилляционными детекторами, энергия первичных частиц оценивалась по данным флуоресцентных детекторов. На рис. 3 представлены экспериментальные данные и расчеты (для протонов и ядер железа) сред-

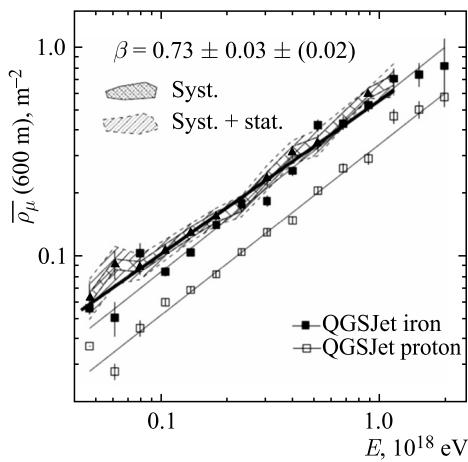


Рис. 3. Средняя плотность мюонов на расстоянии 600 м от оси ШАЛ в зависимости от энергии первичных частиц по данным установки HiRes-MIA: заштрихованная область — эксперимент; квадраты — расчеты

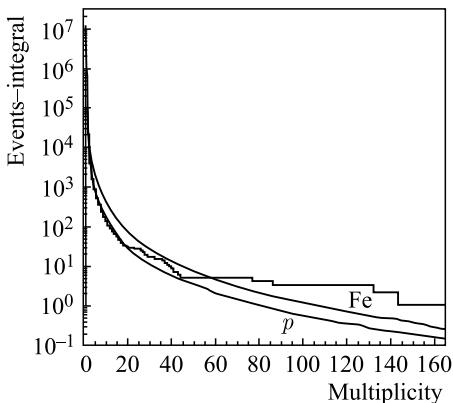


Рис. 4. Интегральное распределение событий по множественности мюонов по данным детектора ALEPH: гистограмма — эксперимент; кривые — расчет

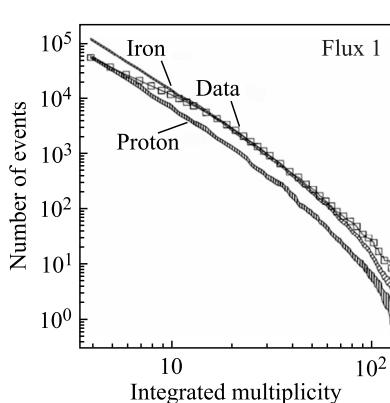


Рис. 5. Интегральное распределение событий по множественности мюонов по данным детектора DELPHI: квадраты — эксперимент; заштрихованные области — расчет

ней плотности мюонов на расстоянии 600 м от оси ШАЛ в зависимости от энергии первичных частиц.

Избыточное число групп мюонов большой множественности по сравнению с расчетами было найдено на ускорительных детекторах ALEPH [41] и DELPHI [42], использовавшихся для регистрации космических лучей (рис. 4 и 5). В этих экспериментах не было возможности оценивать энергию первичных частиц, но, исходя из размеров детекторов (десятка квадратных метров) и времени измерений (меньше месяца), верхняя граница заведомо не превышала  $10^{17}$  эВ; пороговые энергии мюонов составляли 50–70 ГэВ для вертикального направления, так как детекторы были расположены на глубине около 100 м под землей.

Результаты анализа групп мюонов, зарегистрированных координатно-трековым детектором ДЕКОР на основе метода спектров локальной плотности мюонов детально изложены в работе [39]. Дифференциальные СЛПМ (умноженные для удобства на  $D^3$ ) для четырех зенитных углов представлены на рис. 6, а–г. Экспериментальные данные изображены кружками; теоретические кривые получены на основе моделирования мюонной компоненты ШАЛ с помощью программы CORSIKA [46] для двух моделей адронных взаимодействий (QGSJET01C — сплошная кривая и SIBYLL-2.1 — штриховая), а также для первичных протонов (нижние пары кривых) и ядер железа (верхние пары); стрелками показаны эффективные (среднелогарифмические) энергии первичных частиц, ответственных за генерацию событий (групп мюонов) с заданной локальной плотностью и зенитным углом. В качестве модели

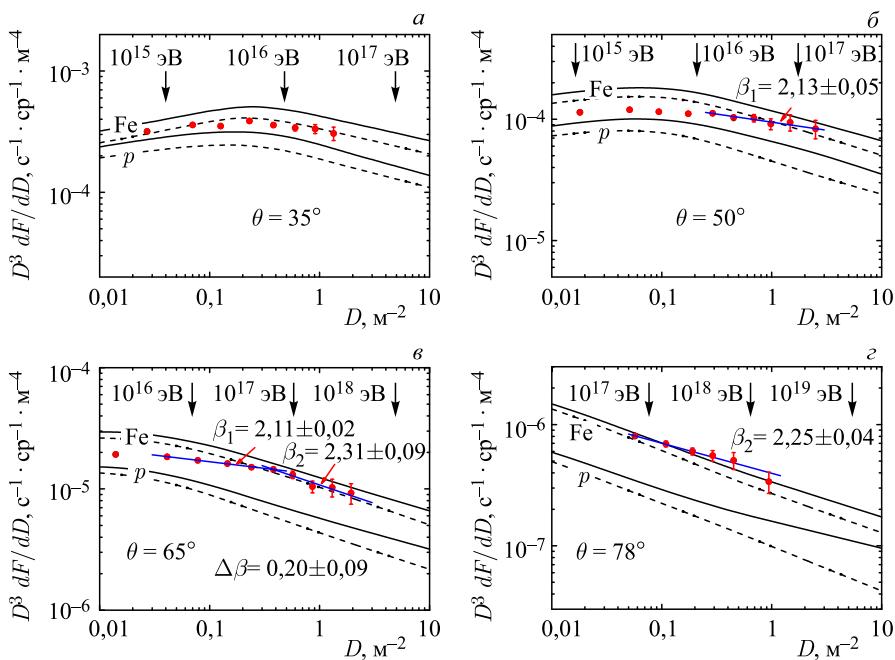


Рис. 6. Дифференциальные спектры локальной плотности мюонов для четырех зенитных углов  $35^\circ$  (а),  $50^\circ$  (б),  $65^\circ$  (в),  $78^\circ$  (г): кружки — экспериментальные данные; кривые — результаты расчетов на основе программы CORSIKA с использованием моделей QGSJET01C (сплошная кривая) и SIBYLL-2.1 (штриховая) для первичных протонов (нижние пары кривых) и ядер железа (верхние)

спектра первичных частиц использовалась кусочно-степенная функция, хорошо описывающая данные различных экспериментов по спектру ПКЛ, в виде  $dN/dE = 5 \cdot 10^4 (E, \text{ГэВ})^{-2,7} \text{ м}^{-2} \cdot \text{с}^{-1} \cdot \text{ср}^{-1} \cdot \text{ГэВ}^{-1}$  до излома спектра при 4 ПэВ и с увеличением наклона от 2,7 до 3,1 после излома. Сопоставление экспериментальных данных по группам мюонов и результатов расчетов, на первый взгляд, демонстрирует постепенное утяжеление массового состава ПКЛ с ростом эффективных энергий первичных частиц (см. рис. 6, а–в). Однако при энергиях  $\geq 10^{18}$  эВ (множественность мюонов в группах  $m \geq 10$ , зенитные углы  $\theta \geq 75^\circ$ ) наблюдается явный избыток групп мюонов (рис. 6, г) даже в предположении об экстремально тяжелом массовом составе ПКЛ (только ядра железа).

Избыток мюонов в ШАЛ недавно был обнаружен на установке Pierre Auger Observatory по результатам исследования мюонной компоненты наклонных ( $62 < \theta < 80^\circ$ ) ливней с помощью наземных черенковских водных детекторов в области энергий  $4 \cdot 10^{18} - 5 \cdot 10^{19}$  эВ; энергия ШАЛ измерялась

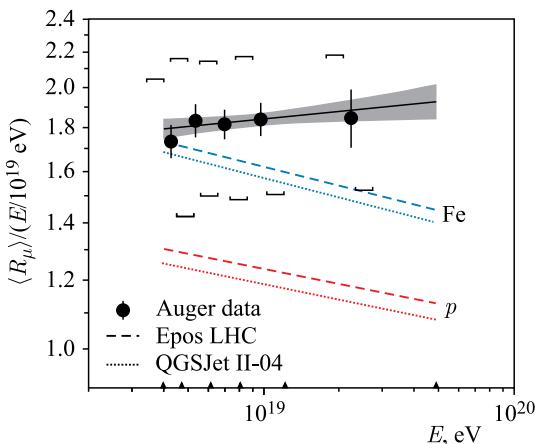


Рис. 7. Среднее содержание мюонов (отнесенное к энергии ливня) как функция энергии ШАЛ по данным установки Pierre Auger Observatory: кружки — эксперимент; кривые — расчеты

флуоресцентным методом [47]. На рис. 7 приведены экспериментальные данные и расчеты (для протонов и ядер железа) по среднему содержанию мюонов в ШАЛ как функция энергии ШАЛ. Из рисунка видно, что избыток мюонов увеличивается с ростом энергии атмосферных ливней и превышает расчетные значения, полученные даже для чисто железного состава первичных космических лучей.

В то же время экспериментальные данные установок HiRes [48] и Pierre Auger Observatory [49], полученные с помощью флуоресцентного метода регистрации, по исследованию глубины максимума развития ШАЛ в атмосфере  $X_{\max}$  прямо указывают на легкий (преимущественно протонный) состав ПКЛ в указанной области энергий.

Таким образом, в нескольких экспериментах с различной методикой регистрации наблюдался избыток многомюонных событий (числа мюонов ШАЛ, групп мюонов) по сравнению с расчетами, базирующимися на существующих моделях адронных взаимодействий, которые, видимо, нуждаются в качественном пересмотре. Эти результаты составляют вторую проблему «мюонной загадки» [1].

#### 2.4. Изучение энергетических характеристик мюонов в составе ШАЛ.

Ключом к решению проблемы избытка мюонов может стать исследование зависимости энергетических характеристик мюонной компоненты ШАЛ от энергии ПКЛ в широком диапазоне.

До сих пор такие исследования практически не проводились. Энергетические спектры мюонов в составе ШАЛ, конечно, измерялись на некоторых

установках, например, с помощью магнитных спектрометров удалось достичь энергий порядка сотен ГэВ. Однако малые размеры установок, предназначенных для регистрации ШАЛ, и использовавшиеся методы анализа данных не позволили охватить достаточно широкий интервал энергий первичных частиц и тем более продвинуться в область сверхвысоких энергий ПКЛ.

Одним из возможных подходов к изучению поведения мюонов ШАЛ с ростом энергии первичных частиц является измерение энерговыделения групп мюонов в веществе детектора. Хорошо известно, что средние потери энергии мюонов в веществе практически линейно зависят от их энергии (2). В этом случае существенное различие между измеренной зависимостью энерговыделения групп мюонов от энергии ПКЛ и ожидаемой, рассчитанной для обычных механизмов генерации мюонов, будет указывать на появление мюонов с более высокими энергиями в результате изменения характеристик ядерных взаимодействий (включение новых физических процессов, появление нового состояния материи) [1].

Зависимость энерговыделений  $\Delta E / \Delta L$  одиночных и групп мюонов с пороговыми энергиями 1,4–1,6 ТэВ от мощности ливней  $N_e$  (рис. 8) [36] изучалась на включенных в схему совпадения установке EAS-TOP, регистрирующей электронно-фотонную компоненту ШАЛ и позволяющей оценивать энергию первичных частиц, и подземном сцинтилляционном детекторе LVD с трековой системой, расположенным на глубине около 3000 м в.э. и ре-

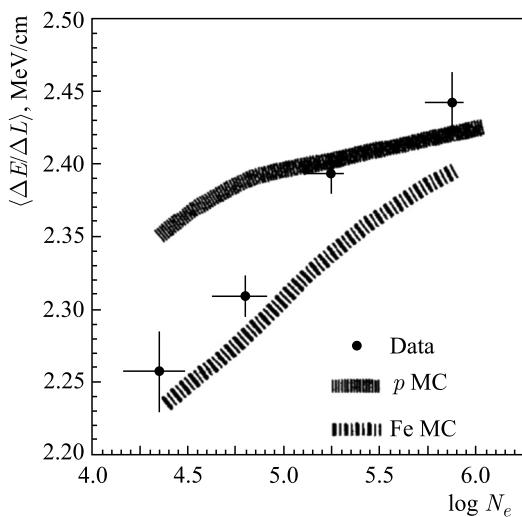


Рис. 8. Среднее энерговыделение мюонов в сцинтилляционных детекторах LVD (в расчете на единицу длины трека) как функция мощности ливня по данным установки EAS-TOP: кружки — экспериментальные данные, заштрихованные области — расчет

гистрирующем высокоэнергетические мюоны. Кружками на рис. 8 показаны экспериментальные данные, заштрихованные области соответствуют результатам расчетов. Характерные энергии первичных частиц космических лучей лежат вблизи излома спектра и составляют  $\sim 10^{15}$  эВ.

Гораздо дальше — в область сверхвысоких энергий ПКЛ ( $\sim 10^{16}$ – $10^{18}$  эВ) — удалось продвинуться в эксперименте НЕВОД-ДЕКОР по измерению энерговыделений групп мюонов в широком диапазоне зенитных углов [50], который начал в 2012 г. Черенковский водный детектор НЕВОД объемом 2000 м<sup>3</sup> обеспечивает измерение энерговыделений групп мюонов, а координатно-трековый детектор ДЕКОР площадью 70 м<sup>2</sup> позволяет измерять локальную плотность мюонов в группе, направление их прихода и по этим данным оценивать энергию первичных частиц на основе метода СЛПМ. Средние энергии мюонов в группах, как показали оценки, растут от 150 до 600 ГэВ с увеличением зенитного угла от 55° до 85°. Следовательно, мюоны в составе групп тесно связаны с наиболее энергетическими адронами ШАЛ, образующимися в передней кинематической области, что дает возможность проверки существующих моделей ядро-ядерных взаимодействий при сверхвысоких энергиях. Экспериментальные зависимости среднего удельного энерговыделения групп мюонов  $\langle \sum N_{\Phi} / D \rangle$ , где  $\sum N_{\Phi}$  — суммарный сигнал всех фотоумножителей, выраженный в фотоэлектронах, от локальной плотности  $D$  приведены на рис. 9, *a*, *b* (обозначены кружками) для двух интервалов зенитных углов:  $\theta = 55\text{--}65^\circ$  и  $\theta = 65\text{--}75^\circ$ . Ожидаемые зависимости для групп мюонов ШАЛ, образованных первичными протонами и ядрами железа, изображены кривыми. Фактически указанные зависимости можно рассматривать как изменение энерговыделения с ростом энергии первичных частиц (ее характерные значения показаны стрелками на рисунках). Из рисунков видно,

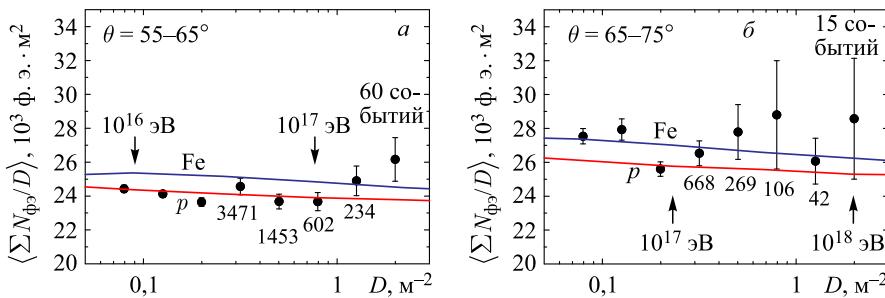


Рис. 9. Зависимость среднего удельного энерговыделения от плотности мюонов в группе для интервалов зенитных углов 55–65° (*a*) и 65–75° (*b*): кружки — экспериментальные данные; кривые — ожидаемые зависимости для групп мюонов ШАЛ, образованных первичными протонами и ядрами железа; стрелками указаны характерные энергии первичных частиц космических лучей

что результаты расчетов демонстрируют уменьшение энерговыделения групп мюонов (и, соответственно, средней энергии мюонов в группах) с увеличением энергии первичных частиц. В то же время экспериментальные данные указывают на возможное увеличение энерговыделения групп мюонов при плотностях  $D > 1$  частиц/ $\text{м}^2$ , т. е. при энергиях первичных частиц  $E_0 > 10^{17}$  эВ.

## ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Мюоны были, есть и будут одним из важнейших инструментов исследований как в физике частиц, так и в космических лучах. В физике мюонов космических лучей высоких и сверхвысоких энергий наиболее актуальным является решение проблем «мюонной загадки»: поведение спектра мюонов в области энергий выше 100 ТэВ и объяснение растущего с энергией первичных космических лучей избытка мюонов ШАЛ (групп мюонов). Первая проблема может быть решена на гигантских нейтринных телескопах с использованием для оценки энергий мюонов калориметрического метода и/или метода парметра. Наилучшим способом решения второй проблемы является измерение энерговыделения групп мюонов, при этом необходимы два детектора, независимо измеряющие множественность мюонов в группах и их энерговыделение.

**Благодарности.** Работа выполнена при поддержке Министерства образования и науки РФ (государственное задание и Программа повышения конкурентоспособности НИЯУ МИФИ).

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Petrukhin A. A. Muon Puzzle in Cosmic Ray Experiments and Its Possible Solution // Nucl. Instr. Meth. A. 2014. V. 742. P. 228–231.
2. Matsuno S., Kajino F., Kawashima Y., Kitamura T., Mitsui K., Muraki Y., Ohashi Y., Okada A., Suda T., Minorikawa Y., Kobayakawa K., Kamiya Y., Nakamura I., Takahashi T. Cosmic-Ray Muon Spectrum up to 20 TeV at 89° Zenith Angle // Phys. Rev. D. 1984. V. 29. P. 1–23.
3. Allkofer O. C., Bella G., Dau W. D., Jokisch H., Klemke G., Oren Y., Uhr R. Cosmic Ray Muon Spectra at Sea-Level up to 10 TeV // Nucl. Phys. B. 1985. V. 259. P. 1–18.
4. Thompson M. G., Thornley R., Whalley M. R., Wolfendale A. W. The Momentum Spectrum and Charge Ratio of Muons to 3 TeV/c // Proc. of the 15th Intern. Cosmic Ray Conf., Plovdiv, Bulgaria, 1977. V. 6. P. 21–25.
5. Nandi B. C., Sinha M. S. The Momentum Spectrum of Muons at Sea Level in the Range 5–1200 GeV/c // J. Phys. A: Gen. Phys. 1972. V. 5. P. 1384–1394.
6. Rastin B. C. An Accurate Measurement of the Sea-Level Muon Spectrum within the Range 4 to 3000 GeV/c // J. Phys. G: Nucl. Part. Phys. 1984. V. 10. P. 1609–1628.

7. Achard P. et al. (*L3 Collab.*). Measurement of the Atmospheric Muon Spectrum from 20 to 3000 GeV // Phys. Lett. B. 2004. V. 598. P. 15–32.
8. Krishnaswamy M. R., Menon M. G. K., Mondal N. K., Narasimham V. S., Sreekanthan B. V., Hayashi Y., Ito N., Kawakami S., Miyake S. Results from the KGF Proton Decay Experiment // Nuovo Cim. C. 1986. V. 9. P. 167–181.
9. Rhode W. Measurements of the Muon-Flux with the Frejus Detector // Nucl. Phys. B (Proc. Suppl.). 1994. V. 35. P. 250–253.
10. Andreyev M. Yu., Chudakov E. A., Gurentsov I. V., Kogai M. I. Muon Intensity at Great Depth in Zenith Angle Intervals 50–70° and 70–85° Obtained by Baksan Underground Scintillation Telescope // Proc. of the 21st Intern. Cosmic Ray Conf., Adelaide, Australia, 1990. V. 9. P. 301–304.
11. Ambrosio M. et al. (*MACRO Collab.*). Vertical Muon Intensity Measured with MACRO at the Gran Sasso Laboratory // Phys. Rev. D. 1995. V. 52. P. 3793–3802.
12. Aglietta M. et al. (*LVD Collab.*). Muon “Depth-Intensity” Relation Measured by the LVD Underground Experiment and Cosmic-Ray Muon Spectrum at Sea Level // Phys. Rev. D. 1998. V. 58. P. 092005.
13. Ashitkov V. D., Kirina T. M., Klimakov A. P., Kokoulin R. P., Petrukhin A. A., Yumatov V. I. Energy Spectrum of Cascade Showers Induced by Cosmic Ray Muons in the Range from 50 GeV to 5 TeV // Proc. of the 19th Intern. Cosmic Ray Conf., La Jolla, USA, 1985. V. 8. P. 77–80.
14. Еникеев Р. И., Зацепин Г. Т., Королькова Е. В., Кудрявцев В. А., Мальгин А. С., Ряжская О. Г., Хальчуков Ф. Ф. Исследование спектра мюонов на глубине 570 м в. э. под землей с помощью 100-т сцинтилляционного детектора // ЯФ. 1988. Т. 47. С. 1044–1053.
15. Бакатанов В. И., Новосельцев Ю. Ф., Новосельцева Р. В., Семенов А. М., Чудаков А. Е. Интенсивность мюонов космических лучей и нуклонов первичного космического излучения по данным Баксанского подземного сцинтилляционного телескопа // ЯФ. 1992. Т. 55. С. 2107–2116.
16. Зацепин Г. Т., Ильина Н. П., Калмыков Н. Н., Кузьмичев Л. А., Осипова Э. А., Ракобольская И. В., Хлытчиева В. С. Энергетический спектр нуклонов ПКИ в области 20–400 ТэВ и генерация чарма по результатам мюонного эксперимента МГУ // Изв. РАН. Сер. физ. 1994. Т. 58, № 12. С. 119–122.
17. Айнутдинов В. М. и др. (коллаб. «Байкал»). Ограничение на поток мюонов высокой энергии по данным Байкальского нейтринного телескопа НТ-200 // Изв. РАН. Сер. физ. 2005. Т. 69, № 3. С. 406–409.
18. Петрухин А. А. Черенковский водный детектор НЕВОД // УФН. 2015. Т. 185. С. 521–530.
19. Nagano M., Yoshii H., Hara T., Hayashida N., Honda M., Kamata K., Kawaguchi S., Kifune T., Matsubara Y., Tanahashi G., Teshima M. An Upper Limit on the Muon Flux at Energies above 100 TeV Determined from Horizontal Air Showers Observed at Akeno // J. Phys. G: Nucl. Part. Phys. 1986. V. 12. P. 69–84.

20. *Navarra G. et al. (EAS-TOP Collab.). Study of Horizontal Air Showers from EAS-TOP: A Possible Tool for UHE Neutrino Detection? // Nucl. Phys. B (Proc. Suppl.).* 1999. V. 70. P. 509–511.
21. Алексеев И. С., Зацепин Г. Т.  $\mu$ -мезоны высокой энергии // Тр. 6-й Междунар. конф. по космическим лучам. М., 1959. Т. 1. С. 326–329.
22. *Kokoulin R. P., Petrukhin A. A. Theory of the Pair Meter for High Energy Muon Measurements // Nucl. Instr. Meth. A.* 1988. V. 263. P. 468–479.
23. *Kokoulin R. P., Петрухин А. А. Парметр — новый тип мюонного спектрометра // ЭЧАЯ. 1990. Т. 21. С. 774–811.*
24. *Nakamura I., Kitamura T., Mitsui K., Muraki Y., Ohashi Y., Okada A., Takahashi T. A Measurement of the High Energy Muon Spectrum by Pair Meter // Proc. of the 16th Intern. Cosmic Ray Conf., Kyoto, Japan, 1979. V. 10. P. 19–23.*
25. *Chikkatur A. P. et al. (Nu TeV / CCFR Collab.). Tests of a Calorimetric Technique for Measuring the Energy of Cosmic Ray Muons in the TeV Energy Range // Z. Phys. C.* 1997. V. 74. P. 279–289.
26. *Castagnoli C., Castellina A., Saavedra O., Kirina T. M., Kokoulin R. P., Petrukhin A. A. Multiple Interactions of Muons in the NUSEX Detector and Muon Energy Spectrum Deep Underground // Astropart. Phys.* 1997. V. 6. P. 187–195.
27. *Anikeev V. B., Denisov S. P., Gennaro G., Gurzhev S. N., Kirina T. M., Kokoulin R. P., Korablev V. M., Lipaev V. V., Petrukhin A. A., Rybin A. M., Sergiampietri F., Span-dre G., Yanson E. E. Pair Meter Technique Measurements of Horizontal Muon Energy Spectrum // Proc. of the 27th Intern. Cosmic Ray Conf., Hamburg, Germany, 2001. V. 3. P. 958–961.*
28. *Bogdanov A. G., Kokoulin R. P., Novoseltsev Yu. F., Novoseltseva R. V., Petkov V. B., Petrukhin A. A. Energy Spectrum of Cosmic Ray Muons in  $\sim 100$  TeV Energy Region Reconstructed from the BUST Data // Astropart. Phys.* 2012. V. 36. P. 224–236.
29. *Aartsen M. G. et al. (IceCube Collab.). Characterization of the Atmospheric Muon Flux in IceCube // Astropart. Phys.* 2016. V. 78. P. 1–27.
30. *Patrignani C. et al. (Particle Data Group). Review of Particle Physics (Cosmic Rays) // Chin. Phys. C.* 2016. V. 40. P. 100001–421.
31. *Bugaev E. V., Misaki A., Naumov V. A., Sinegovskaya T. S., Sinegovsky S. I., Takahashi N. Atmospheric Muon Flux at Sea Level, Underground, and Underwater // Phys. Rev. D.* 1998. V. 58. P. 05401.
32. *Grieder P. K. F. Extensive Air Showers. High Energy Phenomena and Astrophysical Aspects. A Tutorial, Reference Manual and Data Book.* Springer, 2010. 1114 p.
33. *Bakatanov V. N., Novoseltsev Yu. F., Novoseltseva R. V. Observation of the “Knee” in Cosmic Ray Energy Spectrum with Underground Muons and Primary Mass Composition in the range  $10^{15}$ – $10^{17}$  eV // Astropart. Phys.* 1999. V. 12. P. 19–24.
34. *Chudakov A. E., Lidvansky A. S., Tsyabuk A. L., Voevodsky A. V., Szabelski J. Multiplicity Spectra of Muon Bundles Deep Underground // Nucl. Phys. B (Proc. Suppl.).* 2001. V. 97. P. 243–246.

35. Petkov V. B., Szabelski J. Study of the Primary Spectrum and Composition around the Knee at the Andyrchy-BUST Experiment // *Astrophys. Space Sci. Trans.* 2011. V. 7. P. 111–114.
36. Aglietta M. et al. (*EAS-TOP Collab., LVD Collab.*). The High Energy Muon Spectrum in Extensive Air Showers: First Data from LVD and EAS-TOP at Gran Sasso // *Astropart. Phys.* 1998. V. 9. P. 185–192.
37. Aglietta M. et al. (*EAS-TOP Collab.*). The Cosmic Ray Primary Composition in the “Knee” Region through the EAS Electromagnetic and Muon Measurements at EAS-TOP // *Astropart. Phys.* 2004. V. 21. P. 583–596.
38. Aglietta M. et al. (*EAS-TOP Collab., MACRO Collab.*). The Cosmic Ray Primary Composition between  $10^{15}$  and  $10^{16}$  eV from Extensive Air Showers Electromagnetic and TeV Muon Data // *Ibid.* V. 20. P. 641–652.
39. Богданов А. Г., Громушкин Д. М., Кокоулин Р. П., Маннокки Дж., Петрухин А. А., Сааведра О., Тринкero Дж., Чернов Д. В., Шутенко В. В., Яшин И. И. Исследование характеристик потока и взаимодействия космических лучей сверхвысоких энергий с помощью метода спектров локальной плотности мюонов // *ЯФ*. 2010. Т. 73. С. 1904–1920.
40. Tanaka H., Dugad S. R., Gupta S. K., Jain A., Mohanty P. K., Rao B. S., Ravindran K. C., Sivaprasad K., Tonwar S. C., Hayashi Y., Ito N., Kawakami S., Minamino M., Nonaka T., Oshima A. Studies of the Energy Spectrum and Composition of the Primary Cosmic Rays at 100–1000 TeV from the GRAPES-3 Experiment // *J. Phys. G: Nucl. Part. Phys.* 2012. V. 39. P. 025201.
41. Avati V., Dick L., Eggert K., Strom J., Wachsmuth H., Schmelting S., Ziegler T., Brühl A., Grupen C. Cosmic Multi-Muon Events Observed in the Underground CERN-LEP Tunnel with the ALEPH Experiment // *Astropart. Phys.* 2003. V. 19. P. 513–523.
42. Abdallah J. (*DELPHI Collab.*). Study of Multi-Muon Bundles in Cosmic Ray Showers Detected with the DELPHI Detector at LEP // *Astropart. Phys.* 2007. V. 28. P. 273–286.
43. Ma Y., Zhang C. A Measurement of High Multiplicity Muon Events with the L3+C Detector // Proc. of the 30th Intern. Cosmic Ray Conf., Merida, Mexico, 2008. V. 5. P. 1213–1216.
44. Adam J. et al. (*ALICE Collab.*). Study of Cosmic Ray Events with High Muon Multiplicity Using the ALICE Detector at the CERN Large Hadron Collider // *J. Cosm. Astropart. Phys.* 2016. V. 2016. P. 032.
45. Abu-Zayyad T. et al. (*HiRes/MIA Collab.*). Evidence for Changing of Cosmic Ray Composition between  $10^{17}$  and  $10^{18}$  eV from Multicomponent Measurements // *Phys. Rev. Lett.* 2000. V. 84. P. 4276–4279.
46. Heck D., Knapp J., Capdevielle J. N., Schatz G., Thouw T. CORSIKA: A Monte Carlo Code to Simulate Extensive Air Showers. Forschungszentrum Karlsruhe Report FZKA 6019. Karlsruhe, 1998. 90 p.
47. Aab A. (*Pierre Auger Collab.*). Muons in Air Showers at the Pierre Auger Observatory: Mean Number in Highly Inclined Events // *Phys. Rev. D.* 2015. V. 91. P. 032003.

48. *Sokolsky P.* Final Results from the High Solution Fly's Eye (HiRes) Experiment // Nucl. Phys. B (Proc. Suppl.). 2011. V. 212–213. P. 74–78.
49. *Aab A. et al. (Pierre Auger Collab.)*. Depth of Maximum of Air-Shower Profiles at the Pierre Auger Observatory: I. Measurements at Energies above  $10^{17.8}$  eV // Phys. Rev. D. 2014. V. 90. P. 122005.
50. *Bogdanov A. G., Barbashina N. S., Chernov D. V., Dushkin L. I., Khokhlov S. S., Khomyakov V. A., Kindin V. V., Kokoulin R. P., Kompaniets K. G., Mannocchi G., Petrukhin A. A., Saavedra O., Trinchero G., Shutenko V. V., Yashin I. I., Yurina E. A.* Energy Characteristics of Multi-Muon Events in a Wide Range of Zenith Angles // J. Phys.: Conf. Ser. 2017. V. 798. P. 012049.