SUPERSYMMETRIES AND QUANTUM SYMMETRIES (SQS'2017)

International Workshop

Dubna, July 31 – August 5, 2017

Edited by *S. Fedoruk* and *E. Ivanov*

Organizers

Joint Institute for Nuclear Research
Bogoliubov Laboratory of Theoretical Physics

Local Organizing Committee

E. Ivanov (JINR, Dubna) (Chairman)
N. Dokalenko (JINR, Dubna) (Secretary)
S. Fedoruk (JINR, Dubna) (Scientific Secretary)
A. Gladyshev (JINR, Dubna)
A. Isaev (JINR, Dubna)
D. Kazakov (JINR, Dubna)
I. Samsonov (JINR, Dubna)
Ya. Shnir (JINR, Dubna)
A. Sorin (JINR, Dubna)
S. Sidorov (JINR, Dubna)
A. Sutulin (JINR, Dubna)

International Advisory Committee

V. Akulov (New York)
J. A. de Azcarraga (Valencia)
J. Bagger (Baltimore)
I. Bandos (Bilbao)
A. Belavin (Chernogolovka)
E. Bergshoeff (Groningen)
L. Bonora (Trieste)
J. Buchbinder (Tomsk)
F. Delduc (Lyon)
V. Dobrev (Sofia)
A. Filippov (Dubna)
P. Fre (Torino)
S. Kuzenko (Crawley)
O. Lechtenfeld (Hannover)
J. Lukierski (Wroclaw)
L. Mezincescu (Miami)
O. Ogievetsky (Marseille)
B. Ovrut (Philadelphia)
A. Smilga (Nantes)
E. Sokatchev (Annecy-le-Vieux)
P. Sorba (Annecy-le-Vieux)
D. Sorokin (Padua)
K. S. Stelle (London)
A. Tseytlin (London, Moscow)
M. Vasiliev (Moscow)
G. von Gehlen (Bonn)
G. Zoupanos (Athens)

ФИЗИКА ЭЛЕМЕНТАРНЫХ ЧАСТИЦ И АТОМНОГО ЯДРА
2018. Т. 49. ВЫП. 5. С. 1447

ON NON-RELATIVISTIC 3D SPIN-1 THEORIES

E. A. Bergshoeff [1,*], *J. Rosseel* [2,**], *P. K. Townsend* [3,***]

[1] Centre for Theoretical Physics, University of Groningen, Groningen, The Netherlands

[2] University of Vienna, Vienna

[3] Centre for Mathematical Sciences, University of Cambridge, Cambridge, UK

We describe non-relativistic limits of the 3D Proca and $\sqrt{\text{Proca}}$ theories that yield spin-1 Schrödinger equations. Analogous results are found by generalized null reduction of the 4D Maxwell or complex self-dual Maxwell equations. We briefly discuss the extension to spin-2.

Описаны нерелятивистские пределы трехмерных теорий Прока и корень-Прока, которые дают уравнения Шредингера для спина 1. Аналогичные результаты получены посредством обобщенной нулевой редукции 4D-уравнений Максвелла или комплексных самодуальных уравнений Максвелла. Кратко обсуждается расширение для спина 2.

PACS: 21.10.Hw

*E-mail: E.A.Bergshoeff@rug.nl
**E-mail: rosseelj@gmail.com
***E-mail: p.k.townsend@damtp.cam.ac.uk

ФИЗИКА ЭЛЕМЕНТАРНЫХ ЧАСТИЦ И АТОМНОГО ЯДРА
2018. Т. 49. ВЫП. 5. С. 1448

MULTIPARAMETER QUANTUM GROUP AND QUANTUM MINKOWSKI SPACE-TIME

V. K. Dobrev *

Institute for Nuclear Research and Nuclear Energy, Bulgarian Academy of Sciences, Sofia

We construct representations of the quantum algebras $U_{q,\mathbf{q}}(gl(n))$ and $U_{q,\mathbf{q}}(sl(n))$ which depend on $n(n-1)/2+1$ deformation parameters q, q_{ij} ($\leqslant i < j \leqslant n$) which is the maximal possible number in the case of $GL(n)$. The representations act on the space of formal power series of $n(n-1)/2$ non-commuting variables which generate quantum flag manifolds of $GL_{q\mathbf{q}}(n)$, $SL_{q\mathbf{q}}(n)$. For $n=4$ we consider in detail the multiparameter quantum Minkowski space-time.

Построены представления квантовых алгебр $U_{q,\mathbf{q}}(gl(n))$ и $U_{q,\mathbf{q}}(sl(n))$, которые зависят от $n(n-1)/2+1$ деформационных параметров q, q_{ij} ($\leqslant i < j \leqslant n$), число которых является максимально возможным в случае $GL(n)$. Представления действуют на пространстве формальных степенных рядов $n(n-1)/2$ некоммутирующих переменных, которые генерируют квантовое многообразие флагов для $GL_{q\mathbf{q}}(n)$, $SL_{q\mathbf{q}}(n)$. При $n=4$ детально рассмотрено многопараметричное квантовое пространство-время Минковского.

PACS: 03.65.Fd; 02.20.Uw

* E-mail: dobrev@inrne.bas.bg, vkdobrev@yahoo.com

ФИЗИКА ЭЛЕМЕНТАРНЫХ ЧАСТИЦ И АТОМНОГО ЯДРА
2018. Т. 49. ВЫП. 5. С. 1449

THREE-FORMS, SUPERSYMMETRY AND STRING COMPACTIFICATIONS

F. Farakos [1], *S. Lanza* [2], *L. Martucci* [2], *D. Sorokin* [2,*]

[1] KU Leuven, Institute for Theoretical Physics, Leuven, Belgium

[2] Università degli Studi di Padova & I.N.F.N. Sezione di Padova, Padova, Italy

We review a duality procedure that relates standard matter-coupled $\mathcal{N} = 1$ supergravity to dual formulations in which auxiliary fields are replaced by field-strengths of gauge three-forms. As examples, we consider the dualization of the rigid Polonyi model and of effective field theories associated with Type IIA string compactifications with fluxes in supergravity.

Дается обзор дуальности, связывающей стандартную формулировку теории $\mathcal{N} = 1$ супергравитации, взаимодействующей с материей, с ее дуальными формулировками, в которых роль вспомогательных полей играют напряженности калибровочных форм третьего ранга. В качестве примеров рассматриваются дуализация глобально-суперсимметричной модели Полония и эффективных теорий поля и супергравитации, описывающих компактификации в теории струны типа IIA, индуцированные ненулевыми потоками калибровочных полей.

PACS: 04.65.+e; 12.60.Jv; 11.25.Mj

[*] E-mail: Dmitri.Sorokin@pd.infn.it

ФИЗИКА ЭЛЕМЕНТАРНЫХ ЧАСТИЦ И АТОМНОГО ЯДРА
2018. Т. 49. ВЫП. 5. С. 1450

ON 10D SYM SUPERAMPLITUDES

I. Bandos *

University of the Basque Country UPV/EHU, Bilbao, Spain

IKERBASQUE, Basque Foundation for Science, Bilbao, Spain

Recently the spinor helicity and (two types of) superamplitude formalisms for 11D supergravity and 10D supersymmetric Yang–Mills theories were proposed in [1–3]. In this contribution we describe briefly the basic properties of these superamplitudes for the simpler case of 10D SYM.

Недавно было предложено обобщение формализма спиральностных спиноров, а также формализм суперамплитуд (две его версии) для 11-мерной супергравитации и 10-мерной суперсимметричной теории Янга–Миллса (10D SYM) [1–3]. Настоящий доклад содержит краткий обзор основных свойств этих суперамплитуд в более простом случае 10D SYM.

PACS: 12.60.Jv; 04.65.+e

*E-mail: igor.bandos@ehu.eus

ФИЗИКА ЭЛЕМЕНТАРНЫХ ЧАСТИЦ И АТОМНОГО ЯДРА
2018. Т. 49. ВЫП. 5. С. 1451

NON-PERTURBATIVE SUPERPOTENTIALS AND DISCRETE TORSION

E. I. Buchbinder *

The University of Western Australia, Crawley, W.A., Australia

We discuss the non-perturbative superpotential in $E_8 \times E_8$ heterotic string theory on a non-simply connected Calabi–Yau manifold X, as well as on its simply connected covering space $\tilde{X}$. The superpotential is induced by the string wrapping holomorphic, isolated, genus zero curves. We show, in a specific example, that the superpotential is non-zero both on $\tilde{X}$ and on X avoiding the no-go residue theorem of Beasley and Witten. On the non-simply connected manifold X, we explicitly compute the leading contribution to the superpotential from all holomorphic, isolated, genus zero curves with minimal area. The reason for the non-vanishing of the superpotential on X is that the second homology class contains a finite part called discrete torsion. As a result, the curves with the same area are distributed among different torsion classes and their contributions do not cancel each other.

Обсуждается непертурбативный суперпотенциал в $E_8 \times E_8$ гетеротической струнной теории на односвязном многообразии Калаби–Яо X, а также на его односвязном накрывающем пространстве $\tilde{X}$. Суперпотенциал индуцируется голоморфными, изолированными кривыми нулевого рода. На конкретном примере показывается, что суперпотенциал отличен от нуля как на $\tilde{X}$, так и на X, исключая no-go теорему Бисли и Виттена о вычетах. На многосвязном многообразии X явно вычисляется главный вклад в суперпотенциал от всех голоморфных изолированных кривых нулевого рода с минимальной площадью. Причиной отсутствия исчезновения суперпотенциала на X является то, что второй класс гомологии содержит конечную часть, называемую дискретным кручением. Как результат, кривые с одинаковой площадью распределены между классами с разными кручениями и их вклады не компенсируют друг друга.

PACS: 11.30.Pb; 12.60.Jv

* E-mail: evgeny.buchbinder@uwa.edu.au

ФИЗИКА ЭЛЕМЕНТАРНЫХ ЧАСТИЦ И АТОМНОГО ЯДРА
2018. Т. 49. ВЫП. 5. С. 1452

GOLDSTINO SUPERFIELDS IN SUPERGRAVITY

S. M. Kuzenko *

The University of Western Australia, Crawley, W.A., Australia

We review two off-shell models for spontaneously broken $\mathcal{N} = 1$ and $\mathcal{N} = 2$ supergravity proposed in arXiv:1702.02423 and arXiv:1707.07390. New results on nilpotent $\mathcal{N} = 1$ supergravity are also included.

Дается обзор двух формулировок с замкнутой алгеброй для спонтанно нарушенных теорий $\mathcal{N} = 1$ и $\mathcal{N} = 2$ супергравитации, предложенных в arXiv:1702.02423 и arXiv:1707.07390. Модель с $\mathcal{N} = 1$ суперсимметрией строится с использованием вещественного скалярного суперполя, удовлетворяющего трем нильпотентным условиям. Теория с $\mathcal{N} = 2$ суперсимметрией формулируется в терминах приводимого кирального суперполя, которое удовлетворяет кубичному нильпотентному условию. Также представлены новые результаты по нильпотентной $\mathcal{N} = 1$ супергравитации.

PACS: 11.30.Pb; 12.60.Jv; 04.65.+e

* E-mail: sergei.kuzenko@uwa.edu.au

ФИЗИКА ЭЛЕМЕНТАРНЫХ ЧАСТИЦ И АТОМНОГО ЯДРА
2018. Т. 49. ВЫП. 5. С. 1453

SUPERFIELD GENERATING EQUATION OF FIELD–ANTIFIELD FORMALISM

I. A. Batalin[1,*], *P. M. Lavrov*[2,**]

[1] Lebedev Physics Institute, Moscow

[2] Tomsk State Pedagogical University, Tomsk, Russia

A simple quantum superfield generating equation of the field–antifield formalism is proposed. The Schrödinger equation with the Hamiltonian having Δ-exact form is derived. An $Sp(2)$ symmetric extension to the main construction, with specific features caused by the principal fact that all basic equations become $Sp(2)$ vector-valued ones, is presented. A principal role of quantum antibrackets in formulation of the Heisenberg equations of motion is shown.

Предложено простое суперполевое производящее уравнение формализма полей-антиполей. Выведено уравнение Шредингера с гамильтонианом, имеющим Δ-точную форму. Представлено $Sp(2)$-симметричное расширение основной конструкции со специфическими особенностями, вызванными принципиальным фактом, что все основные уравнения становятся $Sp(2)$-векторными величинами. Показана принципиальная роль квантовых антискобок в формулировке гейзенберговских уравнений движения.

PACS: 11.30.Pb; 75.10.Jm

*E-mail: batalin@lpi.ru

**E-mail: lavrov@tspu.edu.ru

ФИЗИКА ЭЛЕМЕНТАРНЫХ ЧАСТИЦ И АТОМНОГО ЯДРА
2018. Т. 49. ВЫП. 5. С. 1454

ON PARTIALLY MASSLESS SUPERGRAVITY

Yu. M. Zinoviev *

Institute for High Energy Physics of the National Research Center
"Kurchatov Institute", Protvino, Russia

We investigate a possible supersymmetric extension for the massive gravity in the lowest non-trivial order. For this purpose we construct a cubic interaction vertex for massive spin-2 and massive spin-$3/2$ fields restricting ourselves with the terms containing no more than one derivative. In particular, we look for the possibility to have a non-singular partially massless limit for spin-2 that would correspond to the partially massless supergravity.

Проведено исследование возможного суперсимметричного расширения для массивной гравитации в низшем нетривиальном порядке. С этой целью мы строим кубическую вершину взаимодействия для массивных полей спина 2 и массивных полей спина $3/2$, ограничивая себя членами, содержащими не более одной производной. В частности, мы изучаем возможность получения несингулярного частично-безмассового предела для спина 2, который соответствовал бы безмассовой супергравитации.

PACS: 04.65.+e

* E-mail: Yurii.Zinoviev@ihep.ru

ФИЗИКА ЭЛЕМЕНТАРНЫХ ЧАСТИЦ И АТОМНОГО ЯДРА
2018. Т. 49. ВЫП. 5. С. 1455

PURE YANG–MILLS SOLUTIONS ON dS_4

T. A. Ivanova [1,2], *O. Lechtenfeld* [2,3,*], *A. D. Popov* [2]

[1] Joint Institute for Nuclear Research, Dubna

[2] Institut für Theoretische Physik, Leibniz Universität Hannover, Hannover, Germany

[3] Riemann Center for Geometry and Physics, Leibniz Universität Hannover, Hannover, Germany

We consider pure $SU(2)$ Yang–Mills theory on four-dimensional de Sitter space dS_4 and construct smooth and spatially homogeneous classical Yang–Mills fields. Slicing dS_4 as $\mathbb{R} \times S^3$, via an $SU(2)$-equivariant ansatz we reduce the Yang–Mills equations to ordinary matrix differential equations and further to Newtonian dynamics in a particular three-dimensional potential. Its classical trajectories yield spatially homogeneous Yang–Mills solutions in a very simple explicit form, depending only on de Sitter time with an exponential decay in the past and future. These configurations have not only finite energy, but their action is also finite and bounded from below. We present explicit coordinate representations of the simplest examples (for the fundamental $SU(2)$ representation). Instantons (Yang–Mills solutions on the Wick-rotated S^4) and solutions on AdS_4 are also briefly discussed.

Рассмотрена $SU(2)$ теория Янга–Миллса на четырехмерном пространстве де Ситтера dS_4, и построены гладкие и пространственно-однородные классические поля Янга–Миллса. Рассматривая dS_4 как сечения $\mathbb{R} \times S^3$, мы редуцируем с помощью $SU(2)$-эквивариантного анзаца уравнения Янга–Миллса к обычным матричным дифференциальным уравнениям и впоследствии к уравнениям ньютоновской динамики с определенным трехмерным потенциалом. Их классические траектории производят пространственно-однородные решения Янга–Миллса простого вида, зависящие только от времени де Ситтера с экспоненциальным убыванием в прошлом и будущем. Эти конфигурации не только имеют конечную энергию, но и действие для них конечно и ограничено снизу. Представлены явные координатные представления простейших примеров (для фундаментального представления $SU(2)$). Также кратко обсуждаются инстантоны (решения Янга–Миллса на S^4 с виковским поворотом) и решения на AdS_4.

PACS: 12.10.-g; 12.15.-y

*E-mail: lechtenf@itp.uni-hannover.de

ФИЗИКА ЭЛЕМЕНТАРНЫХ ЧАСТИЦ И АТОМНОГО ЯДРА
2018. Т. 49. ВЫП. 5. С. 1456

MYERS–PERRY CONFORMAL MECHANICS

H. Demirchian [1,*], *T. Hakobyan* [2,**], *A. Nersessian* [2,3,4,***],
M. M. Sheikh-Jabbari [5,****]

[1] Byurakan Astrophysical Observatory, Byurakan, Armenia

[2] Yerevan State University, Yerevan

[3] Yerevan Physics Institute, Yerevan

[4] Joint Institute for Nuclear Research, Dubna

[5] Institute for Research in Fundamental Sciences (IPM), Tehran

We investigate dynamics of probe particles moving in the near-horizon limit of an extremal Myers–Perry black hole with non-vanishing rotation parameters. We show that in the case of non-equal non-vanishing rotational parameters the dynamics of probe particle can be described in a unified way for both even and odd dimensions. In this way, we extend to the even dimension the results on integrability and separability of variables in ellipsoidal coordinates in odd dimension presented in [1]. We find the general solution of the Hamilton–Jacobi equations for these systems and write down the explicit expressions for the Liouville integrals of motion.

Исследована динамика пробной частицы, движущейся вблизи горизонта черной дыры Майерса–Перри произвольной размерности с произвольными ненулевыми параметрами вращения. Показано, что при несовпадающих ненулевых параметрах вращения динамика пробной частицы может быть описана единым способом для черных дыр четной и нечетной размерностей. Это позволяет перенести на случай четномерных черных дыр Майерса–Перри результаты, касающиеся интегрируемости и разделения переменных в эллипсоидальных координатах, полученные в работе [1] для случая нечетномерных черных дыр. Найдено общее решение уравнений Гамильтона–Якоби для этих систем, и выписаны явные выражения для лиувиллевых интегралов движения.

PACS: 11.25.Hf; 04.50.Gh

*E-mail: demhov@gmail.com
**E-mail: tigran.hakobyan@ysu.am
***E-mail: arnerses@yerphi.am
****E-mail: jabbari@theory.ipm.ac.ir

ФИЗИКА ЭЛЕМЕНТАРНЫХ ЧАСТИЦ И АТОМНОГО ЯДРА
2018. Т. 49. ВЫП. 5. С. 1457

DYNAMICAL REALIZATION OF $D(2;1;\alpha)$ WHICH LINKS α TO COSMOLOGICAL CONSTANT

A. Galajinsky *

Tomsk Polytechnic University, Tomsk, Russia

A dynamical realization of the most general $N = 4$ superconformal group in one dimension $D(2,1;\alpha)$ is discussed in which the group parameter α is linked to the cosmological constant.

Для супергруппы $D(2,1;\alpha)$ обсуждается динамическая реализация, связывающая групповой параметр α с космологической постоянной. Показано, что модель массивной суперчастицы, движущейся вблизи горизонта событий экстремальной черной дыры Райсснера–Нордстрема–анти-де Ситтера, посредством канонического преобразования может быть описана в терминах мультиплета супергруппы $D(2,1;\alpha)$ типа $(3,4,1)$.

PACS: 11.30.Pb; 98.80.Es

* E-mail: galajin@tpu.ru

ФИЗИКА ЭЛЕМЕНТАРНЫХ ЧАСТИЦ И АТОМНОГО ЯДРА
2018. Т. 49. ВЫП. 5. С. 1458

CYCLOTOMIC SHUFFLES

O. Ogievetsky [1, 2, 3, *], *V. Petrova* [2]

[1] Lebedev Physics Institute, Moscow

[2] Aix Marseille University, Université de Toulon, CNRS, CPT, Marseille, France

[3] Kazan Federal University, Kazan, Russia

Analogues of 1-shuffle elements for complex reflection groups of type $G(m, 1, n)$ are introduced. A geometric interpretation for $G(m, 1, n)$ in terms of rotational permutations of polygonal cards is given. We compute the eigenvalues, and their multiplicities, of the 1-shuffle element in the algebra of the group $G(m, 1, n)$. Considering shuffling as a random walk on the group $G(m, 1, n)$, we estimate the rate of convergence to randomness of the corresponding Markov chain. We report on the spectrum of the 1-shuffle analogue in the cyclotomic Hecke algebra $H(m, 1, n)$ for $m = 2$ and small n.

Введены аналоги 1-тасовочных элементов для комплексных групп отражений типа $G(m, 1, n)$. Дана геометрическая интерпретация групп $G(m, 1, n)$ в терминах вращательных перестановок многоугольных карт. Вычислены собственные значения и их кратности 1-тасовочного элемента в алгебре группы $G(m, 1, n)$. Рассматривая перетасовку как случайное блуждание по группе $G(m, 1, n)$, мы оцениваем скорость сходимости к случайности соответствующей цепи Маркова. Рассказано о спектре аналога 1-тасовочного элемента в циклотомической алгебре Гекке $H(m, 1, n)$ при $m = 2$ и малых n.

PACS: 02.10.Hh

*E-mail: oleg.ogievetsky@gmail.com

ФИЗИКА ЭЛЕМЕНТАРНЫХ ЧАСТИЦ И АТОМНОГО ЯДРА
2018. Т. 49. ВЫП. 5. С. 1459

ALGEBRAIC STRUCTURES IN EXTENDED GEOMETRY

M. Cederwall *

Chalmers University of Technology, Göteborg, Sweden

Extended geometry is a unifying framework including exceptional field theory (XFT) and double field theory (DFT). It gives a geometric underpinning of the duality symmetries of M-theory. In this talk I give an overview of the surprisingly rich algebraic structures which naturally appear in the context of extended geometry. This includes Borcherds superalgebras, Cartan-type superalgebras (tensor hierarchy algebras) and L_∞ algebras.

Расширенная геометрия рассматривается как объединяющая структура, включающая исключительную теорию поля и двойную теорию поля. Это дает геометрическое обоснование дуальных симметрий М-теории. В этом докладе дан обзор удивительно богатых алгебраических структур, которые естественным образом появляются в контексте расширенной геометрии. Это супералгебры Борхерда, супералгебры картановского типа (алгебры тензорной иерархии) и L_∞-алгебры.

PACS: 11.25.Tq; 04.50.-h; 12.10.-g

*E-mail: martin.cederwall@chalmers.se

ФИЗИКА ЭЛЕМЕНТАРНЫХ ЧАСТИЦ И АТОМНОГО ЯДРА
2018. Т. 49. ВЫП. 5. С. 1460

PRICE'S THEOREM IN GAUGE/GRAVITY DUALITY

A. M. Arslanaliev [1,*], *A. J. Nurmagambetov* [1,2,3,**]

[1] Karazin Kharkov National University, Kharkov, Ukraine

[2] Akhiezer Institute for Theoretical Physics of NSC KIPT, Kharkov, Ukraine

[3] Usikov Institute for Radiophysics & Electronics, Kharkov, Ukraine

We discuss Price's theorem in the context of newly established exact solutions of static and non-static distorted black holes. Some numerics are given in "pro et contra" of their consideration in problems of astrophysics and gauge/gravity duality. Our analysis leads to a remarkable quantitative agreement between the relaxation time of AdS small black holes and lifetime of the quark–gluon plasma that gives another evidence to apply black hole physics to the description of strongly coupled relativistic fluids.

Работа посвящена обсуждению теоремы Прайса в контексте недавно установленных точных решений статических и нестатических деформированных черных дыр. Представлены некоторые из численных характеристик таких решений, говорящие за и против их применения в задачах астрофизики и калибровочно-гравитационной дуальности. Проведенный анализ показывает замечательное количественное согласие между временами релаксации для малых черных дыр пространства-времени анти-де Ситтера и характерными временами жизни кварк-глюонной плазмы, что является дополнительным аргументом в пользу применения физики черных дыр к описанию релятивистских жидкостей при сильной константе связи.

PACS: 04.70.-s; 11.25.Wx; 12.38.Mh

* E-mail: arslanaliev.kh@gmail.com
** E-mail: ajn@kipt.kharkov.ua

ФИЗИКА ЭЛЕМЕНТАРНЫХ ЧАСТИЦ И АТОМНОГО ЯДРА
2018. Т. 49. ВЫП. 5. С. 1461

THE 6D GAUSS–BONNET SUPERGRAVITY INVARIANT

G. Tartaglino-Mazzucchelli *

Instituut voor Theoretische Fysica, KU Leuven, Leuven, Belgium

We review the recent construction of the off-shell $\mathcal{N} = (1, 0)$ supersymmetrization of the Gauss–Bonnet curvature squared combination in six dimensions.

Расмотрена недавно предложенная конструкция внемассовой $\mathcal{N} = (1, 0)$ суперсимметризации для квадратичных по кривизне сочетаний Гаусса–Бонне в шести измерениях.

PACS: 04.65.+e

*E-mail: gabriele.tartaglino-mazzucchelli@kuleuven.be

ФИЗИКА ЭЛЕМЕНТАРНЫХ ЧАСТИЦ И АТОМНОГО ЯДРА
2018. Т. 49. ВЫП. 5. С. 1462–1470

ОПИСАНИЕ ДИСКЛИНАЦИЙ И ДИСЛОКАЦИЙ С ПОМОЩЬЮ ДЕЙСТВИЯ ЧЕРНА–САЙМОНСА ДЛЯ $\mathbb{SO}(3)$-СВЯЗНОСТИ

М. О. Катанаев *

Математический институт им. В. А. Стеклова РАН, Москва

Найдено точное решение уравнений Эйлера–Лагранжа, вытекающих из действия Черна–Саймонса для $\mathbb{SO}(3)$-связности с δ-образным источником. Доказано, что это решение описывает прямолинейную дисклинацию в рамках геометрической теории дефектов. В предположении, что метрика является евклидовой, вычислены компоненты тензора кручения. Это показывает, что дисклинация может сопровождаться непрерывным распределением дислокаций с цилиндрической симметрией.

We obtained the exact solution of the Euler–Lagrange equations following from the Chern–Simons action for $\mathbb{SO}(3)$ connection with δ-type source. This solution is proved to describe straight linear disclination in the framework of geometric theory of defects. Torsion tensor components are calculated assuming the metric to be Euclidean. It shows that disclination can be followed by continuous distribution of dislocations with cylindrical symmetry.

PACS: 02.40.Ky

ВВЕДЕНИЕ

Один из наиболее многообещающих подходов к описанию дефектов в твердых телах и пространстве-времени основан на геометрии Римана–Картана с нетривиальной кривизной и кручением (см. [1,2]). В этом подходе кристалл рассматривается как многообразие (непрерывна среда), на котором задано единичное векторное поле. Если дислокации отсутствуют, то существует непрерывное векторное поле смещений, которое соответствует диффеоморфизмам евклидова пространства. Если поле смещений имеет разрывы, то мы говорим, что в среде присутствуют дефекты — дислокации. Это приводит к возникновению нетривиальной геометрии. А именно, дислокации соответствуют

*E-mail: katanaev@mi.ras.ru

нетривиальному кручению, которое имеет физический смысл поверхностной плотности вектора Бюргерса. Дефекты (разрывы) единичного векторного поля называются дисклинациями. Они соответствуют нетривиальному тензору кривизны для $\mathbb{SO}(3)$-связности, который имеет физический смысл поверхностной плотности вектора Франка.

Преимущество геометрической теории дефектов состоит в том, что она позволяет описывать как отдельные дефекты, так и их непрерывное распределение.

В настоящей статье мы рассмотрим трехмерное действие Черна–Саймонса для $\mathbb{SO}(3)$-связности в рамках геометрической теории дефектов. Впервые это действие для описания дефектов было использовано в [3]. В разд. 1 введены обозначения и выписано действие для $\mathbb{SO}(3)$-связности. В следующем разделе найдено точное решение уравнений равновесия для одной прямолинейной дисклинации. В этом случае найдено также поле угла поворота. В разд. 3 вычислены компоненты тензора кручения в предположении, что метрика является евклидовой.

1. ДЕЙСТВИЕ ЧЕРНА–САЙМОНСА

Рассмотрим трехмерное многообразие $\mathbb{M}$ с координатами x^μ, $\mu = 1, 2, 3$. Будем считать, что на $\mathbb{M}$ задана геометрия Римана–Картана, т. е. риманова метрика $g_{\mu\nu}$ и кручение $T_{\mu\nu}{}^\rho$. Мы будем использовать переменные Картана: репер $e_\mu{}^i$ и $\mathbb{SO}(3)$-связность $\omega_\mu{}^{ij} = -\omega_\mu{}^{ji}$, $i, j = 1, 2, 3$. Каждый репер однозначно определяет на $\mathbb{M}$ риманову метрику:

$$g_{\mu\nu} := e_\mu{}^i e_\nu{}^j \delta_{ij}, \quad \delta_{ij} := \mathsf{diag}\,(+++).$$

Подъем и опускание греческих и латинских индексов осуществляется с помощью метрик $g_{\mu\nu}$ и δ_{ij}, а переход от греческих индексов к латинским и наоборот — с помощью репера $e_\mu{}^i$ и его обратного $e^\mu{}_i$.

В рассматриваемом случае на $\mathbb{M}$ заданы две 1-формы:

$$e^i := dx^\mu e_\mu{}^i, \quad \omega_i{}^j := dx^\mu \omega_{\mu i}{}^j. \tag{1}$$

Они определяют локальные 2-формы кривизны и кручения:

$$R_i{}^j := \frac{1}{2} dx^\mu \wedge dx^\nu R_{\mu\nu i}{}^j := d\omega_i{}^j - \omega_i{}^k \wedge \omega_k{}^j, \tag{2}$$

$$T^i := \frac{1}{2} dx^\mu \wedge dx^\nu T_{\mu\nu}{}^i := de^i - e^j \wedge \omega_j{}^i, \tag{3}$$

которые удовлетворяют тождествам Бианки

$$\begin{aligned} dT^i + T^j \wedge \omega_j{}^i &= e^j \wedge R_j{}^i, \\ dR_i{}^j + R_i{}^k \wedge \omega_k{}^j - \omega_i{}^k \wedge R_k{}^j &= 0. \end{aligned} \tag{4}$$

Заметим, что последнее тождество не зависит от репера.

Действие Черна–Саймонса для $\mathbb{SO}(3)$-связности имеет вид [4] (см. обзор [5])

$$S_{\text{CS}} := \int_{\mathbb{M}} \mathsf{tr}\left(d\omega \wedge \omega - \frac{2}{3}\omega \wedge \omega \wedge \omega\right) = \int_{\mathbb{M}} \mathsf{tr}\left(R \wedge \omega + \frac{1}{3}\omega \wedge \omega \wedge \omega\right), \quad (5)$$

где использовано выражение (2) для 2-формы кривизны.

Наличие полностью антисимметричного тензора третьего ранга позволяет ввести следующую параметризацию $\mathbb{SO}(3)$-связности:

$$\omega_\mu{}^{ij} = \omega_{\mu k}\varepsilon^{kij}, \quad \omega_{\mu k} := \frac{1}{2}\omega_\mu{}^{ij}\varepsilon_{ijk}, \quad (6)$$

где ε^{kij} — полностью антисимметричный тензор третьего ранга. Обратим внимание, что при пространственных отражениях $x^1 \mapsto -x^1$ 1-форма $\omega_{\mu k}$ меняет знак, поскольку меняет знак полностью антисимметричный тензор. В этой параметризации компоненты тензоров кривизны и кручения имеют вид

$$\begin{aligned} R_{\mu\nu k} :=& \frac{1}{2}R_{\mu\nu}{}^{ij}\varepsilon_{ijk} = \partial_\mu\omega_{\mu k} - \partial_\nu\omega_{\mu k} + \omega_\mu{}^i\omega_\nu{}^j\varepsilon_{ijk}, \\ T_{\mu\nu}{}^i =& \partial_\mu e_\nu{}^i - \partial_\nu e_\mu{}^i + \varepsilon^{ijk}(e_{\mu j}\omega_{\nu k} - e_{\nu j}\omega_{\mu k}). \end{aligned} \quad (7)$$

2. ЛИНЕЙНЫЕ ДИСКЛИНАЦИИ

Предположим, что метрика на многообразии $\mathbb{M}$ евклидова, $g_{\mu\nu} = \mathsf{diag}\,(+\,+\,+)$. Тогда геометрия описывается только $\mathbb{SO}(3)$-связностью, которая может приводить к нетривиальной кривизне и кручению. Рассмотрим действие Черна–Саймонса для $\mathbb{SO}(3)$-связности (5) с источником:

$$S_{\text{CS}}[\omega] + S_{\text{int}}[\omega, J] = \int_{\mathbb{R}^3}\left(\frac{1}{2}d\omega^i \wedge \omega_i + \frac{1}{6}\omega^i \wedge \omega^j \wedge \omega^k\epsilon_{ijk} - \omega^i \wedge J_i\right), \quad (8)$$

где $J_i = \dfrac{1}{2}dx^\mu \wedge dx^\nu J_{\mu\nu i}$ — 2-форма, соответствующая источнику дисклинаций, которую пока не конкретизируем. Член взаимодействия аналогичен минимальному взаимодействию электрического заряда с электромагнитным полем в электродинамике.

Уравнения равновесия для действия (8) принимают вид

$$R_{\mu\nu}{}^k = J_{\mu\nu}{}^k, \quad (9)$$

где $J_{\mu\nu}{}^k$ — компоненты источника для $\mathbb{SO}(3)$-связности. Отсюда следует, что если источник отсутствует, то многообразие $\mathbb{M}$ является плоским.

Первые два слагаемых в действии (8) при локальных $\mathbb{SO}(3)$-вращениях меняются на внешний дифференциал. Поэтому для самосогласованности уравнений Эйлера–Лагранжа на источник необходимо наложить условие $DJ^k = 0$, где $DJ^k := dJ^k + J^j \wedge \omega_j{}^k$ — внешняя ковариантная производная.

Рассмотрим одну линейную дисклинацию $q^\mu(t)$, где $t \in \mathbb{R}$ — параметр вдоль линии дисклинации. Запишем член взаимодействия в виде

$$S_{\text{int}} := \int dq^\mu \omega_{\mu i} J^i = \int dt\, \dot{q}^\mu \omega_{\mu i} J^i, \tag{10}$$

где $\dot{q}^\mu := dq^\mu/dt$. Это действие инвариантно относительно преобразований координат на $\mathbb{M}$ (с точностью до граничных слагаемых) и произвольной перепараметризации кривой $q^\mu(t)$. Допустим, что дисклинация расположена таким образом, что всюду выполнено неравенство $\dot{q}^3 \neq 0$. Для того чтобы проварьировать данное действие по $\mathbb{SO}(3)$-связности, вставим в подынтегральное выражение трехмерную δ-функцию:

$$S_{\text{int}} = \int dt d^3x \dot{q}^\mu \omega_{\mu i} J^i \delta^3(x-q) = \int d^3x \frac{\dot{q}^\mu}{\dot{q}^3} \omega_{\mu i} J^i \delta^2(x-q),$$

где мы проинтегрировали по t, использовав одну δ-функцию $\delta\big(x^3 - q^3(t)\big)$, и $\delta^2(x-q) := \delta(x^1 - q^1)\delta(x^2 - q^2)$ обозначает двумерную δ-функцию на плоскости x^1, x^2. Тогда вариация члена взаимодействия равна

$$\frac{\delta S_{\text{int}}}{\delta \omega_{\mu i}} = \frac{\dot{q}^\mu}{\dot{q}^3} J^i \delta^2(x-q). \tag{11}$$

Рассмотрим уравнения (9) на топологически тривиальном многообразии $\mathbb{M} \approx \mathbb{R}^3$ с декартовой системой координат $x^1 = x$, $x^2 = y$ и x^3. Предположим, что дисклинация прямолинейна и совпадает с осью x^3, т. е. $q^1 = q^2 = 0$ и $q^3 = t$. Будем искать решения уравнений (9), которые инвариантны относительно трансляций вдоль оси x^3 и вращений в плоскости x, y. В таком случае $\mathbb{SO}(3)$-связность имеет только две нетривиальные компоненты:

$$\omega_x{}^3 \quad \text{и} \quad \omega_y{}^3, \tag{12}$$

которые зависят от точки на плоскости $(x, y) \in \mathbb{R}^2 = \mathbb{C}$. Для нахождения решений введем комплексную координату

$$z := x + iy, \qquad \bar{z} := x - iy.$$

Тогда две вещественные компоненты $\mathbb{SO}(3)$-связности (12) объединяются в одну комплексную:

$$\begin{aligned} \omega_z{}^3 :=& \frac{1}{2}\omega_x{}^3 - \frac{i}{2}\omega_y{}^3, \\ \omega_{\bar{z}}{}^3 =& \frac{1}{2}\omega_x{}^3 + \frac{i}{2}\omega_y{}^3 \end{aligned} \quad \Leftrightarrow \quad \begin{aligned} \omega_x{}^3 &= \omega_z{}^3 + \omega_{\bar{z}}{}^3, \\ \omega_y{}^3 &= i\omega_z{}^3 - i\omega_{\bar{z}}{}^3. \end{aligned} \tag{13}$$

Соответствующий тензор кривизны имеет только одну линейно независимую комплексную компоненту

$$R_{z\bar z}{}^3 = 2(\partial_z \omega_{\bar z}{}^3 - \partial_{\bar z}\omega_z{}^3), \tag{14}$$

которая линейна по связности. Это связано с тем, что в плоскости x, y действует группа вращений $\mathbb{SO}(2)$, которая является абелевой. Комплексно-сопряженная компонента имеет вид

$$\overline{R_{z\bar z}{}^3} = 2(\partial_{\bar z}\omega_z{}^3 - \partial_z\omega_{\bar z}{}^3) = -R_{z\bar z}{}^3 = R_{\bar z z}{}^3. \tag{15}$$

Если только две компоненты $\mathbb{SO}(3)$-связности (12) отличны от нуля, то квадратичные слагаемые в кривизне (2) обращаются тождественно в нуль, и мы можем рассматривать источники в виде δ-функций, так как уравнения равновесия (9) становятся линейными. Теперь зафиксируем источник

$$R_{z\bar z}{}^3 = 4\pi i A\delta(z), \quad A \in \mathbb{R}, \tag{16}$$

где $\delta(z)$ — двумерная δ-функция на комплексной плоскости. Ясно, что этот источник обладает вращательной симметрией.

Решение уравнения (16) описывает новый тип геометрической особенности. Если бы это уравнение рассматривалось как уравнение второго порядка для метрики, то его решение описывало бы обычную коническую особенность на плоскости x, y. В этом случае решение соответствует клиновой дислокации в геометрической теории дефектов [1]. Теперь ситуация иная. Мы рассмотрим данное уравнение как уравнение первого порядка для $\mathbb{SO}(3)$-связности и покажем, что оно описывает дефект единичного векторного поля (дисклинацию), при этом метрика остается евклидовой.

Уравнение (16) имеет решение

$$\omega_z{}^3 = -\frac{iA}{z}, \quad \omega_{\bar z}{}^3 = \frac{iA}{\bar z}. \tag{17}$$

Для того чтобы проверить, что это действительно решение, можно использовать хорошо известную формулу (см, например, [6])

$$\partial_z \frac{1}{\bar z} = \pi\delta(z) \quad \Leftrightarrow \quad \partial_{\bar z}\frac{1}{z} = \pi\delta(z). \tag{18}$$

Соответствующие вещественные компоненты имеют вид

$$\omega_x{}^3 = -\frac{2Ay}{x^2+y^2}, \quad \omega_y{}^3 = \frac{2Ax}{x^2+y^2}. \tag{19}$$

Это решение было найдено в [7].

Вне оси x^3 кривизна является плоской, и поэтому связность задается частными производными от некоторой функции. В геометрической теории дефектов этой функцией является поле угла поворота $\theta(x,y)$ единичного векторного поля на плоскости. Это поле должно удовлетворять следующей системе уравнений:

$$\partial_x\theta = -\frac{2Ay}{x^2+y^2}, \quad \partial_y\theta = \frac{2Ax}{x^2+y^2}. \tag{20}$$

Условия интегрируемости данной системы уравнений вне оси дисклинации

$$\partial_{xy}\theta = \partial_{yx}\theta$$

выполнены, и можно без труда выписать общее решение

$$\theta = -2A\arctan\frac{x}{y} + C, \quad C = \mathsf{const}. \tag{21}$$

Зафиксируем постоянную интегрирования $C := \pi A$. Тогда решение примет вид

$$\tan\frac{\theta}{2A} = \frac{y}{x} = \tan\varphi, \tag{22}$$

где φ — обычный полярный угол на плоскости $(x,y)\in\mathbb{R}^2$. Если обойти ось x^3 вдоль контура C, то полярный угол изменится на 2π. Для того чтобы поле вращений $\theta(x,y)$ было определено, необходимо наложить условие квантования

$$A = \frac{n}{2}, \quad n\in\mathbb{Z}. \tag{23}$$

Таким образом, поле вращений принимает вид

$$\theta = n\varphi. \tag{24}$$

Оно определено всюду, за исключением разреза по полуплоскости, скажем, $y=0$, $x\geqslant 0$. Соответствующая $\mathbb{SO}(3)$-связность имеет только две нетривиальные компоненты:

$$\begin{aligned} {\omega_x}^{12} &= -\frac{ny}{x^2+y^2} = -\frac{n}{r}\sin\varphi, \\ {\omega_y}^{12} &= \frac{nx}{x^2+y^2} = \frac{n}{r}\cos\varphi, \end{aligned} \tag{25}$$

где $r := \sqrt{x^2+y^2}$ — полярный радиус. Она определена всюду на плоскости x,y, за исключением начала системы координат, где ее ротор имеет δ-образную особенность (16). Мы видим, что $\mathbb{SO}(3)$-связность имеет гораздо лучшее поведение, чем соответствующее поле угла поворота, как и должно быть в геометрической теории дефектов.

Таким образом, при обходе по замкнутому контуру C вокруг оси x^3 поле угла поворота меняется от 0 до $2\pi n$, где $|2\pi n| = |\Omega|$ — модуль вектора Франка. Это в точности линейная дисклинация единичного векторного поля, ось которой совпадает с осью x^3. При $n = 0$ дисклинация отсутствует. Этот случай требует отдельного рассмотрения: при $A = 0$ должно быть выполнено равенство $\theta = 0$ как следствие уравнения (21).

Мы видим, что нетривиальная $\mathbb{SO}(3)$-связность (25) описывает дефекты единичного векторного поля — дисклинации. При этом тензор кривизны нетривиален: он равен нулю всюду за исключением линии дисклинации, на которой он имеет δ-образную особенность (16).

3. ДИСЛОКАЦИИ

Наличие дисклинации может сопровождаться появлением дислокаций: это зависит от тензора кручения. Рассмотрим случай, когда на многообразии $\mathbb{M}$ задана евклидова метрика и $\mathbb{SO}(3)$-связность (25), описывающая прямолинейную дисклинацию.

Компоненты тензора кручения в комплексном базисе для $\mathbb{SO}(3)$-связности (25) имеют вид

$$\begin{aligned} T_{z\bar{z}}{}^1 =& \partial_z e_{\bar{z}}{}^1 - \partial_{\bar{z}} e_z{}^1 + e_z{}^2 \omega_{\bar{z}3} - e_{\bar{z}}{}^2 \omega_{z3}, \\ T_{z\bar{z}}{}^2 =& \partial_z e_{\bar{z}}{}^2 - \partial_{\bar{z}} e_z{}^2 - e_z{}^1 \omega_{\bar{z}3} + e_{\bar{z}}{}^1 \omega_{z3}, \\ T_{z\bar{z}}{}^3 =& \partial_z e_{\bar{z}}{}^3 - \partial_{\bar{z}} e_z{}^3. \end{aligned} \tag{26}$$

При этом $T_{\bar{z}z}{}^i = \overline{T_{z\bar{z}}{}^i}$. Остальные компоненты $T_{z3}{}^i$ и $T_{\bar{z}3}{}^i$ в рассматриваемом случае обратятся в нуль.

Будем считать, что евклидовой метрике соответствует диагональный репер (выписываем только компоненты в плоскости x, y):

$$e_x{}^1 = e_y{}^2 = 1, \quad e_x{}^2 = e_y{}^1 = 0. \tag{27}$$

В комплексном базисе компоненты имеют вид

$$\begin{aligned} e_z{}^1 =& \frac{1}{2} e_x{}^1 - \frac{i}{2} e_y{}^1 = \ \frac{1}{2}, \\ e_z{}^2 =& \frac{1}{2} e_x{}^2 - \frac{i}{2} e_y{}^2 = -\frac{i}{2}. \end{aligned} \tag{28}$$

Подстановка явных выражений для репера и $\mathbb{SO}(3)$-связности в формулы для компонент тензора кручения (26) приводит к следующему ответу:

$$T_{z\bar{z}}{}^1 = \frac{n}{4} \frac{z - \bar{z}}{z\bar{z}}, \quad T_{z\bar{z}}{}^2 = -\frac{in}{4} \frac{z + \bar{z}}{z\bar{z}}, \quad T_{z\bar{z}}{}^3 = 0. \tag{29}$$

В геометрической теории дефектов тензор кручения определяет поверхностную плотность вектора Бюргерса. Переходя к вещественному базису, получаем следующее выражение для поверхностной плотности вектора Бюргерса:

$$\begin{aligned} dz\wedge d\bar z\, T_{z\bar z}{}^1 + d\bar z\wedge dz\, T_{\bar z z}{}^1 &= \ dx\wedge dy\frac{2ny}{r^2},\\ dz\wedge d\bar z\, T_{z\bar z}{}^2 + d\bar z\wedge dz\, T_{\bar z z}{}^2 &= -\, dx\wedge dy\frac{2nx}{r^2}, \end{aligned} \tag{30}$$

где $r:=\sqrt{x^2+y^2}$. Отсюда вытекает, что дисклинация может сопровождаться распределением дислокаций. Это распределение непрерывно в плоскости x, y и имеет особенность на линии дисклинации (оси x^3). Вектор Бюргерса лежит в плоскости x, y, его плотность вращательно-симметрична и инвариантна относительно сдвигов вдоль оси x^3. При $r\to\infty$ плотность вектора Бюргерса стремится к нулю.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В статье показано, что действие Черна–Саймонса в геометрической теории дефектов описывает линейные дисклинации. В рассмотренном примере линейной дисклинации оно приводит к нетривиальной $\mathbb{SO}(3)$-связности. Соответствующий тензор кривизны имеет δ-образную особенность вдоль оси дисклинации. Насколько известно автору, ранее эта особенность в литературе не описывалась. Это не коническая особенность на плоскости x, y, так как метрика евклидова, а особенность $\mathbb{SO}(3)$-связности. Компоненты тензора кручения также нетривиальны. Отсюда следует, что линейная дисклинация сопровождается непрерывным распределением дислокаций. Распределение дислокаций также инвариантно относительно вращений в плоскости x, y и трансляций вдоль оси дисклинации.

Методы и подходы, использованные в статье, рассмотрены, например, в [8–13]. Полученное решение струнного типа может быть важно в гравитации и космологии (см., например, [14–16]).

Автор выражает благодарность Центру научных исследований (Вальдивия, Чили) за гостеприимство и Дж. Занелли за сотрудничество. Исследование выполнено за счет гранта Российского научного фонда (проект 14-50-00005).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Katanaev M. O., Volovich I. V.* Theory of Defects in Solids and Three-Dimensional Gravity // Ann. Phys. 1992. V. 216 P. 1–28.
2. *Катанаев М. О.* Геометрическая теория дефектов // УФН. 2005. Т. 175. С. 705–733.

3. *Dereli T., Verçin A.* A Gauge Model of Amorphous Solids Containing Defects. II. Chern–Simons Free Energy // Phil. Mag. B. 1991. V. 64. P. 509–513.

4. *Chern S. S., Simons J.* Characteristic Forms and Geometric Invariants // Annals Math. 1974. V. 99. P. 48–69.

5. *Zanelli J.* Uses of Chern–Simons Actions // AIP Conf. Proc. 2008. V. 1031. P. 115.

6. *Владимиров В. С.* Методы теории функций многих комплексных переменных. М.: Наука, 1964.

7. *Katanaev M. O.* Chern–Simons Term in the Geometric Theory of Defects // Phys. Rev. D. 2017. V. 96. P. 84054.

8. *Alekseev G. A.* Collision of Strong Gravitational and Electromagnetic Waves in the Expending Universe // Phys. Rev. D. 2016. V. 93. P. 061501.

9. *Гущин А. К.* О разрешимости задачи Дирихле для неоднородного эллиптического уравнения второго порядка // Матем. сб. 2015. Т. 206. С. 71–102.

10. *Гущин А. К.* l_p-оценки некасательной максимальной функции для решения эллиптического уравнения второго порядка // Матем. сб. 2016. Т. 207. С. 28–55.

11. *Жаринов В. В.* Законы сохранения, дифференциальные тождества и связи уравнений в частных производных // ТМФ. 2015. Т. 185. С. 227–251.

12. *Жаринов В. В.* О преобразовании Беклунда // ТМФ. 2016. Т. 189. С. 323–334.

13. *Дрожжинов Ю. Н.* Многомерные тауберовы теоремы для обобщенных функций // УМН. 2016. Т. 71. С. 99–154.

14. *Katanaev M. O.* On Homogeneous and Isotropic Universe // Mod. Phys. Lett. A. 2015. V. 30. P. 1550186.

15. *Катанаев М. О.* Лоренц-инвариантные вакуумные решения в общей теории относительности // Тр. МИАН. 2015. Т. 290. С. 149–153.

16. *Катанаев М. О.* Векторные поля Киллинга и однородная и изотропная вселенная // УФН. 2016. Т. 186. С. 763–775.

ФИЗИКА ЭЛЕМЕНТАРНЫХ ЧАСТИЦ И АТОМНОГО ЯДРА
2018. Т. 49. ВЫП. 5. С. 1471

VISIBLE AND DARK GROUPS OF SPACETIME

S. Catto *

The Graduate School, City University of New York, New York, NY, USA, and
Theoretical Physics Group, Rockefeller University, New York, NY, USA

A remarkable correspondence exists between lattices generated by discrete Jordan algebras and symmetries of superstrings, strongly suggesting that all known superstring theories are related and descend from a more general theory related to the Conway–Sloane transhyperbolic group. Cartan tori have visible spaces and G/H Cartan generators as dark builders of G and determined by root lattices. E_{10} is shown as the dark group of the visible $(9+1)$ space time with the Lorentz group $O(9+1)$. Embedding of the higher exceptional groups is also presented.

Замечательное соответствие между решетками, порожденными дискретными йордановыми алгебрами, и симметриями суперструн убедительно указывает на то, что все известные теории суперструн связаны и происходят от более общей теории, связанной с трансгиперболической группой Конвей–Слоана. Картановские торы имеют наблюдаемые пространства и картановские генераторы G/H как скрытые конструкторы для G, определенные корневыми решетками. $E_1 0$ представлена в виде скрытой группы видимого $(9+1)$ пространства-времени с группой Лоренца $O(9+1)$. Также представлено вложение высших исключительных групп.

PACS: 11.25.Hf; 05.50.+q

*E-mail: Sultan.Catto@baruch.cuny.edu, catto@aya.yale.edu

ФИЗИКА ЭЛЕМЕНТАРНЫХ ЧАСТИЦ И АТОМНОГО ЯДРА
2018. Т. 49. ВЫП. 5. С. 1472–1473

PROBING THE HOLOMORPHIC ANOMALY OF THE $D = 2$, $\mathcal{N} = 2$, WESS–ZUMINO MODEL ON THE LATTICE

S. Nicolis *

CNRS–Laboratoire de Mathématiques et Physique Théorique (UMR 7350)
Fédération de Recherche “Denis Poisson” (FR 2964)
Université “François Rabelais” de Tours, Tours, France

We study a generalization of the Langevin equation, which describes fluctuations, of commuting degrees of freedom, for scalar field theories with worldvolumes of arbitrary dimension, following Parisi and Sourlas and correspondingly generalizes the Nicolai map. Supersymmetry appears inevitably, as defining the consistent closure of system+fluctuations and it can be probed by the identities satisfied by the correlation functions of the noise fields, sampled by the action of the commuting fields. This can be done effectively, through numerical simulations.

We focus on the case where the target space is invariant under global rotations, in Euclidean signature, corresponding to global Lorentz transformations, in Lorentzian signature. This can describe target space supersymmetry.

In this case a cross-term, which is a total derivative for Abelian isometries, or when the fields are holomorphic functions of their arguments, can lead to obstructions. We study its effects and find that, in two dimensions, it cannot lead to the appearance of the holomorphic anomaly, in any event, when fluctuations are taken into account, because continuous symmetries cannot be broken in two dimensions.

Мы изучаем обобщение уравнения Ланжевена, описывающее флуктуации коммутирующих степеней свободы для теорий скалярного поля с мировыми объемами произвольной размерности, следуя Паризи и Сурласу и соответственно обобщая карту Николая. Суперсимметрия появляется неизбежно как определяющая согласованное замыкание система + флуктуации, и ее можно исследовать тождествами, которым удовлетворяют корреляционные функции полей шума, отобранных действием коммутирующих полей. Это можно сделать эффективно с помощью численного моделирования.

Мы фокусируемся на случае, когда таргетное пространство инвариантно относительно глобальных вращений в евклидовой сигнатуре, соответствующих глобальным преобразованиям Лоренца в лоренцевой сигнатуре. Это дает возможность описывать суперсимметрию таргетного пространства.

*E-mail: Stam.Nicolis@lmpt.univ-tours.fr

В этом случае перекрестный член, являющийся полной производной для абелевых изометрий, может привести к препятствиям. Мы изучаем его эффекты и обнаруживаем, что в двумерии он не может привести к появлению голоморфной аномалии при учете флуктуаций, поскольку непрерывные симметрии не могут быть нарушены в двух измерениях.

PACS: 05.10.Gg

ФИЗИКА ЭЛЕМЕНТАРНЫХ ЧАСТИЦ И АТОМНОГО ЯДРА
2018. Т. 49. ВЫП. 5. С. 1474

$SO(2,3)_\star$ NONCOMMUTATIVE GRAVITY: COUPLING WITH MATTER FIELDS

M. Dimitrijević Ćirić *, *D. Gočanin* **, *N. Konjik* ***, *V. Radovanović* ****

University of Belgrade, Belgrade

In this paper the noncommutative gravity is treated as a gauge theory of the noncommutative $SO(2,3)_\star$ group, while the noncommutativity is canonical. The Seiberg–Witten (SW) map is used to express noncommutative fields in terms of the corresponding commutative fields. In addition to pure gravity, we consider couplings to matter fields, in particular fermion and $U(1)$ gauge fields. The analysis can be extended to non-Abelian gauge fields and scalar fields.

В этой работе некоммутативная гравитация рассматривается как калибровочная теория некоммутативной группы $SO(2,3)_\star$, при этом некоммутативность является канонической. Отображение Зайберга–Виттена используется для выражения некоммутативных полей в терминах соответствующих коммутативных полей. Кроме чистой гравитации мы рассматриваем взаимодействия с полями материи, в частности, с фермионным и $U(1)$ калибровочным полями. Анализ можно распространить на неабелевы калибровочные поля и скалярные поля.

PACS: 04.60.-m

*E-mail: dmarija@ipb.ac.rs
**E-mail: dgocanin@ipb.ac.rs
***E-mail: konjik@ipb.ac.rs
****E-mail: rvoja@ipb.ac.rs

ФИЗИКА ЭЛЕМЕНТАРНЫХ ЧАСТИЦ И АТОМНОГО ЯДРА
2018. Т. 49. ВЫП. 5. С. 1475

NSVZ RELATION IN SUPERSYMMETRIC THEORIES REGULARIZED BY HIGHER DERIVATIVES

K. V. Stepanyantz *

Lomonosov Moscow State University, Moscow

We investigate the NSVZ equation in $\mathcal{N} = 1$ supersymmetric gauge theories, which relates the β-function to the anomalous dimension of the matter superfields. In particular, we argue that it is closely connected with the non-renormalization theorem for the three-point gauge-ghost vertices (in which one external leg corresponds to the quantum gauge superfield). By using finiteness of these vertices, the exact NSVZ β-function can be equivalently presented in the form of a relation between the β-function and the anomalous dimensions of the quantum gauge superfield, of the Faddeev–Popov ghosts, and of the matter superfields. This equation allows explaining how the NSVZ equation appears in the perturbation theory for theories regularized by higher covariant derivatives and constructing the NSVZ scheme in all orders in the case of using this regularization. The results are verified by an explicit three-loop calculation of the terms quartic in the Yukawa couplings.

Исследуется NSVZ-формула в $\mathcal{N} = 1$ суперсимметричных калибровочных теориях, которая связывает β-функцию с аномальной размерностью суперполей материи. В частности, приводятся аргументы в пользу того, что она тесно связана с теоремой о неперенормировке для трехточечных калибровочно-духовых вершин (в которых одна внешняя линия соответствует квантовому калибровочному суперполю). С использованием конечности этих вершин точная NSVZ β-функция может быть эквивалентно представлена в виде соотношения между β-функцией и аномальными размерностями квантового калибровочного поля, духов Фаддеева–Попова и суперполей материи. Это соотношение позволяет объяснить, как NSVZ-формула появляется в теории возмущений для теорий, регуляризованных высшими ковариантными производными, и построить NSVZ-схему во всех порядках в случае использования этой регуляризации. Результаты проверены явным трехпетлевым вычислением для слагаемых четвертой степени по юкавским константам.

PACS: 11.30.Pb

* E-mail: stepan@m9com.ru

ФИЗИКА ЭЛЕМЕНТАРНЫХ ЧАСТИЦ И АТОМНОГО ЯДРА
2018. Т. 49. ВЫП. 5. С. 1476

EXACT RESULTS IN EXPLICIT THREE-LOOP CALCULATIONS USING HIGHER DERIVATIVES FOR $\mathcal{N} = 1$ SQCD

A. L. Kataev [1,2], *A. E. Kazantsev* [3,*], *K. V. Stepanyantz* [3]

[1] Institute for Nuclear Research of the Russian Academy of Sciences, Moscow

[2] Moscow Institute of Physics and Technology (State University), Dolgoprudny, Russia

[3] Lomonosov Moscow State University, Moscow

We calculate the three-loop Adler D-function of $\mathcal{N} = 1$ SQCD regularized by higher covariant derivatives and find the subtraction scheme in which the exact NSVZ-like relation for this function proposed in [1, 2] is valid.

Вычисляется трехпетлевая D-функция Адлера $\mathcal{N} = 1$ СКХД, регуляризованной высшими ковариантными производными, и находится схема вычитаний, в которой справедливо предложенное для этой функции в работах [1, 2] точное НШВЗ-подобное соотношение.

PACS: 12.38.-t

[*] E-mail: kazancev@physics.msu.ru

ФИЗИКА ЭЛЕМЕНТАРНЫХ ЧАСТИЦ И АТОМНОГО ЯДРА
2018. Т. 49. ВЫП. 5. С. 1477

INDUCED GRAVITY MODELS WITH EXACT BOUNCE SOLUTIONS

E. O. Pozdeeva *, *S. Yu. Vernov* **

Skobeltsyn Institute of Nuclear Physics, Lomonosov Moscow State University, Moscow

We study dynamics of induced gravity cosmological models with the sixth-degree polynomial potentials that have been constructed using the superpotential method. We find conditions on the potential under which exact bounce solutions exist and study the stability of these solutions.

Исследована динамика космологических моделей индуцированной гравитации с полиномиальными потенциалами шестой степени, построенными методом суперпотенциала. Найдены условия на потенциал, необходимые для существования точных решений типа отскока, и изучена стабильность этих решений.

PACS: 04.50.Kd

*E-mail: pozdeeva@www-hep.sinp.msu.ru
**E-mail: svernov@theory.sinp.msu.ru

ФИЗИКА ЭЛЕМЕНТАРНЫХ ЧАСТИЦ И АТОМНОГО ЯДРА
2018. Т. 49. ВЫП. 5. С. 1478

DISCRETENESS OF FUZZY DE SITTER SPACE

M. Burić, D. Latas *

University of Belgrade, Belgrade

We discuss properties of fuzzy de Sitter space defined within the algebra of de Sitter group $SO(1,4)$. We find that the embedding coordinates have discrete spectra in the $(\rho, s=1/2)$ unitary irreducible representation of the principal continuous series.

Обсуждаются свойства размытого пространства де Ситтера, определенного в алгебре группы де Ситтера $SO(1,4)$. Мы находим, что координаты вложения имеют дискретные спектры в унитарном неприводимом представлении главной непрерывной серии $(\rho, s = 1-2)$.

PACS: 03.65.Fd

*E-mail: majab@ipb.ac.rs, latas@ipb.ac.rs

ФИЗИКА ЭЛЕМЕНТАРНЫХ ЧАСТИЦ И АТОМНОГО ЯДРА
2018. Т. 49. ВЫП. 5. С. 1479

SUSY-LIKE RELATION IN EVOLUTION OF GLUON AND QUARK JET MULTIPLICITIES

B. A. Kniehl [1], *A. V. Kotikov* [2,*]

[1] II. Institut für Theoretische Physik, Universität Hamburg, Hamburg, Germany

[2] Joint Institute for Nuclear Research, Dubna

We show the new relationship [1] between the anomalous dimensions, resummed through next-to-next-to-leading-logarithmic order, in the Dokshitzer–Gribov–Lipatov–Altarelli–Parisi (DGLAP) evolution equations for the first Mellin moments $D_{q,g}(\mu^2)$ of the quark and gluon fragmentation functions, which correspond to the average hadron multiplicities in jets initiated by quarks and gluons, respectively. This relationship, which is independent of the number of quark flavors, strongly improves previous treatments by allowing for an exact solution of the evolution equations. So far, such relationships have only been known from supersymmetric QCD.

Демонстрируется новое соотношение [1] между аномальными размерностями после пересуммирования трех старших «дважды логарифмических» вкладов в эволюционных уравнениях Докшицера–Грибова–Липатова–Алтарелли–Паризи (ДГЛАП) для первых моментов Меллина $D_{q,g}(\mu^2)$ кварковой и глюонной функций фрагментации, которые соответствуют средним множественностям адронов в струях, инициированных кварками и глюонами соответственно. Эта зависимость, не обусловленная количеством кварковых ароматов, сильно улучшает предыдущие исследования, позволяя точно решать эволюционные уравнения. До сих пор такие отношения были известны только в рамках суперсимметричных обобщений КХД.

PACS: 12.38.Cy; 12.39.St; 13.66.Bc; 13.87.Fh

[*] E-mail: kotikov@theor.jinr.ru

ФИЗИКА ЭЛЕМЕНТАРНЫХ ЧАСТИЦ И АТОМНОГО ЯДРА
2018. Т. 49. ВЫП. 5. С. 1480–1481

POISSON BRACKETS SYMMETRY FROM THE PENTAGON-WHEEL COCYCLE IN THE GRAPH COMPLEX

R. Buring [1,*], *A. V. Kiselev* [2,**], *N. J. Rutten* [2]

[1] Mathematical Institute, Johannes Gutenberg University of Mainz, Mainz, Germany

[2] Johann Bernoulli Institute for Mathematics & Computer Science, University of Groningen, Groningen, The Netherlands

Kontsevich designed a scheme to generate infinitesimal symmetries $\dot{\mathcal{P}} = \mathcal{Q}(\mathcal{P})$ of Poisson brackets $\mathcal{P}$ on all affine manifolds M^r; every such deformation is encoded by oriented graphs on $n+2$ vertices and $2n$ edges. In particular, these symmetries can be obtained by orienting sums of non-oriented graphs γ on n vertices and $2n-2$ edges. The bi-vector flow $\dot{\mathcal{P}} = O\mathbf{r}(\gamma)(\mathcal{P})$ preserves the space of Poisson structures if γ is a cocycle with respect to the vertex-expanding differential d in the graph complex.

A class of such cocycles $\boldsymbol{\gamma}_{2\ell+1}$ is known to exist: marked by $\ell \in \mathbb{N}$, each of them contains a $(2\ell+1)$-gon wheel with a nonzero coefficient. At $\ell = 1$ the tetrahedron $\boldsymbol{\gamma}_3$ itself is a cocycle; at $\ell = 2$ the Kontsevich–Willwacher pentagon-wheel cocycle $\boldsymbol{\gamma}_5$ consists of two graphs. We reconstruct the symmetry $\mathcal{Q}_5(\mathcal{P}) = O\mathbf{r}(\boldsymbol{\gamma}_5)(\mathcal{P})$ and verify that $\mathcal{Q}_5$ is a Poisson cocycle indeed: $[\![\mathcal{P}, \mathcal{Q}_5(\mathcal{P})]\!] \doteq 0$ via $[\![\mathcal{P}, \mathcal{P}]\!] = 0$.

Концевичем была разработана схема построения инфинитезимальных симметрий $\dot{\mathcal{P}} = \mathcal{Q}(\mathcal{P})$ пространства скобок Пуассона на произвольном аффинном многообразии M^r; всякая такая деформация задается с помощью ориентированных графов, содержащих $n+2$ вершин и $2n$ ребер. В частности, эти симметрии можно получать, ориентируя суммы неориентированных графов γ с n вершинами и $2n-2$ ребрами в каждом. Поток на пространстве бивекторов $\dot{\mathcal{P}} = O\mathbf{r}(\gamma)(\mathcal{P})$ сохраняет множество пуассоновых структур, если γ — коцикл в комплексе графов относительно дифференциала d, поочередно преобразующего вершины в ребра.

Известно, что существует по крайней мере один бесконечный набор таких коциклов $\boldsymbol{\gamma}_{2\ell+1}$; при произвольном натуральном $\ell \in \mathbb{N}$ соответствующий коцикл содержит $(2\ell+1)$-угольное колесо с ненулевым числовым коэффициентом. При $\ell = 1$ тетраэдр $\boldsymbol{\gamma}_3$ сам оказывается коциклом; если $\ell = 2$, указанный Концевичем и Вильвахером

*E-mail: rburing@uni-mainz.de
**E-mail: A.V.Kiselev@rug.nl

коцикл $\boldsymbol{\gamma}_5$ с пятиугольным колесом состоит из двух графов. В настоящей работе построена симметрия $\mathcal{Q}_5(\mathcal{P}) = O\mathbf{r}(\boldsymbol{\gamma}_5)(\mathcal{P})$ и проверено, что инфинитезимальная деформация $\mathcal{Q}_5$ действительно является пуассоновым коциклом: условие $[\![\mathcal{P}, \mathcal{Q}_5(\mathcal{P})]\!] \doteq 0$ выполнено в силу $[\![\mathcal{P}, \mathcal{P}]\!] = 0$.

PACS: 21.10.Ox

ФИЗИКА ЭЛЕМЕНТАРНЫХ ЧАСТИЦ И АТОМНОГО ЯДРА
2018. Т. 49. ВЫП. 5. С. 1482

WALLS OF NONLINEAR SIGMA MODELS ON $SO(2N)/U(N)$ with $N > 3$

B.-H. Lee [1,*], *C. Park* [2,3**], *Su. Shin* [3,***]

[1] Sogang University, Seoul

[2] Pohang University of Science and Technology, Pohang, Korea

[3] Asia Pacific Center for Theoretical Physics, Pohang, Korea

We study walls of mass-deformed Kähler nonlinear sigma models on $SO(2N)/U(N)$. The talk was based on [1].

Изучаются стенки деформированных по массе келеровых нелинейных сигма-моделей на $SO(2N)/U(N)$.

PACS: 03.65.Fd

*E-mail: bhl@sogang.ac.kr

**E-mail: chanyong.park@apctp.org

***E-mail: unyoung.shin@apctp.org

ФИЗИКА ЭЛЕМЕНТАРНЫХ ЧАСТИЦ И АТОМНОГО ЯДРА
2018. Т. 49. ВЫП. 5. С. 1483

PROCA PARTICLE IN RIEMANNIAN SPACETIMES

A. J. Silenko *

Research Institute for Nuclear Problems, Belarussian State University, Minsk

Joint Institute for Nuclear Research, Dubna

Relativistic quantum-mechanical description of electromagnetic, inertial, and gravitational interactions of a Proca (spin-1) particle is presented. Covariant equations defining electromagnetic interactions of a Proca particle with the anomalous magnetic and electric dipole moments in Riemannian spacetimes are formulated. The relativistic Foldy–Wouthuysen transformation with allowance for only terms proportional to the zero power of the Planck constant is performed as an example. The Hamiltonian obtained agrees with the corresponding Hamiltonians derived for scalar and Dirac particles and with their classical counterpart.

Представлено релятивистское квантово-механическое описание электромагнитного, инерциального и гравитационного взаимодействия частицы Прока (со спином 1). Сформулированы ковариантные уравнения для частицы Прока с аномальным магнитным и электрическим дипольным моментами, определяющие ее электромагнитное взаимодействие в римановом пространстве-времени. В качестве примера проведено релятивистское преобразование Фолди–Ваутхайзена с учетом только слагаемых, пропорциональных нулевой степени постоянной Планка. Полученный гамильтониан согласуется с соответствующими гамильтонианами, выведенными для скалярных и дираковских частиц, и с их классическими аналогами.

PACS: 04.62.+v; 03.65.Pm; 04.20.Cv; 11.10.Ef

*E-mail: alsilenko@mail.ru

ФИЗИКА ЭЛЕМЕНТАРНЫХ ЧАСТИЦ И АТОМНОГО ЯДРА
2018. Т. 49. ВЫП. 5. С. 1484

MAGNETIZED SOLUTIONS IN MINIMAL GAUGED SUPERGRAVITY

J. L. Blázquez-Salcedo *

Institut für Physik, Universität Oldenburg, Oldenburg, Germany

We present new black hole solutions in five-dimensional Einstein–Maxwell–Chern–Simons theory with a negative cosmological constant. They rotate with two equal-magnitude angular momenta and they are electrically charged. In addition, they possess a non-vanishing magnetic potential at infinity, where they approach asymptotically a global AdS_5 space-time. We investigate some of their properties, and we show that these black holes possess a regular extremal limit, and under some additional conditions, a regular solitonic limit as well.

Представлены новые решения черных дыр в пятимерной теории Эйнштейна–Максвелла–Черна–Саймонса с отрицательной космологической постоянной. Они вращаются с равными угловыми моментами и электрически заряжены. Кроме того, они обладают ненулевым магнитным потенциалом на бесконечности, где асимптотически приближаются к AdS_5 пространству-времени. Исследуются некоторые их свойства. Показано, что эти черные дыры обладают регулярным экстремальным пределом, а при некоторых дополнительных условиях — также регулярным солитонным пределом.

PACS: 04.65.+e

*E-mail: jose.blazquez.salcedo@uni-oldenburg.de

ФИЗИКА ЭЛЕМЕНТАРНЫХ ЧАСТИЦ И АТОМНОГО ЯДРА
2018. Т. 49. ВЫП. 5. С. 1485

NESTED BETHE ANSATZ FOR RTT ALGEBRAS OF $sp(2n)$ TYPE

*Č. Burdík**, *O. Navrátil***

Czech Technical Unisersity in Prague, Prague

We study the highest weight representations of the RTT algebras for the R-matrix of $sp(2n)$ type by the nested algebraic Bethe ansatz. For special representations these models were solved by Reshetikhin and by Martins and Ramos.

Изучены представления высшего веса RTT-алгебр для R-матрицы типа $sp(2n)$ при помощи алгебраического анзаца Бете. Для специальных представлений эти модели были решены Решетихиным и Мартинсом и Рамосом.

PACS: 03.65.Fd

*E-mail: burdices@kmlinux.fjfi.cvut.cz
**E-mail: navraond.fd.cvut.cz

ФИЗИКА ЭЛЕМЕНТАРНЫХ ЧАСТИЦ И АТОМНОГО ЯДРА
2018. Т. 49. ВЫП. 5. С. 1486

ONE-LOOP DIVERGENCES IN THE SIX-DIMENSIONAL $\mathcal{N} = (1,0)$ SUPERSYMMETRIC YANG–MILLS THEORY

B. S. Merzlikin *

Tomsk State Pedagogical University, Tomsk, Russia

We consider six-dimensional $\mathcal{N} = (1,0)$ supersymmetric Yang–Mills theory with hypermultiplets, which is formulated in $\mathcal{N} = (1,0)$ harmonic superspace. We use the supergraph technique to study the one-loop divergences in the theory.

Рассматривается шестимерная $\mathcal{N} = (1,0)$ суперсимметричная теория Янга–Миллса, сформулированная в $\mathcal{N} = (1,0)$ гармоническом суперпространстве. С использованием техники суперграфов изучаются однопетлевые расходимости в теории.

PACS: 12.10.-g; 12.15.-y

*E-mail: merzlikin@tspu.edu.ru

ФИЗИКА ЭЛЕМЕНТАРНЫХ ЧАСТИЦ И АТОМНОГО ЯДРА
2018. Т. 49. ВЫП. 5. С. 1487

ON LAGRANGIAN CONSTRUCTION OF MASSIVE HIGHER SPINS SUPERMULTIPLETS IN 3D AdS

T. V. Snegirev *

Tomsk State Pedagogical University, Tomsk, Russia
Tomsk Polytechnic University, Tomsk, Russia

We give the component Lagrangian construction of the on-shell $\mathcal{N} = 1$ massive higher spin supermultiplets in three-dimensional (3D) anti de Sitter (AdS) space. The approach is based on the frame-like gauge invariant formulation, where massive higher spin fields are realized through a system of massless ones. We construct massive supermultiplets using a formulation of the massive fields in terms of the set of gauge invariant objects (curvatures) in the process of their consistent supersymmetric deformation.

Дается компонентная лагранжева формулировка на массовой оболочке массивных $\mathcal{N} = 1$ супермультиплетов высших спинов в трехмерном (3D) пространстве анти-де Ситтера (AdS). Построение основано на реперной калибровочно-инвариантной формулировке, в которой массивные поля реализуются через систему безмассовых полей. Массивные супермультиплеты построены в терминах калибровочно-инвариантных кривизн в процессе их согласованной деформации суперсимметричным образом.

PACS: 11.10.-z; 11.15.-q

* E-mail: snegirev@tspu.edu.ru

ФИЗИКА ЭЛЕМЕНТАРНЫХ ЧАСТИЦ И АТОМНОГО ЯДРА
2018. Т. 49. ВЫП. 5. С. 1488

DIFFERENTIAL INVARIANTS AND REALIZATIONS OF THE DEFORMED SMALLEST GALILEI ALGEBRA

M. Nesterenko [1,2,*], *S. Pošta* [2,**]

[1] Institute of Mathematics of NAS of Ukraine, Kyiv

[2] Czech Technical University in Prague, Prague

Deformations of the smallest Galilei algebra are constructed, and deformed algebras are realized by Lie vector fields. For these realizations, bases of differential invariants and operators of invariant differentiation are constructed in the case of two dependent and one independent variables.

Построены деформации наименьшей алгебры Галилея и их реализации векторными полями Ли. Для полученных реализаций найдены базисы дифференциальных инвариантов и операторы инвариантного дифференцирования в случае одной независимой и двух зависимых переменных.

PACS: 02.20.Sv; 02.30.Jr

*E-mail: maryna@imath.kiev.ua
**E-mail: severin.posta@fjfi.cvut.cz

ФИЗИКА ЭЛЕМЕНТАРНЫХ ЧАСТИЦ И АТОМНОГО ЯДРА
2018. Т. 49. ВЫП. 5. С. 1489

CONSTRAINED BRST-BFV AND BRST-BV LAGRANGIANS FOR HALF-INTEGER HS FIELDS ON $R^{1,\,d-1}$

A. A. Reshetnyak[*]

Institute of Strength Physics and Materials Science, Tomsk, Russia

Gauge-invariant Lagrangian descriptions of half-integer higher-spin mixed-symmetric massless representations of the Poincare group with off-shell algebraic constraints are constructed within a metric-like formulation on the basis of a suggested constrained BRST approach. A gauge-invariant Fang–Fronsdal Lagrangian from the constrained BRST formulation is produced entirely in terms of the initial triple gamma-traceless spin-tensor field $\Psi_{(\mu)_n}$ with gamma-traceless gauge parameter. The triplet and quartet formulations are derived. The minimal (un)constrained BRST-BV actions for above formulations are obtained from proposed constrained BRST-BV approach.

На основе предложенного подхода БРСТ со связями построены калибровочно-инвариантные лагранжевы описания для безмассовых смешанно-симметричных представлений группы Пуанкаре полуцелого высшего спина с алгебраическими нединамическими связями. Калибровочно-инвариантный лагранжиан Фэнга–Фронсдала воспроизведен из лагранжевой БРСТ-формулировки со связями в терминах трижды гамма-бесследового спин-тензорного поля $\Psi_{(\mu)_n}$ с гамма-бесследовым калибровочным параметром. Выведены триплетная и квартетная формулировки. Минимальные БРСТ-БВ-действия как без, так и со связями для полученных выше лагранжианов выведены из предложенного подхода БРСТ-БВ со связями.

PACS: 11.10.-z

[*]E-mail: reshet@ispms.tsc.ru

ФИЗИКА ЭЛЕМЕНТАРНЫХ ЧАСТИЦ И АТОМНОГО ЯДРА
2018. Т. 49. ВЫП. 5. С. 1490

SUPERSYMMETRIC BAG MODEL FOR UNIFICATION OF GRAVITY WITH SPINNING PARTICLES

A. Burinskii *

Nuclear Safety Institute of RAS, Moscow

Kerr's gravitational field of the spinning particles deforms metric topologically on the Compton distance. We show that supersymmetry resolves a sharp conflict of quantum theory with gravity, forming a SuperBag as a nonperturbative solution of the supersymmetric Higgs model, in which the flat quantum interior of the bag is separated by domain wall from external Kerr–Newman gravity.

Как известно, для элементарных частиц типичное значение отношения спин/масса оказывается чрезвычайно большим (20–22 порядка в безразмерных единицах). При этом гравитационное поле Керра с параметрами электрона изменяет топологию пространства на комптоновском расстоянии $L_c \approx 10^{-11}$ см, т. е. вплотную к зоне действия квантовой теории. Мы показываем, что возникающий острый конфликт гравитации с квантовой теорией может быть разрешен в модели «супермешка» — непертурбативного решения суперсимметричной модели Хиггса, в которой внешнее гравитационное поле Керра–Ньюмена отделяется доменной стенкой от плоского внутреннего пространства, рассматриваемого как зона действия квантовой теории.

PACS: 04.65.+e; 11.25.Sq

*E-mail: bur@ibrae.ac.ru

ФИЗИКА ЭЛЕМЕНТАРНЫХ ЧАСТИЦ И АТОМНОГО ЯДРА
2018. Т. 49. ВЫП. 5. С. 1491

SUPERSYMMETRIC DYNAMICS AND ZETA FUNCTIONS

N. Makhaldiani *

Joint Institute for Nuclear Research, Dubna

I consider boson, fermion, and super oscillators, (statistical) mechanism of cosmological constant, finite approximation of the zeta function and fermion factorization of the bosonic statistical sum.

Рассматриваются бозон, фермион и суперосцилляторы, (статистический) механизм космологической постоянной, конечная аппроксимация зета-функции и фермионная факторизация бозонной статистической суммы.

PACS: 11.30.Pb; 03.65.Yz

*E-mail: mnv@jinr.ru

ФИЗИКА ЭЛЕМЕНТАРНЫХ ЧАСТИЦ И АТОМНОГО ЯДРА
2018. Т. 49. ВЫП. 5. С. 1492

SIGMA MODELS WITH COMPLEX, GRADED AND η-DEFORMED TARGET SPACES

D. Bykov [1,2,3,*]

[1] Steklov Mathematical Institute of RAS, Moscow

[2] Arnold Sommerfeld Center for Theoretical Physics, Ludwig-Maximilians-Universität München, München, Germany

[3] Max-Planck-Institut für Gravitationsphysik, Albert-Einstein-Institut, Potsdam-Golm, Germany

I describe a class of two-dimensional σ-models with complex homogeneous target spaces, whose equations of motion admit zero-curvature representations. I point out the relation to models with $\mathbb{Z}_m$-graded target spaces and to the so-called η-deformed models.

Описан класс двумерных σ-моделей с комплексными однородными таргетными пространствами, уравнения движения которых допускают представления нулевой кривизны. Отмечена связь с моделями с $\mathbb{Z}_m$-градуированными таргетными пространствами и с так называемыми η-деформированными моделями.

PACS: 11.10.-z; 04.50.-h; 12.10.-g

*E-mail: dbykov@mi.ras.ru

ФИЗИКА ЭЛЕМЕНТАРНЫХ ЧАСТИЦ И АТОМНОГО ЯДРА
2018. Т. 49. ВЫП. 5. С. 1493

NSVZ RELATION AND THE DIMENSIONAL REDUCTION IN $\mathcal{N} = 1$ SQED

S. S. Aleshin *

Institute for Information Transmission Problems of RAS, Moscow, Russia

It is known that factorization of the β-function loop integrals into integrals of double total derivatives is an important ingredient needed for deriving the NSVZ relation by direct perturbative calculations in $\mathcal{N} = 1$ SQED regularized by the higher derivatives. It allows one to relate the β-function and the anomalous dimension of the matter superfields defined in terms of the bare coupling constant. In this work we find the analog of this result in the case of using dimensional reduction regularization in the lowest orders. However, we demonstrate that in this case the NSVZ relation is not satisfied for the RG functions defined in terms of the bare coupling constant. Nevertheless, it is possible to impose boundary conditions on the renormalization constants determining the NSVZ scheme in the three-loop order for the RG functions defined in terms of the renormalized coupling constant.

Известно, что факторизация петлевых интегралов, определяющих бета-функцию в интегралы от двойных полных производных, является ключевым фактором в пертурбативном механизме генерации NSVZ-соотношения $\mathcal{N} = 1$ суперсимметричной квантовой электродинамики, регуляризованной высшими производными. Данное свойство позволяет связать бета-функцию и аномальную размерность суперполей материи, выраженных в терминах голой константы связи. В данной работе в низших порядках теории возмущений найден аналог такого результата для теории регуляризованной размерной редукции. Оказалось, что в данном случае NSVZ-соотношение не выполняется для ренормгрупповых функций, выраженных в терминах голой константы связи. Тем не менее были найдены граничные условия на константы перенормировки, определяющие NSVZ-схему в третьем порядке теории возмущений для ренормгрупповых функций, выраженных в терминах перенормированной константы связи.

PACS: 12.20.-m; 12.60.Jv

*E-mail: aless2001@mail.ru

ФИЗИКА ЭЛЕМЕНТАРНЫХ ЧАСТИЦ И АТОМНОГО ЯДРА
2018. Т. 49. ВЫП. 5. С. 1494

ON THE APPLICATION OF THE METHOD OF INDUCED REPRESENTATIONS TO THE CONFORMAL GROUP

I. Kharuk *

Moscow Institute of Physics and Technology (State University), Dolgoprudny, Russia
Institute for Nuclear Research of RAS, Moscow

The method of induced representations is applied to the conformal group. By its means, it is shown that the coset space to be used within the coset space technique for the construction of conformally invariant theories must include the “Nambu–Goldstone fields” for special conformal transformations. They turn out to be non-dynamical fields whose dependence on the coordinates is fixed by the symmetries.

Обсуждается применение метода индуцированных представлений к конформной группе. При его помощи показано, что смежный класс, используемый для построения конформно-инвариантных лагранжианов в рамках конструкции смежных классов, должен включать в себя «намбу-голдстоуновские поля» для специальных конформных преобразований. Данные поля оказываются нединамическими степенями свободы, чья зависимость от координат однозначно фиксирована симметриями.

PACS: 11.25.Hf

* E-mail: ivan.kharuk@phystech.edu