

КОРРЕЛЯЦИИ МЕЖДУ СВОЙСТВАМИ ЯДЕРНОЙ МАТЕРИИ И ХАРАКТЕРИСТИКАМИ НЕЙТРОННЫХ ЗВЕЗД

*С. А. Михеев*¹, *Д. Е. Ланской*¹, *Т. Ю. Третьякова*^{1,2,*}

¹ Московский государственный университет им. М. В. Ломоносова, Москва

² Научно-исследовательский институт ядерной физики им. Д. В. Скобельцына
Московского государственного университета им. М. В. Ломоносова, Москва

Мы исследуем корреляции между характеристиками уравнения состояния ядерной материи и свойствами нейтронных звезд. Наиболее сильное влияние на характеристики нейтронных звезд оказывают первая, вторая и третья производные энергии симметрии ядерной материи по плотности, в то время как влияние несжимаемости материи заметно меньше.

We investigate the correlations between the characteristics of the equation of state of nuclear matter and the properties of neutron stars. The strongest influence on the characteristics of neutron stars is exerted by the first, second and third derivatives of the symmetry energy of nuclear matter with respect to density, while the influence of the incompressibility of matter is much less.

PACS: 21.65.+f; 26.60.+c

ВВЕДЕНИЕ

Нейтронные звезды (НЗ) — гидростатически равновесные звезды, вещество которых состоит в основном из нейтронов и имеет плотность порядка ядерной. Среди нейтронных звезд с надежно измеренными массами большинство попадает в интервал от 1,3 до 1,5 масс Солнца (M_{\odot}). Теоретические расчеты указывают на возможность существования нейтронных звезд с массами от $0,1M_{\odot}$, хотя нейтронные звезды со столь малыми массами до настоящего времени не наблюдались. Что касается верхнего предела, различные модели дают различные результаты, но в большинстве расчетов максимально возможная масса не превышает или слегка превышает $2M_{\odot}$. За последние годы наши знания о нейтронных звездах значительно продвинулись: были открыты звезды с большими массами [1–4], измерены радиусы многих нейтронных звезд [5], а также наблюдались гравитационные сигналы от слияния двух нейтронных звезд [6].

* E-mail: tretyakova@sinp.msu.ru

В работах многих авторов обсуждается взаимосвязь между характеристиками ядерной материи и свойствами нейтронных звезд. В этой работе мы хотим поставить изучение такой взаимосвязи на количественную основу путем расчета корреляционного коэффициента Пирсона для корреляций между свойствами ядерной материи и характеристиками нейтронных звезд.

В данной работе в качестве модели используется модель Скирма — самосогласованная нерелятивистская модель среднего поля для описания структуры ядерной материи. Отличительной особенностью взаимодействия Скирма является то, что оно построено с помощью δ -сил, согласующихся со свойствами ядерных систем. Такой подход позволяет упростить решение системы уравнений в методе Хартри–Фока. При этом взаимодействие Скирма включает в себя набор параметров, которые подбираются исходя из эмпирических данных об основных состояниях конечных ядер и характеристиках ядерной материи. Существует значительное число различных параметризаций, которые удовлетворительно описывают характеристики атомных ядер, но при этом могут кардинально по-разному вести себя при больших плотностях [7, 8].

Известно, что при плотностях, в несколько раз превышающих плотность насыщения ядерной материи, в материи НЗ могут возникать гипероны. В настоящей работе мы не учитываем гиперонные степени свободы. Естественным образом гиперон-нуклонное (и тем более гиперон-гиперонное) взаимодействие известно значительно хуже, чем нуклон-нуклонное, и даже плотность, при которой гипероны появляются, весьма сложным образом зависит от свойств нуклон-нуклонных и гиперон-нуклонных сил [9]. Учитывая лишь нуклонные и лептонные степени свободы, мы стремимся установить наиболее надежные закономерности.

1. ПОТЕНЦИАЛ СКИРМА

Стандартная форма потенциала эффективного взаимодействия Скирма выглядит следующим образом [10]:

$$V(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2) = t_0(1 + x_0 P_\sigma)\delta(\mathbf{r}) + \frac{1}{2}t_1(1 + x_1 P_\sigma)[\mathbf{P}'^2\delta(\mathbf{r}) + \delta(\mathbf{r})\mathbf{P}^2] + \\ + t_2(1 + x_2 P_\sigma)\mathbf{P}'\delta(\mathbf{r})\mathbf{P} + \frac{1}{6}t_3(1 + x_3 P_\sigma)[\rho(\mathbf{r})]^\alpha\delta(\mathbf{r}) + \\ + iW_0\boldsymbol{\sigma}[\mathbf{P}' \times \delta(\mathbf{r})\mathbf{P}] = v_0 + v_1 + v_2 + v_3 + v_4, \quad (1)$$

где σ_1 и σ_2 — спины нуклонов, $\boldsymbol{\sigma} = \boldsymbol{\sigma}_1 + \boldsymbol{\sigma}_2$; $\mathbf{r} = \mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2$, $\mathbf{R} = (1/2)(\mathbf{r}_1 + \mathbf{r}_2)$, $\mathbf{P} = (1/(2i))(\nabla_1 - \nabla_2)$ — оператор импульса относительного движения, действующий на правую обкладку матричного элемента, а \mathbf{P}' — на левую; $P_\sigma = (1/2)(1 + \boldsymbol{\sigma}_1\boldsymbol{\sigma}_2)$ — спиновый обменный оператор. Слагаемое v_0 отвечает центральному силам, v_1 и v_2 — нелокальные члены, v_3 —

член, зависящий от плотности, v_4 — спин-орбитальный член, который не дает вклада в характеристики бесконечной однородной материи.

Основываясь на этом потенциале, можно рассчитать характеристики ядерной материи.

2. БЕСКОНЕЧНАЯ ЯДЕРНАЯ МАТЕРИЯ

В работе рассматривается материя нейтронных звезд, состоящая из протонов, нейтронов, мюонов и электронов, находящаяся в химическом равновесии относительно процессов

$$n \longleftrightarrow p + e^- \longleftrightarrow p + \mu^-.$$

Состояние химического равновесия определяется следующей системой уравнений для химических потенциалов:

$$\begin{cases} \mu_p + \mu_e = \mu_n, \\ \mu_\mu = \mu_e. \end{cases} \quad (2)$$

Выражение для энергии на нуклон, согласно [11], имеет вид

$$\begin{aligned} \varepsilon(Y_p, n) = \frac{E}{A}(Y_p, n) = & \frac{3}{5} \frac{\hbar^2}{2m} \left(\frac{3\pi^2}{2} \right)^{2/3} n^{2/3} F_{5/3} + \\ & + \frac{1}{8} t_0 n [2(x_0 + 2) - (2x_0 + 1)F_2] + \frac{1}{48} t_3 n^{\alpha+1} [2(x_3 + 2) - (2x_3 + 1)F_2] + \\ & + \frac{3}{40} \left(\frac{3\pi^2}{2} \right) n^{5/3} \left[[t_1(x_1 + 2) + t_2(x_2 + 2)]F_{5/3} + \right. \\ & \left. + \frac{1}{2} [t_2(2x_2 + 1) - t_1(2x_1 + 1)]F_{8/3} \right], \quad (3) \end{aligned}$$

где фактор асимметрии

$$F_m(Y_p) = 2^{m-1} [Y_p^m + (1 - Y_p)^m],$$

$Y_p = N_p / (N_n + N_p)$ — протонная заселенность, а n — барионная плотность материи.

Энергия симметрии a_s и ее производные L , K_{sym} и Q_{sym} определяются следующим образом:

$$a_s = \frac{1}{8} \frac{\partial^2 \varepsilon}{\partial Y_p^2} \Big|_{Y_p=1/2}, \quad (4)$$

$$L = 3n_0 \left(\frac{\partial a_s}{\partial n} \right)_{n=n_0}, \quad (5)$$

$$K_{\text{sym}} = 9n_0^2 \left(\frac{\partial^2 a_s}{\partial n^2} \right)_{n=n_0}, \quad (6)$$

$$Q_{\text{sym}} = 27n_0^3 \left(\frac{\partial^3 a_s}{\partial n^3} \right)_{n=n_0}. \quad (7)$$

Здесь n_0 — плотность насыщения симметричной ($Y_p = 0,5$) ядерной материи. Эмпирическое значение плотности насыщения для тяжелых ядер:

$$n_0 = (0,16 \pm 0,005) \text{ фм}^{-3}.$$

Несжимаемость симметричной ядерной материи:

$$K_\infty = 9n^2 \frac{\partial^2 \varepsilon}{\partial n^2}. \quad (8)$$

Величина $K_{\tau,v}$ описывает изоспиновую зависимость несжимаемости при плотности насыщения:

$$K_{\tau,v} = \left(K_{\text{sym}} - 6L - \frac{Q_0}{K_0} L \right), \quad (9)$$

где K_0 и Q_0 — значения второй и третьей производных плотности энергии симметричной ядерной материи в точке насыщения [7].

Полная плотность энергии барионной материи включает в себя вклады нуклонов и лептонов [11]:

$$\varepsilon(n_e, n_p, n_n, n_\mu) = n\varepsilon + n_n m_n c^2 + n_p m_p c^2 + \varepsilon_e(n_e) + \varepsilon_\mu(n_\mu). \quad (10)$$

Здесь $n = n_n + n_p$, а ε_μ и ε_e — вклад мюонов и электронов соответственно. Таким образом, уравнение состояния материи определяется двумя соотношениями для массовой плотности материи и давления:

$$\rho(n) = \frac{\varepsilon(n)}{c^2}, \quad P(n) = n^2 \frac{d\varepsilon}{dn}. \quad (11)$$

3. ХАРАКТЕРИСТИКИ НЕЙТРОННЫХ ЗВЕЗД

Для построения модели нейтронной звезды мы проводим численное интегрирование уравнения Толмана–Оппенгеймера–Волкова [12, 13]:

$$\frac{dP}{dr} = \frac{G}{r^2} \frac{[\rho(r) + P(r)/c^2][m(r) + (4\pi r^3 P(r)/c^2)]}{1 - (2Gm(r)/rc^2)}, \quad (12)$$

$$\frac{dm}{dr} = 4\pi r^2 \rho(r), \quad (13)$$

где G — гравитационная постоянная, а плотность материи и давление определяются соотношениями (11). Величина $m(r)$ может быть интер-

претирована как масса, находящаяся внутри сферы радиуса r , а полная масса звезды вычисляется как

$$M = \int_0^R 4\pi r^2 \rho dr, \quad (14)$$

где R — радиус нейтронной звезды — радиальная координата, при которой плотность обращается в нуль.

Уравнение Толмана–Оппенгеймера–Волкова является дифференциальным уравнением первого порядка, и его решение содержит одну произвольную константу, в качестве которой выбирается плотность в центре нейтронной звезды. При задании уравнения состояния материи нейтронной звезды это уравнение полностью определяет совокупность возможных масс и радиусов нейтронных звезд.

Общее число барионов в звезде определяется следующим образом:

$$A = \int_0^R \frac{4\pi r^2 n dr}{1 - (2Gm(r)/rc^2)^{1/2}}. \quad (15)$$

В данной работе рассматриваются такие характеристики нейтронных звезд, как максимальная масса M_{\max} и соответствующие ей максимальная центральная плотность $n_c = n(M_{\max})$, радиус $R(M_{\max})$ и число барионов $A(M_{\max})$, а также центральная плотность, радиус и число барионов, при которых звезда достигает наиболее распространенной массы в $1,4M_{\odot}$ ($n(1,4M_{\odot})$, $R(1,4M_{\odot})$, $A(1,4M_{\odot})$).

РЕЗУЛЬТАТЫ

Ранее взаимосвязь между свойствами ядерной материи и некоторыми характеристиками нейтронных звезд была рассмотрена в работе [14]. Авторы использовали свыше 80 различных параметризаций скирмовского типа уравнения состояния ядерной материи, уделяя особое внимание зависимости энергии симметрии от плотности, предсказываемой этими параметризациями. Некоторые параметризации дают монотонный рост энергии симметрии с плотностью, в других же энергия симметрии достигает максимума при некотором значении $\rho > \rho_0$, а затем начинает убывать. Было показано, что в первом случае доли протонов и нейтронов в материи НЗ постепенно приближаются друг к другу в согласии с большим количеством предшествующих работ, но во втором случае протоны могут исчезнуть при больших плотностях, и материя становится чисто нейтронной. На рис. 1 на примере параметризаций SkO [15] и SkX [16] показаны примеры зависимости энергии симметрии от плотности и соответствующих зависимостей протонных и лептонных заселенностей для двух групп взаимодействий. Также в работе [14] отмечается, что только

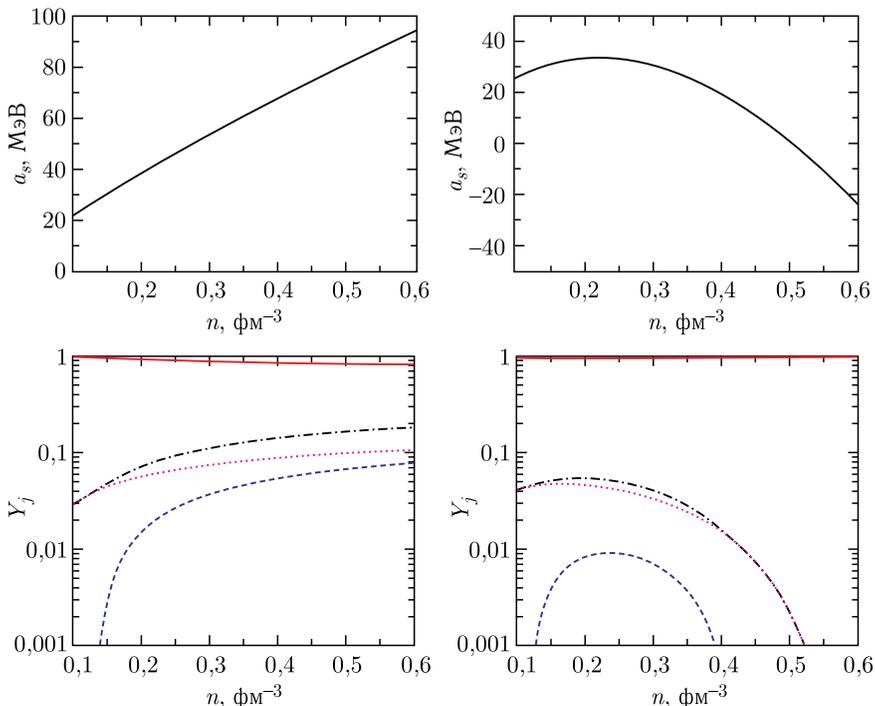


Рис. 1. Зависимость энергии симметрии a_s и заселенностей Y_j от плотности n для параметризаций SkO (слева) и SkX (справа). На нижних рисунках: сплошная кривая — заселенность нейтронов Y_n ; штрихпунктирная — заселенность протонов Y_p ; штриховая — заселенность мюонов Y_μ и пунктирная — заселенность электронов Y_e .

взаимодействия первой группы позволяют удовлетворительно описать экспериментальные оценки масс и радиусов нейтронных звезд, в связи с чем данная группа параметров признана наиболее реалистичной. Однако в дальнейшем в работе [7] был проведен анализ 240 наборов параметров Скирма на основе развернутого набора критериев и в состав отобранных параметризаций также вошли взаимодействия, предсказывающие наличие максимума в зависимости энергии симметрии от плотности.

В ходе нашей работы протестированы 42 различные параметризации Скирма, включая взаимодействия, отобранные в работе [7], при этом использовались только те наборы параметров, которые удовлетворяют стандартному виду потенциала Скирма. Для выбранных взаимодействий рассчитаны зависимости массы от радиуса НЗ и рассмотрены корреляции этих характеристик с характеристиками ядерной материи. Что касается параметризаций второй группы, отобраны только те наборы параметров, для которых прогнозируемая максимальная масса нейтронной звезды

Коэффициенты корреляции Пирсона между свойствами ядерной материи и характеристиками нейтронных звезд

Параметр	$n(1,4M_{\odot})$	$R(1,4M_{\odot})$	$A(1,4M_{\odot})$	$n(M_{\max})$	M_{\max}	$R(M_{\max})$
E_0	0,18	-0,09	0,30	0,24	-0,30	-0,49
K_{∞}	-0,46	0,55	-0,62	-0,63	0,64	0,58
a_s	-0,35	0,39	-0,52	-0,38	0,29	0,65
L	-0,63	0,82	-0,76	-0,68	0,53	0,72
K_{sym}	-0,73	0,88	-0,72	-0,76	0,65	0,75
Q_{sym}	0,45	-0,71	0,66	0,51	-0,33	-0,46
$K_{\tau,v}$	0,34	-0,55	0,71	0,48	-0,33	-0,52
m^*	0,28	-0,37	0,31	0,43	-0,48	-0,29

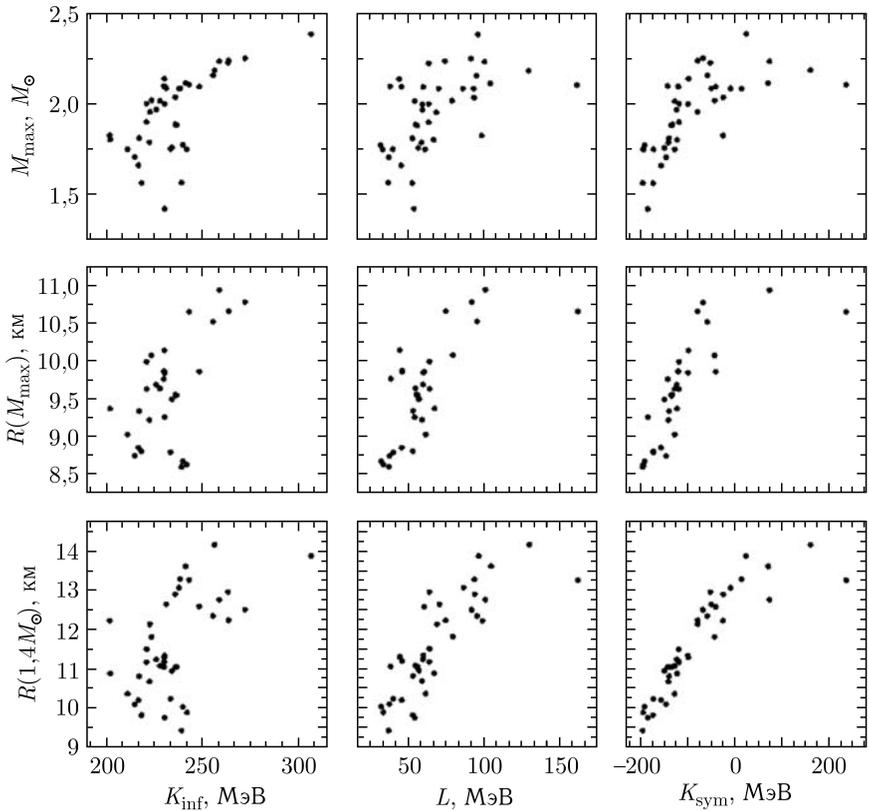


Рис. 2. Корреляции между характеристиками нейтронных звезд (максимальная масса и соответствующий ей радиус (M_{\max} , $R(M_{\max})$)) и радиус при массе в 1,4 массы Солнца ($R(1,4M_{\odot})$)) и свойствами ядерной материи (несжимаемость (K_{∞}) и производные от энергии симметрии (L и K_{sym}))

превосходит массу в $1,4M_{\odot}$. Также в целях максимально объективной оценки величины корреляций использовалось минимальное количество параметризаций, относящихся к одному семейству.

Для численной оценки величины корреляций мы использовали коэффициент корреляции Пирсона. Значение коэффициента может варьироваться от 1 до -1 и определяет величину линейной корреляции между двумя величинами, при этом знак указывает на наличие прямой или обратной зависимости. В таблице представлены коэффициенты Пирсона для корреляций между различными характеристиками материи и нейтронных звезд. Наиболее сильные корреляции наблюдаются между характеристиками нейтронных звезд и характеристиками материи, зависящими от изоспиновой асимметрии (L и K_{sym}). Также наблюдаются существенно меньшие корреляции для несжимаемости (K_{∞}) и эффективной массы (m^*). Взаимосвязь между L , K_{∞} , K_{sym} и характеристиками нейтронных звезд проиллюстрирована на рис. 2.

Все реалистические уравнения состояния согласуются с энергией и плотностью насыщения симметричной ядерной материи. Однако характеристики нейтронных звезд сильно зависят от поведения уравнения состояния при больших плотностях. Обычно мягкость или жесткость уравнения состояния ассоциируется с несжимаемостью симметричной ядерной материи K_{∞} . Однако материя нейтронной звезды далека от изоспиновой симметрии ($Y_p = 0,5$). Хорошо известно, что сильное влияние на характеристики НЗ оказывает производная энергии симметрии L . Обращает на себя внимание то, что из других характеристик наибольшая роль принадлежит K_{sym} и Q_{sym} — величинам, определяющим наряду с L

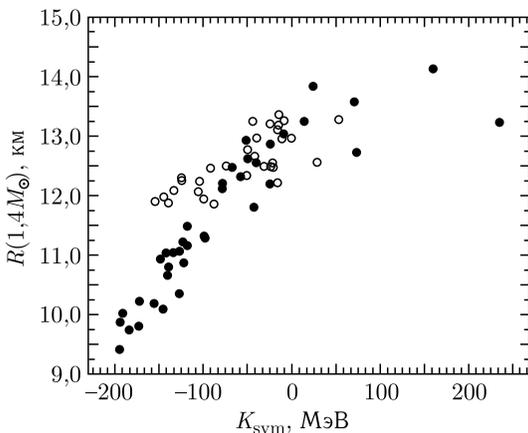


Рис. 3. Корреляции между радиусом нейтронной звезды при массе в 1,4 массы Солнца $R(1,4M_{\odot})$ и второй производной от энергии симметрии K_{sym} для расчетов с использованием релятивистской модели среднего поля (светлые значки) и параметризаций Скирма (темные значки)

зависимость энергии симметрии от плотности, в то время как влияние K_∞ слабее. Последняя величина лишь косвенно связана с жесткостью уравнения состояния материи нейтронных звезд.

Мы рассмотрели также результаты некоторых вычислений характеристик нейтронных звезд в релятивистской теории среднего поля [17]. На рис. 3 показаны корреляции между радиусом нейтронной звезды при массе в $1,4M_\odot$ и второй производной от энергии симметрии K_{sym} для расчетов релятивистской теории среднего поля и параметризаций Скирмы. Видно, что корреляции в обоих подходах носят схожий характер. Это указывает на то, что установленные взаимосвязи являются модельно-независимыми и отражают объективные физические закономерности.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Quaintrell H., Norton A.J., Ash T.D.C., Roche P., Willems B., Bedding T.R., Baldry I.K., Fender R.P.* The Mass of the Neutron Star in Vela X-1 and Tidally Induced Non-Radial Oscillations in GP Vel // *Astron. Astrophys.* 2003. V. 401. P. 313–323.
2. *Demorest P., Pennucci T., Ransom S., Roberts M.S.E., Hessels J.W.T.* A Two-Solar-Mass Neutron Star Measured Using Shapiro Delay // *Nature.* 2010. V. 467. P. 1081–1083.
3. *Lynch R.S. et al.* The Green Bank Telescope 350 MHz Drift-Scan Survey II: Data Analysis and the Timing of 10 New Pulsars, Including a Relativistic Binary // *Astrophys. J.* 2013. V. 763. P. 81.
4. *Cromartie H.T., Fonseca E., Ransom S.M. et al.* Relativistic Shapiro Delay Measurements of an Extremely Massive Millisecond Pulsar // *Nat. Astron.* 2020. V. 4. P. 72–76.
5. *Lattimer J.M., Prakash M.* The Equation of State of Hot, Dense Matter and Neutron Stars // *Phys. Rep.* 2016. V. 621. P. 127–164.
6. *Baiotti L., Rezzolla L.* Binary Neutron Star Mergers: A Review of Einstein's Richest Laboratory // *Rept. Prog. Phys.* 2017. V. 80, No. 9. P. 096901; arXiv:1607.03540.
7. *Dutra M., Lourenço O., Sá Martins J.S., Delfino A., Stone J.R., Stevenson P.D.* Skyrme Interaction and Nuclear Matter Constraints // *Phys. Rev. C.* 2012. V. 85. P. 035201.
8. *Stone J., Reinhard P.G.* The Skyrme Interaction in Finite Nuclei and Nuclear Matter // *Prog. Part. Nucl. Phys.* 2007. V. 58, No. 2. P. 587–657.
9. *Imasheva L.T., Lanskoj D.E., Tretyakova T.Y.* Neutron Star Matter and Baryonic Interactions // *Phys. Atom. Nucl.* 2019. V. 82, No. 4. P. 402.
10. *Vautherin D., Brink D.M.* Hartree–Fock Calculations with Skyrme's Interaction: I. Spherical Nuclei // *Phys. Rev. C.* 1972. V. 5. P. 626.
11. *Chabanat E., Bonche P., Haensel P., Meyer J., Schaeffer R.* A Skyrme Parametrization from Subnuclear to Neutron Star Densities // *Nucl. Phys. A.* 1997. V. 627, No. 4. P. 710–746.
12. *Tolman R.C.* Effect of Inhomogeneity on Cosmological Models // *Proc. Nat. Acad. Sci.* 1934. V. 20, No. 3. P. 169–176.

13. *Oppenheimer J.R., Volkoff G.M.* On Massive Neutron Cores // *Phys. Rev.* 1939. V. 55. P. 374–381.
14. *Rikovska Stone J., Miller J.C., Koncewicz R., Stevenson P.D., Strayer M.R.* Nuclear Matter and Neutron Star Properties Calculated with the Skyrme Interaction // *Phys. Rev. C.* 2003. V. 68. P. 034324.
15. *Reinhard P.-G., Dean D.J., Nazarewicz W., Dobaczewski J., Maruhnand J.A., Strayer M.R.* Shape Coexistence and the Effective Nucleon–Nucleon Interaction // *Phys. Rev. C.* 1999. V. 60. P. 014316.
16. *Brown B.A.* New Skyrme Interaction for Normal and Exotic Nuclei // *Phys. Rev. C.* 1998. V. 58. P. 220.
17. *Dutra M., Lourenço O., Menezes D.P.* Stellar Properties and Nuclear Matter Constraints // *Phys. Rev. C.* 2016. V. 93. P. 025806.