

# НЕПЕРТУРБАТИВНЫЕ РЕШЕНИЯ В ТЕОРИЯХ СТАНДАРТНОЙ МОДЕЛИ

*Б. А. Арбузов, И. В. Зайцев\**

Научно-исследовательский институт ядерной физики им. Д. В. Скобельцына  
Московского государственного университета им. М. В. Ломоносова, Москва

Представлен ряд приложений основанного на методе уравнений компенсации Боголюбова систематического подхода к исследованию непертурбативных процессов в квантовой теории поля. Подход применяется как в КХД (физика мезонов, бегущая константа связи КХД), так и в электрослабом секторе, где удастся получить описание наблюдаемых и потенциальных отклонений от предсказаний Стандартной модели в экспериментах на БАК (LHC), а также продемонстрировать возможности для решения в соответствующих рамках таких основополагающих проблем теории поля, как проблемы иерархии масштабов и получения численных значений фундаментальных физических констант без введения произвольных и неverifiedируемых допущений.

The review presents a range of applications of the consequent approach, based on the Bogoliubov compensation method, to describing the non-perturbative QFT processes. The approach is applied in QCD (mesons physics, running QCD coupling) as well as in electro-weak sector, where the interpretation of some actually obtained or potentially available to be observed in LHC experiments deviations from the SM predictions was attained. Also we demonstrate the possibility of the resolution in the same framework of such basic quantum field theory problems as scale hierarchy and fundamental constants counting ones without involving arbitrary or non-verifiable assumptions.

PACS: 03.70.+k; 11.15.Tk

## **1. МЕТОД УРАВНЕНИЙ КОМПЕНСАЦИИ БОГОЛЮБОВА И ЕГО ПРИМЕНЕНИЕ В МОДЕЛИ НАМБУ–ИОНА-ЛАЗИНИО**

**1.1. Введение.** Необходимость обращения к непертурбативным методам описания ряда процессов в теории сильного взаимодействия представляется достаточно очевидной и широко признана. Это обусловлено, прежде всего, поведением бегущей константы связи сильного взаимодействия (хромодинамической) в низкоэнергетической области.

Однако в том, что касается электрослабой теории, значимость соответствующих аргументов не столь очевидна, и при отсутствии прямых

---

\* E-mail: zaytsev\_iv@mail.ru

данных об эффектах, несомненно связанных с электрослабым взаимодействием и вместе с тем не поддающихся описанию стандартными методами теории возмущений, непertурбативные подходы не получили значительного развития и признания.

Между тем в последние годы в ряде экспериментов, прежде всего на Большом адронном коллайдере, стали обнаруживаться эффекты, во-первых, действительно не поддающиеся интерпретации стандартными методами в рамках Стандартной модели, во-вторых, как будет подробнее разъяснено ниже, в этих случаях сам масштаб параметров наблюдаемых процессов оказывается более естественным при обращении скорее не к экзотическим объектам новой физики или расширений Стандартной модели, а к обычным полям электрослабого сектора.

В то же время отправным пунктом описываемых исследований стали не экспериментальные данные, а логика развития теории. Метод уравнений компенсации Боголюбова [1–3] изначально развивался нами [4–9] именно в качестве непertурбативного подхода к описанию эффектов сильного взаимодействия. В частности, он был применен в физике мезонов для обоснования возможности спонтанного возникновения взаимодействия Намбу–Иона-Лазинио [10, 11]. Успех же, достигнутый при решении данной задачи, сделал актуальным обращение и к другим проблемам хромодинамики. Так, объектом исследования стало уже упоминавшееся поведение бегущей константы связи в низкoэнергетической области. Было обнаружено, что естественным приемом, позволяющим описать это поведение, является введение эффективного (аномального) трехглюонного взаимодействия. Однако при исследовании уравнений, дающих самосогласованное описание данного комплекса явлений, был выявлен дополнительный класс решений, масштабные (энергетические) параметры которых указывали на электрослабое взаимодействие. Соответственно, следующим шагом в развитии теории стала попытка введения уже эффективных аномальных взаимодействий электрослабых калибровочных бозонов. И полученное тут подтверждение идеи соответствия двух классов решений уравнений компенсации для трехбозонного взаимодействия соответственно сильному и электрослабому секторам, в свою очередь, побудило авторов обратиться к рассмотрению экспериментальных эффектов, для объяснения которых оказывается естественным обращение к массивным калибровочным бозонам как конструктивным элементам построения теории.

Сам по себе метод эффективных взаимодействий, несмотря на достигнутые с его применением очевидные успехи (прежде всего это упомянутая выше теория Намбу–Иона-Лазинио), не получил достаточного признания, как представляется, по двум причинам. Во-первых, дело в том, что обычно его применение связано с необходимостью произвольного введения в теорию внешних параметров и функций формфакторов, и, как следует из вышесказанного, именно на устранение этого произвола прежде всего ориентирован метод уравнений компенсации. Во-вторых,

известное отторжение вызывает введение нелокальных взаимодействий, в то время как фундаментальная теория поля является локальной.

В действительности подобное предубеждение опровергается вполне очевидными соображениями. Непосредственно локальными являются перенормируемые вершины взаимодействия, используемые в теории возмущений. Однако реальное взаимодействие, как известно, в любом случае оказывается обременено самодействием полей, предположение об исчерпываемости которого теорией возмущений нельзя считать доказанным. Здесь могут обнаруживаться специфические квантовые эффекты, обусловленные, например, топологией, и для пертурбативного описания этих эффектов имеющихся инструментов может быть недостаточно. При высоких энергиях подобные эффекты должны, вероятно, подавляться, что обеспечивает успешность применения теории возмущений, однако в низкоэнергетической области они могут иметь решающее значение, обуславливая возможность проявления неперенормируемых структур.

Как бы то ни было, поскольку «детальное» (т. е. пертурбативное) описание недоступно, мы можем попытаться установить некоторые внешние рамки, общие пределы, ограничивающие низкоэнергетическое квантовое поведение полевых комплексов, и в дальнейшем руководствоваться гипотезой о насыщении, заполнении этих рамок, проверяя ее на соответствие экспериментальным данным.

Можно отметить, что эта ситуация вполне аналогична той, которая имеет место при описании коллективного поведения системы квантовых объектов в теории сверхпроводимости и сверхтекучести: по сути дела здесь мы встречаем также принципиальный отказ от пертурбативного описания, открывающий путь к истолкованию явления. Мы не можем указать, какая «сила» связывает электроны в куперовские пары, однако мы можем описать их поведение в таком спаривании. Метод уравнений компенсации Боголюбова впервые был успешно применен именно в теории сверхпроводимости. Соответственно, обращение к нему для обеспечения самосогласованности (нелокальных) эффективных взаимодействий оказывается совершенно естественным.

И, переходя к неперенормируемым вершинам взаимодействия, мы должны, во-первых, выяснить, насколько вообще возможность их введения допускается исходной структурой фундаментальной теории, а во-вторых, конкретизировать вид этих (нелокальных) вершин. Метод уравнений компенсации позволяет решать обе эти задачи одновременно, поскольку в этом методе функция формфактора вводимых вершин определяется именно исходной локальной теорией, так что существование (нетривиальных) решений уравнений компенсации, задающих эту функцию, как подтверждает выдвинутое предположение, так и предоставляет описание интересующих нас процессов.

Действенный принцип метода уравнений компенсации определяется стремлением ввести в лагранжиан теории нарушающие симметрию и, возможно, пертурбативные свойства дополнительные члены так, чтобы

вместе с тем основная структура физического описания не была разрушена. Простейшим прообразом подхода явился применявшийся изначально Н. Н. Боголюбовым (в квантовой статистике) метод «квасисредних»: новые вклады вводились в лагранжиан снабженными неким фактором (множителем), который устремлялся к нулю уже после вычисления финальных значений физических величин, оказывавшихся в результате отличными от получаемых при полном исключении данных вкладов.

Окончательный вид теории, адаптированной для применения в КТП, определяется использованием процедуры «добавить-вычесть»: экстраординарные вклады вводятся в функцию Лагранжа одновременно с двумя противоположными знаками, в результате чего формально теория вообще не претерпевает никаких изменений. Однако пертурбативная структура таковой, предполагающая разделение лагранжиана на две части (свободный  $L_0$  и лагранжиан взаимодействия  $L_{\text{int}}$ ), определяет возможность перераспределения названных вкладов между этими частями, обеспечивающую необходимый эффект.

Итак, пусть у нас имеется соответствующим образом естественно подразделяющийся лагранжиан

$$L = L_0 + L_{\text{int}}. \quad (1)$$

Введем (вообще говоря, нелокальный) полевой вклад  $L_{\text{add}}$  указанным выше образом:

$$L = L_0 + L_{\text{int}} + L_{\text{add}} - L_{\text{add}}, \quad (2)$$

и следующим шагом перераспределим слагаемые так, чтобы полученную функцию можно было записать в виде

$$L = L'_0 + L'_{\text{int}}, \quad L'_0 = L_0 + L_{\text{add}}, \quad L'_{\text{int}} = L_{\text{int}} - L_{\text{add}}. \quad (3)$$

Обозначения указывают на то, что теперь у нас появились новые, измененные свободный лагранжиан и лагранжиан взаимодействия. И если появление в последнем дополнительных членов изначально было нашей целью, то изменение свободного лагранжиана, ответственного за построение функций Грина, приводит, вообще говоря, к разрушению теории возмущений как таковой и тем самым делает бессмысленным введение новых полевых структур.

Избежать такого разрушения как раз и позволяют уравнения компенсации. Если мы снабдим только что упомянутые вершинные структуры функцией формфактора, заданной в определенной области, у нас появится произвол, допускающий исключение нежелательной деформации теории. А именно, мы можем рассмотреть как бы дополнительную теорию возмущений для (взятого отдельно) нового свободного лагранжиана  $L'_0$  и потребовать, чтобы вклады различных порядков, получаемые в результате использования стандартных полевых пропагаторов и новых вершин из  $L_{\text{add}}$ , взаимно компенсировали друг друга. Удерживая в полученном ряду возмущений определенное количество членов и приравнявая, таким

образом, соответствующую сумму к нулю, мы получаем не что иное, как интегральное уравнение на введенную в вершины функцию формфактора, что и будет уравнением компенсации, обеспечивающим сохранение вида функций Грина свободных полей.

Можно сразу отметить, что в новом лагранжиане взаимодействия  $L'_{\text{int}}$  соответствующая компенсация не будет иметь места вследствие различия в знаке дополнительного вклада в нем по отношению к  $L'_0$ , т. е. наша непосредственная цель — введение нового типа взаимодействия — оказывается достигнутой.

При этом конкретный способ построения уравнений компенсации определяется дальнейшей целью развития теории, а именно исследованием резонансов и связанных состояний. Поскольку интересующее нас взаимодействие присутствует в лагранжиане, мы можем приступить к рассмотрению определяемого им связанного состояния с помощью уравнения Бете–Солпитера — в такой перспективе рассматриваются свойства уравнений компенсации.

Достаточно очевидно, что в общем случае исследование уравнений, построенных по указанному принципу, представляет собой заведомо необозримую задачу. Соответственно, переход к практическому построению теории требовал выработки ограничений, делающих рассмотрение осмысленным.

И хотя в конкретных случаях вводятся различные специфические предположения, соответствующие конкретному материалу, универсальные ограничения, которые необходимо принять, таковы:

1. В уравнении компенсации (а в соответствии с этим в дальнейшем и в уравнении Бете–Солпитера) удерживаются только вклады с числом петель в диаграммах Фейнмана, равным 0, 1 и 2. И хотя учет двухпетлевых вкладов приводит к значительному усложнению всех построений, в большинстве случаев упрощенная теория, ограничивающаяся только однопетлевыми вкладками, дает удовлетворительный результат, согласующийся с более последовательным рассмотрением. Ниже будет приведен пример, в котором одна и та же проблема (введение взаимодействия Намбу–Иона-Лазинио) исследуется обоими способами. Обнаруживающееся здесь взаимное соответствие результатов может служить обоснованием применения упрощенного подхода и в тех случаях, когда учет вкладов высшего порядка делает задачу необозримой.

2. В соответствии с упомянутой ориентацией на исследование связанных состояний вводится специальная кинематика, в рамках которой в исследуемой вершине взаимодействия два входящих импульса равны по модулю и противоположны по знаку, а остальные равны нулю. При этом функция формфактора в импульсном представлении будет иметь вид  $F(p, -p, 0, 0)$  или  $F(p, -p, 0)$ , что фактически означает ее зависимость только от квадрата входящего (или выходящего) импульса  $p^2$ .

3. Производится процедура линеаризации по формфактору. Это означает, что в случае присутствия в диаграмме двух и более вершин,

содержащих формфактор, во всех, кроме одной, производится их замена на точечные вершины той же структуры. Это упрощение естественным образом обосновывается убыванием функции формфактора, приводящим к сильному подавлению нелинейных по ней вкладов. Исследование ряда модельных и реалистичных теорий показало, что это упрощение может приводить к появлению неточностей оценки физических величин менее 10%.

### 1.2. Модель Намбу–Иона-Лазинио и физика легких мезонов.

Итак, в качестве исходного примера рассмотрим уравнения компенсации для скалярной вершины четырехфермионного взаимодействия системы легких кварков.

Процедура построения уравнения компенсации исходит из стандартного лагранжиана КХД с двумя легкими кварками и числом цветов  $N = 3$ , в который вводятся нарушающие киральную симметрию нелокальные члены вида

$$G \int F(x, x_1, x_2, x_3, x_4) \psi(x_1) \psi(x_2) \psi(x_3) \psi(x_4) dx_1 dx_2 dx_3 dx_4. \quad (4)$$

Здесь  $\psi$  — изотопический дублет кварковых полей с суммированием по цвету в билинейных комбинациях, которые после перехода в импульсное пространство дают вершины

$$i(2\pi)^4 GF(p_1, p_2, p_3, p_4) \delta(p_1 + p_2 + p_3 + p_4), \quad (5)$$

причем вводятся указанные члены дважды с противоположным знаком, что в итоге оставляет исходный лагранжиан неизменным. При отнесении затем вклада с одним знаком к *свободному* лагранжиану, а с противоположным — к лагранжиану *взаимодействия*, получается (после введения для нелокальной вершины обозначения  $G \cdot \bar{\psi}\psi\bar{\psi}\psi$ ) следующее:

$$\begin{aligned} L &= L_0 + L_{\text{int}}, \\ L_0 &= \frac{2}{2} \left( \bar{\psi} \gamma_\mu \partial_\mu \psi - \partial_\mu \bar{\psi} \gamma_\mu \psi \right) - \frac{1}{4} F_{0\mu\nu}^a F_{0\mu\nu}^a - m_0 \bar{\psi} \psi + \\ &\quad + \frac{G_1}{2} \left( \bar{\psi} \tau^b \gamma_5 \psi \bar{\psi} \tau^b \gamma_5 \psi - \bar{\psi} \psi \bar{\psi} \psi \right) + \\ &\quad + \frac{G_2}{2} \left( \bar{\psi} \tau^b \gamma_\mu \psi \bar{\psi} \tau^b \gamma_\mu \psi + \bar{\psi} \tau^b \gamma_5 \gamma_\mu \psi \bar{\psi} \tau^b \gamma_5 \gamma_\mu \psi \right), \quad (6) \\ L_{\text{int}} &= g_s \bar{\psi} \gamma_\mu t^a A_\mu^a \psi - \frac{1}{4} \left( F_{\mu\nu}^a F_{\mu\nu}^a - F_{0\mu\nu}^a F_{0\mu\nu}^a \right) - \\ &\quad - \frac{G_1}{2} \left( \bar{\psi} \tau^b \gamma_5 \psi \bar{\psi} \tau^b \gamma_5 \psi - \bar{\psi} \psi \bar{\psi} \psi \right) - \\ &\quad - \frac{G_2}{2} \left( \bar{\psi} \tau^b \gamma_\mu \psi \bar{\psi} \tau^b \gamma_\mu \psi + \bar{\psi} \tau^b \gamma_5 \gamma_\mu \psi \bar{\psi} \tau^b \gamma_5 \gamma_\mu \psi \right). \end{aligned}$$

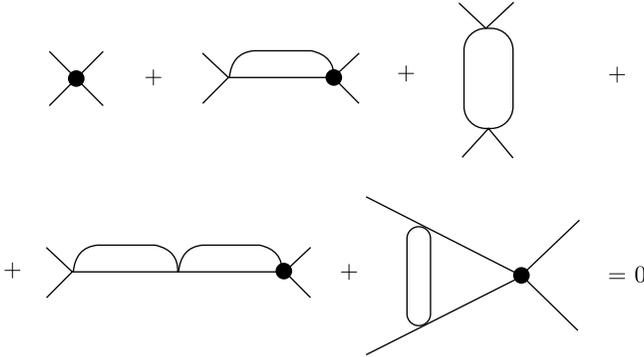


Рис. 1. Диаграммы, соответствующие уравнению компенсации для возникновения взаимодействия Намбу–Иона–Лазинио

Здесь  $G_1$  и  $G_2$  — вершины скалярного и векторного типа, существенные в данном рассмотрении.

Исследование скалярных мезонов предполагает поиск формфактора  $F_1$ , соответствующего вершинам с константой  $G_1$ .

В соответствии с вышесказанным мы требуем, чтобы сумма всех вкладов нелокальных вершин в свободную функцию Грина обращалась в нуль — так получается уравнение компенсации. Помимо ограничения в данном случае лишь однопетлевыми и двухпетлевыми диаграммами Фейнмана, а также выполнения других указанных выше упрощений мы сохраним вклады лишь первого и второго порядков разложения по обратному числу цветов  $1/N_c$ , что соответствует точности порядка  $\simeq 8\%$ .

Дополнительное упрощение связано и с перенесением содержащейся в кварковых пропагаторах токовой массы кварка в нижний предел интегрирования в петлевых интегралах. Уравнение компенсации имеет диаграммное представление, показанное на рис. 1. Здесь жирной точкой обозначена вершина, содержащая формфактор, простой (узловой) точкой — та же по структуре, но с исключенной посредством процедуры линеаризации нелокальностью.

Далее совершается переход к евклидовому импульсному пространству, в однопетлевых членах учтены члены, пропорциональные  $N$  и  $1$ , а в двухпетлевых —  $N^2$  и  $N$ .

После проведения интегрирования по угловым импульсным переменным полученное уравнение приобретает следующий вид (здесь  $x = p^2$ ):

$$\begin{aligned}
 F_1(x) = & A + \frac{3G_2}{8\pi^2} \left( 2\Lambda^2 + x \log \frac{x}{\Lambda^2} - \frac{3}{2}x - \frac{\mu^2}{2x} \right) - \frac{(G_1^2 + 6G_1G_2)N}{32\pi^4} \times \\
 & \times \left( \frac{1}{6x} \int_{\mu}^x (y^2 - 3\mu^2) F_1(y) dy + \frac{3}{2} \int_{\mu}^x y F_1(y) dy + \log x \int_{\mu}^x y F_1(y) dy + \right.
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& + x \log x \int_{\mu}^x F_1(y) dy + \int_x^{\infty} y \log y F_1(y) dy + x \int_x^{\infty} \left( \log y + \frac{3}{2} \right) F_1(y) dy + \\
& + \frac{x^2 - 3\mu^2}{6} \int_x^{\infty} \frac{F_1(y)}{y} dy + \left( 2\Lambda^2 - \frac{3}{2} x \right) \int_{\mu}^{\infty} F_1(y) dy - \frac{3}{2} \int_{\mu}^{\infty} y F_1(y) dy - \\
& - \log \Lambda^2 \left( \int_{\mu}^{\infty} y F_1(y) dy + x \int_{\mu}^{\infty} F_1(y) dy \right), \quad (7)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
A &= \frac{G_1^2 N \Lambda^2}{2\pi^2} \left( 1 + \frac{1}{4N} - \frac{G_1 N}{2\pi^2} \left( 1 + \frac{1}{2N} \right) \int_{\mu}^{\infty} F_1(y) dy \right), \\
\mu &= m_0^2, \quad x = p^2, \quad y = q^2.
\end{aligned}$$

Оно соответствует одновременно скалярной и псевдоскалярной вершинам, а константа  $G_1$  сокращена, поскольку целью является поиск нетривиального решения.

Характерным в этом случае оказывается появление временно вводимого ультрафиолетового обрезания  $\Lambda$ : посредством введения граничных условий вся зависимость результата от его величины далее будет устранена.

Последовательным дифференцированием данное интегральное уравнение преобразуется к дифференциальному

$$\begin{aligned}
\frac{d^2}{dx^2} \left( x \frac{d^2}{dx^2} \left( x \frac{d^2}{dx^2} (x F_1(x)) + \frac{\beta m_0^4}{4} F_1(x) \right) \right) &= \beta \frac{F_1(x)}{x}, \\
\beta &= \frac{(G_1^2 + 6G_1 G_2) N}{16\pi^4}, \quad (8)
\end{aligned}$$

которое, в свою очередь, после проведения замены переменной оказывается каноническим уравнением Мейера шестого порядка

$$\begin{aligned}
& \left( \left( z \frac{d}{dz} - b \right) \left( z \frac{d}{dz} - a \right) z \frac{d}{dz} \left( z \frac{d}{dz} - \frac{1}{2} \right) \times \right. \\
& \quad \left. \times \left( z \frac{d}{dz} - \frac{1}{2} \right) \left( z \frac{d}{dz} - 1 \right) - z \right) F_1(z) = 0, \quad (9)
\end{aligned}$$

$$z = \frac{\beta x^2}{26}, \quad a = -\frac{1 - \sqrt{1 - 64u_0}}{4}, \quad b = -\frac{1 + \sqrt{1 - 64u_0}}{4}, \quad u_0 = \frac{\beta m_0^4}{64},$$

решение которого получается в виде комбинации трех убывающих на бесконечности функций Мейера:

$$F_1(z) = C_1 G_{06}^{40} \left( z \left| 1, \frac{1}{2}, \frac{1}{2}, 0, a, b \right. \right) + C_2 G_{06}^{40} \left( z \left| 1, \frac{1}{2}, b, a, \frac{1}{2}, 0 \right. \right) + \\ + C_3 G_{06}^{40} \left( z \left| 1, 0, b, a, \frac{1}{2}, \frac{1}{2} \right. \right), \quad (10)$$

где  $G_{pq}^{mn} \left( z \left| \begin{smallmatrix} a_1, \dots, a_p \\ b_1, \dots, b_q \end{smallmatrix} \right. \right)$  — функция Мейера [12] с набором верхних  $a_i$  и нижних  $b_j$  параметров, для которых рассмотрение их асимптотического поведения приводит к условиям

$$\frac{3G_2}{8\pi^2} - \frac{\beta}{2} \int_{m_0^2}^{\infty} F_1(y) dy = 0, \quad \int_{m_0^2}^{\infty} y F_1(y) dy = 0, \quad \int_{m_0^2}^{\infty} y^2 F_1(y) dy = 0. \quad (11)$$

Данные условия вместе с нормировкой на нижнем пределе интегрирования (на массовой поверхности)

$$F_1(u_0) = 1, \quad u_0 = \frac{\beta m_0^4}{2^6} = \frac{N(G_1^2 + 6G_1 G_2) m_0^4}{1024\pi^4} \quad (12)$$

и условием  $A = 0$  определяют коэффициенты разложения, упомянутый нижний предел, а также отношение констант скалярной и векторной вершин

$$C_1 = 0,28, \quad C_2 = -3,66 \cdot 10^{-8}, \quad C_3 = -7,8 \cdot 10^{-8}, \quad (13)$$

$$u_0 = 1,92 \cdot 10^{-8} \simeq 2 \cdot 10^{-8}, \quad G_1 = \frac{6}{13} G_2, \quad (14)$$

так что  $G_1$  и  $G_2$  выражаются через  $m_0$  и оказываются положительными. Полученная как единственное решение уравнения компенсации функция формфактора убывает от единицы при  $z = u_0$  по закону

$$F_1(z) \rightarrow \frac{D}{z^{1/6}} \exp(-3(1 - i\sqrt{3})z^{1/6}) + \text{h. c.},$$

что является обнаружением спонтанного возникновения эффективного четырехфермионного взаимодействия и позволяет перейти к рассмотрению проблем связанных состояний кварков и нарушения киральной симметрии. Важным результатом является то, что непосредственно из уравнения компенсации помимо структурной функции мы получаем также физический параметр  $u_0$ , соответствующий токовой массе кварка, и малость этой величины, пропорциональной  $\sqrt[4]{u_0}$ , имеет естественное объяснение без введения каких-либо произвольных предположений или внешних параметров.

Исследование связанного состояния проводится с помощью уравнения Бете–Солпитера

$$\Psi(p^2) = \frac{G_1 N}{2\pi^4} \int \frac{\Psi(q^2) dq}{q^2} + \frac{(G_1^2 + 6G_1 G_2) N}{32\pi^6} \times \\ \times \int \left( 2\Lambda^2 + (p-q)^2 \log \frac{(p-q)^2}{\Lambda^2} - \frac{3}{2}(p-q)^2 - \frac{m^4}{2(p-q)^2} \right) \frac{\Psi(q^2) dq}{q^2}, \quad (15)$$

которое отличается в случае нулевой массы от уравнения для формфактора изменением знака при вершине нулевого порядка и, соответственно, знака ядра, а также отсутствием неоднородных членов. Это приводит к тому, что существуют четыре убывающих на бесконечности функции Мейера, на которые накладываются условия на бесконечности и нормировочное условие

$$\int_u^\infty \frac{\Psi(z) dz}{\sqrt{z}} = 0, \quad \int_u^\infty \Psi(z) dz = 0, \quad \int_u^\infty \sqrt{z} \Psi(z) dz = 0, \\ u = \frac{\beta m^4}{64}, \quad \Psi(u) = 1. \quad (16)$$

Здесь  $m$  — кварковая масса, не совпадающая, вообще говоря, с  $m_0$ . При заданном  $u$  эти условия однозначно определяют волновую функцию  $\Psi(z)$ , что соответствует существованию безмассового состояния. Чтобы ввести массу, необходимо учесть хромодинамическое взаимодействие, а также возникающее эффективное кварк-мезонное взаимодействие

$$-g \left( \phi \bar{\psi} \psi + i \pi_a \bar{\psi} \gamma_5 \tau_a \psi \right), \quad (17)$$

где  $g$  определяется нормировочным условием для бесспиновых состояний

$$\frac{g^2 N}{4\pi^2} I_2 = 1, \quad I_2 = \int_{m^2}^\infty \frac{\Psi(p^2)^2 dp^2}{p^2} = \int_u^\infty \frac{\Psi(z)^2 dz}{2z}. \quad (18)$$

Поправка к массе, определяемая соответствующими вкладами, вычисляется с учетом первого порядка по квадрату импульса скалярного (псевдоскалярного) состояния  $P^2$ . В уравнении (рис. 2) задаются импульсы  $p + P/2$  и  $-p + P/2$ .

В результате  $P^2$  выражается через интегралы от найденной прежде функции  $\Psi$

$$\frac{P^2 \pi^2}{2} I_2 = \frac{2g_s^2 + g^2}{2\sqrt{\beta}} \int_u^\infty \frac{\Psi(z) dz}{z} \int_u^z \frac{\Psi(t) dt}{\sqrt{t}} = \frac{(2g_s^2 + g^2) I_5}{2\sqrt{\beta}}, \quad (19)$$

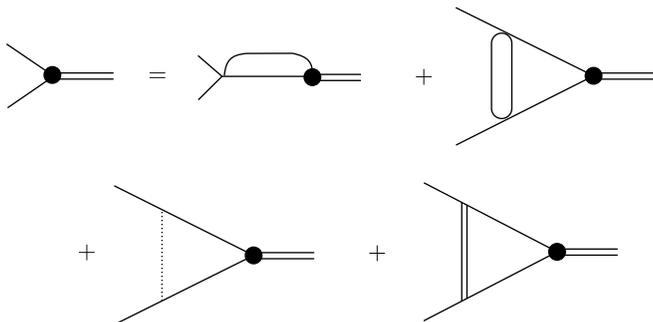


Рис. 2. Диаграммы, соответствующие уравнению Бете–Солпитера для связанного двухкваркового состояния

( $t = (\beta y^2)/64$ ) и квадрат массы скалярного поля оцениваются как

$$m_t^2 = - \left( \frac{\alpha_s}{\pi} + \frac{g^2}{8\pi^2} \right) \frac{8I_5}{\sqrt{\beta}I_2}. \quad (20)$$

Данная величина оказывается отрицательно определенной, а поле — тахионным, что соответствует нестабильности вакуума. Поэтому необходимо построить эффективный потенциал, зависящий от скалярного поля  $\phi$ . Нужный для этого массовый оператор  $\Sigma(p^2)$  кваркового поля находится из уравнения

$$\begin{aligned} \Sigma(p^2) = m_0 + \frac{G_1 N}{2\pi^4} \int \frac{\Sigma(q^2) dq}{q^2} + \frac{(G_1^2 + 6G_1 G_2) N}{32\pi^6} \times \\ \times \int \left( 2\Lambda^2 + (p-q)^2 \log \frac{(p-q)^2}{\Lambda^2} - \frac{3}{2}(p-q)^2 - \frac{m^4}{2(p-q)^2} \right) \frac{\Sigma(q^2) dq}{q^2} + \\ + \left( \frac{g_s^2}{4\pi^4} + \frac{g^2}{8\pi^4} \right) \int \frac{\Sigma(q^2) dq}{q^2(q-p)^2}, \quad (21) \end{aligned}$$

полностью совпадающего с уравнением для волновой функции Бете–Солпитера, причем

$$\Sigma(x) = m_0 + (m - m_0) \Psi(x), \quad \Sigma(-m^2) = m. \quad (22)$$

В выражение для эффективного потенциала входят слагаемые, пропорциональные  $\phi^n$  для  $n = 1, 2, 3, 4$  (оценка высших порядков указывает на незначительность их вклада):

$$\begin{aligned} V = C + m^4 \left( - \left( 1 - \left( \frac{u_0}{u} \right)^{1/4} \right) \left( \frac{1}{8\pi^2} + \frac{\alpha_s}{\pi g^2} \right) \frac{I_5 \xi}{\sqrt{u} I_2} - \left( \frac{1}{8\pi^2} + \frac{\alpha_s}{\pi g^2} \right) \times \right. \\ \left. \times \frac{I_5 \xi^2}{2\sqrt{u} I_2} + \frac{3\xi^3}{2\pi^2} \left( \left( \frac{u_0}{u} \right)^{1/4} I_3 + \left( 1 - \left( \frac{u_0}{u} \right)^{1/4} \right) I_4 \right) + \frac{3\xi^4}{8\pi^2} I_4 \right), \quad (23) \end{aligned}$$

$$\xi = \frac{g\phi}{m}, \quad I_3 = \int_u^\infty \frac{\Psi(z)^3 dz}{2z}, \quad I_4 = \int_u^\infty \frac{\Psi(z)^4 dz}{2z}.$$

Условие минимума эффективного потенциала

$$\frac{\partial V}{\partial \xi} = 0 \quad (24)$$

разрешается с помощью определения параметров  $u_0$ ,  $u$ :

$$\xi_0 = \left(1 - \left(\frac{u_0}{u}\right)^{1/4}\right). \quad (25)$$

Подстановка его приводит к выражению, задающему функцию  $\alpha_s(u)$ :

$$\alpha_s = \frac{\pi\sqrt{u}}{I_5} \left(1 - \left(\frac{u_0}{u}\right)^{1/4}\right) \left(3 \left(\frac{u_0}{u}\right)^{1/4} I_3 + 4 \left(1 - \left(\frac{u_0}{u}\right)^{1/4}\right) I_4\right) - \frac{\pi}{6I_2}. \quad (26)$$

Положение же минимума задает составляющую массу кварка:

$$m = m_0 + g\eta, \quad \eta = \langle \phi \rangle. \quad (27)$$

При рассмотрении однопетлевой кварковой диаграммы для амплитуды распада процесса  $\pi^+ \rightarrow \mu^+ \nu_\mu$  приходим для константы распада пиона  $f_\pi$  к выражению

$$f_\pi = \frac{gN}{4\pi^2} \int_{m^2}^\infty \left( (m - m_0) \Psi(y)^2 + m_0 \Psi(y) \right) \frac{dy}{y} = \frac{gN}{4\pi^2} \left( (m - m_0) I_2 + m_0 I_1 \right), \quad (28)$$

$$I_1 = \int_u^\infty \frac{\Psi(z) dz}{2z},$$

из которого при  $m_0 = 0$  (или  $I_2 = I_1$ ) вытекает соотношение Гольдбергера–Треймена  $m = gf_\pi$ . Введя в рассмотрение функции

$$\Phi(p^2) = \frac{\Sigma(p^2) - m_0}{m - m_0}, \quad D(p^2) = \Phi(p^2) - \Psi(p^2), \quad (29)$$

удается построить с помощью имеющихся уравнений для  $\Psi(p^2)$  и  $\Sigma(p^2)$  следующие соотношения: во-первых, аналогичное соотношению Гелл-Манна–Окса–Реннера выражение, задающее массу пиона

$$m_\pi^2 = \frac{m^2 m_0}{2\pi(m - m_0) I_2 \sqrt{u}} \left( \alpha_s + \frac{g^2}{8\pi} \right) I_{\log}, \quad I_{\log} = - \int_u^\infty \frac{\log z}{\sqrt{z}}, \quad (30)$$

во вторых, выражение для величины кваркового конденсата:

$$\langle \bar{q}q \rangle = -\frac{4N}{(2\pi)^4} \int \frac{\Sigma(q) - m_0}{q^2 + m^2} dq = -\frac{N(m - m_0)}{\pi^2 \sqrt{\beta}} \times \\ \times \left( \frac{\alpha_s}{\pi} + \frac{g^2}{8\pi^2} \right) \left( \int_u^\infty \frac{\Psi(t) \log t dt}{\sqrt{t}} + 2\sqrt{u} \int_u^\infty \frac{\Psi(t) dt}{t} \right). \quad (31)$$

Скалярное поле  $\phi$  соответствует  $\sigma$ -мезону. Для вычисления массы  $\sigma$ -мезона используется соотношение для разности квадратов масс  $\sigma$ - и  $\pi$ -мезонов, следующее из однопетлевой диаграммы

$$m_\sigma^2 - m_\pi^2 = \frac{g^2 N}{\pi^4} \int \frac{\Sigma(q)^2 \Psi(q)^2}{(q^2 + m^2)^2} dq. \quad (32)$$

Отсюда получается для массы  $\sigma$ -мезона

$$m_\sigma^2 = m_\pi^2 + \frac{Ng^2}{\pi^2} (m_0^2 I_2 + 2m_0(m - m_0) I_3 + (m - m_0)^2 I_4). \quad (33)$$

Ширина  $\sigma$ -мезона оказывается следующей:

$$\Gamma_\sigma = \frac{3g_{\sigma\pi\pi}^2}{16\pi m_\sigma^2} \sqrt{m_\sigma^2 - 4m_\pi^2}, \quad (34)$$

где

$$g_{\sigma\pi\pi} = \frac{g^3 N}{\pi^2} (m_0 I_3 + (m - m_0) I_4). \quad (35)$$

Переход к численным результатам осуществляется следующим образом.

1) Вычисляется функция  $\alpha_s$ , зависящая от параметра  $u$ , и интересующий нас интервал значения  $\alpha_s$  оказывается соответствующим значению  $u$ , меняющимся в следующих пределах:

$$0,0005 < u < 0,0015. \quad (36)$$

Для этого используется параметр  $u_0 = 2 \cdot 10^{-8}$  из соотношения (26). Постоянные  $C_i^*$ ,  $i = 1, 2, 3, 4$ , вычисляются из граничных условий, что определяет  $\Psi(z)$ . Исходя из  $\Psi(z)$  вычисляются интегралы  $I_j$ ,  $j = 1, 2, 3, 4, 5$ .

2) Фиксируется значение  $f_\pi = 93$  МэВ.

3) Для данных  $u$  из интервала (36) находится составляющая масса кварка  $m$ .

4) Исходя из значений  $m$  и  $\alpha_s$  вычисляется  $m_\pi$  с помощью выражения (30).

Для  $u$  из указанного интервала  $m_\pi$  меняется незначительно между 134 и 135 МэВ с максимальным значением 134,8 МэВ для  $u = 0,0009$ , что соответствует  $\alpha_s = 0,673$  и  $m_0 = 20,27$  МэВ. Для данного значения  $m_\pi$ , являющегося наиболее удовлетворительным, предоставляется набор

вычисленных параметров для выбранных условий, включая кварковый конденсат (31) и параметры  $\sigma$ -мезона (33), (34):

$$\alpha_s = 0,673, \quad m_0 = 20,3 \text{ МэВ}, \quad m_\pi = 135 \text{ МэВ}, \quad f_\pi = 93 \text{ МэВ}, \\ m_\sigma = 492 \text{ МэВ}, \quad \Gamma_\sigma = 574 \text{ МэВ}, \quad m = 295 \text{ МэВ}, \quad (37)$$

$$\langle \bar{q}q \rangle = -(222 \text{ МэВ})^3, \quad G_1 = \frac{1}{(244 \text{ МэВ})^2}, \quad g = 3,16.$$

Исходные данные —  $\alpha_s$  и  $m_0$ , все остальные величины получены из этих двух фундаментальных параметров. Здесь представлены также значения констант четырехфермионной вершины  $G_1$  и мезон-кварковой связи  $g$ . Точность вычислений оценивается примерно в 10%, причем главный вклад в эту оценку задается следующими порядками разложения по  $1/N$ .

Полученные результаты находятся во вполне удовлетворительном соответствии с экспериментальными данными. Что касается значения  $m_0$ , существенно превышающего обычные значения  $m_0(2 \text{ ГэВ}) \simeq 4\text{--}8 \text{ МэВ}$ , следует отметить, что низкие значения данной величины относятся к пертурбативной области, в которой не учитывается взаимодействие Намбу–Иона-Лазинио, а в непертурбативной, в частности, решеточные вычисления дают, как правило, более высокие значения.

Рассмотрение вопроса о стабильности решения, зависящей от величины постоянного вклада в эффективном потенциале, приводит при использовании феноменологических оценок кваркового конденсата к выводу о том, что решение при исходных значениях параметров оказывается устойчивым (вследствие отрицательности значения потенциала). При определенном малом значении  $\alpha_s$  потенциал может стать положительным, что соответствует фазовому переходу к тривиальному решению исследуемых уравнений (которое всегда присутствует).

Однако сходных результатов можно добиться и более простым путем. Запишем исходный лагранжиан квантовой хромодинамики в виде

$$L = \frac{i}{2} (\bar{q}\gamma_\mu \partial_\mu q - \partial_\mu \bar{q}\gamma_\mu q) - m_0 \bar{q}q + g_s \bar{q}\gamma_\mu t_a A_\mu^a q - \frac{1}{4} (F_{\mu\nu}^a F_{\mu\nu}^a), \\ F_{\mu\nu}^a = \partial_\mu A_\nu^a - \partial_\nu A_\mu^a + g_s f_{abc} A_\mu^b A_\nu^c, \quad q = (u, d). \quad (38)$$

Нас интересует возможность спонтанной генерации взаимодействия Намбу–Иона-Лазинио. В соответствии с этим мы переписываем данный лагранжиан в виде

$$L = L_0 + L_{\text{int}}, \\ L_0 = \bar{q}(x)(i\partial_\alpha \gamma_\alpha - m)q(x) - \left( \frac{G_S}{2} (\bar{q}(x)q(x)) (\bar{q}(x)q(x)) - \right. \\ \left. - \frac{G_P}{2} (\bar{q}(x)\tau^a \gamma_5 q(x)) (\bar{q}(x)\tau^a \gamma_5 q(x)) \right) - \frac{1}{4} (F_{0\mu\nu}^a F_{0\mu\nu}^a), \quad (39)$$

$$\begin{aligned}
 L_{\text{int}} = & \bar{q}(x)(m - m_0)q(x) + \\
 & \left( \frac{G_S}{2} (\bar{q}(x)q(x)) (\bar{q}(x)q(x)) - \frac{G_P}{2} (\bar{q}(x)\tau^a \gamma_5 q(x)) (\bar{q}(x)\tau^a \gamma_5 q(x)) \right) - \\
 & - \frac{1}{4} (F_{\mu\nu}^a F_{\mu\nu}^a - F_{0\mu\nu}^a F_{0\mu\nu}^a) + g_s \bar{q} \gamma_\mu t_a A_\mu^a q. \quad (40)
 \end{aligned}$$

Здесь также вводятся две константы связи для взаимодействия типов скаляр–изоскаляр и псевдоскаляр–изовектор одновременно с введением массы  $m$  в обе части лагранжиана:  $L_0$  и  $L_{\text{int}}$ . Присутствие массового вклада явным образом нарушает киральную инвариантность (для  $m_0 = 0$ ). Подразумевается, что взаимодействие с константами  $G_{S,P}$  проявляет себя в ограниченной области импульсного пространства, т. е. в четырехмерном евклидовом пространстве для  $0 < q^2 < \Lambda^2$ , где  $\Lambda$  — обрезание, определяемое в процессе решения задачи. Это значит, что киральная инвариантность нарушается только в указанной области.

Теперь сформулируем уравнения компенсации. Здесь они двух типов. Одно уравнение связано с необходимостью компенсировать неправильный массовый вклад в определенном по-новому лагранжиане взаимодействия (40). Оно имеет вид, представленный на рис. 3. Характерной особенностью является вклад глюонного обмена, поскольку данное уравнение исключает неправильный массовый член из лагранжиана взаимодействия.

Два других приведены в виде диаграмм на рис. 4. Вершины на этом рисунке соответствуют присутствующим в переопределенном свободном лагранжиане (39). Эти уравнения исключают нежелательные вклады из свободного лагранжиана.

В результате вычисления получен следующий набор уравнений:

$$\begin{aligned}
 G_P &= \frac{3G_P^2}{2\pi^2} \left( \Lambda^2 - m^2 \ln \frac{\Lambda^2 + m^2}{m^2} \right), \\
 G_S &= \frac{3G_S^2}{2\pi^2} \left( \frac{\Lambda^2(\Lambda^2 + 3m^2)}{\Lambda^2 + m^2} - 3m^2 \ln \frac{\Lambda^2 + m^2}{m^2} \right), \\
 m - m_0 + \frac{m\alpha_s}{\pi} \ln \frac{\Lambda^2 + m^2}{m^2} &= \frac{3mG_S}{2\pi^2} \left( \Lambda^2 - m^2 \ln \frac{\Lambda^2 + m^2}{m^2} \right). \quad (41)
 \end{aligned}$$

Существенно, что при вычислении хромодинамического вклада в последнее уравнение использовалась калибровка Ландау: в этом случае

$$\text{---} \bullet \text{---} + \text{---} \bigcirc \text{---} + \text{---} \overset{\text{g}}{\text{g}} \text{---} = 0$$

Рис. 3. Диаграммы, соответствующие уравнению компенсации для спонтанного возникновения массы пиона в модели Намбу–Иона-Лазинио

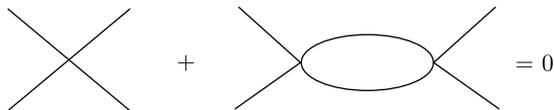


Рис. 4. Диаграммы, соответствующие уравнению компенсации для спонтанного возникновения взаимодействия в модели Намбу–Иона-Лазинио

нет вклада в (вершинную) структуру  $\gamma_\mu p_\mu$ , которая потребовала бы перенормировки волновой функции кварков.

Видно, что первые два уравнения в (41) имеют очевидное тривиальное решение:

$$G_P = G_S = 0, \quad (42)$$

в случае  $m_0 = 0$  третье тоже имеет тривиальное решение:

$$m = 0. \quad (43)$$

Однако нас интересует нетривиальное решение, так что мы делим первое и второе уравнения на  $G_P$  и  $G_S$  соответственно, а третье — на  $m$ . Также легко заметить, что выражения в скобках в первом и третьем уравнениях совпадают, поэтому после введения следующих безразмерных переменных

$$G_S \Lambda^2 = x, \quad G_P \Lambda^2 = y, \quad G_P m^2 = z \quad (44)$$

получаем следующую систему уравнений:

$$\frac{3}{2\pi^2} \left( \frac{x(y+3z)}{y+z} - 3 \frac{xz}{y} \ln \frac{y+z}{z} \right) = 1, \quad \varepsilon = \frac{m_0}{m}, \quad (45)$$

$$\frac{3}{2\pi^2} \left( y - z \ln \frac{y+z}{z} \right) = 1, \quad \frac{x}{y} + \varepsilon - \frac{\alpha_s}{\pi} \ln \frac{y+z}{z} = 1.$$

Теперь для заданных  $\alpha_s$  и  $\varepsilon$  (что означает фиксацию токовой массы  $m_0$ ) ищем решение системы (45). Все переменные в системе безразмерны, поэтому, чтобы прийти к значениям изначальных переменных  $m$ ,  $G_S$ ,  $G_P$ ,  $\Lambda$ , мы должны ввести дополнительное соотношение. Учитывая (44), получаем равенство, соответствующее хорошо известному соотношению Гольдбергера–Треймена:

$$F_\pi = \frac{m\sqrt{3} \left( \ln \frac{y+z}{z} - \frac{y}{y+z} \right)}{2\pi \sqrt{\ln \frac{y+z}{z} - \frac{3y}{4(y+z)} - \frac{yz}{4(y+z)^2}}, \quad (46)$$

$$F_\pi = (92,42 \pm 0,33) \text{ МэВ.}$$

Для определения массы  $\pi$ -мезона будем использовать соотношение Гелл-Манна–Окса–Реннера

$$m_{\pi}^2 F_{\pi}^2 = -2m_0 \langle \bar{q}q \rangle, \quad (47)$$

где кварковый конденсат  $\langle \bar{q}q \rangle$  определяется в нашем приближении как

$$\langle \bar{q}q \rangle = \frac{3m^3}{4\pi^2} \left( \frac{y}{z} - \ln \frac{y+z}{z} \right). \quad (48)$$

Рассматривая совместно систему (45) с соотношениями (46)–(48), для каждого значения  $\alpha_s$  получаем определенное решение. Из феноменологических соображений можно заключить, что величина  $\Lambda$  должна быть порядка  $\simeq 1$  ГэВ. Для значений такого масштаба константа  $\alpha_s$  может быть оценена как  $\alpha_s \simeq 0,8$ . Подобные значения характерны для хромодинамической константы в непертурбативной области. В любом случае мы представляем результаты для  $\alpha_s = 0,8 \pm 0,2$ . Они приведены в табл. 1–3 для значений  $m_0 = 5,5, 6, 6,5$  МэВ соответственно.

Важно отметить, что для  $\alpha_s = 0$  решения нет вообще. Сравнение с экспериментальными данными значений из табл. 1–3 обнаруживает хорошее согласие, причем для кваркового конденсата согласие еще лучше, чем для пионной массы. Оптимальные для обеих величин результаты получаются при  $m_0 = 6,5$  МэВ и

$$\alpha_s = 0,8 \pm 0,1. \quad (49)$$

**Таблица 1. Физические параметры из решения системы (45) в зависимости от константы сильного взаимодействия  $\alpha_s$  для  $m_0 = 5,5$  МэВ (все величины в мегаэлектронвольтах, кроме безразмерных  $x, y, z$ )**

$\alpha_s$	$x$	$y$	$z$	$m$	$-\sqrt[3]{\langle \bar{q}q \rangle}$	$m_{\pi}$	$G_P^{-1/2}$	$G_S^{-1/2}$	$\Lambda$
0,6	12,24	8,24	0,625	255,4	237,2	131,1	323,2	265,1	927,5
0,7	13,00	8,40	0,717	263,3	233,4	128,0	310,9	249,9	901,2
0,8	13,74	8,56	0,807	270,3	230,5	125,6	301,0	237,6	880,6
0,9	14,46	8,70	0,893	276,7	228,1	123,7	292,9	227,2	864,0
1,0	15,16	8,83	0,976	282,6	226,2	122,1	286,1	218,4	850,3

**Таблица 2. Физические параметры из решения системы (45) в зависимости от константы сильного взаимодействия  $\alpha_s$  для  $m_0 = 6$  МэВ (все величины в мегаэлектронвольтах, кроме безразмерных  $x, y, z$ )**

$\alpha_s$	$x$	$y$	$z$	$m$	$-\sqrt[3]{\langle \bar{q}q \rangle}$	$m_{\pi}$	$G_P^{-1/2}$	$G_S^{-1/2}$	$\Lambda$
0,6	12,23	8,23	0,623	255,3	237,3	137,0	323,5	265,5	928,1
0,7	12,98	8,40	0,715	263,1	233,5	133,8	311,1	250,2	901,7
0,8	13,72	8,55	0,805	270,2	230,6	131,2	301,2	237,8	881,0
0,9	14,44	8,70	0,891	276,6	228,2	129,2	293,1	227,5	864,3
1,0	15,14	8,83	0,974	282,5	226,2	127,5	286,3	218,6	850,5

**Таблица 3. Физические параметры из решения системы (45) в зависимости от константы сильного взаимодействия  $\alpha_s$  для  $m_0 = 6,5$  МэВ (все величины в мегаэлектронвольтах, кроме безразмерных  $x, y, z$ )**

$\alpha_s$	$x$	$y$	$z$	$m$	$-\sqrt[3]{\langle \bar{q}q \rangle}$	$m_\pi$	$G_P^{-1/2}$	$G_S^{-1/2}$	$\Lambda$
0,6	12,21	8,23	0,621	255,1	237,3	142,7	323,8	265,8	928,8
0,7	12,97	8,40	0,713	263,0	233,6	139,3	311,3	250,5	902,2
0,8	13,70	8,55	0,803	270,0	230,6	136,6	301,4	238,1	881,4
0,9	14,42	8,69	0,888	276,5	228,2	134,5	293,3	227,7	864,6
1,0	15,13	8,83	0,972	282,4	226,2	132,8	286,4	218,8	850,8

Таким образом, мы видим, что в нашем подходе мы можем либо рассматривать уравнение компенсации в «чистом» виде, без введения пертурбативных взаимодействий фундаментальной теории, как в изложенном вначале случае двухпетлевого подхода, и тогда ультрафиолетовое обрезание исключается из теории (оно лишь обеспечивается убыванием функции формфактора), а дальнейшее исследование проводится с помощью уравнения Бете–Солпитера, либо сразу вводить такой вклад (в данном случае — глюонный обмен) в уравнение компенсации, тогда обрезание определяется и мы можем упростить дальнейшие построения. Оба варианта используются при исследовании рассмотренных ниже проблем электрослабой теории.

## 2. ТРЕХБОЗОННОЕ ВЗАИМОДЕЙСТВИЕ

**2.1. Трехглюонное взаимодействие и полюс Ландау.** Теория Намбу–Иона-Лазинио служит основой успешного применения нашего подхода в одном из приложений — квантовой хромодинамике. Однако помимо такого, скорее, периферийного для сильного взаимодействия случая можно указать фундаментальную и чисто теоретическую проблему самой КХД, при поиске решения которой метод может найти важнейшее применение.

КХД дает несомненно верное и детальное описание сильных взаимодействий в высокоэнергетической области. Однако при более низких энергиях теория возмущений перестает работать, и концепция по существу оказывается несостоятельной. Прежде всего, это очевидно из хорошо известной структуры бегущей константы связи. Рассмотрим трехпетлевое выражение для  $\alpha_s(\mu)$ :

$$\alpha_s(\mu) = \frac{4\pi}{\beta_0 \ln(\mu^2/\Lambda^2)} \left[ 1 - \frac{2\beta_1 \ln(\ln(\mu^2/\Lambda^2))}{\beta_0^2 \ln(\mu^2/\Lambda^2)} + \frac{4\beta_1^2}{\beta_0^4 \ln^2(\mu^2/\Lambda^2)} \left( \left( \ln(\ln(\mu^2/\Lambda^2)) - \frac{1}{2} \right)^2 + \frac{\beta_2\beta_0}{8\beta_1^2} - \frac{5}{4} \right) \right], \quad (50)$$

где  $\Lambda$  — масштабный параметр КХД и

$$\begin{aligned}\beta_0 &= 11 - \frac{2N_f}{3}, & \beta_1 &= 51 - \frac{19N_f}{3}, \\ \beta_2 &= 2857 - \frac{5033N_f}{9} + \frac{325N_f^2}{27}.\end{aligned}\tag{51}$$

Для малых импульсов выражение (50) с числом ароматов  $N_f = 3$  используем в качестве точки нормировки значения массы  $\tau$ -лептона. Имеем

$$\alpha_s(M_\tau = 1777 \text{ МэВ}) = 0,32 \pm 0,05.\tag{52}$$

Отсюда находим

$$\Lambda_3 = (345 \pm 19) \text{ МэВ}.\tag{53}$$

Итак, из (50) видно, что для  $\mu = \Lambda_3$  имеется полюс (и обрезание в той же точке).

Впервые подобный полюс был обнаружен в квантовой электродинамике (КЭД) [13, 14] и назван полюсом Ландау. Существование этого полюса делает теорию внутренне противоречивой. В случае КЭД Ландау в письме к Н. Бору [14] прежде всего указал на то, что для реального числа заряженных элементарных частиц полюс расположен далеко позади массы Планка и тем самым он, предположительно, может быть устранен квантовыми гравитационными эффектами.

Однако в КХД полюс расположен в обозримой области порядка нескольких мегаэлектронвольт.

Насколько нам известно, нет никакого способа устранения этого полюса в рамках теории возмущений. Общее убеждение состоит в том, что непертурбативные вклады могут некоторым образом полюс исключить. Имеются различные предсказания низкоэнергетического поведения  $\alpha_s$  (см., например, [15–17]).

Ниже покажем, как полюс может быть действительно устранен в рамках метода уравнений компенсации Боголюбова.

Мы стартуем с чистой хромодинамики без кварков. Берется лагранжиан с группой калибровочной симметрии  $SU(3)$ . Так мы определяем калибровочный сектор в виде цветного октета глюонов  $F_\mu^a$

$$L = -\frac{1}{4} F_{\mu\nu}^a F_{\mu\nu}^a, \quad F_{\mu\nu}^a = \partial_\mu F_\nu^a - \partial_\nu F_\mu^a + g f_{abc} F_\mu^b F_\nu^c,\tag{54}$$

где используем стандартные обозначения. Рассмотрим возможность спонтанного порождения следующего эффективного взаимодействия:

$$-\frac{G}{3!} f_{abc} F_{\mu\nu}^a F_{\nu\rho}^b F_{\rho\mu}^c,\tag{55}$$

которое обычно называют аномальным трехглюонным взаимодействием. Здесь  $(G/3!)f_{abc}F_{\mu\nu}^a F_{\nu\rho}^b F_{\rho\mu}^c$  обозначает соответствующую нелокальную вершину в импульсном пространстве

$$(2\pi)^4 G f_{abc}(g_{\mu\nu}(q_\rho p^k - p_\rho q^k) + g_{\nu\rho}(k_\mu p^q - q_\mu p^k) + g_{\rho\mu}(p_\nu q^k - k_\nu p^q) + q_\mu k_\nu p_\rho - k_\mu p_\nu q_\rho) F(p, q, k) \delta(p + q + k) + \dots, \quad (56)$$

где  $F(p, q, k)$  — формфактор;  $p, \mu, a$  — входящий импульс;  $q, \nu, b$  — лоренцевы индексы;  $k, \rho, c$  — цветовые индексы глюонов.

В соответствии с нашим подходом мы ищем нетривиальное решение для уравнений компенсации. Перепишем исходный лагранжиан (54) в виде

$$L = L_0 + L_{\text{int}}, \quad (57)$$

$$L_0 = -\frac{1}{4} F_{\mu\nu}^a F_{\mu\nu}^a + \frac{G}{3!} f_{abc} F_{\mu\nu}^a F_{\nu\rho}^b F_{\rho\mu}^c,$$

$$L_{\text{int}} = -\frac{G}{3!} f_{abc} F_{\mu\nu}^a F_{\nu\rho}^b F_{\rho\mu}^c. \quad (58)$$

Мы подразумеваем, что также присутствуют четырехглюонные, пятиглюонные и шестиглюонные вершины в соответствии с выражением для  $F_{\mu\nu}^a$  (54). Отметим, что включение полного глюонного члена  $F_{\mu\nu}^a F_{\mu\nu}^a$  в новый свободный лагранжиан (57) делается с целью сохранения калибровочной инвариантности. Эффективное взаимодействие (55) (называемое аномальным трехглюонным взаимодействием) содержит константу  $G$ , которую предстоит определить.

Итак, имеем новый свободный лагранжиан  $L_0$  (57) и выражение (58) для нового лагранжиана взаимодействия  $L_{\text{int}}$ . Ради сохранения калибровочной инвариантности удерживаем квадратичный по полям член, включающий самодействие глюонов, в свободном лагранжиане, в то время как в новом лагранжиане взаимодействия присутствует лишь кубический вклад. При этом условие компенсации должно обеспечить взаимное уничтожение всех вкладов в полную связную трехбозонную вершину структуры (56), которые способны по отдельности давать вклад в  $L_0$ . Это требование дает нелинейное уравнение для формфактора  $F$ .

Имея в виду поиск нетривиального решения этого уравнения, мы, как и в других случаях, должны сформулировать условия, благодаря которым проблема поиска решения станет разрешимой, что позволит получить первое непertурбативное приближение в описании ситуации как основу для построения в будущем реалистичной теории.

В данном случае мы: 1) ограничиваемся вкладами с количеством петель 0 и 1; 2) проводим процедуру линеаризации, в петлевых вкладах выставляя формфактор  $F$  лишь в одной из вершин, а остальные вершины рассматривая как точечные (в диаграммной форме уравнение представлено на рис. 5, где четверная вершина соответствует четырехбозонному вкладу в эффективное трехглюонное взаимодействие, в приближении

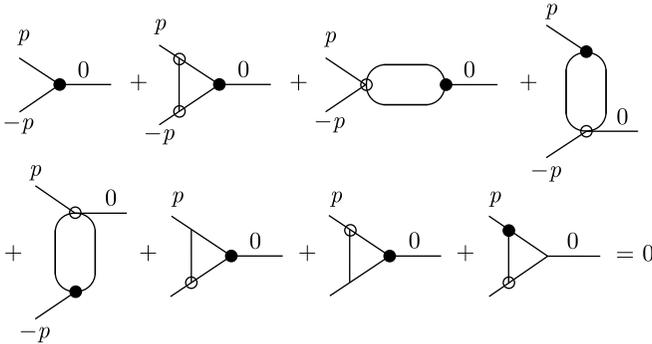


Рис. 5. Диаграммы, описывающие уравнение компенсации. Тонкие линии соответствуют глюонам, темные кружки — вершинам (56), светлые кружки — тем же вершинам с единичным формфактором, кружки с четырьмя концами — вершинам (60), простая точка изображает обычную пертурбативную вершину

берем вершины с константой взаимодействия, пропорциональной  $gG$ ); 3) интегрируем по угловым переменным в четырехмерном евклидовом пространстве.

Это то же самое приближение, которое было использовано в описанном выше случае взаимодействия Намбу-Иона-Лазинию. Полученное там согласие с экспериментальными данными может служить обоснованием оправданности его применения и здесь с той же точностью порядка: 10–15%.

Для свободного лагранжиана  $L_0$  полные связанные вершины с лоренц-структурой (56) должны исчезать. Это обеспечивает устранение нежелательных вкладов в пропагатор глюонного поля. Соответственно, мы используем свободные пропагаторы и в уравнении компенсации согласно общей логике метода. Найти решения удастся только для указанной на рис. 5 кинематической конфигурации: входящие слева импульсы равны  $p$  и  $-p$ , а исходящий импульс справа равен нулю. Чтобы получить решение для  $F$ , мы должны взять ненулевые значения импульсов. Ищем решение в следующей форме:

$$F(p_1, p_2, p_3) = F\left(\frac{p_1^2 + p_2^2 + p_3^2}{2}\right). \quad (59)$$

Это выражение симметрично и обращается в  $F(x)$  для  $p_3 = 0, p_1^2 = p_2^2 = x$ . Будем рассматривать (59) как первое приближение. Ниже обсудим возможность его уточнения.

Запишем четырехбозонную вершину:

$$\frac{V(p, m, \lambda; q, n, \sigma; k, r, \tau; l, s, \pi)}{i(2\pi)^4} = gG \left( f^{amn} f^{ars} (U(k, l; \sigma, \tau, \pi, \lambda) - U(k, l; \lambda, \tau, \pi, \sigma) - U(l, k; \sigma, \pi, \tau, \lambda) + U(l, k; \lambda, \pi, \tau, \sigma) + \right.$$

$$\begin{aligned}
& + U(p, q; \pi, \lambda, \sigma, \tau) - U(p, q; \tau, \lambda, \sigma, \pi) - U(q, p; \pi, \sigma, \lambda, \tau) + \\
& + U(q, p; \tau, \sigma, \lambda, \pi) + f^{arn} f^{ams} (U(p, l; \sigma, \lambda, \pi, \tau) - U(l, p; \sigma, \pi, \lambda, \tau) - \\
& - U(p, l; \tau, \lambda, \pi, \sigma) + U(l, p; \tau, \pi, \lambda, \sigma) + U(k, q; \pi, \tau, \sigma, \lambda) - \\
& - U(q, k; \pi, \sigma, \tau, \lambda) - U(k, q; \lambda, \tau, \sigma, \pi) + U(q, k; \lambda, \sigma, \tau, \pi)) - \\
& - f^{asn} f^{amr} (U(k, p; \sigma, \tau, \lambda, \pi) - U(p, k; \sigma, \lambda, \tau, \pi) + U(p, k; \pi, \lambda, \tau, \sigma) - \\
& - U(k, p; \pi, \tau, \lambda, \sigma) - U(l, q; \tau, \pi, \sigma, \lambda) + U(l, q; \lambda, \pi, \sigma, \tau) - \\
& - U(q, l; \lambda, \sigma, \pi, \tau) + U(q, l; \tau, \sigma, \pi, \lambda)), \quad (60)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
U(k, l; \sigma, \tau, \pi, \lambda) = & (k_{\sigma} l_{\tau} g_{\pi \lambda} - k_{\sigma} l_{\lambda} g_{\pi \tau} + k_{\pi} l_{\lambda} g_{\sigma \tau} - (kl) g_{\sigma \tau} g_{\pi \lambda}) \times \\
& \times F(k, l, -(k+l)).
\end{aligned}$$

Здесь тройка  $p, m, \lambda$  и т. д. означает соответственно входящий импульс, цветной индекс и лоренцев индекс глюона, а  $F$  — тот же формфактор, что и в выражении (56).

Теперь в соответствии с нашими правилами получаем следующее уравнение для формфактора  $F(x)$ :

$$\begin{aligned}
F(x) = & -\frac{G^2 N}{64\pi^2} \left( \int_0^Y F(y) y dy - \frac{1}{12x^2} \int_0^x F(y) y^3 dy + \frac{1}{6x} \int_0^x F(y) y^2 dy + \right. \\
& \left. + \frac{x}{6} \int_x^Y F(y) dy - \frac{x^2}{12} \int_x^Y \frac{F(y)}{y} dy \right) + \frac{GgN}{16\pi^2} \int_0^Y F(y) dy + \\
& + \frac{GgN}{24\pi^2} \left( \int_x^Y \frac{(5x-6y)}{(x-2y)} F(y) dy + \int_{(3x)/4}^x \frac{(3x-4y)^2(2y-3x)}{x^2(x-2y)} F(y) dy \right) + \\
& + \frac{GgN}{32\pi^2} \left( \int_x^Y \frac{3(x^2-2y^2)}{8(2y-x)^2} F(y) dy + \right. \\
& \left. + \int_{(3x)/4}^x \frac{3(4y-3x)^2(x^2-4xy+2y^2)}{8x^2(2y-x)^2} F(y) dy + \right. \\
& \left. + \int_0^x \frac{5y^2-12xy}{16x^2} F(y) dy + \int_x^Y \frac{3x^2-4xy-6y^2}{16y^2} F(y) dy \right). \quad (61)
\end{aligned}$$

Здесь  $x = p^2$  и  $y = q^2$ , где  $q$  есть переменная интегрирования, число цветов  $N = 3$ . Также делим исходное уравнение на константу связи  $G$  (имея в виду поиск нетривиального решения).

Четыре последних члена в скобках представляют диаграммы с одной обычной калибровочной вершиной. Эти вклады обеспечивают калибровочную инвариантность результата в данном приближении. Отметим, что дополнительно проверить калибровочную инвариантность можно введением удлиняющего вклада  $d_l k_\mu k_\nu / (k^2)^2$  в бозонные пропагаторы. Духовые поля также дают нулевой вклад в текущем приближении, поскольку вершина (56) поперечна:

$$\begin{aligned} p_\mu V(p, q, k)_{\mu\nu\rho} &= q_\nu V(p, q, k)_{\mu\nu\rho} = k_\rho V(p, q, k)_{\mu\nu\rho} = 0, \\ V(p, q, k)_{\mu\nu\rho} &= g_{\mu\nu}(q_\rho p k - p_\rho q k) + g_{\nu\rho}(k_\mu p q - q_\mu p k) + \\ &+ g_{\rho\mu}(p_\nu q k - k_\nu p q) + q_\mu k_\nu p_\rho - k_\mu p_\nu q_\rho. \end{aligned} \quad (62)$$

Калибровочная инвариантность могла быть также нарушена вкладом, возникающими из-за импульсной зависимости формфактора. Однако эта проблема не возникает в данном приближении уравнения (61) и становится существенной только при учете членов порядка  $g^2$ . В этом случае вклады духов не исчезают.

Введем в уравнение (61) эффективное обрезание  $Y$ , ограничивающее «низкоэнергетическую» область, где действуют непертурбативные эффекты, и рассмотрим уравнение в интервале  $[0, Y]$  при условии

$$F(Y) = 0, \quad (63)$$

а для  $x > Y$  непрерывным образом перейдем к тривиальному решению  $G = 0$ . Уравнение (61) решаем итерациями. Мы распределяем вклады, пропорциональные  $g$  по степеням  $x$  и берем вначале только константу. Так, имеем

$$\begin{aligned} F_0(x) &= -\frac{G^2 N}{64\pi^2} \left( \int_0^Y F_0(y) y dy + \frac{x}{6} \int_x^Y F_0(y) dy - \frac{x^2}{12} \int_x^Y \frac{F_0(y)}{y} dy + \right. \\ &+ \left. \frac{1}{6x} \int_0^x F_0(y) y^2 dy - \frac{1}{12x^2} \int_0^x F_0(y) y^3 dy \right) + \frac{87GgN}{512\pi^2} \int_0^Y F_0(y) dy. \end{aligned} \quad (64)$$

Выражение (64) представляет собой стандартное для наших исследований уравнение, решаемое обычным методом, а именно последовательным дифференцированием уравнения (64) приходим к дифференциальному уравнению Мейера [12]

$$\begin{aligned} \left( x \frac{d}{dx} + 2 \right) \left( x \frac{d}{dx} + 1 \right) \left( x \frac{d}{dx} - 1 \right) \left( x \frac{d}{dx} - 2 \right) F_0(x) + \frac{G^2 N x^2}{64\pi^2} F_0(x) = \\ = 4 \left( -\frac{G^2 N}{64\pi^2} \int_0^Y F_0(y) y dy + \frac{87GgN}{512\pi^2} \int_0^Y F_0(y) dy \right) \end{aligned} \quad (65)$$

с решением вида

$$F_0(x) \equiv \Psi_0(z) = C_1 G_{04}^{10} \left( z \mid 1/2, 1, -1/2, -1 \right) + C_2 G_{04}^{10} \left( z \mid 1, 1/2, -1/2, -1 \right) - \\ - \frac{GN}{128\pi^2} G_{15}^{31} \left( z \mid_{1, 1/2, 0, -1/2, -1}^0 \right) \int_0^Y \left( Gy - \frac{87g}{8} \right) F_0(y) dy, \quad (66)$$

$$z = \frac{G^2 N x^2}{1024\pi^2},$$

где

$$G_{qp}^{mm} \left( z \mid_{b_1, \dots, b_p}^{a_1, \dots, a_q} \right)$$

— функция Мейера [12]. В случае  $q = 0$  пишем только индексы  $b_i$  в одну линию. Константы  $C_1, C_2$  должны быть определены подстановкой (66) в изначальное выражение (64).

С учетом условия (63) получаем набор параметров

$$z_0 = \infty, \quad C_1 = 0, \quad C_2 = 0. \quad (67)$$

Граничное условие для формфактора  $F(0) = 1$  здесь следующее:

$$-\frac{G^2 N}{64\pi^2} \int_0^\infty F_0(y) y dy + \frac{87GgN}{512\pi^2} \int_0^\infty F_0(y) dy = 1. \quad (68)$$

Однако первый интеграл в (68) расходится с асимптотикой

$$G_{15}^{31} \left( z \mid_{1, 1/2, 0, -1/2, -1}^0 \right) \rightarrow \frac{1}{2z}, \quad z \rightarrow \infty,$$

и мы не имеем непротиворечивого решения. В связи с этим рассмотрим следующее приближение. Подставим решение (66) с учетом (68) в члены уравнения (61), пропорциональные калибровочной константе  $g$ , но постоянные, и вычислим вклады, пропорциональные  $\sqrt{z}$ . Теперь примем во внимание нормировочное условие

$$F(x) \equiv \Psi(z) = 1 + \frac{85g\sqrt{N}\sqrt{z}}{96\pi} \times \\ \times \left( \ln z + 4\gamma + 4 \ln 2 - \frac{1975}{168} + \frac{1}{2} G_{15}^{31} \left( z_0 \mid_{0, 0, 1/2, -1, -1/2}^0 \right) \right) - \\ - \frac{2}{3z} \int_0^z \Psi(t) t dt - \frac{2z}{3} \int_z^{z_0} \Psi(t) \frac{dt}{t} + \frac{4}{3\sqrt{z}} \int_0^z \Psi(t) \sqrt{t} dt + \frac{4\sqrt{z}}{3} \int_z^{z_0} \Psi(t) \frac{dt}{\sqrt{t}}, \quad (69)$$

где  $\gamma$  есть постоянная Эйлера. Ищем решение для (69) в виде

$$\Psi(z) = \frac{1}{2} G_{15}^{31} \left( z \left| \begin{matrix} 0 \\ 1, 1/2, 0, -1/2, -1 \end{matrix} \right. \right) - \frac{85g\sqrt{N}}{128\pi} G_{15}^{31} \left( z \left| \begin{matrix} 1/2 \\ 1, 1/2, 1/2, -1/2, -1 \end{matrix} \right. \right) + \\ + C_1 G_{04}^{10} \left( z \left| \begin{matrix} 1/2 \\ 1, -1/2, -1 \end{matrix} \right. \right) + C_2 G_{04}^{10} \left( z \left| \begin{matrix} 1 \\ 1/2, -1/2, -1 \end{matrix} \right. \right). \quad (70)$$

У нас также есть условие

$$1 + 8 \int_0^{z_0} \Psi(z) dz = \frac{87g\sqrt{N}}{32\pi} \int_0^{z_0} \Psi_0(z) \frac{dz}{\sqrt{z}}, \\ \Psi(z_0) = 0. \quad (71)$$

Последнее условие (71) означает гладкий переход от нетривиального решения к тривиальному с  $G = 0$ . Зная форму решения (70), вычисляем обе стороны соотношения (69) в двух различных точках интервала  $0 < z < z_0$  и, имея четыре уравнения для четырех параметров, решаем систему. Для  $N = 3$  получаем следующее решение, которое используем в случае КХД:

$$g(z_0) = 3,8166, \quad z_0 = 0,009553, \\ C_1 = -5,19055, \quad C_2 = 5,46167. \quad (72)$$

Обратим внимание на фиксированное значение параметра  $z_0$ . Решение существует только для этого значения (72), играющего роль собственного значения. Фактически изначально существование такого собственного значения не казалось очевидным. Параметр  $z_0$  определяет масштаб применимости решения. Именно поэтому мы берем значение бегущей константы  $g$  в решении (72) как раз в этой точке. Отметим, что в дальнейшем всегда будем использовать обозначение  $F(x)$  для главного фактора.

Следует отметить, что имеется также другое решение системы уравнений, соответствующее большему значению  $z_0 \simeq 9,6$  и меньшему  $g(z_0) \simeq 0,6$  для  $N = 2$ . Оно может быть использовано при описании непертурбативных эффектов в электрослабом секторе.

Вспомним теперь трехпетлевое выражение для  $\alpha_s(\mu^2)$  (50) с числом цветов  $N_f = 3$ . Мы должны нормировать это значение на массу  $\tau$ -лептона (52).

Нормируем бегущую константу условием

$$\alpha_s(x_0) = \frac{g(z_0)^2}{4\pi} = 1,15515, \quad (73)$$

где константа связи  $g$ , входящая в уравнение (72), нормирована также в этой точке. Из определения  $z$  (66) и значения  $z_0$  (72) имеем

$$G = \frac{1}{\Lambda_G^2}, \quad \Lambda_G = (264 \pm 7) \text{ МэВ}. \quad (74)$$

Таким образом, мы получили определенное значение для константы связи обсуждаемого взаимодействия (55). Типичный масштаб энергий в области 250 МэВ является естественным для сильного взаимодействия. Следует также отметить значение импульса, соответствующее границе непертурбативной области  $z_0$ . Из уравнений (72), (74) имеем следующий импульс:

$$p_0 = (630 \pm 18) \text{ МэВ}. \quad (75)$$

Непертурбативная граница (75) тоже выглядит естественно с феноменологической точки зрения.

Следует, конечно, иметь в виду, что все результаты получены в рамках выбранного приближения. Например, изменение формы зависимости от трех переменных в выражении для  $F$  (59) приводит к некоторым изменениям неоднородной части уравнения (69). Коэффициент перед логарифмом в его второй части не зависит от этой формы, но постоянный вклад может меняться. Важно оценить, насколько слабые изменения влияют на результат. В этом ключе рассмотрим дополнительный вклад  $\varepsilon$  в неоднородную часть (69). Получаем следующее измененное выражение:

$$1 + \frac{85g\sqrt{N}\sqrt{z}}{96\pi} \left( \ln z + 4\gamma + 4 \ln 2 - \frac{1975}{168} + \frac{G_{15}^{31} \left( z_0 \Big|_{0,0,1/2,-1,-1/2}^0 \right)}{2} + \varepsilon \right). \quad (76)$$

Возьмем, например,  $\varepsilon = 0,13$ . В этом случае вместо (72) имеем

$$\begin{aligned} g(z_0) &= 3,11587, & z_0 &= 0,0153348, \\ C_1 &= -4,47289, & C_2 &= 3,62922, \end{aligned} \quad (77)$$

что, как и в случае  $\varepsilon = 0$ , ведет к следующим параметрам:

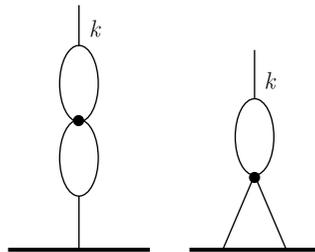
$$\alpha_s(x_0) = \frac{g(z_0)^2}{4\pi} = 0,7726, \quad G = \frac{1}{\Lambda_G^2}, \quad \Lambda_G = (273,5 \pm 7,0) \text{ МэВ}. \quad (78)$$

Другой пример с  $\varepsilon = 0,15$ . В этом случае имеем

$$\begin{aligned} g(z_0) &= 3,03685, & z_0 &= 0,0163105, & \alpha_s(x_0) &= 0,7339, & C_1 &= -4,37005, \\ C_2 &= 3,43372, & G &= \frac{1}{\Lambda_G^2}, & \Lambda_G &= (276,4 \pm 7,0) \text{ МэВ}. \end{aligned} \quad (79)$$

**2.2. Бегущая константа связи.** Наибольший интерес для нас представляет исследование влияния взаимодействия (55) на поведение кон-

Рис. 6. Диаграммы, описывающие вклад непертурбативной вершины (60), обозначенной черным кружком, в бегущую константу  $\alpha_s(k^2)$ . Тонкие линии соответствуют глюонам, жирные — кваркам



станты сильного взаимодействия  $\alpha_s(k^2)$  в области ниже  $z_0$ , т. е.  $k < p_0$  (75).

Для этого обратимся к рассмотрению, связанному с методом ренормгруппы [18] (в применении к КХД см. [19]). Имеем однопетлевое выражение для  $\beta$ -функции в КХД:

$$\beta(g) = -\frac{g^3}{(4\pi)^2} \left( 11 - \frac{2N_f}{3} \right). \quad (80)$$

Возьмем дополнительные вклады для малого импульса  $k^2 \rightarrow 0$  нашего нового взаимодействия в соответствии с диаграммами на рис. 6, которые дают вместо  $f$  (80)

$$\beta(g) = -\frac{g^3}{(4\pi)^2} \left[ \left( 11 - \frac{2N_f}{3} \right) - \frac{405\sqrt{3}g(z_0)}{2\pi} \Phi(0) \right], \quad (81)$$

где  $\Phi(0)$  есть результат вычисления указанных диаграмм. Здесь видно решающее изменение поведения пертурбативной  $\beta$ -функции (80), которая действует при большом импульсе  $k > p_0$ , и непертурбативное поведение при  $k \simeq 0$  (81). В соответствии с вычислениями  $\Phi(0)$  с учетом (72) знак  $\beta$  меняется в разных областях. А  $\alpha_s(k^2)$  для  $k^2 \rightarrow 0$  положительна, как и для больших значений  $k$ . Чтобы рассмотреть поведение в промежуточной области, вернемся к определению  $\beta$ -функции [19]

$$\beta(g, t) = gM \frac{\partial}{\partial M} (\delta_{\text{pert}} + \delta_{\text{nonpert}}) = \frac{g^3}{(4\pi)^2} \times \\ \times M \frac{\partial}{\partial M} \frac{\Gamma(2-d/2)}{2(M^2)^{2-d/2}} \left( \left( 11 - \frac{2N_f}{3} \right) - \frac{405\sqrt{3}g(z_0)}{2\pi} \Phi(t) \right), \quad (82)$$

где функция  $\Phi(t)$  определена вычислением диаграмм на рис. 2 и  $d \rightarrow 4$  есть размерность пространства-времени. Производя вычисления, мы учитываем, что первая диаграмма дает вклад в глюонный пропагатор, а вторая соответствует кварк-глюонной вершине (члены  $\delta_3$  и  $\delta_1$  в [19] соответственно). Вклад в глюонный пропагатор ( $\delta_2$ ) в данном приближении

исчезает:

$$\begin{aligned}\Phi(t) &= \int_t^{z_{01}} \frac{u - 3t/4}{u - t/2} F(u) du + \int_{3t/4}^t \frac{4(u - 3t/4)^2}{t(u - t/2)} F(u) du, \quad t < z_{01}, \\ \Phi(t) &= \int_{3t/4}^{z_{01}} \frac{4(u - 3t/4)^2}{t(u - t/2)} F(u) du, \quad z_{01} < t < \frac{4z_{01}}{3}, \\ \Phi(t) &= 0, \quad t > \frac{4z_{01}}{3}, \quad z_{01} = \sqrt{z_0}, \quad u = \frac{\sqrt{3} G q^2}{32\pi}, \quad t = \frac{\sqrt{3} G k^2}{32\pi}.\end{aligned}\quad (83)$$

Это ведет к изменению выражения (81):

$$\beta(g, t) = -\frac{g^3}{(4\pi)^2} \left[ \left( 11 - \frac{2N_f}{3} \right) - \frac{405\sqrt{3}g(z_0)}{2\pi} \Phi(t) \right]. \quad (84)$$

В итоге в этом приближении, используя двухпетлевое выражение, соответствующее обсуждаемым диаграммам, имеем для  $N_f = 3$

$$\alpha_s(k^2) = \frac{\alpha(k_0^2)}{1 + \frac{\alpha_s(k_0^2)}{6\pi} \left( \frac{27}{2} - \frac{405\sqrt{3}g(z_0)}{2\pi} \Phi(t) \right) \ln \frac{k^2}{k_0^2}}, \quad (85)$$

где  $t$  определено в (83). При  $G$ , определенном в (74),  $g(z_0)$ , заданном в (72), и  $k^2 = Q^2$  видно поведение  $\alpha_s(Q)$ . С фиксированным параметром  $\varepsilon$  в (76) вычисляем поведение бегущей константы. Начнем с  $\varepsilon = 0$ . Имеем значение  $\alpha_s(Q)$  в начальной точке непертурбативного вклада, соответствующего  $\bar{z}_{01} = (4/3)z_{01}$ , определенного импульсом  $Q = 726$  МэВ:

$$\alpha_s(\bar{z}_{01}) = 0,936. \quad (86)$$

Граница непертурбативной области  $Q_0 = 726$  МэВ выглядит вполне разумно.

Новое поведение  $\alpha_s(Q)$  показано на рис. 7. Хотелось бы обратить внимание на результат, представленный здесь, который состоит в отсутствии полюса Ландау в выражении (85). Напомним, что в пертурбативном выражении при вычислении до двух петель сингулярность всегда сохраняется. Только при учете непертурбативных эффектов мы добиваемся устранения весьма неприятной особенности, серьезно рассматривавшейся как знак несостоятельности квантовой теории поля в работах [13, 14].

Имеется особенность выражения (85), которую нужно отметить. Предел  $\alpha_s(Q)$  при  $Q \rightarrow 0$  оказывается нулевым. Такая возможность также обсуждается на феноменологическом уровне, в частности, имеются указания на убывание  $\alpha_s(Q^2)$  для  $Q^2 \rightarrow 0$  в исследовании резонансов малой массы [20]. Отметим, что некоторые решеточные вычисления дают сходное поведение [21–25].

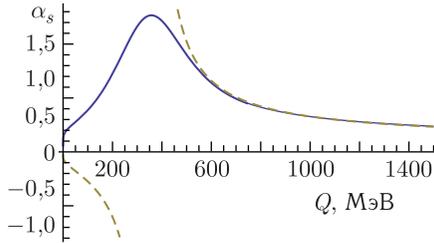


Рис. 7. Зависимость бегущей константы  $\alpha_s(Q)$  при  $\varepsilon = 0$ . Сплошная линия соответствует  $\alpha_s$  с непертурбативным вкладом (85), штриховая с полюсом — пертурбативному однопетлевому выражению

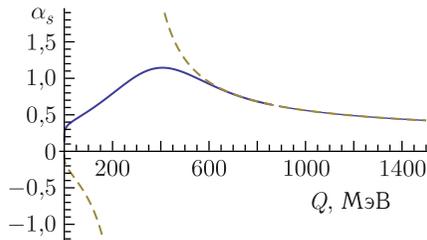


Рис. 8. Зависимость бегущей константы  $\alpha_s(Q)$  при  $\varepsilon = 0,13$ . Сплошная линия соответствует  $\alpha_s$  с непертурбативным вкладом (85), штриховая с полюсом — пертурбативному однопетлевому выражению

Рассмотрим поведение  $\alpha_s$  для других значений параметра  $\varepsilon$ . Поведение при  $\varepsilon = 0,13$  показано на рис. 8. Полюс здесь также отсутствует, но значение  $\alpha_s$  в непертурбативной области меньше, чем в случае  $\varepsilon = 0$ . Среднее значение  $\alpha_s$  в непертурбативной области  $\varepsilon = 0,13$  равно

$$\bar{\alpha}_s = \frac{1}{Q_0} \int_0^{Q_0} \alpha_s(Q) dQ = 0,87, \quad Q_0 = \sqrt{\frac{128\pi z_{01}}{3\sqrt{3}G}}. \quad (87)$$

При  $\varepsilon = 0,15$   $\bar{\alpha}_s = 0,84$ .

**2.3. Глюонный конденсат.** Одним из важных неперенормируемых параметров является глюонный конденсат, т. е. вакуумное среднее

$$V_2 = \left\langle \frac{g^2}{4\pi^2} F_{\mu\nu}^a F_{\mu\nu}^a \right\rangle. \quad (88)$$

Оценим этот параметр в нашем подходе. Применим метод уравнений компенсации к первым непертурбативным вкладам, представленным на рис. 8, пропорциональным  $gG$ . Важно ввести правила Фейнмана для вклада оператора (88) в скобках (он отмечен крестиками на рис. 9):

$$V_{FF}(\mu, \nu; p) = i \frac{g^2}{\pi^2} (g_{\mu\nu} p^2 - p_\mu p_\nu). \quad (89)$$

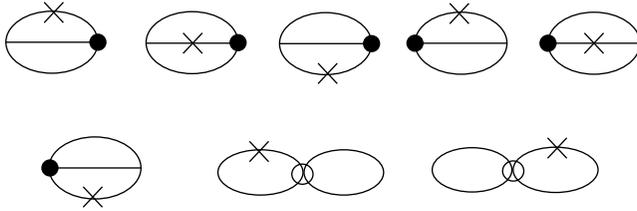


Рис. 9. Диаграммы для вычисления глюонного конденсата. Линии — глюоны, темные кружки — тройные вершины (56), светлые кружки — четырехглюонные вершины (60) с соответствующим формфактором и крестики — вершина (89). Импульсы, входящие справа, равны  $p - q/2$ ,  $q$ ,  $-p - q/2$  для «жуков» и  $p - q/2$ ,  $p + q/2$  для  $\infty$ -диаграмм

С распределением импульса интегрирования, указанным на рис. 9, формфактор в обоих типах диаграмм в соответствии с (59) имеет тот же аргумент:

$$F\left(p^2 + \frac{3}{4}q^2\right). \quad (90)$$

Выходит, что второй и третий вклады во втором ряду на рис. 9 являются удвоенными предыдущими вкладками. В итоге сумма равна результату первой диаграммы, умноженному на 10.

Имеем после виковского поворота

$$V_2 = \frac{10 \cdot 24g^3 G}{(2\pi)^8 \pi^2} \int F\left(p^2 + \frac{3}{4}q^2\right) \frac{12(p^2 q^2 - pq^2)}{q^2(p - q/2)^2(p + q/2)^2} dp dq. \quad (91)$$

Используя угловой интеграл

$$\int_0^\pi \frac{\sin^2(\theta) d\theta}{\left(p^2 + \frac{q^2}{4}\right)^2 - (pq)^2} = \frac{\pi}{2\left(x + \frac{y}{4}\right)} \left[ \theta \left(x - \frac{y}{4}\right) \frac{1}{x} + \theta \left(\frac{y}{4} - x\right) \frac{4}{y} \right], \quad (92)$$

$$x = p^2, \quad y = q^2,$$

получаем следующее выражение для числа (91):

$$V_2 = \frac{5g^3 2^{11}}{G^2 \pi^3 \sqrt{3}} \int_0^{\sqrt{z_0}} F(t) I_t dt, \quad (93)$$

$$I_t = 12 \left( - \int_0^t \frac{(t-y)^2}{t-y/2} dy - 4 \int_t^{4t/3} \frac{(t-y)^2(t-3y/4)}{(t-y/2)y} dy + \int_0^{4t/3} \left(t - \frac{3y}{4}\right) dy \right),$$

$$t = \frac{G\sqrt{3}}{2^5 \pi} \left(x + \frac{3y}{4}\right).$$

Уже имеются выражения (70), (72) для формфактора  $F(z)$ ,  $z = t^2$ . Итак, вычисление здесь прямое, и мы получаем, используя значения для  $g$  (72), центральное значение в определении  $G$  (74):

$$V_2 = \frac{5g^3 2^{10}}{\pi^3 \sqrt{3} G^2} 12 \left( 2 - 6 \ln \frac{4}{3} \right) \int_0^{z_0} F(z) \sqrt{z} dz = 0,00955 \text{ ГэВ}^4. \quad (94)$$

Используя ненулевое значение  $\varepsilon$  в выражении (76), находим глюонный конденсат:

$$\begin{aligned} V_2 &= 0,0120 \text{ ГэВ}^4 (\varepsilon = 0,13), \\ V_2 &= 0,0128 \text{ ГэВ}^4 (\varepsilon = 0,15). \end{aligned} \quad (95)$$

Соответственно, в данном приближении имеем ненулевой непертурбативный параметр  $V_2$ . Это значение согласуется в пределах точности определения данного параметра с феноменологическими значениями  $V_2 \simeq 0,012 \text{ ГэВ}^4$  [26],  $V_2 \simeq 0,010 \text{ ГэВ}^4$  [27]. Величины (94), (95) показывают изменения в порядке неточностей этих феноменологических определений. Итак, мы можем констатировать, что наш непертурбативный подход позволяет вычислять этот важный параметр. Оценим также вакуумное среднее  $V_3$ :

$$V_3 = \langle g^3 f_{abc} F_{\mu\nu}^a F_{\nu\rho}^b F_{\rho\mu}^c \rangle. \quad (96)$$

Аналогично вычисляя с  $\varepsilon = 0,13$ , получаем

$$V_3 = \frac{g^3 2^{17}}{G^3} \left( 2 - 6 \ln \frac{4}{3} \right) \int_0^{z_0} z F(z) dz = 0,00744 \text{ ГэВ}^6. \quad (97)$$

**2.4. Глюбол.** Существование аномального взаимодействия (55) делает возможным рассмотрение глюонных состояний. Рассмотрим скалярный глюбол  $X_0$ , чтобы оценить, может ли непертурбативная константа (74) использоваться для адекватного описания непертурбативных эффектов сильного взаимодействия. Для этого используем уравнение Бете–Солпитера с ядром, соответствующим одноглюонному обмену с нашим (точечным) аномальным трехглюонным взаимодействием (55). Возьмем вершину взаимодействия  $X_0$  с двумя глюонами в следующей форме:

$$\frac{G_{\text{gb}}}{2} F_{\mu\nu}^a F_{\mu\nu}^a X_0 \Psi_{\text{gb}}(x), \quad x = p^2, \quad (98)$$

где  $\Psi_{\text{gb}}(x)$  есть волновая функция Бете–Солпитера. В первом приближении (нулевой импульс  $X_0$ ) имеем

$$\begin{aligned} \Psi_{\text{gb}}(x) = & -\frac{3G^2}{16\pi^2} \left( \frac{1}{2x^2} \int_0^x y^3 \Psi_{\text{gb}}(y) dy - \frac{1}{x} \int_0^x y^2 \Psi_{\text{gb}}(y) dy - 3 \int_0^Y y \Psi_{\text{gb}}(y) dy - \right. \\ & \left. - x \int_x^Y \Psi_{\text{gb}}(y) dy + \frac{x^2}{2} \int_x^Y \frac{\Psi_{\text{gb}}(y)}{y} dy \right), \quad (99) \end{aligned}$$

где снова берем верхний предел интегрирования  $Y$  в (61), определенный формфактором  $F(x) = 0$  для  $x \geq Y$  в (55). Снова последовательным дифференцированием получаем из уравнения (99) следующее дифференциальное уравнение:

$$\left(z' \frac{d}{dz'} + 1\right) \left(z' \frac{d}{dz'} + \frac{1}{2}\right) \left(z' \frac{d}{dz'} - \frac{1}{2}\right) \left(z' \frac{d}{dz'} - 1\right) \Psi_{\text{gb}}(z') = z' \Psi_{\text{gb}}(z') + \frac{C}{4}, \quad (100)$$

$$C = 4 \int_0^{\bar{z}_0} \Psi_{\text{gb}}(t') dt', \quad z' = \frac{9G^2 x^2}{128\pi^2}, \quad t' = \frac{9G^2 y^2}{128\pi^2}.$$

Сравнивая переменную  $z'$  из уравнения (100) с исходной переменной  $z$  из (66), наблюдаем отношение  $z' = 24z$ . Это означает, что  $\bar{z}_0 = 24z_0$ ,  $z_0$  взято из решения (72). В новых переменных выражение (99), в котором также учтены вклады, пропорциональные калибровочной константе  $g$  и квадрату массы связанного состояния  $m^2$ , имеет следующий вид:

$$\Psi_{\text{gb}}(z') = 1 - \frac{2}{3z'} \int_0^{z'} \Psi_{\text{gb}}(t') t' dt' + \frac{4}{3\sqrt{z'}} \int_0^{z'} \Psi_{\text{gb}}(t') \sqrt{t'} dt' + \frac{4\sqrt{z'}}{3} \int_{z'}^{\bar{z}_0} \frac{\Psi_{\text{gb}}(t')}{\sqrt{t'}} dt' - \frac{2z'}{3} \int_{z'}^{\bar{z}_0} \frac{\Psi_{\text{gb}}(t')}{t'} dt', \quad (101)$$

$$1 = 4 \int_0^{\bar{z}_0} \Psi_{\text{gb}}(t') dt' + \left(\kappa + \frac{3g\sqrt{2}}{2\pi}\right) \int_0^{\bar{z}_0} \frac{\Psi_{\text{gb}}(t')}{\sqrt{t'}} dt'.$$

Здесь  $\kappa$  связана с массой связанного состояния  $m$ :

$$\kappa = -\frac{3Gm^2}{8\sqrt{2}\pi}. \quad (102)$$

В соответствии с уравнением (100) находим решение (99) в следующей форме:

$$\Psi_{\text{gb}}(z') = \frac{\pi}{2} G_{15}^{21} \left(z' \Big|_{1,0,1/2,-1/2,-1}\right) + C_1 G_{04}^{20} (z' | 1, 1/2, -1/2, -1) + C_2 G_{04}^{10} (-z' | 1, 1/2, -1/2, -1). \quad (103)$$

Подставляя выражение (103) в уравнения системы (101) и используя значения  $g$  и  $z_0$  (72), получаем единственное решение для параметров

$$C_1 = 1,07899, \quad C_2 = -1,38099, \quad \kappa = -2,6415. \quad (104)$$

Теперь из значений (74), (104), используя соотношение (102), находим массу наилегчайшего глюбола:

$$m = (1479 \pm 40) \text{ МэВ}. \quad (105)$$

Это значение вполне разумное, более того, наиболее серьезными кандидатами на роль легкого скалярного глюбола могут быть состояния  $f_0(1500)$  с массой  $(1507 \pm 54) \text{ МэВ}$  и/или  $f_0(1710)$  с массой  $(1720 \pm 6) \text{ МэВ}$ , что соответствует нашей оценке (105) в пределах точности 10–15 %.

Теперь для получения константы связи скалярного глюона, входящего в выражение для эффективного взаимодействия (98), используем условие нормировки для волновой функции Бете–Солпитера  $\Psi(t)$ :

$$1 = \frac{\sqrt{2} G_{\text{gb}}^2}{\pi G} \int_0^{\bar{z}_0} \frac{\Psi_{\text{gb}}(t')^2}{\sqrt{t'}} dt'. \quad (106)$$

Подставляя в уравнение (106) решения (103), (104) и вычисляя интеграл, получаем

$$G_{\text{gb}}^2 = \frac{\pi G}{\sqrt{2} I} = 1,825 G, \quad I = \int_0^{\bar{z}_0} \frac{\Psi_{\text{gb}}(t')^2}{\sqrt{t'}} dt' = 1,21732. \quad (107)$$

Из результата (107) имеем следующее значение для константы связи глюбола:

$$G_{\text{gb}} = \frac{1}{190,337 \text{ МэВ}} = \frac{5,254}{\text{ГэВ}}. \quad (108)$$

### 3. ЭЛЕКТРОСЛАБЫЕ БОЗОНЫ

**3.1. Эффективное трехбозонное взаимодействие.** Будем исходить из электрослабого лагранжиана с тремя лептонными  $\psi_k$  и цветными кварковыми  $q_k$  дублетами с калибровочной группой  $SU(2)$ . Это означает, что мы ограничиваем калибровочный сектор триплетом  $W_\mu^a$ . Таким образом, считаем, что абелево калибровочное поле  $B$  отщепляется, т. е. используем приближение  $\sin^2 \theta_W \ll 1$ :

$$L = \sum_{k=1}^3 \left( \frac{i}{2} (\bar{\psi}_k \gamma_\mu \partial_\mu \psi_k - \partial_\mu \bar{\psi}_k \gamma_\mu \psi_k) + \frac{g}{2} \bar{\psi}_k \gamma_\mu \tau^a W_\mu^a \psi_k \right) + \sum_{k=1}^3 \left( \frac{i}{2} (\bar{q}_k \gamma_\mu \partial_\mu q_k - \partial_\mu \bar{q}_k \gamma_\mu q_k) + \frac{g}{2} \bar{q}_k \gamma_\mu \tau^a W_\mu^a q_k \right) - \frac{1}{4} (W_{\mu\nu}^a W_{\mu\nu}^a), \quad (109)$$

$$W_{\mu\nu}^a = \partial_\mu W_\nu^a - \partial_\nu W_\mu^a + g \varepsilon_{abc} W_\mu^b W_\nu^c.$$

Здесь использованы стандартные обозначения. В соответствии с нашим подходом будем искать нетривиальное решение уравнения компенсации. Запишем исходное выражение (109) в следующем виде:

$$L = L_0 + L_{\text{int}},$$

$$L_0 = \sum_{k=1}^3 \left( \frac{i}{2} (\bar{\psi}_k \gamma_\mu \partial_\mu \psi_k - \partial_\mu \bar{\psi}_k \gamma_\mu \psi_k) - m_k \bar{\psi}_k \psi_k + \right. \\ \left. + \frac{i}{2} (\bar{q}_k \gamma_\mu \partial_\mu q_k - \partial_\mu \bar{q}_k \gamma_\mu q_k) - M_k \bar{q}_k q_k \right) - \frac{1}{4} W_{\mu\nu}^a W_{\mu\nu}^a + \\ + \frac{G}{3!} \varepsilon_{abc} W_{\mu\nu}^a W_{\nu\rho}^b W_{\rho\mu}^c, \quad (110)$$

$$L_{\text{int}} = \frac{g}{2} \sum_{k=1}^3 (\bar{\psi}_k \gamma_\mu \tau^a W_\mu^a \psi_k + \bar{q}_k \gamma_\mu \tau^a W_\mu^a q_k) - \\ - \frac{G}{3!} \varepsilon_{abc} W_{\mu\nu}^a W_{\nu\rho}^b W_{\rho\mu}^c. \quad (111)$$

Здесь подразумевается суммирование по цвету внутри каждой кварковой билинейной комбинации и обозначение

$$- \frac{G}{3!} \varepsilon_{abc} W_{\mu\nu}^a W_{\nu\rho}^b W_{\rho\mu}^c \quad (112)$$

соответствует нелокальной вершине в импульсном пространстве

$$(2\pi)^4 G \varepsilon_{abc} (g_{\mu\nu} (q_\rho p_k - p_\rho q_k) + g_{\nu\rho} (k_\mu p_q - q_\mu p_k) + g_{\rho\mu} (p_\nu q_k - k_\nu p_q) + \\ + q_\mu k_\nu p_\rho - k_\mu p_\nu q_\rho) F(p, q, k) \delta(p + q + k) + \dots, \quad (113)$$

где  $F(p, q, k)$  — некоторый формфактор;  $p, \mu, a$  — входящие импульсы;  $q, \nu, b$  — лоренцовы индексы;  $k, \rho, c$  — слабые изотопические индексы  $W$ -бозонов. Подразумевается также наличие четырехбозонных, пятибозонных и шестибозонных вершин в соответствии с выражением для  $W_{\mu\nu}^a$  (109). Отметим, что включение полного  $W$ -бозонного члена  $W_{\mu\nu}^a W_{\mu\nu}^a$  в новый свободный лагранжиан (110) проведено с целью сохранения калибровочной инвариантности процедуры.

Эффективное взаимодействие, введенное в (110), (111), обычно называют *аномальным трехбозонным взаимодействием*, и оно уже довольно продолжительное время рассматривается на феноменологической основе [28, 29]. Константа взаимодействия  $G$  связана с принятыми обозначениями следующим образом:

$$G = - \frac{g\lambda}{M_W^2}. \quad (114)$$

Современные экспериментальные ограничения на параметр  $\lambda$  следующие [30]:

$$\lambda = -0,016_{-0,023}^{+0,021}, \quad -0,059 < \lambda < 0,026 \text{ (95 \% C. L.)}. \quad (115)$$

В соответствии с применяемым приближением  $\sin^2 \theta_W \ll 1$  используется одинаковая масса  $M_W$  как для заряженных ( $W^\pm$ ), так и для нейтрального ( $W^0$ ) бозона и предполагается, что для  $Z$  и  $\gamma$  справедливо соотношение  $\lambda_Z = \lambda_\gamma = \lambda$  (в принятых обозначениях [28, 29]).

Будем рассматривать выражение (110) как новый свободный лагранжиан  $L_0$ , а выражение (111) — как новый лагранжиан  $L_0$  взаимодействия  $L_{\text{int}}$ . Важно отметить, что в новый свободный лагранжиан включен полный член, квадратичный по  $W$ , включающий и бозонное самодействие, потому что следует сохранять калибровочную инвариантность используемого приближения. В самом деле, будут использованы четверные (по  $W$ ) члены из последнего члена в (110) и тройные члены из предпоследнего члена в (110). Условие компенсации состоит в требовании, чтобы полная связная трехбозонная вершина со структурой (113), следующая из лагранжиана  $L_0$ , обращалась в нуль. Это требование дает нелинейное уравнение для формфактора  $F$ . Чтобы найти нетривиальное решение соответствующего уравнения, выполним процедуру построения первого приближения посредством введения характерных для подхода упрощений.

1) В уравнениях компенсации ограничимся числом петель 0, 1.

2) Сведем полученное таким образом нелинейное уравнение к линейному интегральному уравнению. Это означает, что в петлевых выражениях только одна вершина содержит формфактор, определенный выше, в то время как другие вершины считаются точечными. В диаграммной форме уравнение для формфактора  $F$  представлено на рис. 5. Здесь четверная вершина соответствует взаимодействию четырех бозонов, вытекающему из основного эффективного взаимодействия (58). В используемом приближении подставляется точечная вершина с константой взаимодействия, пропорциональной  $gG$ .

3) Интегралы по углам выполняются в четырехмерном евклидовом пространстве.

Прежде всего представим выражение для четырехбозонной вершины:

$$\frac{V(p, m, \lambda; q, n, \sigma; k, r, \tau; l, s, \pi)}{(2\pi)^4} = gG(\varepsilon^{amn} \varepsilon^{ars} (U(k, l; \sigma, \tau, \pi, \lambda) - U(k, l; \lambda, \tau, \pi, \sigma) - U(l, k; \sigma, \pi, \tau, \lambda) + U(l, k; \lambda, \pi, \tau, \sigma) + U(p, q; \pi, \lambda, \sigma, \tau) - U(p, q; \tau, \lambda, \sigma, \pi) - U(q, p; \pi, \sigma, \lambda, \tau) + U(q, p; \tau, \sigma, \lambda, \pi)) - \varepsilon^{arn} \varepsilon^{ams} (U(p, l; \sigma, \lambda, \pi, \tau) - U(l, p; \sigma, \pi, \lambda, \tau) - U(p, l; \tau, \lambda, \pi, \sigma) + U(l, p; \tau, \pi, \lambda, \sigma) + U(k, q; \pi, \tau, \sigma, \lambda) - U(q, k; \pi, \sigma, \tau, \lambda) - U(k, q; \lambda, \tau, \sigma, \pi) + U(q, k; \lambda, \sigma, \tau, \pi)) + \varepsilon^{asn} \varepsilon^{amr} (U(k, p; \sigma, \lambda, \tau, \pi) - U(p, k; \sigma, \tau, \lambda, \pi) + U(p, k; \pi, \tau, \lambda, \sigma) - U(k, p; \pi, \lambda, \tau, \sigma) - U(l, q; \lambda, \pi, \sigma, \tau) + U(l, q; \tau, \pi, \sigma, \lambda) - U(q, l; \tau, \sigma, \pi, \lambda) + U(q, l; \lambda, \sigma, \pi, \tau))), \quad (116)$$

$$U(k, l; \sigma, \tau, \pi, \lambda) = k_\sigma l_\tau g_{\pi\lambda} - k_\sigma l_\lambda g_{\pi\tau} + k_\pi l_\lambda g_{\sigma\tau} - (kl)g_{\sigma\tau}g_{\pi\lambda}.$$

Здесь триада  $p$ ,  $m$ ,  $\lambda$  и т. д. означает соответственно входящий импульс, изотопический индекс и лоренцев индекс бозона.

Сформулируем уравнение компенсации в этом приближении. Для свободного лагранжиана  $L_0$  полные связанные трехбозонные вершины с лоренцевой структурой (113) должны обращаться в нуль. Аналитические решения могут быть получены для следующего набора импульсных переменных (см. рис. 5): левые концы имеют импульсы  $p$  и  $-p$ , а правый конец имеет нулевой импульс. Однако в нашем приближении понадобится формфактор для ненулевого значения этого импульса. Будем искать решение со следующей простой зависимостью от всех трех переменных:

$$F(p_1, p_2, p_3) = F\left(\frac{p_1^2 + p_2^2 + p_3^2}{2}\right). \quad (117)$$

В самом деле, выражение (117) симметрично по  $p_i$  и оно обращается в  $F(x)$  при  $p_3 = 0$ ,  $p_1^2 = p_2^2 = x$ . Представление (117) рассматривается как первое приближение, и в дальнейшем следует учесть поправки к нему.

В соответствии со сформулированными выше правилами получаем следующее уравнение для формфактора  $F(x)$ :

$$\begin{aligned} F(x) = & -\frac{G^2 N}{64\pi^2} \left( \int_0^Y F(y) y dy - \frac{1}{12x^2} \int_0^x F(y) y^3 dy + \frac{1}{6x} \int_0^x F(y) y^2 dy + \right. \\ & \left. + \frac{x}{6} \int_x^Y F(y) dy - \frac{x^2}{12} \int_x^Y \frac{F(y)}{y} dy \right) + \frac{GgN}{16\pi^2} \int_0^Y F(y) dy + \\ & + \frac{GgN}{24\pi^2} \left( \int_{3x/4}^x \frac{(3x-4y)^2(2y-3x)}{x^2(x-2y)} F(y) dy + \int_x^Y \frac{(5x-6y)}{(x-2y)} F(y) dy \right) + \\ & + \frac{GgN}{32\pi^2} \left( \int_{3x/4}^x \frac{3(4y-3x)^2(x^2-4xy+2y^2)}{8x^2(2y-x)^2} F(y) dy + \right. \\ & \left. + \int_x^Y \frac{3(x^2-2y^2)}{8(2y-x)^2} F(y) dy + \int_0^x \frac{5y^2-12xy}{16x^2} F(y) dy + \right. \\ & \left. + \int_x^Y \frac{3x^2-4xy-6y^2}{16y^2} F(y) dy \right). \quad (118) \end{aligned}$$

Здесь  $x = p^2$  и  $y = q^2$ , где  $q$  — импульс интегрирования,  $N = 2$ . Последние четыре члена в скобках представляют диаграммы с одной обычной калибровочной вершиной (см. три последние диаграммы на рис. 5). Эти

члены обеспечивают калибровочную инвариантность в использованном приближении. Отметим, что в качестве дополнительной проверки калибровочной инвариантности может служить введение продольного члена  $d_l k_\mu k_\nu / (k^2)^2$  в бозонных пропагаторах с целью убедиться в независимости результатов от  $d_l$  в принятом приближении. Вклады духов также дают нулевой результат в этом приближении в силу поперечности вершины (113):

$$\begin{aligned} p_\mu V(p, q, k)_{\mu\nu\rho} &= q_\nu V(p, q, k)_{\mu\nu\rho} = k_\rho V(p, q, k)_{\mu\nu\rho} = 0, \\ V(p, q, k)_{\mu\nu\rho} &= g_{\mu\nu}(q_\rho p k - p_\rho q k) + g_{\nu\rho}(k_\mu p q - q_\mu p k) + \\ &+ g_{\rho\mu}(p_\nu q k - k_\nu p q) + q_\mu k_\nu p_\rho - k_\mu p_\nu q_\rho. \end{aligned} \quad (119)$$

Калибровочная инвариантность может быть также нарушена членами, связанными с импульсной зависимостью формфактора  $F$ . Однако эта проблема не возникает в приближении, соответствующем уравнению (118), и становится существенной при учете членов, пропорциональных  $g^2$ . В этом случае вклады духов также не сокращаются. Проблему калибровочной инвариантности в следующих приближениях следует рассмотреть в дальнейшем.

В уравнении (118) вводится эффективное обрезание  $Y$ , которое ограничивает область «малых импульсов», в которой действуют непертурбативные эффекты, и рассматривается уравнение в интервале  $[0, Y]$  при условии

$$F(Y) = 0. \quad (120)$$

Уравнение (118) решается итерациями, а именно разложим члены, пропорциональные  $g$  по степеням  $x$ , и сначала оставим лишь постоянный член. Имеем

$$\begin{aligned} F_0(x) &= -\frac{G^2 N}{64\pi^2} \left( \int_0^Y F_0(y) y dy - \frac{1}{12x^2} \int_0^x F_0(y) y^3 dy + \frac{1}{6x} \int_0^x F_0(y) y^2 dy + \right. \\ &\left. + \frac{x}{6} \int_x^Y F_0(y) dy - \frac{x^2}{12} \int_x^Y \frac{F_0(y)}{y} dy \right) + \frac{87GgN}{512\pi^2} \int_0^Y F_0(y) dy. \end{aligned} \quad (121)$$

Последовательным дифференцированием уравнения (121) получаем дифференциальное уравнение Мейера [12]

$$\begin{aligned} \left(x \frac{d}{dx} + 2\right) \left(x \frac{d}{dx} + 1\right) \left(x \frac{d}{dx} - 1\right) \left(x \frac{d}{dx} - 2\right) F_0(x) + \frac{G^2 N x^2}{64\pi^2} F_0(x) = \\ = 4 \left( -\frac{G^2 N}{64\pi^2} \int_0^Y F_0(y) y dy + \frac{87GgN}{512\pi^2} \int_0^Y F_0(y) dy \right), \end{aligned} \quad (122)$$

решение которого имеет вид

$$F_0(x) \equiv \Psi_0(z) = C_1 G_{04}^{10}(z|1/2, 1, -1/2, -1) + C_2 G_{04}^{10}(z|1, 1/2, -1/2, -1) - \frac{GN}{128\pi^2} G_{15}^{31}(z|_{1,1/2,0,-1/2,-1}^0) \int_0^y \left( Gy - \frac{87g}{8} \right) F_0(y) dy, \quad (123)$$

$$G_{15}^{31}(z|_{1,1/2,0,-1/2,-1}^0) = \frac{1}{2z} - G_{04}^{30}(z|1, 1/2, -1, -1/2), \quad z = \frac{G^2 N x^2}{1024\pi^2},$$

где

$$G_{qp}^{nm}(z|_{b_1, \dots, b_p}^{a_1, \dots, a_q})$$

— функция Мейера. Если  $q = 0$ , то пишем только индексы  $b_i$  в одну строку. Константы  $C_1, C_2$  определяются граничными условиями

$$\left[ 2z^2 \frac{d^3 \Psi_0(z)}{dz^3} + 9z \frac{d^2 \Psi_0(z)}{dz^2} + \frac{d \Psi_0(z)}{dz} \right]_{z=z_0} = 0, \quad (124)$$

$$\left[ 2z^2 \frac{d^2 \Psi_0(z)}{dz^2} + 5z \frac{d \Psi_0(z)}{dz} + \Psi_0(z) \right]_{z=z_0} = 0, \quad z_0 = \frac{G^2 N Y^2}{1024\pi^2}.$$

Условия (120), (124) определяют набор параметров

$$z_0 = \infty, \quad C_1 = 0, \quad C_2 = 0. \quad (125)$$

Условие нормировки для формфактора  $F(0) = 1$  при этом имеет вид

$$-\frac{G^2 N}{64\pi^2} \int_0^\infty F_0(y) y dy + \frac{87GgN}{512\pi^2} \int_0^\infty F_0(y) dy = 1. \quad (126)$$

Однако первый интеграл в соотношении (126) расходится в силу асимптотики

$$G_{15}^{31}(z|_{1,1/2,0,-1/2,-1}^0) \rightarrow \frac{1}{2z}, \quad z \rightarrow \infty,$$

и согласованное решение отсутствует. Поэтому рассмотрим следующее приближение. Подставим решение (123) с учетом (126) в члены уравнения (118), пропорциональные калибровочной константе  $g$ , кроме постоянных членов, и вычислим члены, пропорциональные  $\sqrt{z}$ . Получим, имея в виду условие нормировки:

$$F(x) \equiv \Psi(z) = 1 + \frac{85g\sqrt{N}\sqrt{z}}{96\pi} \times$$

$$\times \left( \ln z + 4\gamma + 4 \ln 2 + \frac{1}{2} G_{15}^{31}(z_0|_{0,0,1/2,-1,-1/2}^0) - \frac{3160}{357} \right) +$$

$$+ \frac{2}{3z} \int_0^z \Psi(t) t dt + \frac{4}{3\sqrt{z}} \int_0^z \Psi(t) \sqrt{t} dt - \frac{4\sqrt{z}}{3} \int_z^{z_0} \Psi(t) \frac{dt}{\sqrt{t}} + \frac{2z}{3} \int_z^{z_0} \Psi(t) \frac{dt}{t}, \quad (127)$$

где  $\gamma$  — постоянная Эйлера. Будем искать решение уравнения (127) в следующем виде:

$$\Psi(z) = \frac{1}{2} G_{15}^{31} \left( z \middle| 1, 1/2, 0, -1/2, -1 \right) - \frac{85g\sqrt{N}}{128\pi} G_{15}^{31} \left( z \middle| 1, 1/2, 1/2, -1/2, -1 \right) + C_1 G_{04}^{10} (z | 1/2, 1, -1/2, -1) + C_2 G_{04}^{10} (z | 1, 1/2, -1/2, -1). \quad (128)$$

Имеем также условия

$$1 + 8 \int_0^{z_0} \Psi(z) dz = \frac{87g\sqrt{N}}{32\pi} \int_0^{z_0} \Psi_0(z) \frac{dz}{\sqrt{z}}, \quad (129)$$

$$\Psi(z_0) = 0 \quad (130)$$

и граничные условия, аналогичные (124). Последнее условие (130) обеспечивает непрерывный переход от нетривиального решения к тривиальному  $G = 0$ . Зная вид решения (128), вычислим обе части соотношения (127) в двух различных точках в интервале  $0 < z < z_0$  и, имея четыре уравнения для четырех параметров, решим систему. Полагая  $N = 2$ , получим следующее решение, которое используем для описания электрослабого взаимодействия:

$$\begin{aligned} g(z_0) &= 0,60366, & z_0 &= 9,61750, \\ C_1 &= -0,035096, & C_2 &= -0,051104. \end{aligned} \quad (131)$$

Обратим внимание на фиксированное значение параметра  $z_0$ . Решение существует только для этого значения (131), и оно играет роль собственного значения. На самом деле заранее существование такого собственного значения далеко не очевидно. Параметр  $z_0$  определяет масштаб, присущий решению. Именно поэтому значение бегущей константы  $g$  в решении (131) определяется в этой точке.

Отметим, что имеется также решение с существенно меньшим значением  $z_0 = 0,009553$  и довольно большим значением  $g(z_0) = 3,187$ , которое при  $N = 3$  может быть сопоставлено сильному взаимодействию. Это решение подобно решению, рассмотренному ранее в работах, посвященных трехглюонному взаимодействию.

Рассмотрим однопетлевое выражение  $\alpha_s(p^2)$ :

$$\alpha_{ew}(x) = \frac{6\pi\alpha_{ew}(x_0)}{6\pi + 5\alpha_{ew}(x_0) \ln(x/x_0)}, \quad x = p^2. \quad (132)$$

Нормируем бегущую константу соотношением

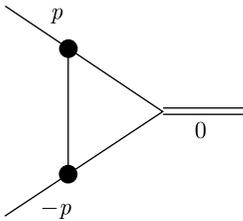
$$\alpha_{ew}(x_0) = \frac{g(z_0)^2}{4\pi} = 0,0290, \quad (133)$$

где константа взаимодействия  $g$ , входящая в выражение (129), как раз соответствует этой точке нормировки. Отметим, что значение (133)

не так далеко от физического значения  $\alpha_{ew}(M_W) = 0,0337$ . Чтобы сравнить эти значения должным образом, требуется найти связь между  $G$  и  $M_W$ , которая будет получена ниже. Напомним, что связь между переменными  $z$  и  $x = p^2$  задана в (123).

**3.2. Взаимодействие с бозоном Хиггса.** Следующим естественным шагом является рассмотрение взаимодействия поля Хиггса с бозонами  $W$ .

Предположим, что имеется нейтральное хиггсовское поле, которое могло появиться благодаря существованию связанного состояния тяжелых кварков. Такая возможность обсуждается в работе [31].



Рассмотрим взаимодействие  $W$ -бозонов с частицей Хиггса. Здесь мы не будем анализировать схему нарушения электрослабой симметрии в нашем подходе. Для сравнения с реальной физикой будем пользоваться готовой феноменологией, в соответствии с которой взаимодействие  $WWH$  представлено следующей вершиной:

Рис. 10. Дополнительный вклад в вершину (134)

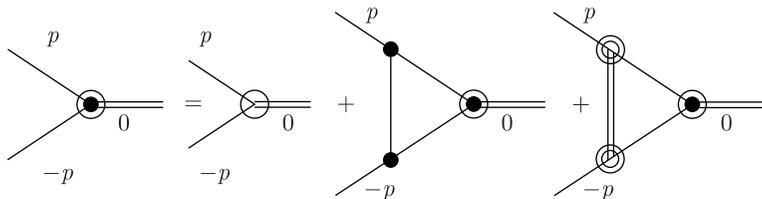
$$i g_{\mu\nu} \delta_{abg} M_W. \quad (134)$$

Предположим, что масса  $M_W$  известна. Дополнительный вклад в вершину (134) задается нашим эффективным взаимодействием  $(-G/3!) \varepsilon_{abc} W_{\mu\nu}^a W_{\nu\rho}^b W_{\rho\mu}^c$  в соответствии с диаграммой на рис. 10. Подставляя в первом приближении  $F_0$  из (123), (125), получаем следующий калибровочный инвариантный вклад:

$$i \bar{H} \delta_{ab} (g_{\mu\nu} (q k) - q_\nu k_\mu) F_H(t), \quad \bar{H} = \frac{\sqrt{2} G g M_W A}{\pi}, \quad F_H(0) = 1, \quad (135)$$

где  $F_H(x)$  — формфактор, вычисляемый из уравнения, графически представленного на рис. 11. В том же приближении, что и в случае уравнения компенсации для аномальной трехбозонной вершины, учитываем члены, пропорциональные калибровочной константе  $g$ , и получаем следующее уравнение:

$$F_H(t) = INH(t) - \frac{2}{3t} \int_0^t F_H(t') t' dt' + \frac{4}{3\sqrt{t}} \int_0^t F_H(t') \sqrt{t'} dt' + \\ + \frac{4\sqrt{t}}{3} \int_t^{z_{01}} \frac{F_H(t')}{\sqrt{t'}} dt' - \frac{2t}{3} \int_t^{z_{01}} \frac{F_H(t')}{t'} dt' + \frac{\xi}{4\pi} \left( \frac{1}{6t} \int_0^t F_H(t') t' dt' + \right. \\ \left. + \frac{1}{2\sqrt{t}} \int_0^t F_H(t') \sqrt{t'} dt' + \frac{1}{2} \int_t^{z_{01}} \frac{F_H(t')}{\sqrt{t'}} dt' + \frac{\sqrt{t}}{6} \int_t^{z_{01}} \frac{F_H(t')}{t'} dt' \right),$$


 Рис. 11. Графическое представление уравнения для формфактора  $F_H(x)$ 

$$\begin{aligned}
 INH(t) = & \frac{1}{A} \left( \int_0^{z_0} \frac{\Psi^2(z)}{\sqrt{(z)}} dz + \sqrt{t} \left( -\frac{31}{18} + \frac{1}{3} \int_0^{z_0} \frac{(\Psi(z) - 1)^2}{z} dz + \right. \right. \\
 & \left. \left. + \frac{1}{3} \ln \frac{8z_0}{t} \right) \right) + 4 \int_0^{z_{01}} F_H(t') dt' + \frac{g}{\pi} \left( \frac{1}{t} \int_0^t F_{TH}(t') \sqrt{t'} dt' - \right. \\
 & - \frac{3}{\sqrt{t}} \int_0^t F_{TH}(t') dt' - 3 \int_t^{z_0} \frac{F_{TH}(t')}{\sqrt{t'}} dt' + \sqrt{t} \int_t^{z_0} \frac{F_{TH}(t')}{t'} dt' + \\
 & + F_H(t) \left( -\frac{5}{2t} \int_t^{z_0} \frac{F_T(t')}{\sqrt{t'}} dt' + \frac{7}{\sqrt{t}} \int_0^t F_T(t') dt' - 3 \int_0^t \frac{F_T(t')}{\sqrt{t'}} dt' + \right. \\
 & \left. + 3 \int_t^{z_0} \frac{F_T(t')}{\sqrt{t'}} dt' - \sqrt{t} \int_t^{z_0} \frac{F_T(t')}{t'} dt' - \frac{t}{2} \int_t^{z_0} \frac{F_T(t')}{t' \sqrt{t'}} dt' \right) \Bigg), \quad (136) \\
 t = & \frac{G^2 x^2}{64\pi^2} = 8z, \quad F_T(t) = \Psi\left(\frac{t}{8}\right), \quad F_{TH}(t) = F_T(t)F_H(t), \\
 \xi = & \frac{\overline{H}^2}{G}, \quad z_{01} = 8z_0, \quad F_H(z_{10}) = 0.
 \end{aligned}$$

Используя полученный выше формфактор  $\Psi(z)$  ((128), (131)), решим уравнение (136) численно. Определим параметр  $\Lambda$  следующим образом:

$$G = \frac{\Lambda}{M_W^2}. \quad (137)$$

Уравнение (136) имеет решения со следующими значениями параметров:

$$\xi = 69,3030, \quad \Lambda = 0,019877, \quad A = -217,2885, \quad (138)$$

$$\xi = 116,436, \quad \Lambda = 0,004166, \quad A = 615,17567. \quad (139)$$

Имеются и другие решения, однако анализ показывает, что с физической точки зрения приемлемы только решения (138), (139). Отметим, что зна-

чения параметра  $\Lambda$  для этих решений удовлетворяют ограничениям (115). Известное соотношение

$$M_W = \frac{g_w \eta}{2} \quad (140)$$

содержит электрослабую константу взаимодействия  $g_w$  при массе  $W$ . Мы вычисляем ее с использованием обычного выражения эволюции (132) исходя из значения  $g$  в точке эффективного обрезания  $Y$  (131). Знание  $\Lambda$  позволяет выполнить эту процедуру. В обоих случаях имеем

$$\alpha_w = \frac{g_w^2}{4\pi} \simeq 0,0316, \quad (141)$$

что всего на несколько процентов меньше экспериментального значения 0,0337.

**3.3. Вклад эффективного трехбозонного взаимодействия в аномальный магнитный момент мюона.** Известные в течение длительного времени результаты измерения аномального магнитного момента мюона  $(g - 2)_\mu = a_\mu$  [32] указывали на наличие отклонения данных эксперимента от предсказаний Стандартной модели (СМ). Согласно имеющемуся анализу проблемы [33] это отклонение  $\Delta a_\mu$  надежно покрывает три стандартных отклонения:

$$\Delta a_\mu = (276 \pm 80) \cdot 10^{-11}, \quad \Delta a_\mu = (250 \pm 80) \cdot 10^{-11}. \quad (142)$$

Новейшие результаты [34]:

$$\Delta a_\mu = (251 \pm 59) \cdot 10^{-11}. \quad (143)$$

Отклонения (142) превышают нулевой уровень более чем на три стандартных отклонения, тогда как последний результат (143) можно рассматривать как окончательное установление факта существования эффекта. Нужно подчеркнуть, что отклонение от вычислений СМ означает отклонение от пертурбативных вычислений в электрослабой теории. Однако тут могут присутствовать и непертурбативные вклады.

В частности, актуальным оказывается привлечение введенного в (110)–(113) эффективного трехбозонного взаимодействия.

Отметим последние ограничения для параметра  $\lambda$ , определяющего величину константы этого взаимодействия  $G = -(g\lambda)/M_W^2$  [30, 35]:

$$\lambda = -0,016_{-0,023}^{+0,021}, \quad -0,059 < \lambda < 0,026 \text{ (95 \% C. L.)}, \quad (144)$$

$$\lambda_\gamma = -0,022 \pm 0,019,$$

где последние значения получены недавно в результате совместного рассмотрения данных LEP четырьмя экспериментальными группами: ALEPH, DELPHI, L3, OPAL. Мы полагаем, что различия в аномальном взаимодействии для  $Z$  и  $\gamma$  незначительны, т. е.  $\lambda_Z = \lambda_\gamma = \lambda$  в соответствии со стандартным соотношением  $W^0 = \sin \theta_W A + \cos \theta_W Z$ .

Рис. 12. Однопетлевая диаграмма для нового вклада в магнитный момент мюона. Вертикальная линия представляет фотон, наклонные линии —  $W$ -бозоны, черная точка — тройная вершина (112) с соответствующим формфактором, двойные линии — мюон

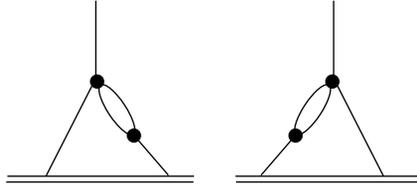
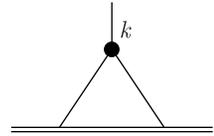


Рис. 13. Двухпетлевая диаграмма для вычисления дополнительного вклада в магнитный момент мюона. Вертикальная линия представляет фотон, наклонные линии —  $W$ -бозоны, черные точки — тройная (112) и четверная (116) вершины с соответствующими формфакторами, двойные линии — мюон

Итак, будем использовать решение (128) для формфактора эффективного трехбозонного взаимодействия, процедура получения которого описана выше. Для нас важно значение параметра  $z_0$ , определяющего область существования взаимодействия (и играющего роль собственного значения при получении решения):

$$z_0 = 9,61750. \quad (145)$$

Теперь рассмотрим вклад взаимодействия (112) с соответствующим формфактором в аномальный магнитный момент заряженной частицы со спином  $1/2$ . Первое приближение, показанное диаграммой на рис. 12, дает нуль. Однако следующее приближение, представленное на диаграмме рис. 13, ведет к интересному результату.

Вычисления выполнены в унитарной калибровке и дают следующие результаты после нормировки калибровочной константы  $G$ . При этом мы выбираем ту часть (четырёхбозонной) вершины (116), которая дает вклад в обычную калибровочную структуру тройной вершины, тогда как аномальная вершина (112) дает нулевой вклад в магнитный момент

$$\Delta a = \frac{meg^2 G^2 N}{6(16\pi^2)^2 M_W^2},$$

$$\int_0^Y dt F^2(t) \left( \int_0^t \frac{4ty^2 dy}{(6t - 3y)(y + M_W^2)^2} + \int_t^{4t/3} \frac{4ty(16t^3 - 48t^2y + 48ty^2 - 15y^3) dy}{3(2t - y)(y + M_W^2)^2} \right). \quad (146)$$

Из (146) с учетом определения  $z$  и формфактора (128), (131) получаем следующий результат для вклада в магнитный момент:

$$\Delta a_\mu = \frac{g(z_0)^2 m^2}{3\pi^2 M_W^2} \left( 20 \ln \left[ \frac{4}{3} \right] - \frac{13}{3} \right) \int_0^{z_0} F^2(z) dz = 2,775 \cdot 10^{-9}. \quad (147)$$

Здесь нам понадобились только значения массы мюона и  $W$ -бозона. Все остальные параметры определены решением (128) со значениями констант из (131). Обратим внимание на исчезновение константы эффективного взаимодействия  $G$  из выражения (147). Это определено введением множителя  $G^2$  в знаменатель при определении переменной  $z$ . Таким образом, основной результат не зависит от  $\lambda$ . Этот параметр влияет только на следующее приближение. Оценим возможные поправки, связанные с учетом массы  $W$ -бозона ( $M_W \neq 0$ ). Они ограничиваются параметром

$$\frac{\sqrt{2}g|\lambda|}{32\pi} = 0,0005 \quad (148)$$

с максимальным значением  $|\lambda| = 0,059$  из ограничений (144). То есть эти поправки могут составлять только 0,05 % от рассматриваемой величины.

Можно заключить, что наши вычисления вполне согласуются с последними решающими измерениями (143) [34]. Отметим, что ранее проблема аномального магнитного момента мюона обсуждалась также в работах [36, 37].

#### 4. ФУНДАМЕНТАЛЬНЫЕ КОНСТАНТЫ

В предыдущем разделе итогом нашего рассмотрения стало вычисление значения константы слабого взаимодействия, которое практически без введения в теорию каких-либо внешних параметров обнаруживает хорошее соответствие с экспериментальными данными. И подобный результат естественным образом открывает дорогу к некоторым обобщениям, а именно побуждает поставить вопрос о возможности вычисления фундаментальных параметров теории элементарных частиц.

Следует отметить, что СМ физики полей является, с одной стороны, во многих отношениях завершенной теорией, обладающей большой предсказательной силой. С другой стороны, у нее есть некоторые принципиальные проблемы, прежде всего проблема иерархии масштабов, не позволяющая включать в объединенную теорию гравитационное взаимодействие. И хотя это побуждает теоретиков предпринимать попытки построения различных обобщений этой модели, в целом мы встречаем практически общепризнанное представление о завершенности и даже самодостаточности имеющейся физической картины описания наблюдаемых в экспериментах взаимодействий частиц и полей.

Между тем помимо упомянутой имеется еще одна, можно сказать, более прозаическая причина, побуждающая к сомнениям в самодостаточности СМ. Это наличие в ней извне вводимых параметров, таких

как массы полей материи, константы взаимодействия или коэффициенты смешивания нейтрино, — общее число их достигает 29. Разумеется, можно надеяться, что получаемые в рамках новой физики обобщения теории рано или поздно разрешат и эту проблему. Однако очевиден разительный контраст между упомянутой завершенностью описания наблюдаемых взаимодействий, с одной стороны, и неопределенным статусом и достаточно туманными перспективами возможности экспериментальной проверки весьма разнообразных в настоящее время расширений имеющейся теории — с другой.

Это побуждает задаться вопросом: а нельзя ли попытаться определить значения упомянутых параметров исходя из структуры самой стандартной теории так, чтобы известные сегодня поля задавали эти значения без введения новых типов фундаментальных взаимодействий? При такой постановке вопроса приходится заключить, что наиболее естественный способ избежать введения дополнительных фундаментальных взаимодействий — это попытаться обнаружить обеспечивающие решение проблемы эффективного взаимодействия такие, форма которых не определялась бы чем-то иным, нежели содержанием имеющейся фундаментальной теории. Ну а из сказанного в предыдущих разделах о методе уравнений компенсации ясно, что именно он по своей сути в наибольшей степени соответствует подобной постановке задачи.

Разумеется, очевидно, что, дабы в конечном счете определить значения всех интересующих нас параметров, мы должны были бы одновременно учитывать и все возможные типы эффективных взаимодействий, способных оказывать влияние на эти значения, обеспечивая полную самосогласованность завершенной картины такого самодействия полей. Эта задача чрезвычайно масштабная и непосредственно на данном этапе развития теории неразрешимая.

Однако мы можем сузить постановку проблемы, спросив: а нельзя ли выделить определенный сектор теории, внутри которого мы могли бы продемонстрировать хотя бы принципиальную возможность решения описанного типа задачи так, чтобы учет ограниченного числа эффективных взаимодействий приводил бы к результатам, допускающим проверку на соответствие экспериментальным данным? Таков вопрос, к положительному разрешению которого ведет дальнейшее рассмотрение.

**4.1. Угол Вайнберга и постоянная тонкой структуры.** Рассмотрим простую модель, иллюстрирующую возможность определения известной фундаментальной константы — угла смешивания Вайнберга. Введем в рассмотрение возможность спонтанного порождения следующего эффективного взаимодействия электрослабых калибровочных бозонов:

$$L_{\text{eff}}^W = -\frac{G_2}{8} W_\mu^a W_\mu^a W_{\rho\sigma}^b W_{\rho\sigma}^b - \frac{G_3}{8} W_\mu^a W_\mu^a B_{\rho\sigma} B_{\rho\sigma} - \\ - \frac{G_4}{8} Z_\mu Z_\mu W_{\rho\sigma}^b W_{\rho\sigma}^b - \frac{G_5}{8} Z_\mu Z_\mu B_{\rho\sigma} B_{\rho\sigma}, \quad (149)$$

где мы сохраняем остаточную калибровочную инвариантность для электромагнитного поля. Здесь индексы  $a, b$  соответствуют заряженным  $W$ , что означает, что они принимают значения 1, 2, в то время как индекс  $b$  соответствует трем компонентам  $W$ , определенным в изначальной формулировке электрослабой теории. Определение (149) соответствует удобному способу построения правил Фейнмана для соответствующих вершин, в частности, для первого члена в (149)

$$iG_2 g_{\mu\nu} (g_{\rho\sigma} (pq) - p_\sigma q_\rho), \quad (150)$$

где компоненты  $W^a$  имеют индексы  $\mu, \nu$ , а входящие импульсы и индексы  $(p, \rho)$  и  $(q, \sigma)$  относятся к полям  $W^b$ . Приведем соотношения, связывающие поля  $W^0, B$  с физическими полями  $Z$ -бозона и фотона:

$$\begin{aligned} W_\mu^0 &= \cos \theta_W Z_\mu + \sin \theta_W A_\mu, \\ B_\mu &= -\sin \theta_W Z_\mu + \cos \theta_W A_\mu. \end{aligned} \quad (151)$$

Отсюда в терминах физических состояний ( $W^+, W^-, Z, A$ ) возможное эффективное взаимодействие (149) приобретает следующий вид:

$$\begin{aligned} L_{\text{eff}}^W &= -\frac{G_2}{2} W_\mu^+ W_\mu^- W_{\rho\sigma}^+ W_{\rho\sigma}^- - \frac{G_2}{4} W_\mu^+ W_\mu^- (\cos^2 \theta_W Z_{\rho\sigma} Z_{\rho\sigma} + \\ &+ 2 \cos \theta_W \sin \theta_W Z_{\rho\sigma} A_{\rho\sigma} + \sin^2 \theta_W A_{\rho\sigma} A_{\rho\sigma}) - \frac{G_4}{4} Z_\mu Z_\mu W_{\rho\sigma}^+ W_{\rho\sigma}^- - \\ &- \frac{G_4}{8} Z_\mu Z_\mu (\cos^2 \theta_W Z_{\rho\sigma} Z_{\rho\sigma} + \sin^2 \theta_W A_{\rho\sigma} A_{\rho\sigma} + 2 \cos \theta_W \sin \theta_W Z_{\rho\sigma} A_{\rho\sigma}) - \\ &- \frac{G_3}{4} W_\mu^+ W_\mu^- (\sin^2 \theta_W Z_{\rho\sigma} Z_{\rho\sigma} + \cos^2 \theta_W A_{\rho\sigma} A_{\rho\sigma} - \\ &- 2 \cos \theta_W \sin \theta_W Z_{\rho\sigma} A_{\rho\sigma}) - \\ &- \frac{G_5}{8} Z_\mu Z_\mu (\sin^2 \theta_W Z_{\rho\sigma} Z_{\rho\sigma} + \cos^2 \theta_W A_{\rho\sigma} A_{\rho\sigma} - \\ &- 2 \cos \theta_W \sin \theta_W Z_{\rho\sigma} A_{\rho\sigma}). \end{aligned} \quad (152)$$

Взаимодействия типа (152) ранее были введены на феноменологическом уровне в работах [38, 39] и являются предметом экспериментального изучения.

Введем эффективное обрезание  $\Lambda$  и рассмотрим возможность спонтанной генерации взаимодействия (149). Здесь мы также обращаемся к процедуре «добавить-вычесть», использованной в вышеупомянутых построениях. Мы исходим из обычной формы лагранжиана, описывающего электрослабые калибровочные поля  $W^a$  и  $B$ :

$$L = L_0 + L_{\text{int}}, \quad L_0 = -\frac{1}{4} (W_{0\mu\nu}^a W_{0\mu\nu}^a) - \frac{1}{4} (B_{\mu\nu} B_{\mu\nu}), \quad (153)$$

$$L_{\text{int}} = -\frac{1}{4} (W_{\mu\nu}^a W_{\mu\nu}^a - W_{0\mu\nu}^a W_{0\mu\nu}^a), \quad (154)$$

$$W_{0\mu\nu}^a = \partial_\mu W_\nu^a - \partial_\nu W_\mu^a, \quad B_{\mu\nu} = \partial_\mu B_\nu - \partial_\nu B_\mu,$$

где  $W_{\mu\nu}^a$  есть хорошо известное нелинейное поле Янга–Миллса для  $W$ -бозонов. Далее добавляем и вычитаем выражение (149):

$$L = L'_0 + L'_{\text{int}}, \quad L'_0 = L_0 - L_{\text{eff}}^W, \quad (155)$$

$$L'_{\text{int}} = L_{\text{int}} + L_{\text{eff}}^W. \quad (156)$$

Теперь сформулируем уравнения компенсации для возможного взаимодействия (149). Потребуем, чтобы в рассматриваемой теории с лагранжианом  $L'_0$  (155) все вклады в четырехбозонные вершины, соответствующие взаимодействию (149) при суммировании, взаимно уничтожались. Тем самым нежелательная часть взаимодействия в возможном свободном лагранжиане (155) окажется скомпенсированной. В итоге у нас остается взаимодействие (149) только в нужном месте (156) — в новом лагранжиане взаимодействия.

Уравнения компенсации сформулируем по аналогии с вышеописанной упрощенной процедурой построения соответствующих соотношений для метода Намбу–Иона–Лазинио, где в качестве первого приближения для формфактора  $F(p)$  по существу используется ступенчатая функция вида  $\Theta(\Lambda^2 - p^2)$  и учитываются только горизонтальные диаграммы типа представленных на рис. 14. Выше мы констатировали принципиальное соответствие результатов такого рассмотрения с результатами применения последовательной процедуры, предполагающей нахождение конкретного вида формфактора, выраженного через функции Мейера. Этим обосно-

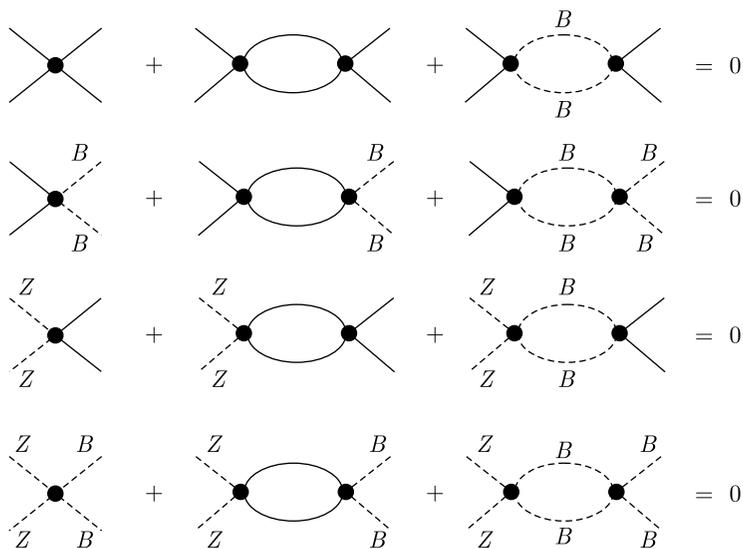


Рис. 14. Диаграммное представление системы (157). Сплошная линия обозначает  $W$ -бозоны, штриховые соответствуют бозонам  $B$  и  $Z$

ывается оправданность использования соответствующего приближения в рассматриваемом случае.

Итак, введем эффективное обрезание  $\Lambda$ , которое в дальнейшем должно быть определено решением уравнений, и будем использовать ступенчатую функцию  $\Theta(\Lambda^2 - p^2)$  в качестве формфактора.

Таким образом, мы получим набор уравнений компенсации, соответствующих диаграммному представлению на рис. 14:

$$\begin{aligned} -x_2 - 2F_W x_2^2 - (1 - a^2) F_Z x_3 x_4 - a^2 F_Z x_2 x_4 &= 0, \\ -x_3 - 2F_W x_2 x_3 - a^2 F_Z x_2 x_5 - (1 - a^2) F_Z x_3 x_5 &= 0, \\ -x_4 - 2F_W x_2 x_4 - a^2 F_Z x_4^2 - (1 - a^2) F_Z x_3 x_4 &= 0, \\ -x_5 - 2F_W x_3 x_4 - a^2 F_Z x_4 x_5 - (1 - a^2) F_Z x_5^2 &= 0, \end{aligned} \quad (157)$$

$$F_W = 1 - \frac{2M_W^2}{\Lambda^2} \left( L_W - \frac{1}{2} \right), \quad F_Z = 1 - \frac{2M_Z^2}{\Lambda^2} \left( L_Z - \frac{1}{2} \right),$$

$$x_i = \frac{3G_i \Lambda^2}{16\pi^2}, \quad L_W = \ln \frac{\Lambda^2 + M_W^2}{M_W^2}, \quad L_Z = \ln \frac{\Lambda^2 + M_Z^2}{M_Z^2}, \quad a = \cos \theta_W.$$

Множитель 2 в уравнениях соответствует суммированию по индексам слабого изоспина  $\delta_a^a = 2$ ,  $a = 1, 2$ .

Имеем следующие решения для системы (157) в дополнение к очевидному тривиальному решению  $x_2 = x_3 = x_4 = x_5 = 0$ :

$$x_3 = x_5 = 0, \quad x_2 = -\frac{1 + a^2 F_Z x_4}{2F_W}, \quad (158)$$

$$x_3 = x_5 = 0, \quad x_2 = -\frac{1}{2F_W}, \quad x_4 = 0, \quad (159)$$

$$x_2 = x_4 = 0, \quad x_3 = \frac{a^2}{2(1 - a^2)F_W}, \quad x_5 = -\frac{1}{(1 - a^2)F_Z}, \quad (160)$$

$$x_2 = x_4 = -\frac{1}{2F_W}, \quad x_3 = \frac{a^2}{2(1 - a^2)F_W}, \quad x_5 = -\frac{1}{(1 - a^2)F_Z}, \quad (161)$$

$$x_2 = -\frac{1}{2F_W}, \quad x_4 = 0, \quad x_3 = 0, \quad x_5 = 0, \quad (162)$$

$$x_2 = x_4 = 0, \quad x_5 = -\frac{1}{(1 - a^2)F_Z}, \quad (163)$$

$$x_2 = -\frac{1}{2F_W}, \quad x_4 = 0, \quad x_3 = \frac{a^2}{2(1 - a^2)F_W}, \quad x_5 = -\frac{1}{(1 - a^2)F_Z}, \quad (164)$$

$$x_2 = -\frac{1}{2F_W}, \quad x_4 = 0, \quad x_5 = 0, \quad (165)$$

$$x_2 = x_4 = -\frac{1 + (1 - a^2)F_Z x_5}{2F_W + a^2 F_Z}, \quad x_3 = x_5. \quad (166)$$

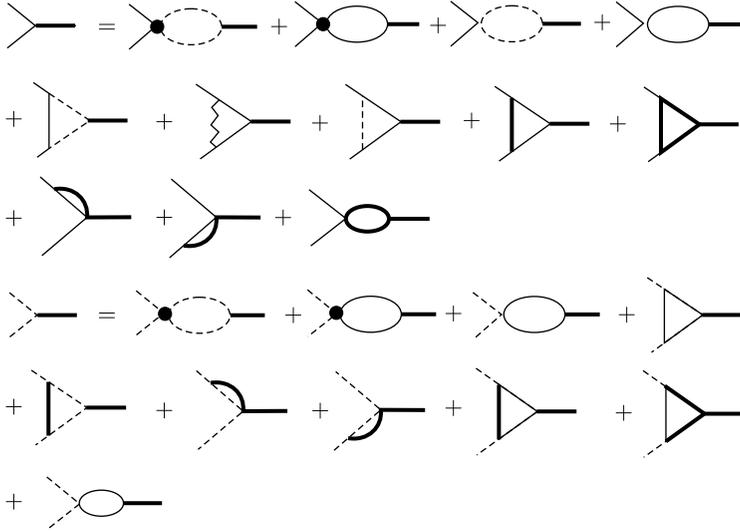


Рис. 15. Диаграммное представление системы (167), (168). Тонкие линии представляют  $W$ -бозон, штриховые —  $B$ -бозоны или  $Z$ -бозоны, зигзагообразная соответствует фотонам. Жирные линии обозначают скаляр Хиггса

Отметим, что отсутствие некоторых из  $x_i$  в решении означает, что эти  $x_i$  произвольны.

Далее, следуя логике нашего подхода, мы предполагаем, что скалярное поле Хиггса соответствует связанному состоянию, включающему полный набор фундаментальных частиц. Здесь мы рассматриваем возможное эффективное взаимодействие (149), (152) электрослабых бозонов, соответственно, учитываем только эти бозоны как составляющие хиггсовского скаляра.

Имеются два уравнения Бете–Солпитера для этого связанного состояния, поскольку составляющие здесь либо  $W^a W^a$ , либо  $ZZ$ . Эти уравнения представлены в двух рядах на рис. 15. В приближении очень большого обрезания  $\Lambda$  эти уравнения имеют следующую форму в обозначениях (157):

$$\begin{aligned}
 & -3x_2(2F_W + aF_Z) - \frac{x_3(1-a^2)}{a} - \frac{3\alpha_{ew}}{16\pi} \left[ -\frac{a^2(a^6 - a^4 - 5a^2 + 1)}{1-a^2} L_W + \right. \\
 & \quad \left. + \frac{(1+a^2)(1-3a^2)}{a^2(1-a^2)} L_Z - \frac{(1-a^2-a^4)(1-a^2)}{a^2} \right] + \\
 & + \frac{3\alpha_{ew}M_W^2}{32\pi} \left[ \frac{3M_H^2}{(M_H^2 - M_W^2)^2} \ln \left[ \frac{M_H^2}{M_W^2} \right] - \frac{3}{M_H^2 - M_W^2} - \frac{8}{M_W^2} \right] = \frac{1}{B_W}, \quad (167)
 \end{aligned}$$

$$-x_4(2F_W + aF_Z) - \frac{x_5(1-a^2)}{a} - \frac{\alpha_{ew}a^2}{4\pi} + \frac{3\alpha_{ew}M_Z^2}{32\pi a^4} \left[ \frac{3M_H^2}{(M_H^2 - M_W^2)^2} \ln \left[ \frac{M_H^2}{M_Z^2} \right] - \frac{3}{M_H^2 - M_Z^2} - \frac{8}{M_Z^2} \right] = \frac{1}{a^2 B_Z}, \quad (168)$$

$$B_W = F_W + \frac{M_H^2}{2\Lambda^2} \left( L_W - \frac{13}{12} \right), \quad B_Z = F_Z + \frac{M_H^2}{2\Lambda^2} \left( L_Z - \frac{13}{12} \right),$$

$$\alpha_{ew} = \frac{\alpha_0}{1 + \frac{5\alpha_0}{4\pi} \ln \frac{\Lambda^2}{M_Z^2}}, \quad \alpha_0 = 0,0337, \quad a = \cos \theta_W(\Lambda), \quad (169)$$

$$1 - a^2 = \frac{\alpha \left( 1 + \frac{5\alpha_0}{6\pi} \ln \frac{\Lambda^2}{M_Z^2} \right)}{\alpha_0 \left( 1 - \frac{5\alpha_0}{6\pi} \ln \frac{\Lambda^2}{M_Z^2} \right)}, \quad \alpha = \frac{e^2(M_Z)}{4\pi} = \alpha(M_Z) = 0,007756.$$

Теперь найдем решения системы (157), (167)–(169) для переменных  $x_2$ ,  $x_3$ ,  $x_4$ ,  $x_5$ ,  $\Lambda$ , которые дают подходящее значение для  $\alpha(M_Z) = 0,007756$  в соответствии с соотношением (169). Для физических масс мы используем значения

$$M_W = 0,0804 \text{ ТэВ}, \quad M_Z = 0,0912 \text{ ТэВ}, \quad M_H = 0,1251 \text{ ТэВ}. \quad (170)$$

Мы изучили решения системы уравнений и пришли к выводу, что только решения (158), (163) и (166) системы уравнений компенсации (157) дают необходимое значение  $\alpha(M_Z) = 0,007756$ .

В первом случае (158) имеются два решения, удовлетворяющие нашим условиям, а именно следующие (где  $a$  и  $x_4$  есть как раз решения системы и значение  $x_2$  определено соотношением (158)):

$$\Lambda = 5,226 \cdot 10^2 \text{ ТэВ}, \quad x_2 = -0,3238, \quad x_4 = -0,4865, \quad a = 0,8511, \quad (171)$$

$$\Lambda = 8,687 \cdot 10^{16} \text{ ТэВ}, \quad x_2 = -0,3160, \quad x_4 = -0,7113, \quad a = 0,7192. \quad (172)$$

Эти решения дают константу связи эффективного взаимодействия (149) снова для двух решений:

$$G_2 = -6,24 \cdot 10^{-5} \text{ ТэВ}^{-2}, \quad G_4 = -9,376 \cdot 10^{-5} \text{ ТэВ}^{-2}, \quad (173)$$

$$G_2 = -2,2045 \cdot 10^{-33} \text{ ТэВ}^{-2}, \quad G_4 = -4,962 \cdot 10^{-33} \text{ ТэВ}^{-2}. \quad (174)$$

Из определения параметров в экспериментальной работе [41]

$$L_{\text{eff}} = -\frac{e^2 a_0^W}{8\Lambda'^2} A_{\mu\nu} A_{\mu\nu} W_\rho^+ W_\rho^- - \frac{e^2 g^2 k_0^W}{\Lambda'^2} A_{\mu\nu} Z_{\mu\nu} W_\rho^+ W_\rho^- \quad (175)$$

и из (149) имеем

$$\frac{a_0^W}{\Lambda'^2} = \frac{2G_2}{g^2}, \quad \frac{k_0^W}{\Lambda'^2} = \frac{G_2 \cos \theta_W}{2g^4 \sin \theta_W}. \quad (176)$$

Результаты (173), (174) ведут к следующим предсказаниям для параметров  $a_0^W$ ,  $k_0^W$  для двух решений:

$$\frac{a_0^W}{\Lambda'^2} = -0,000147 \text{ ТэВ}^{-2}, \quad \frac{k_0^W}{\Lambda'^2} = -0,000142 \text{ ТэВ}^{-2}, \quad (177)$$

$$\frac{a_0^W}{\Lambda'^2} = -1,044 \cdot 10^{-32} \text{ ТэВ}^{-2}, \quad \frac{k_0^W}{\Lambda'^2} = -1,13 \cdot 10^{-32} \text{ ТэВ}^{-2}. \quad (178)$$

Сравнивая два последних выражения и извлекая из экспериментальной работы [41] ограничения

$$-21 < \frac{a_0^W}{\Lambda'^2} < 20 \text{ ТэВ}^{-2}, \quad -12 < \frac{k_0^W}{\Lambda'^2} < 10 \text{ ТэВ}^{-2}, \quad (179)$$

видим, что предсказания (177), (178) оказываются глубоко внутри разрешенной области для условий (179). Ограничения [42] для энергии 7–8 ТэВ, существенно улучшающие результаты для  $a_0^W$

$$-1,1 < \frac{a_0^W}{\Lambda'^2} < 1,1 \text{ ТэВ}^{-2}, \quad (180)$$

также не противоречили оценкам (177), (178). Конечно, второе решение (178) дает пренебрежимо малое значение, тогда как первое (177) для возможной проверки нуждается в существенном увеличении точности.

Во втором случае (163) системы уравнений компенсации имеем следующее решение:

$$\begin{aligned} x_2 = x_4 = 0, \quad x_3 = -4,21777, \quad x_5 = -5,95333, \quad a = -0,87338, \\ \Lambda = 0,3646 \text{ ТэВ}, \quad G_2 = G_4 = 0, \quad G_3 = -\frac{1670}{\text{ТэВ}^2}, \quad G_5 = -\frac{2360}{\text{ТэВ}^2}. \end{aligned} \quad (181)$$

В третьем случае (166) системы уравнений компенсации даются два решения с тем же обрезанием. Имеем следующий набор параметров:

$$x_2 = x_4 = -1,72596, \quad x_3 = x_5 = 3,9589, \quad a = -0,876955, \quad (182)$$

$$\Lambda = 0,1068 \text{ ТэВ}, \quad G_2 = G_4 = -\frac{7970}{\text{ТэВ}^2}, \quad G_3 = G_5 = \frac{18270}{\text{ТэВ}^2},$$

$$x_2 = x_4 = -0,864885, \quad x_3 = x_5 = -2,61273, \quad a = 0,876955, \quad (183)$$

$$\Lambda = 0,1068 \text{ ТэВ}, \quad G_2 = G_4 = -\frac{3992}{\text{ТэВ}^2}, \quad G_3 = G_5 = -\frac{12060}{\text{ТэВ}^2}.$$

Решения (181)–(183) определенно противоречат ограничениям (179), (180) из-за очень низкого значения обрезания  $\Lambda$ .

Имеется также решение (172) с очень большим обрезанием  $\Lambda$ . Примечательно, что это решение соответствует обрезанию порядка величины массы Планка  $M_{Pl} = 1,22 \cdot 10^{16}$  ТэВ. Разумеется, эффективные константы связи  $G_i$  в этом случае чрезвычайно малы. Эта возможность при ее реализации может служить объяснением проблемы иерархии масштабов [43]. Несомненно, с этим решением имеющиеся значения для масс бозонов  $W$ ,  $Z$ ,  $H$  и значение  $\alpha(M_Z)$  могут быть приведены в соответствие с эффективным обрезанием, даваемым гравитационной массой Планка. Так, наблюдаемое соотношение между электрослабым масштабом и гравитационным масштабом может иметь, по крайней мере, качественное обоснование.

Следует обратить внимание также и на случай низкого обрезания. Значение  $\Lambda$  (171) близко к граничному значению импульса в проблеме спонтанного порождения аномального трехбозонного взаимодействия из (110), (111). Конечно, значение электрослабой калибровочной константы  $g$  в этом пределе (131)

$$g(\Lambda) = 0,60366. \quad (184)$$

Далее должно быть выполнено соотношение

$$\frac{g(\Lambda)^2}{4\pi} = \alpha_{ew}, \quad (185)$$

где  $\alpha_{ew}$  определена в (169). Теперь соотношение (185) оказывается уравнением для параметра  $\Lambda$ . Решение этого уравнения дает

$$\Lambda = 7,91413 \cdot 10^2 \text{ ТэВ}. \quad (186)$$

Мы видим, что эта величина того же порядка, что и значение  $5,2262 \times 10^2$  ТэВ в решении (171).

Теперь можно сформулировать результат в существенно ином ключе. Мы имеем два интересных значения для возможного обрезания  $\Lambda$ . Малая величина (174), совместимая с предшествующими результатами [44, 45] по порядку величины, — масса Планка. Рассмотрим систему уравнений (158), (167), (168) для этих значений обрезания. Ранее мы фиксировали актуальное значение для электромагнитной константы  $\alpha(M_Z)$  и вычисляли значение обрезания (171), (172). Сейчас мы фиксируем  $\Lambda$  и вычисляем  $\alpha(M_Z)$ . В этом случае для значений (174) и массы Планка получаем соответственно

$$\alpha(M_Z)_{44} = 0,00792, \quad \alpha(M_Z)_{Pl} = 0,00790. \quad (187)$$

Обе величины отличаются от реального значения  $\alpha(M_Z) = 0,007756$  на 2%. Таким образом, мы можем интерпретировать результаты (187) как расчет значения  $\alpha$  с указанной точностью. И как раз вклады порядка нескольких процентов мы можем ожидать в следующем приближении по степеням  $\alpha_{ew}$ .

Конечно, мы имеем также тривиальное решение системы (157): все  $x_i = 0$ , что не дает дополнительной информации. Но имеются также информативные нетривиальные решения.

Проблема выбора истинного решения, несомненно, существенна. Ответ на этот вопрос должен быть связан с проблемой стабильности решений. Имеются также возможности фазового перехода между решениями. Эти проблемы очень сложны и нуждаются в дальнейшем развернутом исследовании.

**4.2. Экспериментальные приложения.** Эффективное взаимодействие (152) приводит к следующим инклюзивным реакциям:

$$p + p \rightarrow W^+ + W^- + W^\pm(Z, \gamma) + X. \quad (188)$$

К сожалению, с имеющимися значениями эффективных констант связи  $G_2, G_4$  для предпочтительного решения (171), (173) мы не можем рассчитывать на достижение необходимой точности даже на обновленном Большом адронном коллайдере (БАК). Однако имеется возможность для увеличения наблюдаемого эффекта в процессах, включающих  $t$ -кварки благодаря большой массе  $m_t$ . Рассмотрим возможный вклад взаимодействия (152), (171) в вершину

$$\frac{G_{W\bar{t}t}}{2} \bar{t}tW_{\mu\nu}^b W_{\mu\nu}^b. \quad (189)$$

Эффективная связь для этих вершин определена диаграммами, представленными на рис. 16. Используя то же обрезание  $\Lambda$  (171) в вычислении этой диаграммы, получаем

$$G_{W\bar{t}t} = -\frac{g^2(\Lambda) M_t(\Lambda)}{24M_W^4} (2x_2 + a^2(\Lambda) x_4) = 4,25 \cdot 10^{-8} \text{ ГэВ}^{-3}, \quad (190)$$

где взяты параметры из (171), (184), и для  $M_t(\Lambda)$  используем стандартное описание эволюции

$$M_t(\Lambda) = \frac{M_t}{\left(1 + \frac{7\alpha_s(M_t)}{4\pi} \ln \left[ \frac{\Lambda^2}{M_t^2} \right] \right)^{4/7}}, \quad (191)$$

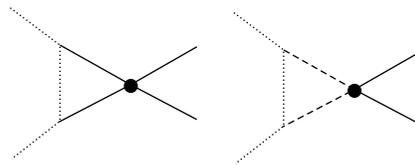


Рис. 16. Диаграммное представление вершины  $\bar{t}tWW$ . Пунктирные линии представляют  $Z$ -бозоны, сплошные —  $W^b$ -бозоны.  $t$ -кварки слева

где  $M_t = 173,2$  ГэВ есть табличное значение для массы  $t$ -кварка [46]. Рассмотрим процессы  $p + p \rightarrow \bar{t}tW^+(Z)$ . Для значения (190) имеем дополнительный вклад нового эффективного взаимодействия (189) в сечение  $\sigma_{\bar{t}tW}$  процесса\*

$$p + p \rightarrow \bar{t} + t + (W^\pm, Z) + X, \quad (192)$$

и для  $\sqrt{s} = 8$  ТэВ получена следующая оценка:

$$\Delta\sigma_{\bar{t}tW^+}(8 \text{ ТэВ}) = 103,5 \text{ фб.} \quad (193)$$

Для того же процесса с отрицательным значением  $W$  имеем

$$\Delta\sigma_{\bar{t}tW^-}(8 \text{ ТэВ}) = 28,0 \text{ фб,} \quad (194)$$

для процесса  $p + p \rightarrow \bar{t} + t + Z$  — следующий вклад:

$$\Delta\sigma_{\bar{t}tZ}(8 \text{ ТэВ}) = 47,2 \text{ фб.} \quad (195)$$

Эти результаты, как и последующие, получены с помощью пакета CompHEP [47].

Данные CMS на  $\sqrt{s} = 8$  ТэВ [48] для этих процессов таковы:

$$\sigma_{\bar{t}tW^+}(8 \text{ ТэВ}) = 170_{-100}^{+110} \text{ фб,} \quad \sigma_{\bar{t}tZ}(8 \text{ ТэВ}) = (200 \pm 90) \text{ фб.} \quad (196)$$

Результаты (196) совместимы как с возможными дополнительными вкладами (193), (195), так и с решениями СМ. (Для процесса (194) данные в работе [48] представлены не были.)

Самые последние данные для  $\sqrt{s} = 8$  ТэВ от коллабораций ATLAS [49] и CMS [50]:

$$t\bar{t}W: \sigma = 369_{-91}^{+100} \text{ фб,} \quad t\bar{t}Z: \sigma = 176_{-52}^{+58} \text{ фб (ATLAS),} \quad (197)$$

$$t\bar{t}W: \sigma = 382_{-102}^{+117} \text{ фб,} \quad t\bar{t}Z: \sigma = 242_{-56}^{+65} \text{ фб (CMS).} \quad (198)$$

Для процесса  $pp \rightarrow t\bar{t}W$  с обоими знаками заряда мы видим данные, согласующиеся как с предсказанием СМ  $\simeq 232$  фб, так и с указанным нами значением  $\simeq 363$  фб. Однако можно отметить, что последнее является немного предпочтительнее для данных обеих коллабораций.

Дополнительные вклады  $\Delta\sigma(\bar{t}tW, Z)$  возрастают с увеличением энергии и для энергии обновленного БАК  $\sqrt{s} = 14$  ТэВ они должны давать значения

$$\Delta\sigma_{\bar{t}tW^+}(14 \text{ ТэВ}) = 1257 \text{ фб,} \quad (199)$$

$$\Delta\sigma_{\bar{t}tW^-}(14 \text{ ТэВ}) = 355 \text{ фб,} \quad (200)$$

$$\Delta\sigma_{\bar{t}tZ}(14 \text{ ТэВ}) = 578 \text{ фб.} \quad (201)$$

\* Мы предполагаем, что взаимное влияние вкладов от эффективного взаимодействия (189) со стандартными вкладами СМ несущественно.

**Таблица 4. Результаты СМ для сечения процесса  $p + p \rightarrow \bar{t}tV$  при энергии  $\sqrt{s} = 8$  и 14 ТэВ и предсказания для дополнительных вкладов от эффективного взаимодействия (189)**

Канал	$\sigma_{\text{SM}}$ , фб (8 ТэВ)	$\Delta\sigma$ , фб (8 ТэВ)	$\sigma_{\text{SM}}$ , фб (14 ТэВ)	$\Delta\sigma$ , фб (14 ТэВ)
$\bar{t}tW^+$	$161^{+19}_{-32}$	103,5	$507^{+147}_{-111}$	1257
$\bar{t}tW^-$	$71^{+11}_{-15}$	28,0	$262^{+81}_{-60}$	355
$\bar{t}tZ$	$197^{+22}_{-25}$	47,2	$760^{+74}_{-84}$	578

Наши предсказания сравниваются с вычислениями, основанными на СМ [51–53], результаты которых даны в табл. 4 (результат для  $\sigma_{\text{SM}}(\bar{t}tZ)$  в четвертом столбце соответствует  $\sqrt{s} = 13$  ТэВ).

Мы уже отмечали, что результаты для  $\sqrt{s} = 8$  ТэВ не противоречат данным (196)–(198). При  $\sqrt{s} = 14$  ТэВ из табл. 4 видно, что для проверки наших результатов на обновленном БАК наиболее многообещающий процесс — это  $p + p \rightarrow \bar{t}tW^\pm$ . Действительно, полный дополнительный вклад в рождение заряженных  $W$  с топ-парами около 1,6 пб, что более чем вдвое превосходит соответствующее значение СМ. Отметим, что мы не поместили в эту таблицу данные по процессу  $p + p \rightarrow \bar{t}t\gamma$ , поскольку эффект значительно меньше указанного. В частности, для  $\sqrt{s} = 13$  ТэВ имеем  $\sigma_{\text{SM}} = (1,744 \pm 0,005)$  пб [53], тогда как эффект взаимодействия (189) оказывается  $\Delta\sigma = 0,125$  пб. Также отметим, что наши оценки эффекта могут иметь погрешность порядка 10%, как и в случае применения к другим эффектам, исследованным с помощью нашего подхода (см. [54]).

Между тем новые данные для  $\sqrt{s} = 13$  ТэВ [55] привели к противоречию с первым решением (171) (с меньшим обрезанием), в то же время сохраняется совместимость как со вторым решением (172), так и с нулевым значением  $G_{W\bar{t}t}$ . В табл. 5 представлены результаты для значимых процессов при  $\sqrt{s} = 13$  ТэВ и соответствующие отношения  $\mu$  для решений (171) и (172). Мы непосредственно видим, что значения  $\mu(G_{W\bar{t}t}^{(2)})$  при  $\sqrt{s} = 13$  ТэВ для процесса

$$p + p \rightarrow \bar{t}tW^\pm + X \quad (202)$$

**Таблица 5. Результаты СМ для сечения процесса  $p + p \rightarrow \bar{t}tV$  при  $\sqrt{s} = 13$  ТэВ и предсказания для отношения  $\mu$  с учетом эффективного взаимодействия (149)**

Канал	$\sigma_{\text{SM}}$ , пб (13 ТэВ)	$\mu(G_{W\bar{t}t}^{(1)})$	$\mu(G_{W\bar{t}t}^{(2)})$
$\bar{t}tW$	$0,77^{+0,18}_{-0,16}$	1,27	3,18
$\bar{t}tZ$	$0,99^{+0,15}_{-0,13}$	1,06	1,50

противоречат данным, представленным выше и в работе [55] для обсуждаемых параметров:

$$\begin{aligned}\mu(W\bar{t}t) &= 1,23_{-0,18}^{+0,19}(\text{стат.})_{-0,18}^{+0,20}(\text{сист.})_{-0,12}^{+0,13}(\text{теор.}), \\ \mu(Z\bar{t}t) &= 1,17_{-0,10}^{+0,11}(\text{стат.})_{-0,12}^{+0,14}(\text{сист.})_{-0,12}^{+0,11}(\text{теор.}).\end{aligned}\quad (203)$$

Экспериментальный результат (203) определенно исключает решение (171). Однако второе решение (172) не ведет к противоречию, как и пертурбативное предсказание СМ  $\mu = 1$ .

Мы можем снова подчеркнуть, что именно это решение с экстремально большим обрезанием может быть связано с массой Планка  $M_{\text{Pl}} = 1,221 \cdot 10^{19}$  ГэВ/ $c^2$ . В общем, предсказание (172) близко к величине

$$\Lambda^{(1)} \simeq 2\pi M_{\text{Pl}} c^2 = 7,67 \cdot 10^{19} \text{ ГэВ}. \quad (204)$$

В случае действительного осуществления решения (172) можно надеяться на значительное прояснение известной проблемы иерархии масштабов [56]. В самом деле, рассматриваемый подход основывается на масштабе электромагнитных параметров, а масштаб массы Планка вырастает в результате спонтанного порождения соответствующего эффективного взаимодействия.

Обратим внимание на процесс (202). Зависимость от поперечного импульса  $W$ -бозона позволяет выделить эффект взаимодействия (149). В табл. 6 показана эта зависимость для трех значений  $G_{W\bar{t}t}$ , одно из которых — это просто значение (174), а два других отличаются на 10% вверх и вниз. Мы произвели варьирование константы связи в соответствии с точностью нашего подхода, оцениваемой в 10–15% [57]. Отметим, что разность значений (172) и (204) также имеет общий порядок величины.

При имеющейся интегральной светимости  $L \simeq 30 \text{ фб}^{-1}$  видно, что оптимальное обрезание может быть  $p_T > 200$  ГэВ. Мы также рассмотрели возможность регистрации эффекта в процессе  $p + p \rightarrow \bar{t}t\gamma$ . Результаты для тех же значений константы  $G_{W\bar{t}t}$  приведены в табл. 7. Конечно, значения сечений меньше, чем для сечений процесса с  $W$ -бозонами, однако преимущества в эффективности регистрации фотонов могут сделать изучение процесса перспективным. Например, для  $p_T > 450$  ГэВ эффект в  $\mu$  существенный, в то время как интегральная светимость  $L = 30 \text{ фб}^{-1}$  при этом может быть около 500 событий.

Данные для  $\sqrt{s} = 7$  ТэВ и полной светимости  $4,59 \text{ фб}^{-1}$  [58] соответствуют предсказаниям СМ. Для иллюстрации приводим в табл. 8 наши соответствующие результаты, которые показывают отсутствие противоречий с экспериментом ATLAS [58], где используют обрезание  $E_T(\gamma) > 20$  ГэВ.

Обратим внимание на результат с точки зрения проблемы спонтанной генерации эффективных взаимодействий. Прежде всего, эти результа-

Таблица 6. Результаты СМ для сечения процесса  $p + p \rightarrow \bar{t}tW^\pm$  при  $\sqrt{s} = 13$  ТэВ и предсказания для трех величин  $\mu_i$  и интервалов импульса  $p_T$   $W$ -бозонов в соответствии со значениями вводимой нами константы связи  $G_{W\bar{t}t}^i$ :  $G_{W\bar{t}t}^1 = 1,35 \cdot 10^{-8}$  ГэВ $^{-3}$ ,  $G_{W\bar{t}t}^2 = 1,5 \cdot 10^{-8}$  ГэВ $^{-3}$ ,  $G_{W\bar{t}t}^3 = 1,65 \cdot 10^{-8}$  ГэВ $^{-3}$

$p_T(W)$ , ГэВ	$\sigma_{SM}$ , фб	$\mu_1$	$\mu_2$	$\mu_3$
Более 100	223,29	1,51	1,63	1,76
Более 150	123,60	1,90	2,11	2,35
Более 200	72,82	2,46	2,81	3,19
Более 250	44,58	3,28	3,81	4,41
Более 300	28,40	4,39	5,18	6,07

Таблица 7. Результаты СМ для сечения процесса  $p + p \rightarrow \bar{t}t\gamma$  при  $\sqrt{s} = 13$  ТэВ и предсказания для трех величин  $\mu_i$  и интервалов импульса  $p_T(\gamma)$  в соответствии со значениями вводимой нами константы связи  $G_{W\bar{t}t}^i$ :  $G_{W\bar{t}t}^1 = 1,35 \cdot 10^{-8}$  ГэВ $^{-3}$ ,  $G_{W\bar{t}t}^2 = 1,5 \cdot 10^{-8}$  ГэВ $^{-3}$ ,  $G_{W\bar{t}t}^3 = 1,65 \cdot 10^{-8}$  ГэВ $^{-3}$

$p_T(\gamma)$ , ГэВ	$\sigma_{SM}$ , фб	$\mu_1$	$\mu_2$	$\mu_3$
Более 300	34,61	1,30	1,37	1,45
Более 350	20,62	1,47	1,58	1,70
Более 400	12,64	1,72	1,88	2,07
Более 450	7,97	2,05	2,30	2,57
Более 500	5,16	2,50	2,85	3,24
Более 600	2,29	3,84	4,51	5,25

Таблица 8. Результаты СМ для сечения процесса  $p + p \rightarrow \bar{t}t\gamma$  при энергии  $\sqrt{s} = 7$  ТэВ и предсказания для трех значений  $\mu_i$  в зависимости от минимального значения  $p_T(\gamma)$  в соотношении со значениями вводимых взаимодействий  $G_{W\bar{t}t}^i$ :  $G_{W\bar{t}t}^1 = 1,35 \cdot 10^{-8}$  ГэВ $^{-3}$ ,  $G_{W\bar{t}t}^2 = 1,5 \cdot 10^{-8}$  ГэВ $^{-3}$ ,  $G_{W\bar{t}t}^3 = 1,65 \cdot 10^{-8}$  ГэВ $^{-3}$

$p_T(\gamma)$ , ГэВ	$\sigma_{SM}$ , фб	$\mu_1$	$\mu_2$	$\mu_3$
Более 20	458,8	1,002	1,0024	1,003
Более 50	190,1	1,0044	1,0048	1,0064
Более 100	70,1	1,011	1,012	1,015
Более 200	14,6	1,04	1,05	1,06
Более 300	3,84	1,11	1,14	1,17

ты получены исключительно посредством применения нашего подхода. Можно подчеркнуть, что существование нетривиального решения уравнений компенсации всегда означает наличие сильных ограничений на параметры модели. Мы наблюдаем подобные ограничения обеих проблем в случае порождения как взаимодействия Намбу–Иона–Лазинио [6], так и аномального трехбозонного взаимодействия [44, 45]. В данной работе условия для существования взаимодействия (149) определяют значение

угла Вайнберга, что ведет к результату (187) для электромагнитной константы связи.

Стоит также отметить, что рассматриваемое возможное эффективное взаимодействие ведет к появлению значительных экспериментально обнаруживаемых вышеописываемых эффектов, которые могут быть предметом проверки на БАК.

## 5. СОВМЕСТНОЕ РОЖДЕНИЕ ПАР ТЯЖЕЛЫХ КВАРКОВ С БОЗОНОМ ХИГГСА И ПОИСК НЕПЕРТУРБАТИВНЫХ ЭФФЕКТОВ В ЭЛЕКТРОСЛАБОМ СЕКТОРЕ НА БАК

**5.1. Дополнительные взаимодействия бозона Хиггса с электрослабыми бозонами.** Как известно, электрослабые бозоны  $W^\pm$ ,  $Z$  вследствие их большой массы существенным образом взаимодействуют с бозоном Хиггса  $H$ . В частности, имеются следующие вершины взаимодействия частицы Хиггса  $H$  с бозонами  $W^+W^-$  и  $ZZ$  соответственно:

$$igM_W g_{\mu\nu}, \quad i \frac{gM_Z}{\cos\theta_W} g_{\mu\nu}. \quad (205)$$

Теперь предположим, что помимо обычной трехбозонной калибровочной вершины мы имеем также трехбозонное взаимодействие вида  $(G/3!) \varepsilon_{abc} W_{\mu\nu}^a W_{\nu\rho}^b W_{\rho\mu}^c$  из (111). Тогда трехбозонная вершина принимает вид

$$\begin{aligned} V(\mu, p; \nu, q; \rho, k) = & -g\varepsilon_{abc}(g_{\mu\nu}(q_\rho - p_\rho) + g_{\nu\rho}(k_\mu - q_\mu) + g_{\rho\mu}(p_\nu - k_\nu) + \\ & + \frac{\lambda}{M_W^2} F(p, q, k)(g_{\mu\nu}(q_\rho p_k - p_\rho q_k) + g_{\nu\rho}(k_\mu p_q - q_\mu p_k) + \\ & + g_{\rho\mu}(p_\nu q_k - k_\nu p_q) + q_\mu k_\nu p_\rho - k_\mu p_\nu q_\rho)). \quad (206) \end{aligned}$$

Здесь  $F(p, q, k)$  — формфактор, полученный в ходе описанной выше процедуры в рамках нашего компенсационного подхода. Мы имеем дополнительный вклад в вершину  $VVH$  величиной порядка  $\lambda$  и  $\lambda^2$ , соответствующий диаграммам, представленным на рис.17. В результате имеем также дополнительный вклад в вершины  $VV'H$ , где  $V$  и  $V'$  соответствуют электрослабым бозонам  $W$ ,  $Z$ ,  $\gamma$ .

Совместный учет обеих вершин (205), (206) ведет к изменениям для вершин  $VV'H$  в соответствии с диаграммами на рис.17. Имеем для вершин взаимодействия частицы Хиггса с двумя электрослабыми бозонами  $V(p, \mu)V'(q, \nu)$  помимо (205):

$$V_{W^+W^-H} = igM_W(g_{\mu\nu} + G_{WW}(g_{\mu\nu}p_q - p_\nu q_\mu)),$$

$$V_{ZZH} = i \frac{gM_Z}{\cos\theta_W}(g_{\mu\nu} + G_{ZZ}(g_{\mu\nu}p_q - p_\nu q_\mu)),$$

$$V_{ZAH} = i \frac{gM_Z}{\cos\theta_W} G_{Z\gamma}(g_{\mu\nu}p_q - p_\nu q_\mu),$$

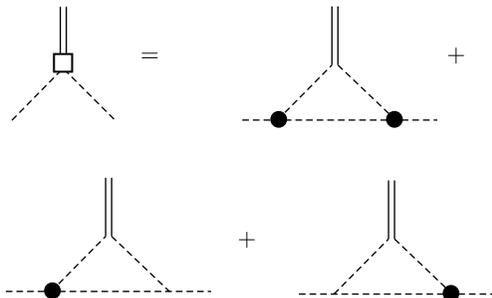


Рис. 17. Диаграммное представление для непертурбативного вклада в вершины  $VVH$ . Двойные линии представляют бозон Хиггса, штриховые — электрослабые бозоны. Черные кружки представляют непертурбативную трехбозонную вершину, а простые точки соответствуют обычному взаимодействию, описываемому СМ, квадрат — итоговый непертурбативный вклад

$$\begin{aligned}
 V_{AAH} &= i \frac{gM_Z}{\cos \theta_W} G_{\gamma\gamma} (g_{\mu\nu} p q - p_\nu q_\mu), \\
 G_{ZZ} &= \cos^2 \theta_W G_{W_0 W_0}, \\
 G_{\gamma\gamma} &= \sin^2 \theta_W G_{W_0 W_0}, \\
 G_{Z\gamma} &= 2 \cos \theta_W \sin \theta_W G_{W_0 W_0}, \\
 G_{W_0 W_0} &= \frac{2g}{M_W^2} \left( \frac{3g\lambda}{8\pi^2} I_1 - \frac{\sqrt{2}\lambda^2}{\pi} I_2 \right), \\
 G_{WW} &= \frac{g}{M_W^2} \left( \frac{3g\lambda}{8\pi^2} I_{W_1} - \frac{\sqrt{2}\lambda^2}{\pi} I_{W_2} + \frac{3g\lambda}{8\pi^2} I_{Z_1} - \frac{\sqrt{2}\lambda^2}{\pi} I_{Z_2} \right).
 \end{aligned} \tag{207}$$

Здесь

$$\begin{aligned}
 I_1 &= \int_0^{z_0} \frac{F(t) dt}{2(\sqrt{t} + \mu)^2}, \quad I_2 = \int_0^{z_0} \frac{2tF^2(t) dt}{(\sqrt{t} + \mu)^3}, \\
 I_{W_1} &= \int_0^{z_0} \frac{F(t)(\sqrt{t} + s\mu_Z) dt}{(\sqrt{t} + \mu_Z)^2(\sqrt{t} + \mu)}, \\
 I_{W_2} &= \int_0^{z_0} \frac{F^2(t)\sqrt{t}(\sqrt{t} + s\mu_Z) dt}{(\sqrt{t} + \mu_Z)^2(\sqrt{t} + \mu)}, \\
 I_{Z_1} &= \int_0^{z_0} \frac{F(t)\sqrt{t} dt}{(\sqrt{t} + \mu_Z)^2(\sqrt{t} + \mu)(1-s)},
 \end{aligned} \tag{208}$$

$$I_{Z_2} = \int_0^{z_0} \frac{F^2(t) t dt}{(\sqrt{t} + \mu_Z)^2 (\sqrt{t} + \mu) (1-s)},$$

$$\mu = \frac{g|\lambda|}{16\sqrt{2}\pi}, \quad \mu_Z = \frac{g|\lambda|}{16\sqrt{2}\pi(1-s)},$$

$$t = \frac{G_W^2(p^2)^2}{512\pi^2}, \quad s = \sin^2 \theta_W.$$

Берем формфактор  $F(t) = F(p, -p, 0)$ , определенный в выражениях (127), (128), (131):

$$F(t) = \frac{1}{2} G_{15}^{31} \left( t \Big|_{1,1/2,0,-1/2,-1}^0 \right) - \frac{85\sqrt{2}g_0}{128\pi} G_{15}^{31} \left( t \Big|_{1,1/2,1/2,-1/2,-1}^{1/2} \right) +$$

$$+ C_1 G_{04}^{10} \left( t \Big|_{\frac{1}{2}, 1, -\frac{1}{2}, -1} \right) + C_2 G_{04}^{10} \left( t \Big|_{1, \frac{1}{2}, -\frac{1}{2}, -1} \right), \quad t = \frac{G_W^2(p^2)^2}{512\pi^2},$$
(209)

$$F(t) = 0, \quad t \geq t_0, \quad t_0 = 9,6175,$$

$$g_0 = 0,6037, \quad C_1 = -0,0351, \quad C_2 = -0,0511.$$

Здесь  $g_0$  — значение калибровочной электрослабой константы  $g$  в точке  $t = t_0$ . Характерный масштаб  $\Lambda$ , соответствующий формафактору (209), определяется из выражения

$$\Lambda^4 = \frac{512\pi^2 t_0}{g_0^2 \lambda^2} M_W^4, \quad (210)$$

т. е.  $\Lambda = 19,83$  ТэВ при  $|\lambda| = 0,006$ .

Согласно определениям (207)–(209) рассчитываем константы. Результаты представлены в табл. 9.

Далее вычисляем сечения процессов совместного рождения пары слабых бозонов и бозона Хиггса. Здесь мы также используем пакет CompHEP [59]. В последующих таблицах приведены результаты для значений констант в (207) и сечения процессов  $p + p \rightarrow W^+W^-H + X$  ( $\sigma(+ -)$ ),  $p + p \rightarrow W^+ZH + X$  ( $\sigma(+0)$ ) и  $p + p \rightarrow W^-ZH + X$  ( $\sigma(-0)$ ). Результаты представлены в зависимости от значения  $\lambda$  в допустимом интервале (табл. 10).

Из табл. 11 видно, что при  $\sqrt{s} = 13$  ТэВ с отрицательным значением  $\lambda$  эффект оказывается заметным, особенно для процесса  $p + p \rightarrow W^+W^-H + X$ , и при  $\lambda = -0,01$  сечение уже в 2 раза больше, чем в СМ. Однако само по себе сечение, по-видимому, недостаточно велико для продуктивного исследования эффекта.

Также отметим, что рассматриваемое дополнительное взаимодействие  $VV'H$  при  $\lambda \neq 0$  может дать эффект для рождения бозона Хиггса типа VBF. Однако расчеты показывают, что с константами из табл. 9 эффект

Таблица 9. Константы связи  $G_{VV'}$  ( $\text{ГэВ}^{-2}$ ) для эффективных взаимодействий  $HVV'$  в зависимости от значения  $\lambda$  (все значения констант умножены на  $10^7$ )

$\lambda$	$G_{WW}$	$G_{ZZ}$	$G_{Z\gamma}$	$G_{\gamma\gamma}$
0,01	3,10	4,40	4,71	1,26
0,006	2,20	3,10	3,32	0,89
0,003	1,33	1,86	2,00	0,54
0	0	0	0	0
-0,003	-3,51	-4,83	-5,17	-2,58
-0,006	-6,54	-9,01	-9,65	-2,58
-0,01	-10,3	-14,2	-15,2	-4,08

Таблица 10. Значения сечений низшего порядка для  $VV'H$  при  $\sqrt{s} = 8 \text{ ТэВ}$ , полученные на БАК

$\lambda$	$\sigma(+\text{--}), \text{ фб}$	$\sigma(+0), \text{ фб}$	$\sigma(-0), \text{ фб}$
-0,01	5,18	1,21	0,499
-0,006	4,62	1,09	0,45
-0,003	4,22	1,02	0,43
0	3,86	0,98	0,42
0,003	3,75	0,98	0,42
0,006	3,69	0,98	0,42
0,01	3,62	0,98	0,42

Таблица 11. Значения сечений низшего порядка для  $VV'H$  при  $\sqrt{s} = 13 \text{ ТэВ}$ , полученные на БАК

$\lambda$	$\sigma(+\text{--}), \text{ фб}$	$\sigma(+0), \text{ фб}$	$\sigma(-0), \text{ фб}$
-0,01	21,16	3,60	1,47
-0,006	17,06	2,71	1,20
-0,003	14,36	2,27	1,07
0	11,90	2,08	1,00
0,003	11,14	2,09	1,00
0,006	10,70	2,12	1,02
0,01	10,35	2,19	1,03

даже при  $\sqrt{s} = 13 \text{ ТэВ}$  незначителен, как и эффект для брэнчинга распадов Хиггса.

Мы также определили эффекты данного взаимодействия для совместного одиночного рождения электрослабых бозонов и частицы Хиггса. Поскольку сечения процессов тут значительны (сотни фемтобарн), вклад дополнительного взаимодействия не превышает нескольких процентов. Например, для процесса  $pp \rightarrow W^+H + X$  при  $\sqrt{s} = 13 \text{ ТэВ}$  и  $|\lambda| = 0,01$  отношение  $\mu = 1,033$ .

Возможные обнаружения вершин (207) были изучены в распадах  $H \rightarrow W^+W^-, H \rightarrow ZZ$  [60]. Результаты этой работы дают ограничения, которые определенно не противоречат значениям констант, представленным в табл. 9.

Далее рассмотрим дополнительные вклады взаимодействий (207) во взаимодействие частицы Хиггса с кварками, прежде всего тяжелыми, которые могут вести к существенно более значительным эффектам на БАК.

**5.2. Дополнительное взаимодействие  $t$ - и  $b$ -кварков с бозоном Хиггса.** Используем вершины (206) для определения вклада во взаимодействия кварков с бозоном Хиггса. Изначально наиболее интересным представляется взаимодействие с самыми тяжелыми  $t$ -кварками. Принимая во внимание введенные вершины, вычисляем петлевые диаграммы, представленные на рис. 18, чтобы получить выражение для вершины  $\bar{t}tH$ , соответствующей первой диаграмме:

$$V_{\bar{t}tH} = -\frac{g}{2M_W} \bar{t} (M_t + 9 \cos \theta_W M_Z M_W \times \\ \times G_{WW} I_1 (\hat{p}_1 - \hat{p}_2)(1 + \gamma_5)) tH, \quad \hat{a} = a_\mu \gamma^\mu, \quad (211)$$

где  $G_{WW}$  введена в (207) и рассчитана в табл. 9,  $p_1$  и  $p_2$  — исходящие импульсы  $t$ - и  $\bar{t}$ -кварков соответственно. Интеграл  $I_1$  определен в (208). Для вычисления интеграла используется тот же формфактор  $F(t)$  (209).

В соответствии с требованием сохранения калибровочной инвариантности КХД мы должны учесть вершину четверного взаимодействия, включающую также глюон  $\bar{t}tHG_\mu$ , что соответствует второй диаграмме на рис. 18

$$V_{\bar{t}tHG} = 9g g_s \cos \theta_W M_Z G_{WW} I_1 \bar{t} \hat{G}(1 + \gamma_5) tH, \quad (212)$$

в уточненном по последним данным CMS интервале

$$-0,011 < \lambda < 0,011, \quad (213)$$

где  $g_s$  — калибровочная постоянная КХД и, разумеется, используется обычная структура КХД. Далее выполняем вычисление сечений процесса  $p + p \rightarrow \bar{t}tH + X$  при двух значениях энергии БАК:  $\sqrt{s} = 8$  и 13 ТэВ.

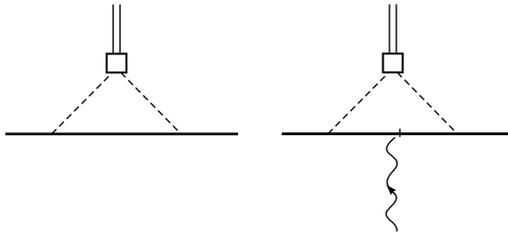


Рис. 18. Диаграммное представление для непертурбативного вклада в вершины  $\bar{t}tH$  и  $\bar{t}tHG$ . Двойные линии представляют бозон Хиггса, штриховые — электрослабые бозоны. Жирные линии соответствуют  $t$ -кварку, волнистая — глюону. Простые точки соответствуют обычному взаимодействию, описываемому СМ. Непертурбативная часть вершины  $VVH$ , введенная в предыдущем пункте, обозначена квадратом

Определим для тех же значений  $\sqrt{s}$  отношение сечений с ненулевым  $\lambda$  в уточненном по последним данным CMS [61] в допустимом интервале

$$-0,011 < \lambda < 0,011 \quad (214)$$

к их значениям в СМ с  $\lambda = 0$

$$\mu_{\sqrt{s}} = \frac{\sigma_{\lambda}(pp \rightarrow \bar{t}tH)}{\sigma_0(pp \rightarrow \bar{t}tH)}, \quad (215)$$

где  $\sigma_0$  — стандартное значение сечения. Результаты вычисления с использованием пакета CompHEP [59] представлены в табл. 4.

Значения сечений вычислены с использованием текущего значения константы сильного взаимодействия [62]

$$\alpha_s(M_Z) = 0,1181 \pm 0,0011. \quad (216)$$

Погрешность в (216) соответствует точности 2% при вычислении сечений. При учете других источников погрешностей мы оцениваем итоговую точность 10%.

Комбинация данных коллабораций ATLAS и CMS, собранных при  $\sqrt{s} = 7$  и 8 ТэВ, дает следующие экспериментальные результаты для отношения  $\mu_8$  [63]:

$$\mu_8 = 2,3_{-0,6}^{+0,7}. \quad (217)$$

Вследствие наличия значительных погрешностей результат (217) не означает наличия существенных отклонений от значений СМ. Со значениями из табл. 12 мы получаем из (217) следующее предсказание:

$$\lambda = -0,0057_{-0,0039}^{+0,0028}. \quad (218)$$

Этот результат находится глубоко внутри экспериментальных ограничений [61]. Отметим, что оценки масштаба обрезания по энергии (210) также не противоречат результатам БАК [61]. Разумеется, мы имеем в (218) опять эффект только в два стандартных отклонения, что несомненно требует дальнейшего уточняющего исследования. Мы видим, что значения  $\mu$  практически не зависят от  $\sqrt{s}$ , но при  $\sqrt{s} = 13$  ТэВ сечения более чем в 3 раза больше таковых при условиях результата (217). Мож-

**Таблица 12. Сечения рождения низшего порядка (в фемтобарнах) для  $\bar{t}tH$  при  $\sqrt{s} = 8, 13$  ТэВ и отношения  $\mu_{\sqrt{s}}$  (215), полученные на БАК**

$\lambda$	$\sigma$ (13 ТэВ)	$\sigma$ (8 ТэВ)	$\mu_{13}$	$\mu_8$
-0,01	1628,2	460,6	3,14	3,15
-0,006	1212,9	342,6	2,34	2,34
-0,003	853,3	241,0	1,65	1,65
0	517,8	146,1	1,00	1,00
0,003	401,4	113,6	0,78	0,78
0,006	348,7	98,4	0,67	0,67
0,01	304,4	85,9	0,59	0,59

но надеяться на проверку предсказаний в дальнейших исследованиях при возрастающей статистической базе. Подчеркнем, что, если эти исследования дадут результат  $\lambda \neq 0$ , мы сможем прийти к фундаментальному заключению о необходимом присутствии непертурбативных эффектов в слабом взаимодействии. Отметим также, что недавние NLO и NNLL SM-вычисления для сечения рождения  $\bar{t}tH$  при 13 ТэВ представлены в работах [64–66].

Рассмотрим также совместное рождение бозона Хиггса с  $\bar{b}b$ -парами. В отличие от случая пар  $t$ -кварков, для которых выполнены исследования и получены результаты (217), в отношении  $\bar{b}b$ -пар специальные исследования не проводились. Однако взаимодействия (211), (212) в нашем подходе также существуют и для других кварков. Все различия определяются только величиной массы кварка в (211). В частности, целесообразно также рассмотреть процесс совместного рождения с бозоном Хиггса для  $b$ -кварков:

$$p + p \rightarrow \bar{b}bH + X. \quad (219)$$

Результаты вычислений представлены в табл. 13.

Эффекты для  $b$ -кварков оказываются того же порядка по величине, что и в случае пар  $t$ -кварков. Отличие заключается в отсутствии данных для сравнения. Аналогичные результаты также имеются и для легких кварков  $u, d, c, s$ .

Проблема существования непертурбативных вкладов в электрослабое взаимодействие, несомненно, относится к числу фундаментальных. Аномальное трехбозонное взаимодействие (112) предоставляет критический тест для ее исследования. Выше мы показали, что имеется многообещающий процесс

$$p + p \rightarrow \bar{t}tH + X, \quad p + p \rightarrow \bar{b}bH + X \quad (220)$$

для исследования на БАК, и мы надеемся, что будущие результаты для этого процесса при  $\sqrt{s} = 13$  ТэВ подтвердят существование непертурбативных эффектов в электрослабом секторе. Мы рассмотрели зависимость результатов для процесса (220) от величины обрезания. Оказывается, что для главного процесса  $p + p \rightarrow \bar{t}tH$  обрезания  $M(\bar{t}t) > M_0$ ,  $M(tH) > M'_0$ ,  $p_T(H) > p_{T_0}$  и т. д. ведут, конечно, к уменьшению сечений, но практи-

**Таблица 13. Сечения рождения низшего порядка (в фемтобарнах) для  $\bar{t}tH$  при  $\sqrt{s} = 8, 13$  ТэВ и отношения  $\mu_{b\sqrt{s}}$ , полученные на БАК**

$\lambda$	$\sigma$ (13 ТэВ)	$\sigma$ (8 ТэВ)	$\mu_{b13}$	$\mu_{b8}$
-0,01	1612,5	572,7	2,93	2,77
-0,006	1204,4	433,6	2,19	2,10
-0,003	903,0	329,1	1,64	1,59
0	550,8	206,7	1,00	1,00
0,003	446,0	151,8	0,81	0,82
0,006	396,4	151,8	0,72	0,73
0,01	354,6	137,1	0,64	0,66

чески не меняют отношения  $\mu$  для данных. Таким образом, введение обрезания должно определяться условиями эксперимента, в частности, в связи с рассмотрением фоновых процессов.

Важная проблема состоит в том, не противоречат ли предсказания данной работы имеющимся в настоящее время знаниям. Мы уже отмечали, что вклады дополнительных взаимодействий в бренчинговые соотношения для бозона Хиггса пренебрежимо малы. Эффекты в процессе  $p + p \rightarrow \bar{q}qH + X$ , где мы должны учитывать шесть ароматов кварков, могут вести к дополнительным вкладам в сечение рождения бозона Хиггса. Например, для  $\lambda = -0,006$ , ближайшего к центральному значению в оценке (218), имеем из табл. 4, 5 следующие дополнительные вклады  $\Delta\sigma$  в полное сечение рождения бозона Хиггса:

$$\begin{aligned} \Delta\sigma (8 \text{ ТэВ}) &= 1,36 \text{ пб}, & \sigma (8 \text{ ТэВ}) &= 22,3 \text{ пб}, \\ \Delta\sigma (13 \text{ ТэВ}) &= 4,03 \text{ пб}, & \sigma (13 \text{ ТэВ}) &= 50,6 \text{ пб}, \end{aligned} \quad (221)$$

где мы также показываем значения СМ для полных сечений [62]. Эти дополнительные вклады ведут к изменению общей силы сигнала, которая в настоящее время дает [62]

$$\mu = 1,09 \pm 0,07 \pm 0,04 \pm 0,03 \pm 0,07, \quad (222)$$

где две последние ошибки связаны с неточностями в теоретических оценках. Легко видеть, что дополнительные вклады (221) дают следующие изменения теоретических предсказаний для эффективного значения  $\mu$ :

$$\mu (8 \text{ ТэВ}) = 1,061, \quad \mu (13 \text{ ТэВ}) = 1,080. \quad (223)$$

Результаты определенно не противоречат значению (222), которое основывается преимущественно на данных, собранных при  $\sqrt{s} = 7$  и 8 ТэВ.

В случае, если существование тройного взаимодействия (112) в процессе (220) будет подтверждено, станет актуальным поиск иных возможных непертурбативных эффектов.

## 6. РОЖДЕНИЕ ТРЕХ ЭЛЕКТРОСЛАБЫХ БОЗОНОВ В $pp$ -ВЗАИМОДЕЙСТВИЯХ НА БАК

Рассмотрим процессы без образования струй

$$p + p \rightarrow W^+ W^+ W^- + \text{no jet}, \quad p + p \rightarrow W^- W^- W^+ + \text{no jet}. \quad (224)$$

В этих процессах будем изучать следующие распады порожденных  $W$ -бозонов:

$$W^+ W^+ W^- \rightarrow \mu^+ \mu^+ e^- + \text{invis.}, \quad W^+ W^+ W^- \rightarrow e^+ e^+ \mu^- + \text{invis.}, \quad (225)$$

$$W^- W^- W^+ \rightarrow \mu^- \mu^- e^+ + \text{invis.}, \quad W^- W^- W^+ \rightarrow e^- e^- \mu^+ + \text{invis.} \quad (226)$$

Итак, в процессах (224) нет струй, три заряженных лептона в конечном состоянии и недостающая энергия, которую уносят нейтрино. Распа-

ды (225), (226) содержат лептоны одного аромата с одинаковыми зарядами и лептоны с разными ароматами с противоположными зарядами. Эта сигнатура практически свободна от фона процессов, не совпадающих с искомыми реакциями (224).

Если бы мы имели пары  $l^+l^-$ , то были бы существенные вклады от фотонов,  $Z$ -бозонов и т.д. и сечения становились бы более чем на порядок больше сечений реакций (224), в то время как изучаемый эффект остается таким же.

Диаграммы в ведущем порядке для процессов (224) для основных каналов с начальными состояниями  $uD$  и  $dU$  представлены на рис. 19, 20.

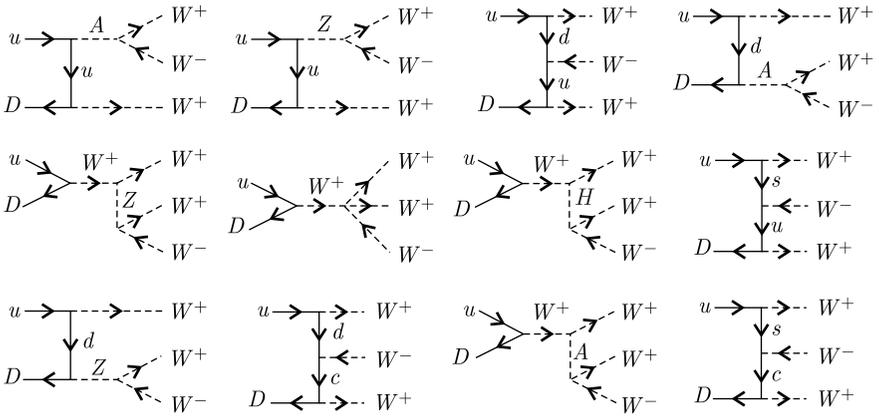


Рис. 19. Диаграммы для subprocessa  $u + D \rightarrow W^+ W^+ W^-$

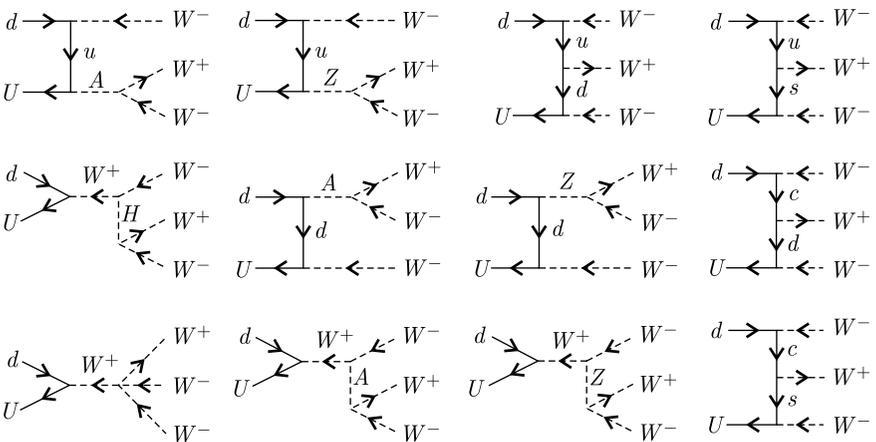


Рис. 20. Диаграммы для subprocessa  $U + d \rightarrow W^+ W^- W^-$

Аналогичные диаграммы участвуют в процессах с исходными значениями  $uS, cD, cS, sU, dC, sC$ . Вычисления проведены с использованием пакета CompHEP [59].

Результаты вычислений представлены в табл. 14, где определены изменения константы  $\lambda$  в разрешенном предыдущими данными интервале (213). При этом также учитывается вклад диаграмм с обменом глюоном в низшем исчезающем порядке.

В табл. 14 приводятся числа событий для светимостей  $36,4 \text{ фб}^{-1} (N_1)$  и  $300 \text{ фб}^{-1} (N_2)$ . Указаны лишь статистические ошибки, с тем чтобы иметь представление о минимальных погрешностях. При сравнении предсказаний из табл. 14 с экспериментальными данными следует учитывать и другие источники погрешностей. Можно сравнить наши вычисления с первыми данными по тройному рождению  $W$ , полученными в недавней работе ATLAS [67] при  $\sqrt{s} = 13 \text{ ТэВ}$ .

Для обсуждаемых процессов (224) имеем следующий результат:

$$\sigma_{WWW} = 0,68_{-0,21}^{+0,23} \text{ пб.} \quad (227)$$

Сравнивая его с данными, представленными в табл. 1, можно оценить значение  $|\lambda|$ , соответствующее результату (227):

$$|\lambda| = 0,0042_{-0,0029}^{+0,0032}. \quad (228)$$

Рассмотрим другой процесс трехбозонного рождения:

$$p + p \rightarrow W^+W^-Z + \text{no jet.} \quad (229)$$

Так же как и в предыдущем случае, будем рассматривать характерные лептонные распады бозонов при условии, что инвариантная масса двух последних противоположно заряженных лептонов соответствует  $Z$ -бозону:

$$W^+W^-Z \rightarrow \mu^+e^-e^+e^- + \text{invis.}, \quad W^+W^-Z \rightarrow \mu^-e^+e^+e^- + \text{invis.}, \quad (230)$$

$$W^+W^-Z \rightarrow \mu^+e^-\mu^+\mu^- + \text{invis.}, \quad W^+W^-Z \rightarrow \mu^-e^+\mu^+\mu^- + \text{invis.}$$

Расчеты приводят к результатам, представленным в табл. 15.

Из данных работы [67] для реакции  $p + p \rightarrow W^+W^-Z$

$$\sigma_{WWZ} = 0,55_{-0,18}^{+0,20} \quad (231)$$

имеем с использованием аналогичных вычислений, представленных в табл. 2, следующее:

$$|\lambda| = 0,0052_{-0,0040}^{+0,0045}. \quad (232)$$

Приведем также результат по оценке возможного значения параметра  $\lambda$ , полученный в нашей работе [68] из данных по процессу  $p + p \rightarrow \bar{t}tH + X$ :

$$\lambda = -0,0057_{-0,0039}^{+0,0028}. \quad (233)$$

Таблица 14. Сечения рождения трех бозонов  $W^+W^-W^\pm$  в ведущем порядке и оценка числа событий для двух значений интегральной светимости (ошибки только статистические) при  $\sqrt{s} = 1.3$  ТэВ, полученные на БАК, для шести значений  $|\lambda|$

Параметр	$ \lambda  = 0,011$ ( $\sigma = 1768$ фб)	$ \lambda  = 0,0085$ ( $\sigma = 1232$ фб)	$ \lambda  = 0,006$ ( $\sigma = 850$ фб)	$ \lambda  = 0,0045$ ( $\sigma = 669$ фб)	$ \lambda  = 0,003$ ( $\sigma = 561$ фб)	$ \lambda  = 0,002$ ( $\sigma = 507$ фб)	$ \lambda  = 0,000$ ( $\sigma = 464$ фб)
$N_1$	$407 \pm 20$	$283 \pm 17$	$196 \pm 14$	$154 \pm 12$	$129 \pm 11$	$117 \pm 11$	$107 \pm 10$
$\Delta N_1$	$300 \pm 18$	$177 \pm 14$	$88 \pm 11$	$47 \pm 9$	$22 \pm 7$	$10 \pm 6$	0
$N_2$	$3352 \pm 58$	$2336 \pm 48$	$1612 \pm 40$	$1268 \pm 36$	$1064 \pm 33$	$961 \pm 31$	$880 \pm 30$
$\Delta N_2$	$2472 \pm 58$	$1456 \pm 48$	$732 \pm 40$	$389 \pm 36$	$184 \pm 33$	$82 \pm 31$	0

Таблица 15. Сечение рождения  $W^+W^-Z$  в ведущем порядке и оценка числа событий для двух значений интегральной светимости при  $\sqrt{s} = 1.3$  ТэВ, полученные на БАК, для шести значений  $|\lambda|$

Параметр	$ \lambda  = 0,011$ ( $\sigma = 1099$ фб)	$ \lambda  = 0,0085$ ( $\sigma = 814$ фб)	$ \lambda  = 0,006$ ( $\sigma = 603$ фб)	$ \lambda  = 0,0045$ ( $\sigma = 512$ фб)	$ \lambda  = 0,003$ ( $\sigma = 445$ фб)	$ \lambda  = 0,002$ ( $\sigma = 416$ фб)	$ \lambda  = 0,000$ ( $\sigma = 393$ фб)
$N_1$	$62 \pm 8$	$46 \pm 7$	$34 \pm 6$	$29 \pm 5$	$25 \pm 5$	$24 \pm 5$	$22 \pm 5$
$\Delta N_1$	$40 \pm 8$	$24 \pm 7$	$12 \pm 6$	$7 \pm 5$	$3 \pm 5$	$3 \pm 5$	0
$N_2$	$516 \pm 23$	$382 \pm 20$	$283 \pm 17$	$241 \pm 16$	$209 \pm 14$	$195 \pm 14$	$185 \pm 14$
$\Delta N_2$	$331 \pm 23$	$197 \pm 20$	$98 \pm 17$	$56 \pm 16$	$24 \pm 14$	$10 \pm 14$	0

Все эти оценки полностью соответствуют ограничениям (214). Результаты (228), (232), (233) вполне совместимы, каждый из них не противоречит нулевому значению  $\lambda$ . В нашем подходе возможные эффекты в этих трех процессах имеют одинаковое происхождение и связаны с аномальным взаимодействием (4) с эффективной константой (114), определяемой параметром  $\lambda$ . Если в рамках этой гипотезы усреднить три результата (228), (232), (233), то получим очень предварительную оценку

$$|\lambda| = 0,005 \pm 0,003. \quad (234)$$

Этот результат совместим и с нулевым значением параметра  $\lambda$ . Оценки, представленные выше, направлены, прежде всего, на уточнение его значения. Эти результаты обосновывают важность информации, получаемой при исследовании процессов

$$pp \rightarrow W^+W^+W^-, \quad pp \rightarrow W^-W^-W^+ \quad (235)$$

с использованием экспериментальной сигнатуры (225), (226). Согласно данным, представленным в табл. 1, эффект аномального взаимодействия (4)

$$-\frac{G}{3!} F \varepsilon_{abc} W_{\mu\nu}^a W_{\nu\rho}^b W_{\rho\mu}^c, \quad G = -\frac{g\lambda}{M_W^2}, \quad (236)$$

$$W_{\mu\nu}^a = \partial_\mu W_\nu^a - \partial_\nu W_\mu^a + g \varepsilon_{abc} W_\mu^b W_\nu^c$$

при  $\sqrt{s} = 13$  ТэВ и реалистических значениях интегральной светимости для значений в интересующей нас области  $|\lambda| \simeq 0,005$  вполне доступен для надежного исследования.

Несколько хуже условия для поиска эффекта в реакции (229)  $p + p \rightarrow W^+W^-Z + \text{no jet}$ . Тем не менее целесообразно рассмотреть экспериментальные возможности для исследования и этого процесса.

Хотелось бы обратить внимание на то, что непертурбативные эффекты электрослабого взаимодействия, которые могли быть обнаружены в процессах, рассмотренных в данной работе, очень важны для дальнейшего понимания основных принципов физики элементарных частиц, а их обнаружение еще раз продемонстрировало бы эффективность метода уравнений компенсации Боголюбова.

## 7. WW-РЕЗОНАНСЫ КАК ИНТЕРПРЕТАЦИЯ ДИБОЗОННОЙ АНОМАЛИИ ATLAS НА БАК

**7.1. Тяжелый WW-резонанс.** В эксперименте [69] наблюдался эксцесс в рождении бозонных пар  $WW$ ,  $WZ$ ,  $ZZ$  на инвариантной массе  $M_R \simeq 2$  ТэВ. Указания на этот эффект также представлены в работах [70, 71]. Полученные результаты стимулировали попытки интерпретации в терминах, предполагающих выход за пределы СМ [72, 73] (см. также ссылки в работе [74]).

Однако было бы весьма целесообразно прежде всего рассмотреть возможность более традиционной интерпретации. Действительно, пара триплетов  $W^a$  может формировать резонансное состояние. Конечно, обычное калибровочное взаимодействие с константой  $g(M_W) = 0,65$  не может удерживать их в связанном состоянии массой порядка тераэлектронвольт. Однако эффективное аномальное трехбозонное взаимодействие [28, 29], обсуждавшееся в предыдущих разделах, усиливается с ростом энергии и его привлечение к объяснению эффекта непосредственно выглядит естественным. В случае, если взаимодействие в достаточной мере усиливается в тераэлектронвольтном масштабе, оно может привести к образованию упомянутых резонансов. Ниже детально рассмотрена эта возможность. Но сначала следует обсудить в целом возможность согласования этого подхода с имеющимися данными [69, 71].

Если мы допустим существование резонанса в системе двух  $W$ -бозонов, перед нами откроются лишь немногие возможности в соответствующих рамках.  $W$ -бозон имеет единичный слабый изоспин (в дальнейшем для краткости опускаем определение «слабый»). Тогда резонанс может иметь одно из трех значений изоспина: 0, 1, 2. Имеется также корреляция между значениями спина и изоспина. Это приводит к следующим возможностям:

1) резонанс  $X_1$  со спином 1 и изоспином 1 (он не может распадаться по каналу  $ZZ$  и, таким образом, не соотносится с данными [69]);

2) резонанс  $X_0, X_2$  со спином 0, где нижний индекс указывает значение изотопического спина (первая возможность  $X_0$  исключается из-за существования канала распада  $X \rightarrow WZ$ ).

В результате остается возможность  $X_2 \equiv X_{ab}$  появления скалярного резонанса с изоспином 2. С учетом этих замечаний имеем эффективное взаимодействие

$$L_{\text{eff}} = \frac{G_X}{4} X_{ab} W_{\mu\nu}^c W_{\mu\nu}^d \left( \frac{1}{2} (\delta_c^a \delta_d^b + \delta_d^a \delta_c^b) - \frac{1}{3} \delta^{ab} \delta_{cd} \right) \quad (237)$$

и пять зарядовых состояний  $X_{ab}$ :

$$X^{++}, X^+, X^0, X^-, X^{--}. \quad (238)$$

Взаимодействие (237) соответствует следующей форме эффективных вершин для различных зарядовых состояний с импульсом и индексами  $W$ -бозонов  $(p, \mu), (q, \nu)$ :

$$\begin{aligned} X^{++}W^-W^- &: -i G_X (g_{\mu\nu}(pq) - p_\nu q_\mu), \\ X^+W^-W^0 &: -i \frac{G_X}{\sqrt{2}} (g_{\mu\nu}(pq) - p_\nu q_\mu), \\ X^0W^+W^- &: -i \frac{G_X}{\sqrt{6}} (g_{\mu\nu}(pq) - p_\nu q_\mu), \end{aligned}$$

$$X^0 W^0 W^0 : -i G_X \sqrt{\frac{2}{3}} (g_{\mu\nu}(pq) - p_\nu q_\mu), \quad (239)$$

$$X^- W^+ W^0 : -i \frac{G_X}{\sqrt{2}} (g_{\mu\nu}(pq) - p_\nu q_\mu),$$

$$X^{--} W^+ W^+ : -i G_X (g_{\mu\nu}(pq) - p_\nu q_\mu).$$

Для нейтрального бозона мы, как обычно, имеем смесь  $Z$ -бозона и фотона:

$$W^0 = Z \cos \theta_W + A \sin \theta_W. \quad (240)$$

Эффективная константа взаимодействия  $G_X$  соотносится с шириной резонанса

$$\Gamma_X = \frac{G_X^2 \sqrt{M_X^2 - 4M_W^2} (M_X^2 - 4M_W^2 + 6M_W^4/M_X^2)}{64\pi}. \quad (241)$$

Данные [69] позволяют оценить  $\Gamma_X$  в несколько сотен гигаэлектронвольт по порядку величины. Получаем оценки сечений для трех значений ширины:

$$\begin{aligned} \Gamma_X = 200 \text{ ГэВ}, \quad G_X &= \frac{0,002253}{\text{ГэВ}}, \\ \Gamma_X = 300 \text{ ГэВ}, \quad G_X &= \frac{0,002759}{\text{ГэВ}}, \\ \Gamma_X = 400 \text{ ГэВ}, \quad G_X &= \frac{0,003186}{\text{ГэВ}}. \end{aligned} \quad (242)$$

Со значениями эффективных констант взаимодействия (242) и массы резонанса  $M_X = 2000$  ГэВ вычисляем сечение рождения резонансов для двух энергий:  $\sqrt{s} = 8$  ТэВ с целью сравнения с данными [69] и  $\sqrt{s} = 13$  ТэВ для новых данных, полученных с модернизированного БАК.

**Таблица 16. Полное сечение рождения  $X$ -состояний при различных  $\sqrt{s}$ , полученное на БАК, для различных каналов и трех значений полной ширины ( $\Gamma_X$ , ГэВ)**

Параметр	$\sqrt{s} = 8$ ТэВ			$\sqrt{s} = 13$ ТэВ		
	200 ГэВ	300 ГэВ	400 ГэВ	200 ГэВ	300 ГэВ	400 ГэВ
$\sigma(X^{++})$ , фб	2,25	3,36	4,49	17,9	26,9	35,8
$\sigma(X^+)$ , фб	1,98	2,89	4,04	16,2	22,9	33,8
$\sigma(X^0)$ , фб	1,33	2,05	2,65	11,4	18,1	23,6
$\sigma(X^-)$ , фб	0,61	0,95	1,24	6,11	9,22	12,04
$\sigma(X^{--})$ , фб	0,22	0,33	0,45	2,60	3,90	5,22
$\sigma(WW)$ , фб	2,91	4,37	5,82	24,3	36,8	48,9
$\sigma(WZ)$ , фб	2,00	2,95	4,05	17,2	24,7	35,2
$\sigma(W\gamma)$ , фб	0,60	0,89	1,22	5,20	7,39	10,7
$\sigma(ZZ)$ , фб	0,53	0,81	1,05	4,49	7,13	9,30
$\sigma(Z\gamma)$ , фб	0,31	0,49	0,63	2,70	4,29	5,59
$\sigma(\gamma\gamma)$ , фб	0,047	0,073	0,094	0,41	0,64	0,84

Вычисления выполняются с помощью системы CompHEP [59] и необходимой информации от PDG [75]. Результаты представлены в табл. 16.

В последних шести строках табл. 16 приводятся результаты без учета различия знака заряда  $W^\pm$  и спецификаций нейтральных компонентов в качестве  $Z$ -бозона или фотона, что подтверждается данными работы [69]. Мы видим, что сечение, оцениваемое в несколько фемтобарн для каналов  $WW$ ,  $WZ$ ,  $ZZ$  при  $\sqrt{s} = 8$  ТэВ, как раз соответствует данным, собранным при интегральной светимости  $20 \text{ фб}^{-1}$ . Конечно, детальное сравнение требует более точного оценивания эффективности регистрации  $W$ - и  $Z$ -бозонов, чем представлено в источнике [69]. В любом случае наиболее многообещающим оказывается процесс порождения тех же пар положительно заряженных  $W$ -бозонов.

**7.2. Модель для  $WW$ -резонанса.** Теперь рассмотрим возможность образования резонанса при энергии 2 ТэВ вследствие предполагаемого существования аномального трехбозонного взаимодействия. В общепринятых обозначениях, напомним, взаимодействие выглядит так:

$$\frac{g\lambda}{3!M_W^2} F\varepsilon_{abc} W_{\mu\nu}^a W_{\nu\rho}^b W_{\rho\mu}^c, \quad (243)$$

$$W_{\mu\nu}^a = \partial_\mu W_\nu^a - \partial_\nu W_\mu^a + g\varepsilon_{abc} W_\mu^b W_\nu^c,$$

где  $g \simeq 0,65$  — электрослабая константа. Наиболее надежные ограничения для параметра  $\lambda$  таковы [75]:

$$\lambda_\gamma = -0,022 \pm 0,019, \quad \lambda_Z = -0,09 \pm 0,06, \quad (244)$$

где нижний индекс маркирует нейтральный бозон, используемый для экспериментального определения  $\lambda$ . Источники результатов для  $\lambda$  приведены в работе [76]. Подчеркнем, что  $F \equiv F(p_i)$  в определении (243) обозначает формфактор, который был также постулирован в оригинальных работах [28, 29] или был также однозначно определен в работах по спонтанному возникновению эффективного взаимодействия (243) [8, 77]. В любом случае формфактор гарантирует наличие эффективного взаимодействия в ограниченной области в импульсном пространстве. Вопрос в том, исчезает ли он для импульса, превосходящего масштаб  $\Lambda$ . Мы увидим, что для обсуждаемой проблемы данный масштаб должен по порядку величины оцениваться несколькими тераэлектронвольтами.

Возьмем выражение для формфактора, которое было получено в рамках нашего подхода [8, 77] для специальной кинематики  $p_1 = 0$ ,  $p_2 = -p_3 = p$ :

$$F(0, p, -p) = F(u) = \frac{1}{2} G_{15}^{31} \left( u \Big|_{0,1/2,1,-1/2,-1}^0 \right) - \\ - \frac{85g(\Lambda)\sqrt{2}}{128\pi} G_{15}^{31} \left( u \Big|_{1/2,1/2,1,-1/2,-1}^{1/2} \right) + C_1 G_{04}^{10} \left( u \Big|_{1/2,1,-1/2,-1} \right) + \\ + C_2 G_{15}^{10} \left( z \Big|_{1,1/2,-1/2,-1} \right), \quad u < u_0, \quad (245)$$

$$F(u) = 0, \quad u > u_0, \quad u = \frac{G^2 x^2}{512\pi^2}, \quad x = p^2, \quad u_0 = 9,6175 = \frac{G^2 \Lambda^4}{512\pi^2},$$

$$C_1 = -0,035096, \quad C_2 = -0,051104, \quad g(\Lambda) = 0,60366.$$

Здесь

$$G_{qp}^{mn} \left( u \Big|_{b_1, \dots, b_p}^{a_1, \dots, a_q} \right)$$

— функция Мейера [12] (см. также набор необходимых формул в [54]). Константа взаимодействия  $G$  в соотношениях (245) связана с обычным определением формулой  $G = -(g\lambda)/M_W^2$  (114). Вычисления были выполнены в рамках приближенной схемы, точность которой оценивается в  $\simeq 10$ – $15\%$  [78].

Предполагаемое существование взаимодействия (243) ведет к важным непертурбативным эффектам в электрослабом секторе СМ. В частности, можно ожидать появления резонансов в системе двух  $W^a$ -бозонов.

Рассмотрим уравнение Бете–Солпитера для скалярного связанного состояния, состоящего из двух бозонов  $W$ . Мы уже отмечали, что такое состояние может иметь два значения слабого изоспина:  $I = 0$  и  $2$ .

С учетом взаимодействия (243) получаем следующее уравнение для состояния с нулевым спином, соответствующее диаграммам, представленным на рис. 21:

$$\Psi_R(x) = \frac{G^2 A_I}{8\pi^2} \left( \int_0^Y \frac{384y^3 - 64y^2u + 20yu^2 - u^3}{64y^2(4y + u)} \Psi_R(y) F^2(y) y dy + \right.$$

$$+ \frac{1}{6x^2} \int_0^x \Psi_R(y) y^3 dy - \frac{1}{3x} \int_0^x \Psi_R(y) y^2 dy -$$

$$\left. - \frac{x}{3} \int_x^Y \Psi_R(y) dy + \frac{x^2}{6} \int_x^Y \frac{\Psi_R(y)}{y} dy \right), \quad (246)$$

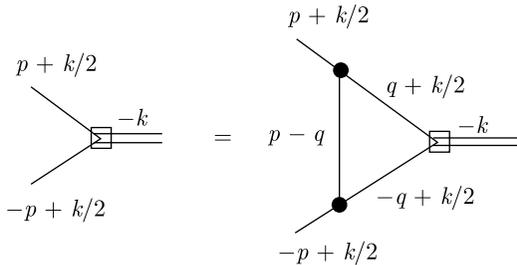


Рис. 21. Диаграммное представление уравнения Бете–Солпитера (246)

где  $A_I$ ,  $I = 0, 2$ , — это изотопический фактор,  $x = p^2$  и  $y = q^2$ ,  $p$  и  $q$  — внутренний и внешний импульсы в евклидовом четырехмерном пространстве,  $u = k^2$  с  $k^2$ -квадратом евклидова 4-импульса резонансного состояния. Формфактор  $F(y)$  эффективного взаимодействия (243) введен в постоянный член уравнения.

Здесь с учетом большой величины  $M_R \simeq 2$  ТэВ предполагаемого резонанса пренебрегаем массой  $W$ , а изотопический фактор  $A_I$  определен для разных значений полного изоспина  $I$  следующим образом:

$$A_0 = -2, \quad A_2 = 1. \quad (247)$$

В уравнении (246) мы ввели зависимость от импульса  $k$  связанного состояния только в первый постоянный член в правой части. Это соответствует приближению, используемому в подходе [54].

Параметр эффективного обрезания  $Y$  в (246) — это тот же параметр, который был введен выше (см. также работы [8, 77]) при рассмотрении спонтанного порождения взаимодействия (243) и определен соотношениями (245).

При следующих подстановках для переменных с учетом (245)

$$z = \frac{G^2 x^2}{64\pi^2}, \quad t = \frac{G^2 y^2}{64\pi^2}, \quad \mu = \frac{G^2 M_R^4}{64\pi^2}, \quad z_0 = \frac{G^2 Y^2}{64\pi^2} = 8u_0 \quad (248)$$

приходим к следующему уравнению для слабого изоспина  $I = 2$ :

$$\begin{aligned} \Psi_R(z) = & 4 \int_0^{z_0} \frac{384t\sqrt{t} + 64t\sqrt{\mu} + 20\sqrt{t}\mu + \mu\sqrt{\mu}}{64t(4\sqrt{t} - \sqrt{\mu})} \Psi_R(t) F^2(t) dt + \\ & + \frac{2}{3z} \int_0^z \Psi_R(t) t dt - \frac{4}{3\sqrt{z}} \int_0^z \Psi_R(t) \sqrt{t} dt - \frac{4\sqrt{z}}{3} \int_z^{z_0} \frac{\Psi_R(t)}{\sqrt{t}} dt + \frac{2z}{3} \int_z^{z_0} \frac{\Psi_R(t)}{t} dt. \end{aligned} \quad (249)$$

Для однородного уравнения (249) решение определяется условием  $\Psi_R(0) = 1$ , которое означает

$$B = 4 \int_0^{z_0} \frac{384t\sqrt{t} + 64t\sqrt{\mu} + 20\sqrt{t}\mu + \mu\sqrt{\mu}}{64t(4\sqrt{t} - \sqrt{\mu})} \Psi_R(t) F^2(t) dt = 1. \quad (250)$$

Последовательным дифференцированием уравнения  $B$  (249) получаем уравнение Мейера для функции  $\Psi_R(z)$ :

$$\left(z \frac{d}{dz} + 1\right) \left(z \frac{d}{dz} + \frac{1}{2}\right) \left(z \frac{d}{dz}\right) \left(z \frac{d}{dz} - \frac{1}{2}\right) \left(z \frac{d}{dz} - 1\right) \Psi_R(z) z = z \Psi_R(z). \quad (251)$$

Далее ищем решение с использованием функций Мейера (см. [54]) в следующей форме:

$$\Psi_R(z) = \frac{1}{2} G_{15}^{31} \left( z \Big|_{0,1/2,1,-1/2,-1}^0 \right) + C_1 G_{04}^{10} \left( z \Big|_{1,1/2,-1/2,-1} \right) + C_2 G_{04}^{10} \left( z \Big|_{1/2,1,-1/2,-1} \right). \quad (252)$$

Подстановка (252) в уравнение (249) дает единственное решение для констант

$$C_1 = -0,0001925, \quad C_2 = 0,0015612. \quad (253)$$

Подстановка решения (252), (253) в условие нормировки (250) определяет параметр  $\mu$ , который в согласии с (248) связан с массой резонанса  $M_R$ . Отметим, что в соотношении (250) интеграл нужно вычислять в смысле главного значения. Именно для  $\mu = 0$  в (250) имеем  $B = 0,742411$ . С ростом  $\mu$  также увеличивается  $B$ , и  $B = 1$  для

$$\mu = 0,072925. \quad (254)$$

Нужно отметить, что точность значения  $\mu$  связана с таковой для интеграла, т.е. при близких к единице значениях  $B$  получаем следующие величины для  $\mu$ :

$$B = 0,95 \rightarrow \mu_1 = 0,041, \quad B = 1,05 \rightarrow \mu_2 = 0,152. \quad (255)$$

Далее, из определений (114) и (248) имеем при  $M_R = 2$  ТэВ

$$|\lambda| = 0,01687. \quad (256)$$

Для значений (255) соответственно имеем

$$|\lambda_1| = 0,0126, \quad |\lambda_2| = 0,0244. \quad (257)$$

Значение (257) удовлетворяет ограничениям (244). С учетом предшествующих результатов [8, 77] можно сформулировать следующее предсказание для параметра  $\lambda$ . В случае подтверждения резонансной природы обсуждаемой аномалии и предполагаемой точности в пять процентных пунктов для параметра  $B$  (255), (257)

$$\lambda = -0,0169_{-0,0075}^{+0,0043}. \quad (258)$$

Это предсказание согласуется с ограничениями (244).

Тот факт, что для возможного состояния со слабым изоспином 0 в соответствии с (247) в уравнении появляется общий множитель  $-2$ , не имеет значения: аналогичная процедура приводит к выводу об отсутствии подходящего решения задачи. Мы заключаем, что только состояние со слабым изоспином 2 может быть представлено здесь.

Итак, мы предсказываем пять резонансных состояний с массой приблизительно 2 ТэВ, которые распадаются на пары

$$W^+W^+, \quad W^+W^0, \quad W^+W^-, \quad W^0W^0, \quad W^-W^0, \quad W^-W^-, \quad (259)$$

$$W^0 = \cos \theta_W Z + \sin \theta_W \gamma.$$

Здесь мы должны иметь в виду соотношение, которое связывает поле  $W^0$  с физическими полями  $Z$ -бозона и фотона. Результаты вычисления сечений рождения этих состояний представлены в табл. 16. Еще раз подчеркнем значимость предсказания значительных эффектов для пар заряженных  $W$ -бозонов. Следует также обратить внимание на предсказание (258), которое должно выполняться в рамках обсуждаемой интерпретации.

## ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Подводя итоги, можно отметить следующее. Предпосылкой представленных в работе исследований было наше стремление выйти за рамки чисто феноменологического подхода при интерпретации явлений, не допускающих последовательного применения теории возмущений. Это означает, что мы поставили перед собой задачу исключить введение произвольных функций и определяющих поведение этих функций произвольных параметров, продуцируя необходимые для описания экспериментов дополнительные структуры (эффективные взаимодействия) непосредственно из лагранжиана стандартной теории. Для этой цели был адаптирован метод уравнений компенсации Боголюбова, использовавшийся его создателем в статистической физике и зарекомендовавший себя в этом случае как достаточно универсальный подход, способный охватывать квантовые (или, можно сказать, «существенно квантовые») особенности коллективного поведения различных объектов.

На этом пути перед нами открывались две возможности. Первая — это рассмотрение ситуаций, в которых вид необходимых нам дополнительных (неперенормируемых) взаимодействий был изначально известен, требовалось лишь последовательным образом определить устраняющие сингулярность формфакторы. Так обстояло дело в физике мезонов, где нужно было ввести (нелокальное) четырехфермионное взаимодействие в качестве спонтанно возникающей структуры, обеспечивающей актуальность подхода Намбу–Иона-Лазинию. Здесь нам сопутствовал успех как в смысле вообще существования решений, так и в получении предсказаний, отклонение которых от экспериментальных данных не превышает уровень решеточного моделирования (10%).

Этот успех можно считать важным обоснованием продуктивности введенного нами метода, однако дальнейшие исследования показали, что его также следует считать неслучайным на том основании, что класс неперенормируемых взаимодействий, для которых могут быть получены

однозначные решения уравнений компенсации, достаточно узок, так что второй возможностью здесь является поиск таких взаимодействий без непосредственной привязки к конкретным данным и задачам эксперимента, чтобы в дальнейшем можно было уже на основе существующих решений исследовать различные области феноменологии на предмет обнаружения связанных с ними возможных специфических эффектов, определяемых наличием этих решений.

В этом смысле вторым важным достижением нашего подхода следует считать обнаружение решения уравнений компенсации для эффективного трехбозонного взаимодействия.

Во-первых, на основе этого решения удалось построить последовательную модель низкоэнергетического поведения бегущей константы связи сильного взаимодействия, что позволило как разрешить некоторые фундаментальные теоретические проблемы (в частности, проблему полюса Ландау), так и сделать важные предсказания по поводу возможных экспериментально обнаруживаемых эффектов.

Во-вторых, еще важнее то, что упомянутые уравнения компенсации в действительности дают сразу два класса решений, параметризуемых эффективным радиусом вводимого взаимодействия. Выяснилось, что если один из них следует относить к квантовой хромодинамике, то второй соответствует слабому взаимодействию и непосредственно отсылает к аномальному трехбозонному взаимодействию, возможность появления которого уже рассматривалась в ряде исследований (на феноменологическом уровне).

И здесь, в электрослабом секторе, также удалось развить последовательную модель, которая позволяет регулярным образом интерпретировать наблюдающиеся в эксперименте отклонения от стандартной теории, что и было продемонстрировано в ряде вышеописанных исследований.

Однако помимо этого получаемые в указанной модели решения обнаружили уникальную специфику, предоставляющую неожиданные возможности в решении таких фундаментальных задач, как проблема иерархии масштабов и получения вычисляемых значений фундаментальных констант, таких как угол Вайнберга или постоянная тонкой структуры, на основе только самого лагранжиана СМ без привлечения радикальных теоретических допущений. Хотя в описанных в данной работе исследованиях нами использовались приближенные подходы и результаты нельзя считать окончательными, сама по себе демонстрация принципиальной достижимости указанных результатов на основе достаточно ясных и простых идей, применявшихся нами, имеет, несомненно, большое значение.

Таким образом, выйдя за пределы феноменологического описания, наш подход нашел для себя также опору в создании обладающих предсказательной силой и расширяющих горизонты нашего видения теоретических построений. В условиях, когда коридор возможностей для экспериментальной проверки созданных в последние десятилетия радикальных концепций новой физики сужается, большее значение приобре-

тают именно интенсивные конструкции, позволяющие интерпретировать наблюдаемые отклонения от основанной на применении теории возмущений благодаря, так сказать, углублению резкости нашего взгляда на изначальный каркас СМ. Поэтому у предложенного нами подхода имеются широкие перспективы развития как для создания последовательной теории низкоэнергетических адронных состояний, так и для поиска новых эффективных взаимодействий, обусловленных непертурбативными эффектами, а также последовательной оценки их влияния на различные процессы и структуру физического вакуума в целом. Этим обусловлена значимость представленного в обзоре описания наших исследований для широкого круга специалистов: как теоретиков, так и экспериментаторов.

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Боголюбов Н. Н. // УФН. 1959. Т. 67. С. 236.
2. Bogoliubov N. N. // Physica Suppl. 1960. V. 26. P. 1.
3. Боголюбов Н. Н. Квазисредние в задачах статистической механики. Препринт ОИЯИ Д-781. Дубна, 1961.
4. Арбузов Б. А. // ТМФ. 2004. Т. 140. С. 367.
5. Арбузов Б. А. // ЯФ. 2006. Т. 69. С. 1621.
6. Arbuzov B. A., Volkov M. K., Zaitsev I. V. // Intern. J. Mod. Phys. A. 2006. V. 21. P. 5721.
7. Arbuzov B. A. // Phys. Lett. B. 2007. V. 656. P. 67.
8. Arbuzov B. A., Volkov M. K., Zaitsev I. V. // Intern. J. Mod. Phys. A. 2009. V. 24. P. 2415.
9. Arbuzov B. A. // Eur. Phys. J. C. 2009. V. 61. P. 51.
10. Nambu Y., Jona-Lasinio G. // Phys. Rev. 1961. V. 122. P. 345.
11. Nambu Y., Jona-Lasinio G. // Ibid. V. 124. P. 246.
12. Bateman H., Erdélyi A. Higher Transcendental Functions. New York; Toronto; London: McGraw-Hill, 1953. V. 1.
13. Landau L. D., Pomeranchuk I. Ya. // Sov. Phys. Dokl. 1955. V. 102. P. 489.
14. Landau L. D. Niels Bohr and the Development of Physics / Ed. W. Pauli. London: Pergamon Press, 1955. P. 52.
15. Aguilar A. C., Binosi D., Papavassiliou J., Rodriguez-Quintero J. // Phys. Rev. D. 2009. V. 80. P. 085018.
16. Fischer C. S. // J. Phys. G. 2006. V. 32. P. R253.
17. Shirkov D. V., Solovtsov I. L. // Theor. Math. Phys. 2007. V. 150. P. 132.
18. Bogoliubov N. N., Shirkov D. V. Introduction to the Theory of Quantized Fields. New York: Wiley-Intersci., 1980.
19. Peskin M. E., Schroeder D. V. An Introduction to Quantum Field Theory. Addison-Wesley, 1995.
20. Baldicchi M., Nesterenko A. V., Prospero G. M., Shirkov D. V., Simolo C. // Phys. Rev. Lett. 2007. V. 99. P. 242001.
21. Skullerud J., Kizilersu A. // JHEP. 2002. V. 0209. P. 013.
22. Boucaud Ph. et al. // Ibid. V. 0201. P. 046.
23. Sternbeck A., Ilgenfritz E.-M., Muller-Preussker M., Schiller A. // Phys. Rev. D. 2005. V. 72. P. 014507.

24. Kellermann C., Fischer C. S. // Phys. Rev. D. 2008. V. 78. P. 025015.
25. Bossier B. et al. arXiv:1210.1053 [hep-lat]. 2012.
26. Shifman M. A., Vainshtein A. I., Zakharov V. I. // Nucl. Phys. B. 1979. V. 147. P. 385–447.
27. Andreev O., Zakharov V. I. // Phys. Rev. D. 2007. V. 76. P. 047705.
28. Hagiwara K., Peccei R. D., Zeppenfeld D., Hikasa K. // Nucl. Phys. B. 1987. V. 282. P. 253.
29. Hagiwara K., Ishihara S., Szalapski R., Zeppenfeld D. // Phys. Rev. D. 1993. V. 48. P. 2182.
30. The LEP Electroweak Working Group. arXiv:hep-ex/0612034v2. 2006.
31. Arbuzov B. A., Zaitsev I. V. arXiv:1103.3951 [hep-ph]. 2011.
32. Bennet G. W. et al. // Phys. Rev. D. 2006. V. 73. P. 072003.
33. Aoyama T. et al. // Phys. Rep. 2020. V. 887. P. 1.
34. Abi B. et al. (The Muon  $g-2$  Collab.). arXiv:2104.03281 [hep-ex]; Phys. Rev. Lett. 2021. V. 126. P. 141801.
35. The LEP Electroweak Working Group. arXiv:1302.3415 [hep-ex]. 2013.
36. Arbuzov B. A. arXiv:1304.7090 [hep-ph].
37. Arbuzov B. A. Non-Perturbative Effective Interactions in the Standard Model // De Gruyter Stud. Math. Phys. 2014. V. 23. P. 161–166.
38. Belanger G., Boudjema F. // Phys. Lett. B. 1992. V. 288. P. 201.
39. Belanger G. et al. // Eur. Phys. J. C. 2000. V. 13, No. 2. P. 283–293.
40. Hill C. T., Paschos E. A. // Phys. Lett. B. 1990. V. 241. P. 96.
41. Chatrchian S. et al. (CMS Collab.) // Phys. Rev. D. 2014. V. 90. P. 032008.
42. Khachatryan V. et al. (CMS Collab.). arXiv:1604.04464 [hep-ex]. 2016.
43. Gildener E. // Phys. Rev. D. 1976. V. 14. P. 1667.
44. Arbuzov B. A. // Eur. Phys. J. C. 2009. V. 61. P. 51.
45. Arbuzov B. A., Zaitsev I. V. // Phys. Rev. D. 2012. V. 85. P. 093001.
46. Olive K. A. et al. (Particle Data Group). Review of Particle Physics // Chin. Phys. C. 2014. V. 38. P. 090001.
47. Boos E. E. et al. (CompHEP Collab.) // Nucl. Instr. Meth. A. 2004. V. 534. P. 250.
48. Chatrchian S. et al. (CMS Collab.) // Eur. Phys. J. C. 2014. V. 74. P. 3060.
49. Aad G. et al. (ATLAS Collab.) // JHEP. 2015. V. 11. P. 172; arXiv:1509.05276 [hep-ex].
50. Chatrchian S. et al. (CMS Collab.) // JHEP. 2016. V. 01. P. 096; arXiv:1510.01131 [hep-ex].
51. Campbell J. M., Ellis R. K. // JHEP. 2012. V. 1207. P. 052.
52. Garzelli M. V., Kardos A., Papadopoulos C. G., Trocsanyi Z. // Ibid. V. 1211. P. 056.
53. Atwall J. et al. // JHEP. 2014. V. 1407. P. 079.
54. Arbuzov B. A. Non-Perturbative Effective Interactions in the Standard Model. Berlin: De Gruyter, 2014.
55. Sirunyan A. M. et al. (CMS Collab.). Measurement of the Cross Section for Top Quark Pair Production in Association with a  $W$  or  $Z$  Boson in Proton–Proton Collisions at  $\sqrt{s} = 13$  TeV // JHEP. 2018. V. 08. P. 011.
56. Witten E. // Phys. Lett. B. 1981. V. 105. P. 267.

57. *Arbuzov B. A.* Spontaneous Generation of Effective Interaction in a Renormalizable Quantum Field Theory Model // *Theor. Math. Phys.* 2004. V. 140. P. 1205.
58. *Aad G. et al. (ATLAS Collab.)*. Observation of Top-Quark Pair Production in Association with a Photon and Measurement of the  $t\bar{t}\gamma$  Production Cross Section in  $pp$  Collisions at  $\sqrt{s} = 7$  TeV Using the ATLAS Detector // *Phys. Rev. D.* 2015. V. 91. P. 072007.
59. *Boos E. E. et al. (CompHEP Collab.)* // *Nucl. Instr. Meth. A.* 2004. V. 534. P. 250.
60. *Khachatryan V. et al. (CMS Collab.)* // *Phys. Rev. D.* 2015. V. 92. P. 012004.
61. *CMS Collab.* arXiv:1703.06095 [hep-ex].
62. *Patrignani C. et al. (Particle Data Group)* // *Chin. Phys. C.* 2016. V. 40. P. 100001.
63. *Aad G. et al. (ATLAS and CMS Collabs.)* // *JHEP.* 2016. V. 1608. P. 045.
64. *Broggio A. et al.* // *Ibid.* V. 1603. P. 124.
65. *Broggio A. et al.* // *JHEP.* 2017. V. 1702. P. 126.
66. *Kulesza A. et al.* arXiv:1704.03363 [hep-ph].
67. *Aad G. et al. (ATLAS Collab.)*. Evidence for the Production of Three Massive Vector Bosons with the ATLAS Detector. arXiv:1903.10415 [hep-ex].
68. *Arbuzov B. A., Zaitsev I. V.* Associated Heavy Quark Pair Production as a Tool for a Search for Non-Perturbative Effects of the Electroweak Interaction at the LHC // *Phys. Lett. B.* 2017. V. 772. P. 184–188.
69. *Aad G. et al. (ATLAS Collab.)*. arXiv:1506.00962 [hep-ex]. 2015.
70. *Khachatryan V. et al. (CMS Collab.)* // *JHEP.* 2014. V. 1408. P. 173; arXiv:1405.1994 [hep-ex]. 2014.
71. *Khachatryan V. et al. (CMS Collab.)* // *JHEP.* 2014. V. 1408. P. 174; arXiv:1405.3447 [hep-ex]. 2014.
72. *Chuang-Hung Chen, Takaaki Nomura* // *Phys. Lett. B.* 2015. V. 749. P. 464; arXiv:1509.02039 [hep-ph]. 2015.
73. *Bian L., Liu D., Shu J.* arXiv:1507.06018 [hep-ph].
74. *Gonsalves D., Krauss F., Spannovsky M.* // *Phys. Rev. D.* 2015. V. 92. P. 053010; arXiv:1508.04162 [hep-ph]. 2015.
75. *Olive K. A. et al. (Particle Data Group)* // *Chin. Phys. C.* 2014. V. 38. P. 090001.
76. *Schael S. et al. (ALEPH, DELPHI, L3, OPAL, LEP Electroweak Collabs.)*. Electroweak Measurements in Electron–Positron Collisions at  $W$ -Boson-Pair Energies at LEP // *Phys. Rep.* 2013. V. 532. P. 119; arXiv:1302.3415 [hep-ex]. 2013.
77. *Arbuzov B. A.* // *Eur. Phys. J. C.* 2009. V. 61. P. 51.
78. *Arbuzov B. A.* // *Theor. Math. Phys.* 2004. V. 140. P. 1205.