Письма в ЭЧАЯ. 2007. Т. 4, № 1(137). С. 91–98

ФИЗИКА ЭЛЕМЕНТАРНЫХ ЧАСТИЦ И АТОМНОГО ЯДРА. ТЕОРИЯ

ГИПЕР-КЭЛЕРОВЫ МНОГООБРАЗИЯ И НЕЛИНЕЙНЫЕ СУПЕРМУЛЬТИПЛЕТЫ

С. О. Кривонос, А. В. Щербаков

Объединенный институт ядерных исследований, Дубна

Представлен метод построения σ-модельных многообразий с геометриями, отличными от конформно-плоских, путем дуализации константы связи. Предлагаемый метод позволил построить $N = 4, 8$ суперсимметричные четырехмерные гипер-кэлеровы σ-модели в $d = 1$ с одной триголоморфной изометрией.

A method for constructing σ-model manifolds with geometries that are different from conformally flat ones is proposed. It is based on a coupling constant dualization and allows one to construct $N = 4, 8$ supersymmetric four-dimensional hyper-Kähler σ-models in $d = 1$ with one triholomorphic isometry.

PACS: 539.12.01

ВВЕДЕНИЕ

Среди одномерных теорий (механик) с расширенными суперсимметриями два случая — $N = 4$ и $N = 8$ — являются выделенными в силу существования линейных $N = 4$ и $N = 8$ супермультиплетов, не содержащих вспомогательных компонент [1]. Построение σ-модельных действий для таких механик оказывается достаточно простой задачей. Подробное изучение геометрий бозонных многообразий с $N = 4, 8$ суперсимметрией было проведено в [2,3] и выявило любопытный факт — при довольно общих предположениях о структуре действий допустимые бозонные многообразия оказываются конформно-плоскими. Полученные результаты с необходимостью свидетельствуют о неполноте анализа, поскольку очевидно, что размерная редукция четырехмерных $N = 2$ σ-моделей [4] в $d = 1$ приведет к гипер-кэлеровым бозонным многообразиям. Ответ на вопрос «Что же пропущено?» довольно прост — в одномерии существует целый класс нелинейных супермультиплетов, определенных вне массовой поверхности, и именно эти мультиплеты играют ключевую роль в построении суперсимметричных σ-моделей с нетривиальной геометрией бозонных многообразий [5–8]. К сожалению, в отличие от линейных, построение и классификация нелинейных супермультиплетов является весьма непростой задачей, особенно в силу отсутствия каких-либо аналогов таких супермультиплетов в высших измерениях. В данной работе мы демонстрируем, что процедура «дуализации константы связи» блестяще справляется с поставленной задачей и позволяет построить наиболее общие $N = 4, 8$ суперсимметричные четырехмерные гипер-кэлеровы σ-модели с одной триголоморфной изометрией.

Основную идею «дуализации константы связи» проще всего продемонстрировать на примере конформной механики, описывающейся действием

$$S = \int dt \left[\dot{x}^2 - \frac{g^2}{x^2} \right]. \tag{1}$$

Здесь $x(t)$ — бозонное поле, зависящее только от времени t, а g — константа связи. Условие $g = \mathrm{const}$, очевидно, может быть истолковано как решение уравнения

$$\partial_t g = 0. \tag{2}$$

В такой форме мы имеем систему (1) со связью (2). Альтернативой решению связи (2) является включение ее с лагранжевым множителем в действие (1)

$$S = \int dt \left[\dot{x}^2 - \frac{g^2}{x^2} - 2\phi\dot{g} \right]. \tag{3}$$

Очевидно, что вариация (3) по ϕ даст как раз (2). Если же мы произведем варьирование (3) по «константе связи» g, то немедленно получим уравнение

$$g = x^2\dot{\phi}. \tag{4}$$

Подставив теперь выражение (4) в (3), мы получим действие

$$S = \int dt \left[\dot{x}^2 + x^2\dot{\phi}^2 \right], \tag{5}$$

в котором легко узнать действие свободного комплексного скалярного поля в полярных координатах. Понятно, что с точки зрения двумерной механики (5) конформная механика (1) описывает частный случай движения частицы с постоянным угловым моментом.

Таким образом, после дуализации константы связи мы получаем систему, у которой на одно физическое бозонное поле больше. Очевидно, что в случае суперсимметричных механик новое бозонное поле будет компонентой нового супермультиплета с совершенно новыми законами преобразования относительно суперсимметрии. Забавно, что реализация столь простой идеи приводит к нетривиальным результатам — построенные супермультиплеты оказываются нелинейными, а соответствующие действия описывают гипер-кэлеровы σ-модели. Чтобы продемонстрировать плодотворность этой идеи, мы начнем со случая $N = 4$ суперсимметричной механики.

1. $N = 4$ ГИПЕР-КЭЛЕРОВА σ-МОДЕЛЬ

Поскольку нашей задачей является построение σ-моделей с гипер-кэлеровой геометрией бозонного сектора, то в конечном итоге, после дуализации константы связи, мы должны иметь четырехмерное бозонное многообразие. Сама процедура дуализации добавляет одну физическую бозонную компоненту, поэтому в качестве отправной точки мы возьмем линейный $N = 4$ супермультиплет $(3, 4, 1)$ с тремя физическими и одной вспомогательной бозонными и четырьмя фермионными компонентами [9–11]. В формализме $N = 2$ суперполей такой супермультиплет задается одним вещественным $N = 2$ суперполем $v(t, \theta, \bar{\theta})$ и одним $N = 2$ киральным суперполем $\rho(t, \theta, \bar{\theta})$

$$D\bar{\rho} = \bar{D}\rho = 0. \tag{6}$$

Формулировка в $N = 2$ суперполях $N = 4$ супермультиплета должна быть дополнена реализацией еще одной — неявной — $N = 2$ суперсимметрии, которая в данном случае имеет вид

$$\delta v = -\epsilon \bar{D}\bar{\rho} - \bar{\epsilon} D\rho, \qquad \delta\rho = \epsilon \bar{D} v, \qquad \delta\bar{\rho} = \bar{\epsilon} D v. \tag{7}$$

Наиболее общее $N = 4$ суперсимметричное σ-модельное действие для супермультиплета $(3, 4, 1)$ имеет вид

$$S_1 = \int dt d^2\theta G(Dv\bar{D}v + D\rho\bar{D}\bar{\rho}), \tag{8}$$

где метрика G является произвольной функцией суперполей $v, \rho, \bar{\rho}$. Легко проверить инвариантность (8) относительно (7). Все это замечательно, но пока нам нечего дуализовать, поскольку действие (8) не содержит никаких констант. Поэтому мы добавим к (8) потенциальный член

$$S_2 = g \int dt d^2\theta H(v, \rho, \bar{\rho}), \qquad g = \text{const}. \tag{9}$$

Действие (9) по построению инвариантно только относительно $N = 2$ суперсимметрии. Инвариантность (9) относительно неявной $N = 2$ суперсимметрии (7) приводит к ограничению на функцию H, которая должна быть гармонической:

$$H_{,vv} + H_{,\rho\bar{\rho}} = 0. \tag{10}$$

Таким образом, наиболее общее $N = 4$ $d = 1$ суперсимметричное действие имеет вид

$$S = S_1 + S_2 = \int dt d^2\theta \left[G\left(Dv\bar{D}v + D\rho\bar{D}\bar{\rho}\right) + gH \right] \tag{11}$$

с функцией H, удовлетворяющей уравнению Лапласа (10). Проинтегрировав по грассмановым координатам, получим выражение для суперполевого действия (11) в терминах компонент:

$$\begin{aligned} S = \int dt \big[&- \left(G_{,vv} + G_{,\rho\bar{\rho}}\right)\psi\bar{\psi}\xi\bar{\xi} + i\dot{v}\left(G_{,\rho}\xi\bar{\psi} + G_{,\bar{\rho}}\bar{\xi}\psi\right) + g\left(H_{,v\rho}\xi\bar{\psi} + H_{,v\bar{\rho}}\psi\bar{\xi}\right) - \\ &- A\left(G_{,v}\left(\psi\bar{\psi} - \xi\bar{\xi}\right) + G_{,\rho}\xi\bar{\psi} - G_{,\bar{\rho}}\bar{\xi}\psi + gH_{,v}\right) + gH_{,vv}\left(\psi\bar{\psi} - \xi\bar{\xi}\right) - \\ &- i\dot{\rho}\left(G_{,\rho}\left(\psi\bar{\psi} - \xi\bar{\xi}\right) - 2G_{,v}\psi\bar{\xi}\right) + i\dot{\bar{\rho}}\left(G_{,\bar{\rho}}\left(\psi\bar{\psi} - \xi\bar{\xi}\right) - 2G_{,v}\xi\bar{\psi}\right) + \\ &+ G\left(\dot{v}^2 + 4\dot{\rho}\dot{\bar{\rho}} + A^2 + i\dot{\psi}\bar{\psi} - i\psi\dot{\bar{\psi}} + i\dot{\xi}\bar{\xi} - i\xi\dot{\bar{\xi}}\right) - ig\left(H_{,\bar{\rho}}\dot{\bar{\rho}} - H_{,\rho}\dot{\rho}\right) \big] \end{aligned} \tag{12}$$

со вспомогательным полем A и фермионами ψ и ξ, определенными как

$$A = \frac{1}{2}\left[D, \bar{D}\right] v\big|_{\theta=\bar{\theta}=0},$$
$$\psi = Dv\big|_{\theta=\bar{\theta}=0}, \quad \bar{\psi} = -\bar{D}v\big|_{\theta=\bar{\theta}=0}, \quad \xi = D\rho\big|_{\theta=\bar{\theta}=0}, \quad \bar{\xi} = -\bar{D}\bar{\rho}\big|_{\theta=\bar{\theta}=0}.$$

Далее, следуя примеру из предыдущего раздела, добавим в действие (12) условие постоянства константы связи с множителем Лагранжа $y(t)$

$$S \to S + \int dt\, g\dot{y}(t). \tag{13}$$

В такой интерпретации «константа» связи превращается во вспомогательное поле, уравнение движения для которого имеет вид

$$AH_{,v} - H_{,vv}\left(\psi\bar{\psi} - \xi\bar{\xi}\right) + i\left(H_{,\rho}\dot{\bar{\rho}} - H_{,\rho}\dot{\rho}\right) + \dot{y} - H_{,v\rho}\xi\bar{\psi} - H_{,v\bar{\rho}}\psi\bar{\xi} = 0. \tag{14}$$

Заметим, что в отличие от нашего примера с конформной механикой константа связи g входит в действие (13) только линейно. Соответственно, уравнение (14) по сути дела выражает вспомогательное поле A через множитель Лагранжа $y(t)$, который теперь может быть интерпретирован как четвертое физическое бозонное поле. Соответственно, сама константа g выступает в качестве лагранжева множителя для связи (14). Таким образом, мы приходим к мультиплету $(4, 4, 0)$. Легко найти трансформационные законы этого нового супермультиплета относительно преобразований $N = 4$ суперсимметрии с параметрами η и ϵ

$$\begin{aligned}
&\delta v = \eta\bar{\psi} - \bar{\eta}\psi + \epsilon\bar{\xi} - \bar{\epsilon}\xi, \quad \delta\rho = -\bar{\eta}\xi - \epsilon\bar{\psi}, \quad \delta\bar{\rho} = \eta\bar{\xi} + \bar{\epsilon}\psi,\\
&\delta y = -i\eta H_{,v}\bar{\psi} - i\eta H_{,\bar{\rho}}\bar{\xi} - i\bar{\eta}H_{,v}\psi - i\bar{\eta}H_{,\rho}\xi - i\epsilon H_{,\rho}\bar{\psi} - i\bar{\epsilon}H_{,\bar{\rho}}\psi,\\
&\delta\psi = -i\eta\dot{v} + \eta A + 2i\epsilon\dot{\bar{\rho}}, \quad \delta\bar{\psi} = i\bar{\eta}\dot{v} + \bar{\eta}A - 2i\bar{\epsilon}\dot{\rho},\\
&\delta\xi = -i\epsilon\dot{v} - \epsilon A - 2i\eta\dot{\rho}, \quad \delta\bar{\xi} = i\bar{\epsilon}\dot{v} - \bar{\epsilon}A + 2i\bar{\eta}\dot{\bar{\rho}}
\end{aligned} \tag{15}$$

и выражением для поля A, определенным уравнением (14). Теперь становится понятным главное отличие построенного супермультиплета от известных ранее — преобразования (15) существенно нелинейны и включают произвольную гармоническую функцию H. Тем не менее бозонные компоненты $v, \rho, \bar{\rho}, y$ совместно с фермионами $\psi, \bar{\psi}, \xi, \bar{\xi}$ определяют нелинейный супермультиплет $(4, 4, 0)$ вне массовой поверхности.

Подставляя выражение для вспомогательного поля A в действие (13), окончательно получим

$$S = \int dt\left[G\left(\dot{v}^2 + 4\dot{\rho}\dot{\bar{\rho}}\right) + \frac{G}{H_{,v}^2}\left(\dot{y} - iH_{,\rho}\dot{\rho} + iH_{,\bar{\rho}}\dot{\bar{\rho}}\right)^2 + \text{фермионы}\right]. \tag{16}$$

Бозонная часть возникающего действия соответствует следующей метрике σ-модельного многообразия

$$ds^2 = G\left(dv^2 + 4d\rho\, d\bar{\rho}\right) + \frac{G}{H_{,v}^2}\left(dy - iH_{,\rho}\, d\rho + iH_{,\bar{\rho}}\, d\bar{\rho}\right)^2.$$

Как видим, данное многообразие не является конформно-плоским, соответствующий ему тензор Вейля не обращается в нуль. Более того, при наложении дополнительного условия

$$G = H_{,v} \tag{17}$$

оно превращается в риччи-плоское многообразие с метрикой Гиббонса–Хокинга для гипер-кэлерова многообразия с одной изометрией [12].

Таким образом, процедура дуализации константы связи позволила построить нелинейный супермультиплет с компонентным составом $(4, 4, 0)$ и найти действие для последнего. Полученная σ-модель с $N = 4$ суперсимметрией является гипер-кэлеровой (при условии выполнения (17)).

В заключение этого раздела отметим, что выражение для вспомогательного поля A (14) совпадает с найденным ранее в [6]. Сама же идея такого способа выражения вспомогательного поля была впервые высказана Е. А. Ивановым.

2. $N = 8$ ГИПЕР-КЭЛЕРОВА σ-МОДЕЛЬ

Обобщение предложенного в предыдущем разделе метода дуализации константы связи на случай $N = 8$ суперсимметрии содержит ряд новых особенностей. Прежде всего, построение наиболее общих потенциальных членов с $N = 8$ суперсимметрией является весьма нетривиальной задачей. В случае $N = 8$ суперсимметрии мультиплеты содержат гораздо больше вспомогательных компонент, чем в случае $N = 4$. Наконец, принципиальным является тот факт, что в $N = 8$ супермультиплете с тремя физическими бозонными компонентами, дуализацию которого мы собираемся проводить, уже присутствует константа связи [13]. Поэтому вопрос о том, что же дуализовать, имеет несколько вариантов решения. В этом разделе мы продемонстрируем, что дуализация именно «собственной» константы связи супермультиплета $(3, 8, 5)$ приводит к $N = 8$ гипер-кэлеровой σ-модели с одной изометрией.

Супермультиплет $(3, 8, 5)$ с тремя физическими бозонами, восемью фермионами и пятью вспомогательными бозонными полями описывается в $N = 4$ суперпространстве одним вещественным V и одним комплексным Φ суперполями, ограниченными следующими условиями [13]:

$$D^i\Phi = \bar{D}_i\bar{\Phi} = 0, \qquad D^iD_iV = \bar{D}_i\bar{D}^iV = 0, \qquad \bar{V} = V. \tag{18}$$

Суперполе Φ содержит два бозонных физических поля $\varphi(t)$ и $\bar{\varphi}(t)$, два вспомогательных — $B(t)$ и $\bar{B}(t)$ и четыре фермионных — $\xi_i(t)$, $\bar{\xi}^i(t)$ поля. Вещественное суперполе V описывает $N = 4$ супермультиплет $(1, 4, 3)$ и содержит, соответственно, одно бозонное физическое поле $v(t)$, четыре фермиона $\psi_i(t)$, $\bar{\psi}^i(t)$ и триплет вспомогательных полей $A_{ij}(t)$. Более того, как уже было сказано, условие (18) оставляет среди компонент суперполя V вещественную константу g

$$V(t, \theta, \bar{\theta}) = v(t) + i\theta_i\bar{\psi}^i(t) + i\bar{\theta}^i\psi_i(t) + \theta^i\bar{\theta}^j\left(iA_{(ij)}(t) + \varepsilon_{ij}g\right) + \ldots, \qquad g = \text{const}.$$

Использование $N = 4$ суперполей существенно облегчает построение суперполевых действий, однако явной является только $N = 4$ суперсимметрия. Поэтому необходимо постоянно помнить о скрытой $N = 4$ суперсимметрии, дополняющей явную до $N = 8$. В данном случае эта скрытая $N = 4$ суперсимметрия реализована на суперполях $V, \Phi, \bar{\Phi}$ следующим образом:

$$\delta\Phi = -\eta_i D^i V, \qquad \delta\bar{\Phi} = -\bar{\eta}^i \bar{D}_i V, \qquad \delta V = \eta_i D^i \bar{\Phi} + \bar{\eta}^i \bar{D}_i \Phi. \tag{19}$$

Действие, инвариантное относительно преобразований всей $N = 8$ суперсимметрии, записывается в виде интеграла от гармонической функции $\mathtt{F}$

$$S = -\int dt d^4\theta \mathtt{F}(V, \Phi, \bar{\Phi}), \qquad \frac{\partial^2 \mathtt{F}}{\partial V \partial V} + \frac{\partial^2 \mathtt{F}}{\partial \Phi\, \partial \bar{\Phi}} = 0. \tag{20}$$

Отметим, что как раз требование гармоничности функции $\mathtt{F}$ является следствием условия инвариантности действия (20) относительно преобразований (19).

В дальнейшем, для простоты изложения, мы ограничимся анализом только бозонной части действия (20), которая имеет вид

$$S_{\text{боз}} = \int dt \left[\mathtt{F}_{,\,vv} \left(\dot{v}^2 + 4\dot{\varphi}\dot{\bar{\varphi}}\right) + \frac{1}{8}\mathtt{F}_{,\,vv} \left(A^{ij}A_{ij} + 2B\bar{B} - 2g^2\right) - ig\left(\mathtt{F}_{,\,v\varphi}\dot{\varphi} - \mathtt{F}_{,\,v\bar{\varphi}}\dot{\bar{\varphi}}\right) \right]. \tag{21}$$

Прежде чем приступить к дуализации константы связи g, мы исключим вспомогательные поля согласно их уравнениям движения, которые в бозонном пределе тривиальны: $A_{ij} = 0$ и $B = \bar{B} = 0$. Затем, в полной аналогии с рассмотренным ранее случаем (13), мы дуализуем константу связи $g(t)$. В результате получится следующее действие:

$$S_{\text{боз}} = \int dt \left[\mathtt{F}_{,\,vv} \left(\dot{v}^2 + 4\dot{\varphi}\dot{\bar{\varphi}}\right) + \frac{1}{\mathtt{F}_{,\,vv}} \left(\dot{y} - i\left(\mathtt{F}_{,\,v\varphi}\dot{\varphi} - \mathtt{F}_{,\,v\bar{\varphi}}\dot{\bar{\varphi}}\right)\right)^2 \right]. \tag{22}$$

Легко заметить, что σ-модельное многообразие, соответствующее действию (22), то же самое, что и в рассмотренном выше $N = 4$ случае. Оно является гипер-кэлеровым с наиболее общей метрикой вида Гиббонса–Хокинга [12] с одной изометрией, которая коммутирует с суперсимметрией.

Конечно, требуется еще детально изучить структуру возникающего нелинейного $N = 8$ супермультиплета. Однако желаемый результат достигнут — после дуализации константы связи g σ-модельное действие для линейного супермультиплета $(3, 8, 5)$ описывает $N = 8$ суперсимметричную гипер-кэлерову σ-модель с одной изометрией.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В работе предложен способ построения $N = 4$ и $N = 8$ суперсимметричных гипер-кэлеровых σ-моделей путем дуализации константы связи. Идея такой дуализации основывается на двойственности интерпретации констант в одномерии: с одной стороны — это просто константы связи, с другой — константы выступают как некие постоянные значения сохраняющихся угловых моментов. Соответственно, дуализованная система описывает механику с произвольными значениями этих угловых моментов. Естественно, что в процессе дуализации число независимых физических компонент возрастает. В частности, дуализация превращает тензорный супермультиплет в гипермультиплет, который в $d = 1$

содержит четыре физических бозона и четыре (или восемь в случае $N = 8$ суперсимметрии) фермиона. Существенным является то, что законы преобразования компонент полученных супермультиплетов оказываются нелинейными. Дуализация в $N = 4$ случае приводит к нелинейному гипермультиплету, определенному вне массовой оболочки. Для второго рассмотренного примера с $N = 8$ суперсимметрией ситуация несколько иная и вопрос о замыкании преобразований суперсимметрии вне массовой оболочки требует более детального рассмотрения, поскольку при дуализации константы связи были использованы уравнения движения вспомогательных полей.

Ряд весьма интересных вопросов остается пока нерешенными. Так, непонятно, дуализация каких именно констант связи существенна, в каких случаях построенные нелинейные супермультиплеты существуют вне массовой оболочки, как описывать эти нелинейные супермультиплеты в суперполях. Наконец, было бы интересно построить σ-модели для $N = 8$ супермультиплета $(8, 8, 0)$, не содержащего вспомогательных полей, и изучить геометрию их бозонного сектора.

Авторы признательны Ч. Бурдику, М. А. Васильеву, Е. А. Иванову и Д. Д. Сорокину за полезные обсуждения. Авторы благодарны за частичную финансовую поддержку, полученную в рамках грантов RFBR-06-02-16684 и DFG 436 Rus 113/669/0-3.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Gates S. J., Jr., Rana L.* Ultramultiplets: A New Representation of Rigid 2-*d*, $N = 8$ Supersymmetry // Phys. Lett. B. 1995. V. 342. P. 132–137;
   Pashnev A., Toppan F. On the Classification of N Extended Supersymmetric Quantum Mechanical Systems // J. Math. Phys. 2001. V. 42. P. 5257–5271.

2. *Gibbons G. W., Papadopoulos G., Stelle K. S.* HKT and OKT Geometries on Soliton Black Hole Moduli Spaces // Nucl. Phys. B. 1997. V. 508. P. 623–658.

3. *Hull C. M.* The Geometry of Supersymmetric Quantum Mechanics; hep-th/9910028;
   Papadopoulos G. Conformal and Superconformal Mechanics // Class. Quant. Grav. 2000. V. 17. P. 3715–3741;
   Michelson J., Strominger A. The Geometry of (Super)Conformal Quantum Mechanics // Commun. Math. Phys. 2000. V. 213. P. 1–17;
   Michelson J., Strominger A. Superconformal Multiblack Hole Quantum Mechanics // JHEP. 1999. 9909. 005.
   Coles R. A., Papadopoulos G. The Geometry of the One-Dimensional Supersymmetric Nonlinear Sigma Models // Class. Quant. Grav. 1990. V. 7. P. 427–438.

4. *Alvarez-Gaumé L., Freedman D.* Ricci Flat Kähler Manifolds and Supersymmetry // Phys. Lett. B. 1980. V. 94. P. 171–173.

5. *Burdík Č., Krivonos S., Shcherbakov A.* $N = 4$ Supersymmetric Eguchi–Hanson Sigma Model in $d = 1$ // Czechoslov. J. Phys. 2005. V. 55. P. 1357–1364.

6. *Krivonos S., Shcherbakov A.* $N = 4$, $d = 1$ Tensor Multiplet and Hyper-Kähler σ-models // Phys. Lett. B. 2006. V. 637. P. 119–122.

7. *Bellucci S., Krivonos S., Shcherbakov A.* Hyper-Kähler Geometry and Dualization // Phys. Rev. D. 2006. V. 73. P. 085014.

8. *Delduc F., Ivanov E.* Gauging $N = 4$ Supersymmetric Mechanics; hep-th/0605211.

9. *Ivanov E., Smilga A.* Supersymmetric Gauge Quantum Mechanics: Superfield Description // Phys. Lett. B. 1991. V. 257. P. 79–82.

10. *Berezovoi V., Pashnev A.* Three-Dimensional $N = 4$ Extended Supersymmetrical Quantum Mechanics // Proc. of the Conf. «Particle Physics». Campos do Jordao, 1991. P. 593–600.

11. *Ivanov E., Krivonos S., Lechtenfeld O.* $N = 4$, $d = 1$ Supermultiplets from Nonlinear Realizations of $D(2, 1; \alpha)$ // Class. Quant. Grav. 2004. V. 21. P. 1031–1050.

12. *Gibbons G. W., Hawking S. W.* Gravitational Multi-Instantons // Phys. Lett. B. 1978. V. 78. P. 430–432.

13. *Bellucci S. et al.* ABC of $N = 8$ $d = 1$ Supermultiplets // Nucl. Phys. B. 2004. V. 699. P. 226–252.

Получено 26 мая 2006 г.