
МЕТОДИКА ФИЗИЧЕСКОГО ЭКСПЕРИМЕНТА

РАДИОИЗЛУЧЕНИЕ ШИРОКИХ АТМОСФЕРНЫХ ЛИВНЕЙ В ДИАПАЗОНЕ СВЕРХВЫСОКИХ ЧАСТОТ

А. Д. Филоненко¹

Луганский государственный университет им. В. Даля, Луганск, Украина

Найдено, что мощность некогерентного излучения ионизационных электронов широкого атмосферного ливня в диапазоне частот 100–200 ГГц составляет $> 10^{-24}$ Вт/(м² · Гц) для ливня с энергией $\sim 10^{18}$ эВ на расстоянии 5 км от его оси. Это значит, что в отличие от флуоресцентных детекторов радиотелескоп с эффективной площадью > 300 м² может отслеживать траектории ливней с энергией $> 10^{18}$ эВ в любое время суток независимо от погоды. Максимум спектра вблизи частоты 150 ГГц примерно на три порядка выше, чем оцененный экспериментально в характерной области ~ 5 –10 ГГц.

We found that the power of incoherent radiation of ionization electrons of extensive air shower in the frequency range of 100–200 GHz makes up $> 10^{-24}$ W/(m² · Hz) for a shower with energy $\sim 10^{18}$ eV at a distance of 5 km from its axis. This means that, unlike fluorescent detectors, radio telescope with an effective area > 300 m² can monitor the trajectory of showers with energy $> 10^{18}$ eV at all times regardless of the weather. Maximum spectrum (near the frequency of 150 GHz) is three orders of magnitude more than the experimentally measured value of a characteristic frequency range ~ 5 –10 GHz.

PACS: 95.30.Gv

ВВЕДЕНИЕ

Исследование космических лучей сверхвысокой энергии по радиоизлучению термализованных (ионизационных) электронов в микроволновом диапазоне в настоящее время является одной из актуальных проблем методики детектирования широких атмосферных ливней (ШАЛ). Ождалось, что излучение таких электронов в диапазоне сверхвысоких частот должно быть практически изотропным и некогерентным. В диапазоне гигагерцовых частот (2–10 ГГц) с помощью радиотелескопа можно отслеживать траекторию каскадного диска под любым углом к оси ливня. Такая методика, по мнению ряда исследователей, могла бы с успехом дополнить данные флуоресцентного детектора, у которого время эффективной работы составляет в среднем всего лишь ~ 10 % от общего времени наблюдения.

Первое сообщение о попытке наблюдения радиоэмиссии ШАЛ в диапазоне сверхвысоких частот (100–200 МГц) было опубликовано в работе [1]. В течение 6 недель наблюдения высокочастотным радиоприемником не было обнаружено ни одного события. Авторы сделали вывод, что толщина каскадного диска сравнима с длиной волны

¹E-mail: uy5lo@mail.ru

($\lambda = 2$ м), вследствие чего нарушается когерентность излучения и амплитуда сигнала резко уменьшается. Это вполне понятный вывод, что и было причиной того, что выше 50–70 МГц исследования практически не проводились около 40 лет [2]. В 2003–2004 гг. в лабораториях AWA (Argonne Wakefield Accelerator) и SLAC (Stanford Linear Accelerator Center) было зарегистрировано микроволновое излучение от пучка частиц в диапазоне 3–20 ГГц [3]. Однако экспериментальная установка для регистрации излучения атмосферного ливня в микроволновом диапазоне не дала определенных результатов. В последующие годы в диапазоне частот 2–10 МГц неоднократно проводились лабораторные и полевые исследования, противоречивые выводы которых в целом не дали достаточно убедительного доказательства возможности детектирования частиц сверхвысокой энергии по микроволновому излучению атмосферного ливня. Более подробный обзор работ за этот период опубликован в [4].

Исследования, проведенные в настоящей работе, показали, что максимум спектральной плотности потока излучения (в зависимости от высоты ливня над поверхностью Земли) находится в области ~ 100 –200 ГГц, которая, как минимум, на порядок выше диапазона, используемого в известных экспериментальных работах (~ 5 –10 ГГц). Это значит, что переход экспериментальных установок на более высокие частоты открывает новые возможности для детектирования космических лучей сверхвысокой энергии.

СПЕКТРАЛЬНАЯ ПЛОТНОСТЬ ПОТОКА ИЗЛУЧЕНИЯ ТЕРМАЛИЗОВАННОГО ЭЛЕКТРОНА

Подавляющее количество электронов, выбитых из молекул воздуха (кислород, азот и пр.) частицами ливня, обладает энергией порядка десятка электронвольт. Вследствие высокой плотности атмосферы они быстро ($\sim 10^{-10}$ с) термализуются до тепловых энергий $\sim 0,04$ эВ. Определим далее энергию, излучаемую таким электроном при столкновении с нейтральным атомом. Решение задачи, в которой электрон имеет бесконечную траекторию в поле центральных кулоновских сил, давно найдено. Однако, в отличие от этого, здесь отрезок пути электрона ограничен величиной свободного пробега, и наличие этого факта существенно изменяет спектральный состав излучения. Область взаимодействия электрона с нейтральной молекулой намного меньше длины волны (~ 2 мм для 150 ГГц), поэтому можно считать, что столкновение имеет точечный характер. Решение такой задачи в поставленных предположениях достаточно простое, поэтому излишние подробности будут далее опущены.

Считаем для упрощения, что отрезки $AO = OB = L$ и равны средней длине свободного пробега (рис. 1). Выразим объемную плотность тока δ -функцией. Положим для первого участка пути (AO) время отрицательным: $t < 0$. Для второго — $t > 0$. Поскольку средняя кинетическая энергия термализованных электронов E_{ion}^k имеет величину, равную приблизительно 0,04 эВ, критерий классического описания излучения $E_{\text{ion}}^k \gg h\nu$ выполняется вплоть до частот порядка 1000 ГГц.

Объемная плотность тока на первом участке пути AO будет: $\mathbf{j}_1(\mathbf{r}', t) = \mathbf{v}_1 q \delta(x' + v_1 t \sin \varphi) \delta(y') \delta(z' - v_1 t \cos \varphi)$. На втором участке OB она находится аналогично: $\mathbf{j}_2(\mathbf{r}', t) = \mathbf{v}_2 q \delta(x' - v_1 t \sin \varphi) \delta(y') \delta(z' - v_1 t \cos \varphi)$, где \mathbf{r}' — радиус-вектор произвольного элемента $dV' = dx' dy' dz'$ пространства и $|\mathbf{v}_1| = |\mathbf{v}_2|$. Фурье-составляющие токов соот-

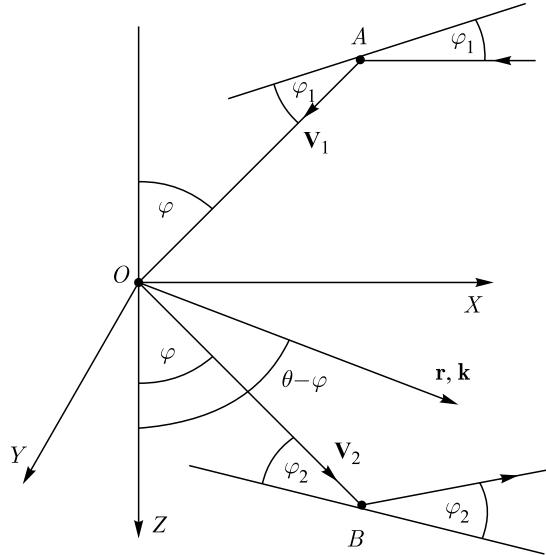


Рис. 1. Столкновение свободного электрона с молекулой в точке O в плоскости рисунка (плоскость X, Z). Отрезки AO и OB имеют приблизительно одинаковую длину и равны среднему значению длины свободного пробега. Система координат выбрана так, что углы φ равны, θ — угол наблюдения и \mathbf{k} — волновой вектор

ветственно равны

$$\mathbf{j}_1(\mathbf{r}', \omega) = \mathbf{v}_1 q \int_{-t_0}^0 e^{i\omega t} \delta(z' - v_1 t \cos \varphi) \delta(x' + v_1 t \sin \varphi) \delta(y') dt,$$

$$\mathbf{j}_2(\mathbf{r}', \omega) = \mathbf{v}_2 q \int_0^{t_0} e^{i\omega t} \delta(z' - v_1 t \cos \varphi) \delta(x' - v_1 t \sin \varphi) \delta(y') dt.$$

Векторный потенциал поля излучения в дальней зоне выразим в виде

$$\mathbf{A}(\omega, \mathbf{r}) = \frac{\mu_0 e^{ikr}}{4\pi r} \int_{V'} (\mathbf{j}_1(\omega, \mathbf{r}') + \mathbf{j}_2(\omega, \mathbf{r}')) e^{-i\mathbf{k}\mathbf{r}'} dV' = \mathbf{A}_1(\omega, \mathbf{r}) + \mathbf{A}_2(\omega, \mathbf{r}),$$

где $\mathbf{k}\mathbf{r}' = x'k \sin \theta + z'k \cos \theta$ — скалярное произведение радиуса-вектора \mathbf{r}' произвольного элемента пространства dV' на волновой вектор \mathbf{k} .

Интегрирование по пространству дает выражения для потенциалов

$$\mathbf{A}_1(\omega, \mathbf{r}) = \mathbf{e}_1 \frac{\mu_0 e^{ikr}}{4\pi r} v_1 q \int_{-t_0}^0 \exp[-ikv_1 t(\cos \varphi \cos \theta - \sin \varphi \sin \theta)] e^{i\omega t} dt,$$

$$\mathbf{A}_2(\omega, \mathbf{r}) = \mathbf{e}_2 \frac{\mu_0 e^{ikr}}{4\pi r} v_1 q \int_0^{t_0} \exp[-ikv_1 t(\cos \varphi \cos \theta + \sin \varphi \sin \theta)] e^{i\omega t} dt,$$

где $\mathbf{e}_1, \mathbf{e}_2$ — единичные векторы вдоль направлений соответствующих скоростей. После интегрирования по времени получим

$$\begin{aligned}\mathbf{A}_1(\omega, \mathbf{r}) &= \frac{\mu_0 e^{ikr}}{4\pi r} \frac{2\beta_1 \mathbf{e}_1 q}{k[1 - \beta_1 \cos(\theta + \varphi)]} \exp\left\{-i\frac{\omega}{2}t_0[1 - \beta_1 \cos(\theta + \varphi)]\right\} \times \\ &\quad \times \sin\left(\frac{\omega}{2}t_0[1 - \beta_1 \cos(\theta + \varphi)]\right), \\ \mathbf{A}_2(\omega, \mathbf{r}) &= \frac{\mu_0 e^{ikr}}{4\pi r} \frac{2\beta_1 \mathbf{e}_2 q}{k[1 - \beta_1 \cos(\theta - \varphi)]} \exp\left\{i\frac{\omega}{2}t_0[1 - \beta_1 \cos(\theta - \varphi)]\right\} \times \\ &\quad \times \sin\left(\frac{\omega}{2}t_0[1 - \beta_1 \cos(\theta - \varphi)]\right).\end{aligned}$$

Поля, создаваемые токами $\mathbf{j}_1(\omega, \mathbf{r}')$ и $\mathbf{j}_2(\omega, \mathbf{r}')$, определим из выражения $\mathbf{B}(\mathbf{r}, \omega) = \text{rot}[\mathbf{A}_1(\omega, \mathbf{r}) + \mathbf{A}_2(\omega, \mathbf{r})]$, т. е.

$$\begin{aligned}\mathbf{B}_1(\omega, \mathbf{r}) &= \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{2\beta_1 q}{k[1 - \beta_1 \cos(\theta + \varphi)]} \exp\left\{-i\frac{\omega}{2}t_0[1 - \beta_1 \cos(\theta + \varphi)]\right\} \times \\ &\quad \times \sin\left(\frac{\omega}{2}t_0[1 - \beta_1 \cos(\theta + \varphi)]\right) \left[\nabla \frac{e^{ikr}}{r} \times \mathbf{e}_1 \right], \\ \mathbf{B}_2(\omega, \mathbf{r}) &= \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{2\beta_1 q}{k[1 - \beta_1 \cos(\theta - \varphi)]} \exp\left\{i\frac{\omega}{2}t_0[1 - \beta_1 \cos(\theta - \varphi)]\right\} \times \\ &\quad \times \sin\left(\frac{\omega}{2}t_0[1 - \beta_1 \cos(\theta - \varphi)]\right) \left[\nabla \frac{e^{ikr}}{r} \times \mathbf{e}_2 \right].\end{aligned}$$

После упрощения получим

$$\begin{aligned}\mathbf{B}_1(\omega, \mathbf{r}) &= -\mathbf{e}_y \frac{\mu_0 e^{ikr}}{4\pi r} \frac{2\beta_1 q}{k[1 - \beta_1 \cos(\theta + \varphi)]} (ik) \exp\left\{-i\frac{\omega}{2}t_0[1 - \beta_1 \cos(\theta + \varphi)]\right\} \times \\ &\quad \times \sin\left(\frac{\omega}{2}t_0[1 - \beta_1 \cos(\theta + \varphi)]\right) \mathbf{e}_y \sin(\theta + \varphi), \\ \mathbf{B}_2(\omega, \mathbf{r}) &= -\mathbf{e}_y \frac{\mu_0 e^{ikr}}{4\pi r} \frac{2\beta_1 q}{k[1 - \beta_1 \cos(\theta - \varphi)]} (ik) \exp\left\{i\frac{\omega}{2}t_0[1 - \beta_1 \cos(\theta - \varphi)]\right\} \times \\ &\quad \times \sin\left(\frac{\omega}{2}t_0[1 - \beta_1 \cos(\theta - \varphi)]\right) \mathbf{e}_y \sin(\theta - \varphi).\end{aligned}$$

Охлажденные электроны до температуры окружающей среды имеют лоренц-фактор $\gamma \approx 1 + 10^{-7}$, поэтому величина безразмерной скорости $\beta_1 = v_1/c$ намного меньше единицы. Тогда окончательно получим

$$\begin{aligned}\mathbf{B}_1 + \mathbf{B}_2 &= -(i)\mathbf{e}_y \frac{\mu_0 e^{ikr}}{4\pi r} 2\beta_1 q \sin\left(\frac{\omega}{2}t_0\right) \times \\ &\quad \times \left[\sin(\theta + \varphi) \exp\left(-i\frac{\omega}{2}t_0\right) + \sin(\theta - \varphi) \exp\left(i\frac{\omega}{2}t_0\right) \right].\end{aligned}$$

Энергия, излученная электроном на площадь 1 м² в единичном интервале частот за все время движения на пути AOB , равна

$$|\Pi_1^1(\mathbf{r}, \omega)| = \frac{c}{\mu_0} |\mathbf{B}_1 + \mathbf{B}_2|^2 = \frac{c}{\mu_0} \left[\frac{\mu_0}{4\pi r} 2\beta_1 q \sin\left(\frac{\omega}{2}t_0\right) \right]^2 \times \\ \times 4 \left[\left(\sin \theta \cos \varphi \cos \frac{\omega}{2}t_0 \right)^2 + \left(\cos \theta \sin \varphi \sin \frac{\omega}{2}t_0 \right)^2 \right].$$

Теперь нужно излученную энергию просуммировать по всем углам $0 < \theta < \pi$, учитывая, что элемент площади $dS = 2\pi r^2 \sin \theta d\theta$. Затем полученные выражения необходимо усреднить по всем углам φ , учитывая, что распределение по этим углам равновероятное. Эта операция сведется к интегрированию по элементам телесного угла $d\Phi = 2\pi \sin \varphi d\varphi$ в пределах $0 < \varphi < \pi/2$ с последующим делением на 2π . Окончательно получим среднюю энергию, которая приходится на 1 Гц, излученную за один акт столкновения:

$$|\Pi_1(\omega)| = 2\pi \frac{c}{\mu_0} |\mathbf{B}_1 + \mathbf{B}_2|^2 \cong 22,4\pi \frac{c}{\mu_0} \left[\frac{\mu_0}{4\pi r} 2\beta_1 q \sin\left(\frac{\omega}{2}t_0\right) \right]^2 [\text{Дж} \cdot \text{м}^{-2} \cdot \text{Гц}^{-1}]. \quad (1)$$

Из (1) следует, что максимум спектрального состава излучения ν_{\max} соответствует равенству $\omega t_0/2 \approx \pi/2$. Так как по смыслу $t_0 = \lambda_e/v_1$, а величина свободного пробега, например, для высоты 5 км составляет $\lambda_e \approx 4,2 \cdot 10^{-7}$ м, то $\nu_{\max} \approx 150$ ГГц и в некоторой мере зависит от ряда выбранных параметров (температуры, эффективного диаметра молекулы, времени «прилипания», высоты и пр.).

СПЕКТРАЛЬНАЯ ПЛОТНОСТЬ ПОТОКА ИЗЛУЧЕНИЯ АТМОСФЕРНОГО ЛИВНЯ

В конечном итоге практически вся энергия ливня W_0 пойдет на ионизацию молекул атмосферы (кроме некоторой доли энергии, унесенной нейтринами). Так как в среднем на образование ионизационного электрона расходуется $\varepsilon_{\text{ion}} \approx 30$ эВ, то отношение $W_0/\varepsilon_{\text{ion}}$ приблизительно равно полному числу ионизационных электронов, произведенных за все время движения ливня. Естественно, что плотность этих электронов на любой стадии пропорциональна каскадной функции $N(\chi)$ на данной глубине:

$$N(\chi) = \frac{0,31 e^{\chi[1-1,5 \ln s(\chi)]}}{\sqrt{\ln(W_0/W_{\text{cr}})}},$$

где $s(\chi) = 3\chi(2 \ln(W_0/W_{\text{cr}}) + \chi)^{-1}$ — возраст ливня; χ — глубина проникновения ливня в безразмерных лавинных единицах; W_0 — энергия ливня; $W_{\text{cr}} = 0,75 \cdot 10^8$ эВ — критическая энергия электронов в воздухе. Поэтому на 1 м пути будет произведено $AN(\chi)$ термализованных электронов, где A — коэффициент пропорциональности, который можно получить из нормирующего равенства

$$A \int_0^\infty N(\chi) A d\chi = \frac{W_0}{\varepsilon_{\text{ion}}}.$$

Отсюда находим, что величина $A = 2,5 \cdot 10^6$. Другими словами, количество ионизационных электронов, произведенных на пути в 1 м, равно $N_1^{\text{ion}} = dN_1^{\text{ion}}/dz = N(\chi)A\rho(h)/\chi_0$, где $\rho(h)$ — плотность, которая до высоты $h = 30$ км хорошо описывается барометрической функцией для политропной атмосферы: $\rho(h) = \rho_0[(T_0 - \gamma_a h)/T_0]^{(g\mu/R\gamma_a - 1)}$ [5], $\chi_0 = 370$ кг/м² — величина лавинной единицы, $g = 9,8$ м/с² — ускорение свободного падения, $\rho_0 = 1,225$ кг/м³ — плотность воздуха при нормальных условиях, $\mu = 29$ кг/кмоль — масса 1 кмоль воздуха, $\gamma_a = 0,0065$ К/м — температурный градиент атмосферы и $R = 8,3 \cdot 10^3$ Дж/(кмоль · К) — газовая постоянная.

Чтобы найти спектральную плотность потока радиоизлучения всего ливня, нужно знать среднее количество столкновений N_{coll} ионизационных электронов с молекулами за 1 с. Однако нужно учесть, что ионизационные электроны существуют ограниченное время, за которое каскадный диск проходит несколько десятков метров. Тогда мощность излучения, приходящаяся на единицу частоты в точке наблюдения, находится как произведение $|\Pi_1(\mathbf{r}, \omega)|N_{\text{coll}}$. Время прилипания τ (т.е. время «жизни») электронов к молекуле кислорода в воздухе при нормальной атмосфере равно $\tau_0 = 10^{-8}$ с. Его величина определяется тройными столкновениями [6, 7]. Поэтому с ростом высоты h время $\tau_h(h)$ увеличивается пропорционально квадрату отношения концентраций: $\tau_h(h) = \tau_0(\rho_0/\rho(h))^2$. За это время каскадный диск пройдет путь, равный $L_\tau \cong \tau_h c$, где $c = 3 \cdot 10^8$ м/с — скорость ливня. Модуль вектора Пойнтинга запишем в виде

$$\begin{aligned} \Pi(\omega, r) &= |\Pi_1(\omega)|N_1^{\text{ion}}L_\tau\nu_{\text{eff}}\tau_h(h)/\tau_h(h) = \\ &= |\Pi_1(\omega)|N(\chi)A\rho(h)\nu_{\text{eff}}\tau_h(h)c/\chi_0 [\text{Вт}/(\text{м}^2 \cdot \Gamma_\Pi)], \end{aligned} \quad (2)$$

где $\nu_{\text{eff}} = \bar{v}/\lambda_e \cong 0,97 \cdot 10^4 \pi a^2 \sqrt{T_h} n_h(h)$ [8], $n_h(h)$ — концентрация нейтральных молекул на высоте h , T_h — температура воздуха на высоте h . Для величин: $\gamma = 1 + 10^{-7}$; $h = 5 \cdot 10^3$ м — высота максимума ливня; $r = 5 \cdot 10^3$ м — расстояние до максимума ливня; $a = 1,8 \cdot 10^{-10}$ м — эффективный радиус взаимодействия; $W_0 = 10^{19}$ эВ — энергия ливня; $T_0 = 300$ К — температура окружающей среды; $\rho_0 = 1,23$ кг/м³ — плотность атмосферы при нормальных условиях; $q = 1,6 \cdot 10^{-19}$ Кл, $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}$ Гн/м — магнитная постоянная — зависимость мощности излучения от частоты показана на рис. 2.

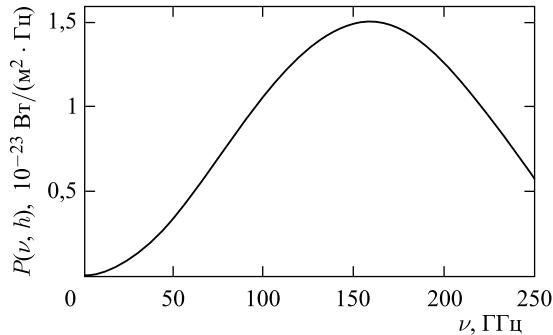


Рис. 2. Зависимость спектральной мощности изотропного излучения от частоты для ливня с энергией 10^{19} эВ

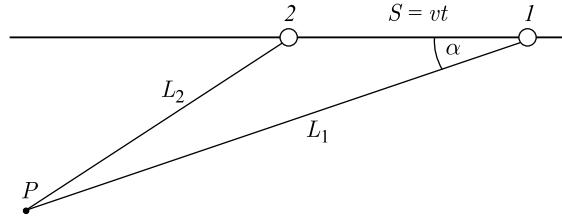


Рис. 3. Определение длительности импульса. Прямые I , 2 — направление движения ливня; P — точка наблюдения. Все размеры намного больше диаметра каскадного диска

Из этого следует, что для уверенной регистрации радиоэмиссии (т. е. при отношении сигнал–шум, равном 3) от ливней с энергией более $W_0 = 10^{19}$ эВ потребуется антенна с эффективной площадью около $S_{\text{eff}} = 30 \text{ м}^2$ и с шумовой температурой усилителя $\sim 20\text{--}40$ К. При этом линия наблюдения может быть перпендикулярна к оси ливня. Для площади антенны $S_{\text{eff}} > 300 \text{ м}^2$ можно наблюдать ливни с энергией порядка $W_0 = 10^{18}$ эВ и более. Это вполне типичная площадь для параболических антенн.

Если линия наблюдения составляет некоторый угол α с осью ливня, то амплитуда сигнала с уменьшением угла α будет увеличиваться. Это связано с релятивистским эффектом уплотнения поля излучения. Рассмотрим это подробнее. На рис. 3 цифрами I и 2 указаны начальное и конечное положения ливня. Точка I соответствует моменту, когда ливень достиг развития, при котором наблюдатель, находящийся в точке P , зарегистрировал начало импульса. Следует иметь в виду, что в этом рассмотрении источник излучения (термализованные электроны) не движется вместе с диском, а практически неподвижен.

Рассмотрим для примера простейший случай, когда размерами каскадного диска по сравнению с остальной геометрией можно пренебречь. Диск движется в течение времени t и проходит путь $S = vt$. Найдем длительность импульса, достигающего наблюдателя, который находится в точке P .

Начало сигнала соответствует моменту $t_1 = L_1 n/c$. Конец сигнала — моменту $t_2 = t + L_2 n/c$. Отсюда длительность сигнала $\Delta t = t_2 - t_1 = t + L_2 n/c - L_1 n/c = t - \frac{L_1 - L_2}{c/n}$. Так как длина пути $L_2 = \sqrt{L_1^2 + v^2 t^2 - 2L_1 v t \cos \alpha}$, то

$$\begin{aligned}\Delta t &= t_2 - t_1 = t + L_2 n/c - L_1 n/c = \\ &= t - \frac{L_1 - \sqrt{L_1^2 + v^2 t^2 - 2L_1 v t \cos \alpha}}{c/n}.\end{aligned}$$

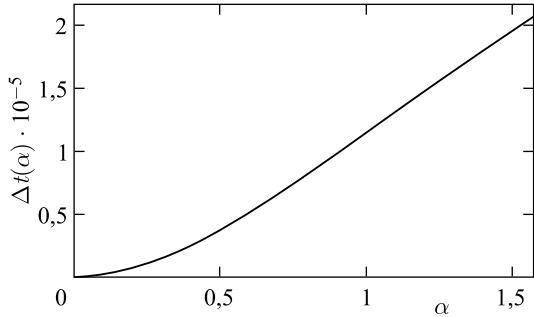


Рис. 4. Зависимость длительности импульса Δt от угла наблюдения α

На рис. 4 показана зависимость длительности импульса Δt от угла наблюдения α . Здесь принято $S = 5000 \text{ м}$, $\gamma = 30$, $L_1 = 10^4$, $n = 1,00017$. Из этих оценок следует, что длительность импульса при наблюдении под углом $\alpha = 5^\circ$ уменьшается почти на два порядка. Фактически это соответствует увеличению амплитуды сигнала на порядок.

ВЫВОДЫ

Приведенные выше результаты расчета спектральной плотности потока радиоэмиссии атмосферного ливня показывают, что в области частот 100–200 ГГц следует ожидать значительного подъема интенсивности излучения. Это значит, что если для его регистрации применить современные комплексы радиоантенн, то решение задачи о слежении за развитием атмосферного ливня в радиодиапазоне может быть значительно продвинуто переходом в область сверхвысокочастотных радиоволн. Это очень важно, поскольку для получения надежных результатов детектирования атмосферных ливней сверхвысокой энергии необходим метод, который бы не уступал флуоресцентному, но эффективно работал круглые сутки. Следует также отметить, что в этом диапазоне энергии исследования еще не проводились и никакой экспериментальной информации по этому поводу в настоящее время нет.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Jelley J. V. et al.* Radio Pulses from Extensive Air Showers // Nuovo Cim. A. 1966. V. 46, No. 4. P. 649–667.
2. *Филоненко А.Д.* Детектирование космических лучей по электромагнитной радиоэмиссии ливня и возможности этого метода в диапазоне сверхвысоких энергий // УФН. 2002. Т. 172, №4. С. 439–471.
3. *Gorham P. W. et al.* Observations of Microwave Continuum Emission from Air Shower Plasmas. arXiv:0705.2589 [astro-ph].
4. *Филоненко А.Д.* Радиоизлучение широких атмосферных ливней // УФН. 2015. Т. 185, №7. С. 673–716.
5. *Седунов Ю. С. и др.* Атмосфера: Справ. Л.: Гидрометеоиздат, 1991. С. 510.
6. *Райзер Ю. П.* Физика газового разряда. М.: Наука, 1992. С. 536.
7. *Мак-Даниэль И.* Процессы столкновений в ионизованных газах. М.: Мир, 1967. 832 с. (*Earl McDaniel W.* Collision Phenomena in Ionized Gases. New York; London; Sydney, 1964).
8. *Гинзбург В. Л.* Распространение электромагнитных волн в плазме. М.: Наука, 1967. 684 с.

Получено 30 октября 2015 г.