Письма в ЭЧАЯ. 2020. Т. 17, № 2(227). С. 108–117

ФИЗИКА ЭЛЕМЕНТАРНЫХ ЧАСТИЦ И АТОМНОГО ЯДРА. ТЕОРИЯ

К ВОПРОСУ О СПОНТАННОМ НАРУШЕНИИ ИЗОТОПИЧЕСКОЙ СИММЕТРИИ В МОДЕЛЯХ НАМБУ И ЙОНА-ЛАЗИНИО

М. Н. Найденов, М. В. Чижов

Софийский университет, София

В данной работе рассмотрен вопрос о спонтанном нарушении изотопической симметрии в кварковых моделях Намбу и Йона-Лазинио. Показано, что в моделях с легкими кварками изотопическая симметрия остается ненарушенной. Возможно, это свойство моделей Намбу и Йона-Лазинио можно считать объяснением существования изотопической симметрии в Природе.

In this paper, the problem of spontaneous isotopic symmetry breaking in Nambu–Jona-Lasinio quark models is considered. It is shown that in models with light quarks isotopic symmetry remains unbroken. Perhaps this property of Nambu and Jona-Lasinio models may be considered as an explanation for the existence of the isotopic symmetry in Nature.

PACS: 11.30.Ly; 12.39.-x

ВВЕДЕНИЕ

Вопрос о массах субатомных частиц является на сегодня основным в физике. Так, например, в рамках Стандартной модели невозможно предсказать массы элементарных фермионов — лептонов и кварков. В квантовой теории поля существуют два различных механизма придания масс фермионам, подтвержденных экспериментально. Один из них, предложенный Вайнбергом [1], основан на юкавской связи поля Хиггса с фермионами. Данный механизм проверен экспериментально для тяжелых кварков и лептонов [2]. Наличие масс, полученных таким образом для легких фермионов, напрямую еще не подтверждено экспериментально, но опосредованно, например, следует из наличия массы пиона.

Другой механизм приобретения массы объясняет наличие тяжелых нуклонов, состоящих из легких кварков, за счет спонтанного нарушения киральной симметрии и появления конституентной массы. Этот механизм был предложен Намбу в 1960 г. [3] и реализован в его работах с Йона-Лазинио [4]. Поэтому токовые массы кварков, которые используются в лагранжиане теории возмущений КХД на малых расстояниях, следует отличать от конституентных масс кварков, которые возникают в результате спонтанного нарушения киральной симметрии на больших расстояниях за счет непертурбативных эффектов и составляют основную часть массы нуклона.

Существование двух тяжелых нуклонов — протона и нейтрона, с приблизительно одинаковыми массами, позволило Гейзенбергу в 1932 г. [5] ввести понятие изотопической симметрии. Позднее эта симметрия была перенесена на u и d конституентные кварки. Наличие такой симметрии не следует ни из каких принципов. В данной работе мы изучим возможность спонтанного нарушения изотопической симметрии в кварковых моделях Намбу и Йона-Лазинио.

В результате генерации самодействия четвертого порядка для скалярных полей спонтанное нарушение киральной симметрии происходит подобно механизму Хиггса, но в данном случае динамическим образом. Константа связи самодействия Хиггса уже не является произвольной, как в Стандартной модели, а вычисляется из квантовых поправок. Данный механизм позволяет полностью определить спектр масс низколежащих адронных состояний.

1. $U(2)$-МОДЕЛЬ НАМБУ И ЙОНА-ЛАЗИНИО

Мы начнем с рассмотрения нефизического[1], но простого случая группы ароматов $U(2)$ с двумя безмассовыми кварками u и d. Так как мы интересуемся только нарушением киральной симметрии посредством конденсата кварк-антикварковых пар, то в лагранжиане модели можно оставить только самодействие скалярных токов:

$$\mathcal{L} = i\overline{\Psi}\partial\!\!\!/\Psi + \frac{G_0}{2}\left(\overline{\Psi}\Psi\right)^2 + \frac{\widetilde{G}_0}{2}\sum_{m=1}^{3}\left(\overline{\Psi}\tau_m\Psi\right)^2, \tag{1}$$

где $\Psi = (u\ d)^T$ — изотопический дублет; τ_m $(m = 1, 2, 3)$ — матрицы Паули, а G_0 и $\widetilde{G}_0$ — *положительные* константы изоскалярного и изовекторного взаимодействий с размерностью [масса]$^{-2}$. Линеаризация данного лагранжиана в кварк-антикварковом канале выполняется посредством введения скалярных полей S_0 и S_m $(m = 1, 2, 3)$,

$$\mathcal{L} = i\overline{\Psi}\partial\!\!\!/\Psi + g_0\overline{\Psi}\Psi S_0 - \frac{g_0^2}{2G_0}S_0^2 + \sum_{m=1}^{3}\left(g_m\overline{\Psi}\tau_m\Psi S_m - \frac{g_m^2}{2\widetilde{G}_0}S_m^2\right), \tag{2}$$

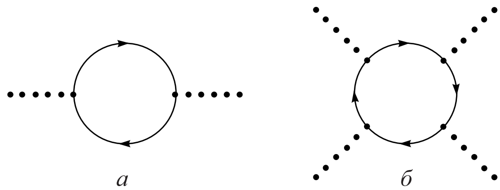
которые будут играть роль коллективных возбуждений соответствующих токов

$$S_0 = \frac{G_0}{g_0}\ \overline{\Psi}\Psi, \qquad S_m = \frac{\widetilde{G}_0}{g_m}\ \overline{\Psi}\tau_m\Psi. \tag{3}$$

Здесь g_0 и g_m — безразмерные юкавские константы связи.

Все коллективные моды становятся динамическими в результате собственно энергетических квантовых поправок из фермионных петель (рисунок a).

[1]Как известно, нейтральные скалярные мезоны, нарушающие киральную симметрию, состоят из трех кварков: u, d и s.



Квантовые поправки в собственно энергетическую часть (*а*) и самодействие коллективных мод (*б*)

Рассмотрим собственно энергетические квантовые поправки к скалярным полям S_0

$$\Pi_{00}(q) = ig_0^2 N_C \operatorname{Tr}[\mathbb{1}] \int \frac{d^4p}{(2\pi)^4} \operatorname{Tr}\left[(\not{p} - m_0)^{-1} (\not{p} - \not{q} - m_0)^{-1}\right] =$$
$$= 8ig_0^2 N_C \int \frac{d^4p}{(2\pi)^4} \frac{1}{p^2 - m_0^2} - 4ig_0^2 N_C \int \frac{d^4p}{(2\pi)^4} \frac{1}{(p^2 - m_0^2)^2}\ q^2 + \text{finite terms } \mathcal{O}(q^4) =$$
$$= 8g_0^2 N_C I_2 + 4g_0^2 N_C I_0\ q^2 + \text{finite terms } \mathcal{O}(q^4) \quad (4)$$

и S_m

$$\Pi_{mn}(q) = ig_m g_n N_C \operatorname{Tr}[\tau_m \tau_n] \int \frac{d^4p}{(2\pi)^4} \operatorname{Tr}\left[(\not{p} - m_0)^{-1} (\not{p} - \not{q} - m_0)^{-1}\right] =$$
$$= 8ig_m^2 N_C \delta_{mn} \int \frac{d^4p}{(2\pi)^4} \frac{1}{p^2 - m_0^2} - 4ig_m^2 N_C \delta_{mn} \int \frac{d^4p}{(2\pi)^4} \frac{1}{(p^2 - m_0^2)^2}\ q^2 +$$
$$+ \text{finite terms } \mathcal{O}(q^4) =$$
$$= 8g_m^2 N_C I_2 \delta_{mn} + 4g_m^2 N_C I_0 \delta_{mn}\ q^2 + \text{finite terms } \mathcal{O}(q^4), \quad (5)$$

где

$$I_2 \equiv i \int \frac{d^4p}{(2\pi)^4} \frac{1}{p^2 - m_0^2} = \int \frac{d^4p_E}{(2\pi)^4} \frac{1}{p_E^2 + m_0^2} > 0 \quad (6)$$

— квадратично расходящийся интеграл и

$$I_0 \equiv -i \int \frac{d^4p}{(2\pi)^4} \frac{1}{(p^2 - m_0^2)^2} = \int \frac{d^4p_E}{(2\pi)^4} \frac{1}{(p_E^2 + m_0^2)^2} > 0 \quad (7)$$

— логарифмически расходящийся интеграл.

Здесь мы ввели небольшую токовую массу кварка m_0, которая избавит нас от инфракрасных расходимостей в знаменателе и которой мы будем пренебрегать в числителе. Такое введение массы кварка явно нарушает киральную симметрию и называется *мягким* нарушением симметрии. Такое нарушение симметрии не приводит к дополнительным ультрафиолетовым расходимостям в массы скалярных частиц. Ультрафиолетовые расходимости устраняются обычным способом с использованием одной из известных регуляризаций. Благодаря безразмерности юкавских констант связи g_0 и g_m в четырехмерном пространстве мы имеем только два типа расходящихся интегралов: (6) и (7).

Первые члены в последних строках (4) и (5) являются поправками к массовым членам скалярных полей S_0: $\mu^2 = g_0^2/G_0 - 8g_0^2 N_C I_2$ и S_m: $\tilde{\mu}^2 = g_m^2/\widetilde{G}_0 - 8g_m^2 N_C I_2$. Вторые члены представляют собой кинетические части для скалярных полей. Для правильной нормировки волновых функций скалярных полей мы должны потребовать выполнения условий

$$4g_0^2 N_C I_0 = 4g_m^2 N_C I_0 = 1. \tag{8}$$

Благодаря динамическому происхождению кинетических членов все взаимодействия в модели Намбу и Йона-Лазинио описываются лишь одной константой связи $g = g_0 = g_m$.

Существенным элементом модели Намбу и Йона-Лазинио является также генерация самодействия скалярных полей, которое приводит к спонтанному динамическому нарушению киральной симметрии. В результате спонтанного нарушения симметрии скалярные поля приобретают ненулевые вакуумные средние. Так как физический вакуум должен сохранять электрический заряд и аромат кварков, то только скалярные поля S_0 и S_3, которые взаимодействуют с диагональными комбинациями по кварк-антикварковым ароматам, могут иметь ненулевые вакуумные средние. Поэтому в дальнейшем мы будем рассматривать эффективный потенциал, зависящий только от этих степеней свободы.

Так, на квантовом уровне, благодаря радиационным поправкам (рисунок *б*), мы получаем *локальные* добавки в эффективный лагранжиан для самодействия скалярных мезонов с нулевыми внешними импульсами и с учетом симметрийных коэффициентов

$$\Box_{0000}(0) = \frac{i}{4} g_0^4 N_C \,\mathrm{Tr}\,[\mathbb{1}] \int \frac{d^4p}{(2\pi)^4} \,\mathrm{Tr}\left[(\not{p}-m_0)^{-1}(\not{p}-m_0)^{-1}(\not{p}-m_0)^{-1}(\not{p}-m_0)^{-1}\right] = \\ = -2g_0^4 N_C I_0 + \mathcal{O}(m_0^2) \approx -\frac{1}{2}g^2, \tag{9}$$

$$\Box_{0033}(0) = \frac{3i}{2} g_0^2 g_3^2 N_C \,\mathrm{Tr}\left[\tau_3^2\right] \int \frac{d^4p}{(2\pi)^4} \,\mathrm{Tr}\left[(\not{p}-m_0)^{-1}(\not{p}-m_0)^{-1}(\not{p}-m_0)^{-1}(\not{p}-m_0)^{-1}\right] = \\ = -12 g_0^2 g_3^2 N_C I_0 + \mathcal{O}(m_0^2) \approx -3g^2, \tag{10}$$

$$\Box_{3333}(0) = \frac{i}{4} g_3^4 N_C \,\mathrm{Tr}\left[\tau_3^4\right] \int \frac{d^4p}{(2\pi)^4} \,\mathrm{Tr}\left[(\not{p}-m_0)^{-1}(\not{p}-m_0)^{-1}(\not{p}-m_0)^{-1}(\not{p}-m_0)^{-1}\right] = \\ = -2g_3^4 N_C I_0 + \mathcal{O}(m_0^2) \approx -\frac{1}{2}g^2. \tag{11}$$

Для получения последних равенств мы использовали условие нормировки (8) и пренебрегли малой токовой массой кварка m_0, которую мы ввели только для устранения инфракрасных расходимостей. Из условия нормировки (8) следует, что ведущий вклад в эффективный лагранжиан дают лишь расходящиеся части диаграмм типа изображения на рисунке *б* с нулевыми внешними импульсами [6].

Таким образом, эффективный потенциал имеет следующий вид:

$$V[S_0, S_3] = \frac{\mu^2}{2} S_0^2 + \frac{\tilde{\mu}^2}{2} S_3^2 + \frac{g^2}{2}\left(S_0^4 + 6S_0^2 S_3^2 + S_3^4\right). \tag{12}$$

Минимизация эффективного потенциала (12) приводит к следующей системе уравнений:

$$\begin{cases} \left.\dfrac{\partial V}{\partial S_0}\right|_{\substack{S_3=\langle S_3\rangle\\ S_0=\langle S_0\rangle}} = \mu^2\langle S_0\rangle + 2g^2\langle S_0\rangle^3 + 6g^2\langle S_0\rangle\langle S_3\rangle^2 = 0, \\ \left.\dfrac{\partial V}{\partial S_3}\right|_{\substack{S_3=\langle S_3\rangle\\ S_0=\langle S_0\rangle}} = \tilde{\mu}^2\langle S_3\rangle + 2g^2\langle S_3\rangle^3 + 6g^2\langle S_3\rangle\langle S_0\rangle^2 = 0. \end{cases} \tag{13}$$

Если предположить, что оба вакуумных средних отличны от нуля: $\langle S_0\rangle \neq 0$ и $\langle S_3\rangle \neq 0$, то мы получаем два уравнения на вакуумные средние[1]

$$\begin{cases} \mu^2 + 2g^2\langle S_0\rangle^2 + 6g^2\langle S_3\rangle^2 = 0, \\ \tilde{\mu}^2 + 2g^2\langle S_3\rangle^2 + 6g^2\langle S_0\rangle^2 = 0, \end{cases} \tag{14}$$

решения которых приводят к различным конституентным массам кварков: $m_u = -g\langle S_0\rangle - g\langle S_3\rangle$ и $m_d = -g\langle S_0\rangle + g\langle S_3\rangle$, что явно нарушает изотопическую симметрию. Однако матрица квадратов масс в этом случае

$$\mathcal{M}^2 = \left.\begin{pmatrix} \dfrac{\partial^2 V}{\partial S_0^2} & \dfrac{\partial^2 V}{\partial S_0 \partial S_3} \\ \dfrac{\partial^2 V}{\partial S_0 \partial S_3} & \dfrac{\partial^2 V}{\partial S_3^2} \end{pmatrix}\right|_{\substack{S_3=\langle S_3\rangle\\ S_0=\langle S_0\rangle}} = 4g^2 \begin{pmatrix} \langle S_0\rangle^2 & 3\langle S_0\rangle\langle S_3\rangle \\ 3\langle S_0\rangle\langle S_3\rangle & \langle S_3\rangle^2 \end{pmatrix} \tag{15}$$

не является положительно определенной: $\det\mathcal{M}^2 < 0$ и поэтому отвечает седловой точке, а не минимуму эффективного потенциала. Минимум эффективного потенциала можно получить лишь в случае $\langle S_0\rangle \neq 0$, $\langle S_3\rangle = 0$ или $\langle S_0\rangle = 0$, $\langle S_3\rangle \neq 0$. Но, как нетрудно видеть, оба эти решения сохраняют изотопическую инвариантность.

Таким образом, в рамках $U(2)$ кварковой модели Намбу и Йона-Лазинио невозможно добиться спонтанного нарушения изотопической симметрии.

2. $U(3)$-МОДЕЛЬ НАМБУ И ЙОНА-ЛАЗИНИО

Обратимся теперь к реалистическому случаю $U(3)$ с тремя кварками u, d и s, которые вначале будем считать безмассовыми. Соответствующий лагранжиан взаимодействия, содержащий только самодействие скалярных токов, имеет вид

$$\mathcal{L} = i\overline{\Psi}\partial\!\!\!/\Psi + \frac{G_0}{2}\left(\overline{\Psi}\Psi\right)^2 + \frac{\widetilde{G}_0}{2}\sum_{a=1}^{8}\left(\overline{\Psi}\lambda_a\Psi\right)^2, \tag{16}$$

[1] Ясно, что решение этой системы существует только для отрицательных значений $\mu^2 < 0$ и $\tilde{\mu}^2 < 0$ и соответствует сильной связи G_0 и $\widetilde{G}_0$.

где $\Psi = (q_1\ q_2\ q_3)^T$ — триплет кварков, а λ_a $(a = 1, \ldots, 8)$ — матрицы Гелл-Мана. На данном этапе мы пока не отождествляем элементы кваркового триплета с физическими состояниями u, d и s. Это будет сделано ниже, после рассмотрения спонтанного нарушения симметрии.

Линеаризация данного лагранжиана

$$\mathcal{L} = i\overline{\Psi}\partial\!\!\!/\Psi + g_0\overline{\Psi}\Psi S_0 - \frac{g_0^2}{2G_0}S_0^2 + \sum_{a=1}^{8}\left(g_a\overline{\Psi}\lambda_a\Psi S_a - \frac{g_a^2}{2\widetilde{G}_0}S_a^2\right) \tag{17}$$

осуществляется, как и в предыдущем случае, с помощью введения скалярных полей

$$S_0 = \frac{G_0}{g_0}\ \overline{\Psi}\Psi \quad \text{и} \quad S_a = \frac{\widetilde{G}_0}{g_a}\ \overline{\Psi}\lambda_a\Psi. \tag{18}$$

Собственно энергетические квантовые поправки к скалярным полям S_0

$$\begin{aligned}\Pi_{00}(q) &= ig_0^2 N_C\,\mathrm{Tr}\,[\mathbb{1}]\int\frac{d^4p}{(2\pi)^4}\mathrm{Tr}\left[(p\!\!\!/ - m_0)^{-1}\,(p\!\!\!/ - q\!\!\!/ - m_0)^{-1}\right] = \\ &= 12ig_0^2N_C\int\frac{d^4p}{(2\pi)^4}\frac{1}{p^2-m_0^2} - 6ig_0^2N_C\int\frac{d^4p}{(2\pi)^4}\frac{1}{(p^2-m_0^2)^2}\ q^2 + \text{finite terms } \mathcal{O}(q^4) = \\ &= 12g_0^2N_CI_2 + 6g_0^2N_CI_0\ q^2 + \text{finite terms } \mathcal{O}(q^4)\end{aligned} \tag{19}$$

и S_a

$$\begin{aligned}\Pi_{ab}(q) &= ig_ag_bN_C\,\mathrm{Tr}\,[\lambda_a\lambda_b]\int\frac{d^4p}{(2\pi)^4}\mathrm{Tr}\left[(p\!\!\!/ - m_0)^{-1}\,(p\!\!\!/ - q\!\!\!/ - m_0)^{-1}\right] = \\ &= 8ig_a^2N_C\delta_{ab}\int\frac{d^4p}{(2\pi)^4}\frac{1}{p^2-m_0^2} - 4ig_a^2N_C\delta_{ab}\int\frac{d^4p}{(2\pi)^4}\frac{1}{(p^2-m_0^2)^2}\,q^2 + \text{finite terms } \mathcal{O}(q^4) = \\ &= 8g_a^2N_CI_2\delta_{ab} + 4g_a^2N_CI_0\delta_{ab}\ q^2 + \text{finite terms } \mathcal{O}(q^4)\end{aligned} \tag{20}$$

вычисляются аналогично предыдущему случаю.

Исходя из выражений в последних строках (19) и (20), мы идентифицируем поправки к массовым членам скалярных полей S_0: $\mu^2 = g_0^2/G_0 - 12g_0^2N_CI_2$ и S_a: $\tilde{\mu}^2 = g_a^2/\widetilde{G}_0 - 8g_a^2N_CI_2$, а также условия для правильной нормировки волновых функций скалярных полей

$$6g_0^2N_CI_0 = 4g_a^2N_CI_0 = 1. \tag{21}$$

Поэтому в дальнейшем мы также можем использовать только одну константу взаимодействия $g = g_0 = \sqrt{2/3}g_a$.

Чтобы получить эффективный потенциал, нам надо вычислить самодействия скалярных полей. Как и в предыдущем случае, только скалярные поля S_0, S_3 и S_8, взаимодействующие с диагональными по ароматам кварк-антикварковыми парами, могут приобретать ненулевые вакуумные средние. Поэтому мы вычислим только те члены эффективного потенциала, которые зависят только от этих степеней свободы:

$$\Box_{0000}(0) = \frac{i}{4} g_0^4 N_C \,\mathrm{Tr}\,[\mathbb{1}] \int \frac{d^4p}{(2\pi)^4} \mathrm{Tr}\left[(\not{p} - m_0)^{-1} (\not{p} - m_0)^{-1} (\not{p} - m_0)^{-1} (\not{p} - m_0)^{-1} \right] = \\ = -3 g_0^4 N_C I_0 + \mathcal{O}(m_0^2) \approx -\frac{1}{2} g^2, \qquad (22)$$

$$\Box_{0033}(0) = \frac{3i}{2} g_0^2 g_3^2 N_C \,\mathrm{Tr}\left[\lambda_3^2\right] \times \\ \times \int \frac{d^4p}{(2\pi)^4} \mathrm{Tr}\left[(\not{p} - m_0)^{-1} (\not{p} - m_0)^{-1} (\not{p} - m_0)^{-1} (\not{p} - m_0)^{-1} \right] = \\ = -12 g_0^2 g_3^2 N_C I_0 + \mathcal{O}(m_0^2) \approx -3 g^2, \qquad (23)$$

$$\Box_{0088}(0) = \frac{3i}{2} g_0^2 g_8^2 N_C \,\mathrm{Tr}\left[\lambda_8^2\right] \times \\ \times \int \frac{d^4p}{(2\pi)^4} \mathrm{Tr}\left[(\not{p} - m_0)^{-1} (\not{p} - m_0)^{-1} (\not{p} - m_0)^{-1} (\not{p} - m_0)^{-1} \right] = \\ = -12 g_0^2 g_8^2 N_C I_0 + \mathcal{O}(m_0^2) \approx -3 g^2, \qquad (24)$$

$$\Box_{0888}(0) = i g_0 g_8^3 N_C \,\mathrm{Tr}\left[\lambda_8^3\right] \times \\ \times \int \frac{d^4p}{(2\pi)^4} \mathrm{Tr}\left[(\not{p} - m_0)^{-1} (\not{p} - m_0)^{-1} (\not{p} - m_0)^{-1} (\not{p} - m_0)^{-1} \right] = \\ = \frac{8}{\sqrt{3}} g_0 g_8^3 N_C I_0 + \mathcal{O}(m_0^2) \approx \sqrt{2} g^2, \qquad (25)$$

$$\Box_{0338}(0) = 3 i g_0 g_3^2 g_8 N_C \,\mathrm{Tr}\left[\lambda_3^2 \lambda_8\right] \times \\ \times \int \frac{d^4p}{(2\pi)^4} \mathrm{Tr}\left[(\not{p} - m_0)^{-1} (\not{p} - m_0)^{-1} (\not{p} - m_0)^{-1} (\not{p} - m_0)^{-1} \right] = \\ = -\frac{24}{\sqrt{3}} g_0 g_3^2 g_8 N_C I_0 + \mathcal{O}(m_0^2) \approx -3\sqrt{2} g^2, \qquad (26)$$

$$\Box_{3333}(0) = \frac{i}{4} g_3^4 N_C \,\mathrm{Tr}\left[\lambda_3^4\right] \times \\ \times \int \frac{d^4p}{(2\pi)^4} \mathrm{Tr}\left[(\not{p} - m_0)^{-1} (\not{p} - m_0)^{-1} (\not{p} - m_0)^{-1} (\not{p} - m_0)^{-1} \right] = \\ = -2 g_3^4 N_C I_0 + \mathcal{O}(m_0^2) \approx -\frac{3}{4} g^2, \qquad (27)$$

$$\Box_{3388}(0) = \frac{3i}{2} g_3^2 g_8^2 N_C \,\mathrm{Tr}\left[\lambda_3^2 \lambda_8^2\right] \times \\ \times \int \frac{d^4p}{(2\pi)^4} \mathrm{Tr}\left[(\not{p} - m_0)^{-1} (\not{p} - m_0)^{-1} (\not{p} - m_0)^{-1} (\not{p} - m_0)^{-1} \right] = \\ = -4 g_3^2 g_8^2 N_C I_0 + \mathcal{O}(m_0^2) \approx -\frac{3}{2} g^2, \qquad (28)$$

$$\Box_{8888}(0) = \frac{i}{4} g_8^4 N_C \,\mathrm{Tr}\left[\lambda_8^4\right] \times \\ \times \int \frac{d^4p}{(2\pi)^4} \mathrm{Tr}\left[(\not{p} - m_0)^{-1} (\not{p} - m_0)^{-1} (\not{p} - m_0)^{-1} (\not{p} - m_0)^{-1} \right] = \\ = -2 g_8^4 N_C I_0 + \mathcal{O}(m_0^2) \approx -\frac{3}{4} g^2. \qquad (29)$$

Таким образом, эффективный потенциал приобретает следующий вид:

$$V[S_0, S_3, S_8] = \frac{\mu^2}{2}S_0^2 + \frac{\tilde{\mu}^2}{2}(S_3^2 + S_8^2) + \frac{g^2}{2}S_0^4 + 3g^2S_0^2(S_3^2 + S_8^2) + \frac{3g^2}{4}(S_3^2 + S_8^2)^2 + \\ + 3\sqrt{2}g^2S_0S_3^2S_8 - \sqrt{2}g^2S_0S_8^3. \quad (30)$$

Спонтанное нарушение симметрии возможно только при сильной связи G_0 и $\widetilde{G}_0$, когда массовые параметры $\mu^2 < 0$ и $\tilde{\mu}^2 < 0$ отрицательны. Чтобы избавиться от иррациональных коэффициентов и размерных параметров в (30), введем для удобства безразмерные переменные $x = 3\sqrt{2}gS_0/\sqrt{-\tilde{\mu}^2}$, $y = \sqrt{3}gS_3/\sqrt{-\tilde{\mu}^2}$ и $z = 3gS_8/\sqrt{-\tilde{\mu}^2}$, а также безразмерный параметр $r^2 = \mu^2/\tilde{\mu}^2$ и безразмерный потенциал $U[x, y, z] = 27g^2V[S_0, S_3, S_8]/\tilde{\mu}^4$:

$$U[x, y, z] = -\frac{3r^2x^2}{4} - \frac{3}{2}(3y^2 + z^2) + \frac{x^4}{24} + \frac{x^2}{2}(3y^2 + z^2) + \frac{(3y^2 + z^2)^2}{4} + 3xy^2z - \frac{xz^3}{3}. \quad (31)$$

Локальные экстремумы потенциала (31) достигаются на решениях системы

$$\begin{cases} \left.\dfrac{\partial U}{\partial x}\right|_{\substack{x=x_0\\ y=y_0\\ z=z_0}} = -\dfrac{3r^2x_0}{2} + \dfrac{x_0^3}{6} + 3x_0y_0^2 + x_0z_0^2 + 3y_0^2z_0 - \dfrac{z_0^3}{3} = 0, \\ \left.\dfrac{\partial U}{\partial y}\right|_{\substack{x=x_0\\ y=y_0\\ z=z_0}} = 3y_0(-3 + x_0^2 + 3y_0^2 + z_0^2 + 2x_0z_0) = 0, \\ \left.\dfrac{\partial U}{\partial z}\right|_{\substack{x=x_0\\ y=y_0\\ z=z_0}} = -3z_0 + x_0^2z_0 + 3y_0^2z_0 + z_0^3 + 3x_0y_0^2 - x_0z_0^2 = 0, \end{cases} \quad (32)$$

где $x_0 = 3\sqrt{2}g\langle S_0\rangle/\sqrt{-\tilde{\mu}^2}$, $y_0 = \sqrt{3}g\langle S_3\rangle/\sqrt{-\tilde{\mu}^2}$ и $z_0 = 3g\langle S_8\rangle/\sqrt{-\tilde{\mu}^2}$ — вакуумные средние. Конституентные массы кварков определяются из следующих соотношений:

$$m_1 = -\sqrt{\frac{-\tilde{\mu}^2}{18}}(x_0 + 3y_0 + z_0), \quad (33)$$

$$m_2 = -\sqrt{\frac{-\tilde{\mu}^2}{18}}(x_0 - 3y_0 + z_0), \quad (34)$$

$$m_3 = -\sqrt{\frac{-\tilde{\mu}^2}{18}}(x_0 - 2z_0). \quad (35)$$

Очевидное решение второго уравнения системы (32) $y_0 = 0$ сохраняет изотопическую симметрию, которая выражается в равенстве масс кварков: $m_1 = m_2$, если принять обычное отождествление кварковых ароматов $\Psi = (u\ d\ s)^T$ с зарядовой матрицей

$$Q = \frac{1}{2}\lambda_3 + \beta\frac{1}{2}\lambda_8 \quad (36)$$

при $\beta = 1/\sqrt{3}$.

Мы же интересуемся вопросом возможного нарушения изотопической симметрии в данной модели. Поэтому исследуем самый общий случай, когда все три вакуумных средних отличны от нуля: $x_0 \neq 0$, $y_0 \neq 0$ и $z_0 \neq 0$. Но легко видеть, что совместное решение второго и третьего уравнений системы (32) приводит к соотношениям

$$y_0 = z_0 \quad \text{и} \quad y_0 = -z_0, \tag{37}$$

которые обеспечивают сохранение оставшейся $SU(2)$-симметрии.

Действительно, первое решение в (37) приводит к равенству

$$m_2 = m_3, \tag{38}$$

а второе — к равенству

$$m_1 = m_3. \tag{39}$$

Нетрудно показать, что данные решения опять же соответствуют изотопической симметрии с точностью до выбора зарядовой матрицы (36) и отождествления кварковых ароматов. Например, первое решение соответствует случаю, когда $\Psi' = (\bar{s}\ \bar{u}\ \bar{d})^T$ — антикварковый триплет и $\beta = -1/\sqrt{3}$. Второе же решение соответствует зарядовой матрице с $\beta = 1/\sqrt{3}$, но нестандартному отождествлению кваркового триплета $\Psi'' = (u\ s\ d)^T$.

Все эти решения связаны зарядовым сопряжением и унитарными преобразованиями и поэтому являются эквивалентными. Покажем, например, как второе решение в случае ненулевых вакуумных средних $x'' \neq 0$, $y''_0 = -z''_0 \neq 0$ связано с решением $y_0 = 0$.[1] Очевидно, что кварковые триплеты связаны соотношением

$$\Psi = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} \Psi'', \tag{40}$$

а скалярные поля —

$$\begin{pmatrix} S_0 \\ S_3 \\ S_8 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \dfrac{1}{2} & \dfrac{\sqrt{3}}{2} \\ 0 & \dfrac{\sqrt{3}}{2} & -\dfrac{1}{2} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} S''_0 \\ S''_3 \\ S''_8 \end{pmatrix} \quad \text{или} \quad \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \dfrac{1}{2} & \dfrac{1}{2} \\ 0 & \dfrac{3}{2} & -\dfrac{1}{2} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x'' \\ y'' \\ z'' \end{pmatrix}. \tag{41}$$

Отсюда получаем, что ненулевое вакуумное среднее $\langle S''_0 \rangle \neq 0$: $x''_0 = x_0 \neq 0$ приводит к ненулевому вакуумному среднему поля $\langle S_0 \rangle \neq 0$. Однако два ненулевых вакуумных средних $\langle S''_3 \rangle \neq 0$ и $\langle S''_8 \rangle \neq 0$, связанных соотношением $y''_0 = -z''_0$, приводят к нулевому вакуумному среднему $\langle S_3 \rangle = 0$ и изотопической симметрии.

[1] Двойным штрихом мы обозначили ненулевое решение, связанное с представлением Ψ''.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В данной работе мы рассмотрели возможность спонтанного нарушения изотопической симметрии в моделях Намбу и Йона-Лазинио с легкими кварками. Показано, что динамически сгенерированный эффективный лагранжиан при минимизации всегда оставляет группу изотопической симметрии ненарушенной. Возможно, это свойство моделей Намбу и Йона-Лазинио можно считать объяснением существования изотопической симметрии в Природе.

В заключение авторы благодарят анонимного рецензента за указанные работы [7,8], где аналогичный вопрос о спонтанном нарушении изотопической симметрии в моделях Намбу и Йона-Лазинио уже обсуждался. Так как наш результат отличается от полученного в цитируемых работах, необходимо отметить, что в работе [7] исследована $SU(2)$-модель, в отличие от $U(2)$-модели в нашей работе, а в работе [8] рассмотрена *двумерная* модель Намбу и Йона-Лазинио.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Weinberg S.* // Phys. Rev. Lett. 1967. V. 19. P. 1264.
2. *CMS Collab.* // Europhys. J. C. 2019. V. 79. P. 421;
   ATLAS Collab. arXiv:1909.02845. 3.
3. *Nambu Y.* A “Superconductor” Model of Elementary Particles and Its Consequences. Talk Given at a Conf. at Purdue, 1960. Reprinted: Broken Symmetries, Selected Papers by Y. Nambu / Eds. T. Eguchi and K. Nishijima. World Sci., 1995.
4. *Nambu Y., Jona-Lasinio G.* // Phys. Rev. 1961. V. 122. P. 345; V. 124. P. 246.
5. *Heisenberg W.* // Z. Phys. 1932. V. 77. P. 1.
6. *Eguchi T.* // Phys. Rev. D. 1976. V. 14. P. 2755.
7. *Preskill J. P., Weinberg S.* // Phys. Rev. D. 1981. V. 24. P. 1059.
8. *Vafa C., Witten E.* // Nucl. Phys. B. 1984. V. 234. P. 173.

Получено 23 октября 2019 г.