

КИРАЛЬНЫЙ МАГНИТНЫЙ ЭФФЕКТ И ЛАГРАНЖИАН ГЕЙЗЕНБЕРГА–ЭЙЛера

*О. В. Теряев, Д. А. Шохонов*¹

Объединенный институт ядерных исследований, Дубна

Устанавливается связь эффективного лагранжиана Гейзенберга–Эйлера в порядке $1/m^4$ и кирального магнитного эффекта, известного для безмассовых частиц. Рассматривается обобщение эффективного лагранжиана от КЭД к КХД, и затем вычисляется индуцированный векторный ток. Далее, рассматривая векторный ток, мы устанавливаем способ связать полученный пертурбативный результат с киральным магнитным эффектом, формулируем правило перехода от пертурбативности к непертурбативности (формула (5)) и получаем известный ответ для безмассовых частиц.

We establish the coupling between the effective Heisenberg–Euler Lagrangian in order $1/m^4$ and Chiral Magnetic Effect known for massless particles. We consider the generalization of effective Heisenberg–Euler Lagrangian from QED to QCD and then calculate the induced vector current. Further considering vector current, we establish a method to connect the obtained perturbative result with the Chiral Magnetic Effect. We formulate the transition rule from perturbation to non-perturbation (formula (5)) and obtain the well-known result for massless particles.

PACS: 98.80.Cq; 25.75.Gz; 12.20.-m; 03.70.+k; 11.10.-z; 12.38.Mh

ВВЕДЕНИЕ

Киральный магнитный эффект (КМЭ) — это явление возникновения электромагнитного тока вдоль (или против) внешнего магнитного поля, вызванное дисбалансом киральности. КМЭ является одним из важнейших свойств киральной материи, помещенной во внешнее магнитное поле. Ознакомиться с явлением КМЭ можно, используя [1–3]. Особый интерес изучение кирального магнитного эффекта и его проявлений в столкновениях тяжелых ионов представляет в связи с недавними попытками экспериментального наблюдения этого явления, выполненными коллаборацией STAR, в которых, однако, четких указаний на КМЭ не было получено (подробно об этом см. [4]).

Дисбаланс киральности принято описывать киральным химическим потенциалом μ_5 : $2\mu_5 = \mu_R - \mu_L$. С использованием определения μ_5 стандартная формула кирального магнитного эффекта для безмассовых частиц имеет следующий вид [3]:

$$\mathbf{j}_{\text{CME}} = \frac{q^2}{2\pi^2} \mu_5 \cdot \mathbf{B}. \quad (1)$$

¹E-mail: shohonov@theor.jinr.ru

Формулу (1) в большинстве теоретических выводов получают из так называемой теории Максвелла–Черна–Саймонса, которая определяется обычной теорией Максвелла, дополненной топологическим слагаемым: $q^2/(8\pi^2)\theta\tilde{F}F$. Вид последнего однозначно фиксируется аксиальной аномалией. Поле θ представляет собой топологический заряд КХД. Киральный химический потенциал μ_5 связан с θ соотношением $\mu_5 = \partial_t\theta$. При этом процесс образования дисбаланса киральности не рассматривается, а просто предполагается, что он существует.

В квантовой хромодинамике источником дисбаланса киральности служат конфигурации калибровочных полей, несущие топологический заряд [5]. Считается, что такие конфигурации генерируются в столкновениях тяжелых ионов [6]. Помимо этого, в процессах столкновения тяжелых ионов высоких энергий создаются чрезвычайно сильные электромагнитные поля ($\sim 10^4$ МэВ²) [7]. Такие сильные электромагнитные поля, в свою очередь, могут вызывать рождение пар частица–античастица согласно механизму Швингера. Магнитное поле способно до некоторой степени поляризовать образовавшиеся частицы, и при наличии дисбаланса киральности будет генерироваться ток вдоль внешнего магнитного поля. Динамический киральный магнитный эффект образовавшихся частиц для специальной конфигурации полей был исследован в работах [5, 8]. Авторами было получено выражение для индуцированного тока, который подавлен экспоненциально с массой частицы в соответствии с экспоненциальным подавлением швингеровского рождения пар. Швингеровское рождение частиц во внешнем поле и индуцированный ток изучались также в работе [9]. Ток, связанный с рождением пар, сопровождающийся экспоненциальным подавлением, представляет собой результат, выходящий за рамки теории возмущений. В нашем сообщении мы исследуем пертурбативный ответ для тока, получающийся из эффективного лагранжиана Гейзенберга–Эйлера в порядке $1/m^4$. Масса при этом считается тяжелой по сравнению с характерным масштабом полей. В качестве носителей тока мы будем рассматривать s -кварки, рождение которых экспоненциально подавлено. Ток, получающийся из эффективного лагранжиана, не имеет экспоненциального фактора подавления, тем не менее представляет интерес сравнить пертурбативный ответ с тем, что известно для безмассовых частиц (формула (1)). Впервые расчет векторного тока из эффективного лагранжиана Гейзенберга–Эйлера в порядке $1/m^4$ и его сходство с киральным магнитным эффектом для безмассовых частиц обсуждались одним из авторов в [10]. В настоящей работе продолжены аналогичные исследования: следуя [10], мы осуществим переход в эффективном лагранжиане Гейзенберга–Эйлера от КЭД к КХД, затем вычислим индуцированный ток. Мы устанавливаем процедуру восстановления непертурбативности и показываем, что таким образом пертурбативный ответ переходит в известный результат для безмассовых частиц.

КМЭ ИЗ ЭФФЕКТИВНОГО ЛАГРАНЖИАНА

Приступим теперь непосредственно к обсуждению и выводу кирального магнитного эффекта. Эффективный лагранжиан Гейзенберга–Эйлера в порядке $1/m^4$ в случае спинорной КЭД имеет следующий вид:

$$\mathcal{L}_{\text{HE}} = \frac{\alpha^2}{90m^4}(FF)^2 + \frac{7\alpha^2}{360m^4}(\tilde{F}F)^2. \quad (2)$$

Здесь F — тензор напряженности электромагнитного поля; $\alpha = e^2/4\pi$ — постоянная тонкой структуры (e — элементарный заряд). Ознакомиться с теорией и приложениями эффективного лагранжиана Гейзенберга–Эйлера можно в работах [11, 12]. Далее, следуя [10], перейдем в выражении (2) от КЭД к КХД. Заменяя в диаграммах, соответствующих лагранжиану (2), две кварк-фотонные вершины кварк-глюонными, получаем

$$\mathfrak{L}_{\text{HE}} \rightarrow \mathfrak{L}_{\text{HE}}^{\text{QCD}} = \frac{\alpha_q \alpha_s}{90m^4} (FF)(GG) + \frac{7\alpha_q \alpha_s}{360m^4} (F\tilde{F})(G\tilde{G}). \quad (3)$$

Здесь G — тензор напряженности глюонного поля; $\alpha_s = g^2/4\pi$ (g — константа калибровочной связи), α_q получается из α заменой e на e_q , где e_q — заряд кварка, m — масса кварка. Далее под e_q и m , как отмечалось выше, будем понимать соответственно заряд и массу s -кварка. При замене двух фотонов двумя глюонами добавление цвета приводит к появлению множителя $\delta^{ab}/2$. Полученный результат нужно умножить на 2. Двойка учитывает различие комбинаторных факторов, которое следует из общего вида эффективного лагранжиана при замене двух фотонов двумя глюонами. В результате приходим к выражению (3). Рассматривая далее F и G как классические поля, вычисляя вариацию лагранжиана (3) по электромагнитному полю, мы сразу получаем индуцированный ток J_{ind}^μ . Слагаемое, содержащее киральный магнитный эффект, будет иметь следующий вид:

$$J_{\text{ind}}^\mu = \frac{7\alpha_q \alpha_s}{90m^4} \partial_\rho (G\tilde{G}) \tilde{F}^{\rho\mu}. \quad (4)$$

Итак, мы получили интересующий нас пертурбативный ответ для индуцированного тока. Записывая далее векторную часть выражения (4), можно обнаружить сходство с известным непертурбативным результатом теории Максвелла–Черна–Саймонса для безмассовых частиц. Качественное соответствие нашего пертурбативного результата с непертурбативным достигается посредством следующей замены:

$$\frac{14\pi^2}{45} \frac{1}{m^4} G\tilde{G} \rightarrow \int d^4x G\tilde{G}. \quad (5)$$

Идея замены $1/m^4$ интегралом по d^4x впервые была сформулирована в [10]. Применяя теперь подстановку, определяемую соотношением (5), к вектору индуцированного тока, приходим к результату

$$\mathbf{J}_{\text{ind}} = -\frac{e_q^2}{2\pi^2} (\dot{\theta} \mathbf{B} + [\text{grad } \theta, \mathbf{E}]), \quad (6)$$

где θ есть топологический заряд КХД:

$$\theta = \frac{g^2}{32\pi^2} \int d^4x G\tilde{G}. \quad (7)$$

Соотношение (5) следует понимать в смысле перехода к интегралу от плотности топологического заряда по области 4-объема на масштабах $\sim 1/m$. Для этого необходимо, чтобы характерная длина пространственных корреляций плотности топологического заряда была больше, чем $1/m$. Можно ожидать, что это соответствует массе странного кварка (см. [10] и ссылки в ней). Следует также считать, что этот масштаб

заметно меньше, чем характерный пространственно-временной масштаб, соответствующий дифференцированию в (4). При этом численный коэффициент перед $1/m^4$ в (5) больше единицы ($\approx 3,07$). Применяя соотношение (5), мы восстанавливаем непертурбативность в нашем результате для векторного тока странных кварков. Первое слагаемое в (6) представляет собой киральный магнитный эффект. Используя соотношение $\mu_5 = \partial_t \theta$, получаем формулу (1) для кирального тока. Производя замену, согласно правилу (5), в эффективном лагранжиане (3), получаем топологическое слагаемое теории Максвелла–Черна–Саймонса: $e_q^2/(8\pi^2)\theta \tilde{F}F$, где θ определяется согласно выражению (7). Вычисление вариации от последнего по электромагнитному полю сразу приводит к результату (6).

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Рассматривая векторный ток, следующий из эффективного лагранжиана Гейзенберга–Эйлера, используя (5), мы получили известный результат для кирального магнитного эффекта безмассовых частиц. Таким образом, установленное нами соотношение (5) дает связь между результатом, полученным в теории возмущений, и непертурбативным эффектом. Можно сказать, что соотношение (5) реализует дуальность между теорией возмущений и выходом за ее рамки. Еще раз подчеркнем, что ток, индуцированный рождением частиц во внешних полях, экспоненциально подавлен с массой частицы. Слагаемые, подавленные как $1/m^4$, соответствующие эффективно лагранжиану Гейзенберга–Эйлера, были также получены авторами в работе [9] при рассмотрении швингеровского рождения пар, однако природа этих вкладов не была изучена до конца. Таким образом, вопрос наблюдаемости обсуждаемого здесь эффекта требует еще дополнительных исследований. Подчеркнем, что переход в эффективном лагранжиане Гейзенберга–Эйлера к $1/m^4$ соответствует тому, что квадрат массы частицы много больше величин электрического и магнитного полей [12]. Поэтому наш результат для векторного тока применим при условии «тяжелой частицы»: $m^2 \gg e|\mathbf{E}|$, $e|\mathbf{B}|$ (e — абсолютная величина электрического заряда частицы). Для s -кварков ($m \sim 0,1$ ГэВ) применительно к столкновениям тяжелых ионов условие «тяжелой частицы» имеет место при энергиях соударения порядка нескольких гигаэлектронвольт [7].

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Fukushima K., Kharzeev D. E., Warringa H. J.* Chiral Magnetic Effect // *Phys. Rev. D.* 2008. V. 78. P. 074033.
2. *Kharzeev D. E.* The Chiral Magnetic Effect and Anomaly-Induced Transport // *Prog. Part. Nucl. Phys.* 2014. V. 75. P. 133–151.
3. *Strongly Interacting Matter in Magnetic Fields* / Eds.: D. E. Kharzeev, K. Landsteiner, A. Schmitt, H.-U. Yee // *Lect. Notes Phys.* V. 871. Springer, 2013. P. 1–624.
4. *Abdallah M. S. et al. (STAR Collab.)*. Search for the Chiral Magnetic Effect with Isobar Collisions at $\sqrt{s_{NN}} = 200$ GeV by the STAR Collaboration at RHIC. 2109.00131 [hep-ph]. 2021. 43 p.

5. *Fukushima K., Kharzeev D.E., Warringa H.J.* Real-Time Dynamics of the Chiral Magnetic Effect // *Phys. Rev. Lett.* 2010. V. 104. P. 212001.
6. *Hirono Y., Hirano T., Kharzeev D.E.* The Chiral Magnetic Effect in Heavy-Ion Collisions from Event-by-Event Anomalous Hydrodynamics. 1412.0311 [hep-ph]. 2015. 5 p.
7. *Skokov V.V., Illarionov A.Yu., Toneev V.D.* Estimate of the Magnetic Field Strength in Heavy-Ion Collisions // *Intern. J. Mod. Phys. A.* 2009. V. 24, No. 31. P. 5925–5932.
8. *Warringa H.J.* Dynamics of the Chiral Magnetic Effect in a Weak Magnetic Fields // *Phys. Rev. D.* 2012. V. 86. P. 085029.
9. *Domcke V., Eta Y., Mukaida K.* Chiral Anomaly, Schwinger Effect, Euler–Heisenberg Lagrangian and Application to Axion Inflation // *JHEP.* 2020. V. 02. P. 055.
10. *Teryaev O.V.* Axial Anomaly for Hadrons and QCD Matter // *Nucl. Phys. B. Proc. Suppl.* 2011. V. 219–220. P. 86–93.
11. *Heisenberg W., Euler H.* Consequences of Dirac’s Theory of the Positron // *Z. Phys.* 1936. V. 98. P. 714–732.
12. *Dunne G.V.* Heisenberg–Euler Effective Lagrangians: Basics and Extensions // *From Fields to Strings: Circumnavigating Theoretical Physics. Ian Kogan Memorial Collection (3 volume set)* / Eds.: M. Shifman, A.Vainshtein, J. Wheeler. Singapore: World Sci., 2004. P. 445.

Получено 26 января 2022 г.