

ПРОЦЕССЫ $\tau \rightarrow (a_1\pi, K_1\pi, K_1K)\nu_\tau$ И $e^+e^- \rightarrow (a_1\pi, K_1K)$ В МОДЕЛИ НИЛ

М. К. Волков^{а, 1}, А. А. Пивоваров^{а, 2}, К. Нурлан^{а, б, в, 3}

^а Объединенный институт ядерных исследований, Дубна

^б Институт ядерной физики, Алма-Ата, Казахстан

^в Евразийский национальный университет им. Л. Н. Гумилева, Астана

Представлены результаты вычисления в расширенной модели Намбу–Иона-Лазинио (НИЛ) ширины распадов $\tau \rightarrow a_1\pi\nu_\tau$, $\tau \rightarrow K_1\pi\nu_\tau$ и $\tau \rightarrow K_1K\nu_\tau$ и сечений процессов $e^+e^- \rightarrow a_1\pi$ и $e^+e^- \rightarrow K_1K$. В связи с отсутствием соответствующих экспериментальных данных полученные результаты следует рассматривать как предсказания. Проводится сравнение вычисленных ширины данных распадов тау-лептона с теоретическими результатами других авторов.

The results of calculations of widths of the decays $\tau \rightarrow a_1\pi\nu_\tau$, $\tau \rightarrow K_1\pi\nu_\tau$ and $\tau \rightarrow K_1K\nu_\tau$ and of the cross sections of the processes $e^+e^- \rightarrow a_1\pi$ and $e^+e^- \rightarrow K_1K$ carried out in the framework of the extended Nambu–Jona-Lasinio model are presented. Due to the absence of the appropriate experimental values, the obtained results should be considered as predictions. A comparison of the calculated widths of these tau decays to the results of other authors is carried out.

PACS: 12.39.-x; 12.39.Fe; 13.66.Bc

ВВЕДЕНИЕ

Исследование распадов тау-лептона в мезоны, а также процессов электрон-позитронной аннигиляции в мезоны при низких энергиях позволяет глубже понять структуру адронов и особенности их низкоэнергетического взаимодействия. Подобные процессы активно изучаются как экспериментально, так и теоретически. При этом остается ряд нерешенных проблем. Например, довольно плохо исследованы процессы с одним аксиально-векторным и одним псевдоскалярным мезонами в конечном состоянии. Изучение таких процессов представляет интерес тем, что может помочь в определении плохо измеренных параметров аксиально-векторных состояний, а также тем, что подобные процессы часто выступают в качестве промежуточных в других, более сложных процессах, активно исследуемых на ускорителях. Например, достаточно хорошо измерен процесс $e^+e^- \rightarrow \pi^+\pi^-\pi^0\pi^0$, в котором большую роль играют каналы с мезонами $\omega\pi$ и $a_1\pi$ [1–3]. Или, например, в недавнем эксперименте [4] было показано, что сечение процесса $e^+e^- \rightarrow K^+K^-\pi^+\pi^-$ в значительной мере зависит от каналов, содержащих состояния K_1K .

¹E-mail: volkov@theor.jinr.ru

²E-mail: tex_k@mail.ru

³E-mail: nurlan@theor.jinr.ru

В данной статье представлены результаты вычислений ширины распадов $\tau \rightarrow a_1\pi\nu_\tau$, $\tau \rightarrow K_1\pi\nu_\tau$ и $\tau \rightarrow K_1K\nu_\tau$, а также сечений процессов электрон-позитронной аннигиляции $e^+e^- \rightarrow a_1\pi$ и $e^+e^- \rightarrow K_1K$, выполненных в модели Намбу–Иона-Лазинио [5–8]. Эти вычисления сделаны в работах [9, 10]. Проведем сравнение полученных результатов для распадов тау-лептона с теоретическими результатами других авторов [11, 12].

1. ЛАГРАНЖИАН РАСШИРЕННОЙ МОДЕЛИ НИЛ

Фрагмент лагранжиана расширенной модели НИЛ, содержащий вершины, необходимые для процессов, рассматриваемых в настоящей статье, принимает вид [8]

$$\Delta L_{\text{int}} = \bar{q} \left\{ \frac{1}{2} \gamma^\mu \lambda^\omega (A_\omega \omega_\mu + B_\omega \omega'_\mu) + \frac{1}{2} \gamma^\mu \lambda^\phi (A_\phi \phi_\mu + B_\phi \phi'_\mu) + \right. \\ \left. + \sum_{i=0, \pm} \left[i A_\pi \gamma^5 \lambda_i^\pi \pi^i + \frac{A_{a_1}}{2} \gamma^\mu \lambda_i^o a_{1\mu}^i + i A_K \gamma^5 \lambda_i^K K^i + \frac{A_{K_1}}{2} \gamma^\mu \lambda_i^K K_{1\mu}^i + \right. \right. \\ \left. \left. + \frac{1}{2} \gamma^\mu \lambda_i^o (A_\rho \rho_\mu^i + B_\rho \rho'_\mu{}^i) + \frac{1}{2} \gamma^\mu \lambda_i^K (A_{K^*} K_\mu^{*i} + B_{K^*} K_\mu^{*i}) \right] \right\} q, \quad (1)$$

где q и \bar{q} — поля u -, d - и s -кварков с составляющими массами $m_u = m_d = 270$ МэВ, $m_s = 420$ МэВ. Множители A_M и B_M , возникшие в результате диагонализации лагранжиана, связывают мезоны в основном и первом радиально возбужденном состоянии с кварками [8]:

$$A_M = \frac{1}{\sin(2\theta_M^0)} \left[g_M \sin(\theta_M + \theta_M^0) + g'_M f_M(k_\perp^2) \sin(\theta_M - \theta_M^0) \right], \\ B_M = \frac{-1}{\sin(2\theta_M^0)} \left[g_M \cos(\theta_M + \theta_M^0) + g'_M f_M(k_\perp^2) \cos(\theta_M - \theta_M^0) \right]. \quad (2)$$

Здесь M обозначает соответствующий мезон; θ_M и θ_M^0 — углы смешивания основных и возбужденных состояний; $f_M(k_\perp^2)$ — формфактор, введение которого позволило описать первые радиально возбужденные состояния; $g_\pi = 2,9$, $g_\omega = g_{a_1} = g_\rho = 6$, $g_K = 3,7$, $g_{K_1} = g_{K^*} = 6,8$, $g_\phi = 7,5$, $g'_\pi = 3,9$, $g'_\omega = g'_{a_1} = g'_\rho = 9,6$, $g'_K = 4,6$, $g'_{K_1} = g'_{K^*} = 11,4$, $g'_\phi = 13,2$ — константы связи исходных нефизических мезонов с кварками. Эти константы для разных типов мезонов имеют разную структуру и выражаются через интегралы по кварковым петлям, регуляризуемые обрезанием с параметром обрезания $\Lambda = 1,03$ ГэВ. Явный вид этих констант представлен в [8].

2. РАСПАДЫ ТАУ-ЛЕПТОНА И ЭЛЕКТРОН-ПОЗИТРОННАЯ АННИГИЛЯЦИЯ

Процесс $\tau \rightarrow a_1\pi\nu_\tau$ может быть описан диаграммами, изображенными на рис. 1.

Интегралы по кварковым петлям могут быть вычислены разложением по внешним импульсам и удержанием только логарифмически расходящихся слагаемых. Такой

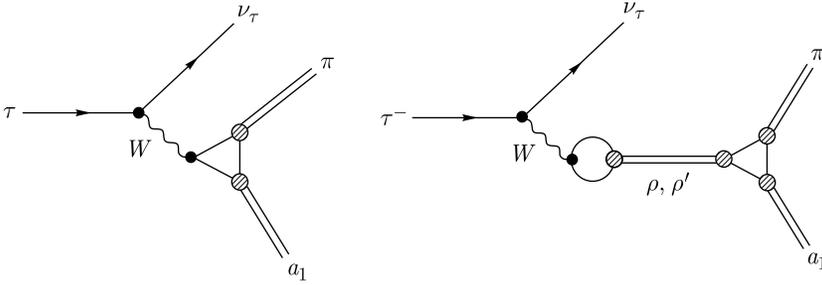


Рис. 1. Диаграммы распада $\tau \rightarrow a_1 \pi \nu_\tau$

подход обеспечивает сохранение киральной симметрии в модели НИЛ. При этом амплитуда процесса $\tau \rightarrow a_1 \pi \nu_\tau$ принимает вид [9]

$$\mathcal{M}(\tau \rightarrow a_1 \pi \nu_\tau) = -i4G_F V_{ud} m_u g_\pi L_\mu \left[I_{20}^{a_1} g^{\mu\nu} + I_{20}^{a_1 \rho} \frac{C_\rho}{g_\rho} \frac{g_{\mu\nu} s - p^\mu p^\nu}{M_\rho^2 - s - i\sqrt{s}\Gamma_\rho} + \right. \\ \left. + I_{20}^{a_1 \rho'} \frac{C_{\rho'}}{g_{\rho'}} \frac{g^{\mu\nu} s - p^\mu p^\nu}{M_{\rho'}^2 - s - i\sqrt{s}\Gamma_{\rho'}} \right] \epsilon_\nu(p_{a_1}), \quad (3)$$

где L_μ — слабый лептонный ток; константы C_ρ и $C_{\rho'}$ появляются в кварковых петлях перехода W -бозона в промежуточный мезон:

$$C_\rho = \frac{1}{\sin(2\theta_\rho^0)} [\sin(\theta_\rho + \theta_\rho^0) + R_\rho \sin(\theta_\rho - \theta_\rho^0)], \\ C_{\rho'} = \frac{-1}{\sin(2\theta_\rho^0)} [\cos(\theta_\rho + \theta_\rho^0) + R_\rho \cos(\theta_\rho - \theta_\rho^0)]. \quad (4)$$

Явный вид выражений для R_ρ , а также $I_{20}^{a_1}$, $I_{20}^{a_1 \rho}$ и $I_{20}^{a_1 \rho'}$ можно найти в работе [9].

Для рассмотрения распадов с участием странных аксиально-векторных мезонов необходимо учесть, что существуют два состояния: K_{1A} и K_{1B} с разными квантовыми числами. Физические мезоны $K_1(1270)$ и $K_1(1400)$ могут быть представлены как их линейные комбинации:

$$K_1(1270) = K_{1A} \sin \alpha + K_{1B} \cos \alpha, \\ K_1(1400) = K_{1A} \cos \alpha - K_{1B} \sin \alpha, \quad (5)$$

где угол $\alpha = 57^\circ$ [13, 14].

Модель НИЛ описывает только состояние K_{1A} . Поэтому для корректного описания указанного смешивания можно ввести дополнительное слагаемое в лагранжиан, как это было сделано в работе [5]:

$$L = \frac{g_B}{2} \sum_{j=0,\pm} K_{1B}^{\mu j} \left(\bar{q} \lambda_j^K \gamma^5 \overleftrightarrow{\partial}_\mu q \right). \quad (6)$$

В результате для процесса $\tau^- \rightarrow K_1(1270)^- \pi^0 \nu_\tau$ можно получить амплитуду следующего вида [9]:

$$\mathcal{M}(\tau^- \rightarrow K_1(1270)^- \pi^0 \nu_\tau) = -G_F V_{us} g_\pi L_\mu [i\mathcal{M}_{K_{1A}} + \mathcal{M}_{K_{1B}}]^{\mu\nu} \epsilon_\nu(p_{K_1}). \quad (7)$$

В квадратных скобках приведенного выше выражения указаны отдельные вклады от двух аксиально-векторных состояний:

$$\mathcal{M}_{K_{1A}}^{\mu\nu} = 2m_s \sin \alpha \left[I_{11}^{K_1} g_{\mu\nu} + I_{11}^{K_1 K^*} \frac{C_{K^*}}{g_{K^*}} \frac{g_{\mu\nu} s f(s) - p_\mu p_\nu f(M_{K^*}^2)}{M_{K^*}^2 - s - i\sqrt{s}\Gamma_{K^*}} + \right. \\ \left. + I_{11}^{K_1 K^{*'}} \frac{C_{K^{*'}}}{g_{K^{*'}}} \frac{g_{\mu\nu} s f(s) - p_\mu p_\nu f(M_{K^{*'}}^2)}{M_{K^{*'}}^2 - s - i\sqrt{s}\Gamma_{K^{*'}}} \right], \quad (8)$$

$$\mathcal{M}_{K_{1B}}^{\mu\nu} = g_B g_\pi (I_{10} - m_s^2 I_{11}) \cos \alpha \left[g_{\mu\nu} + \frac{g_{\mu\nu} s f(s) - p_\mu p_\nu f(M_{K^*}^2)}{M_{K^*}^2 - s - i\sqrt{s}\Gamma_{K^*}} \right], \quad (9)$$

$$f(s) = 1 - \frac{3(m_s - m_u)^2}{2s}. \quad (10)$$

Амплитуда для процесса $\tau^- \rightarrow K_1(1270)^0 \pi^- \nu_\tau$ отличается от амплитуды процесса $\tau^- \rightarrow K_1(1270)^- \pi^0 \nu_\tau$ появлением дополнительного множителя $\sqrt{2}$. В случае процесса $\tau \rightarrow K_1(1400)\pi\nu_\tau$ во вкладе $\mathcal{M}_{K_{1A}}$ необходимо заменить $\sin \alpha$ на $\cos \alpha$, а во вкладе $\mathcal{M}_{K_{1B}}$ заменить $\cos \alpha$ на $-\sin \alpha$.

Для процесса $\tau \rightarrow K_1(1270)K\nu_\tau$ получаем [9]

$$\mathcal{M}(\tau^- \rightarrow K_1(1270)^- K^0 \nu_\tau) = G_F V_{ud} \sqrt{2} L_\mu [i\mathcal{M}_{K_{1A}} + \mathcal{M}_{K_{1B}}]^{\mu\nu} \epsilon_\nu(p_{K_1}), \quad (11)$$

где

$$\mathcal{M}_{K_{1A}}^{\mu\nu} = (m_s + m_u) \sin \alpha \left[I_{11}^{K_1 K} g^{\mu\nu} + I_{11}^{\rho K_1 K} \frac{C_\rho}{g_\rho} \frac{g^{\mu\nu} s - p^\mu p^\nu}{M_\rho^2 - s - i\sqrt{s}\Gamma_\rho} + \right. \\ \left. + I_{11}^{\rho' K_1 K} \frac{C_{\rho'}}{g_{\rho'}} \frac{g^{\mu\nu} s - p^\mu p^\nu}{M_{\rho'}^2 - s - i\sqrt{s}\Gamma_{\rho'}} \right], \quad (12)$$

$$\mathcal{M}_{K_{1B}}^{\mu\nu} = -g_B g_K \cos \alpha \left[g^{\mu\nu} + \frac{g^{\mu\nu} s - p^\mu p^\nu}{M_\rho^2 - s - i\sqrt{s}\Gamma_\rho} \right] \times \\ \times \left\{ I_{10} - \left[(m_s - m_u)^2 + m_u^2 \right] I_{11} - 2m_u^3 (m_s - m_u) I_{21} \right\}. \quad (13)$$

Парциальные ширины этих распадов, вычисленные с помощью приведенных амплитуд, представлены в таблице.

Выражения для амплитуд процессов $e^+e^- \rightarrow a_1\pi$, $e^+e^- \rightarrow K_1(1270)K$ и $e^+e^- \rightarrow K_1(1400)K$ по структуре схожи с выражениями для амплитуд соответствующих распадов тау-лептона, приведенных выше. Эти амплитуды можно видеть в работе [10]. Процессы $e^+e^- \rightarrow K_1(1270)K$ и $e^+e^- \rightarrow K_1(1400)K$ отличаются от процессов $\tau \rightarrow K_1(1270)K\nu_\tau$ и $\tau \rightarrow K_1(1400)K\nu_\tau$ тем, что помимо ρ -мезонных состояний содержат в качестве промежуточных также ω - и ϕ -мезонные состояния.

Зависимость сечений этих процессов от энергии сталкивающихся лептонов приведена на рис. 2.

Численные оценки парциальных ширин процессов [9]

Процесс	[11]	[12]	НИЛ
$\tau \rightarrow a_1(1260)^- \pi^0 \nu_\tau$	$(6,9 \pm 6,3) \cdot 10^{-3}$ $(6,1 \pm 5,9) \cdot 10^{-3}$		$0,14 \cdot 10^{-3}$
$\tau \rightarrow a_1(1260)^0 \pi^- \nu_\tau$	$(6,8 \pm 6,1) \cdot 10^{-3}$ $(5,9 \pm 5,7) \cdot 10^{-3}$	$1,3 \cdot 10^{-3}$	$0,13 \cdot 10^{-3}$
$\tau \rightarrow K_1(1270)^- \pi^0 \nu_\tau$	$(0,8 \pm 0,2) \cdot 10^{-6}$		$3,59 \cdot 10^{-6}$
$\tau \rightarrow K_1(1270)^0 \pi^- \nu_\tau$	$(1,4 \pm 0,5) \cdot 10^{-6}$	$21 \cdot 10^{-6}$	$6,84 \cdot 10^{-6}$
$\tau \rightarrow K_1(1400)^- \pi^0 \nu_\tau$	$(1,1 \pm 0,1) \cdot 10^{-6}$		$0,27 \cdot 10^{-6}$
$\tau \rightarrow K_1(1400)^0 \pi^- \nu_\tau$	$(2,1 \pm 0,2) \cdot 10^{-6}$	$4,1 \cdot 10^{-6}$	$0,49 \cdot 10^{-6}$
$\tau \rightarrow K_1(1270)^- K^0 \nu_\tau$	$(2,8 \pm 1,9) \cdot 10^{-9}$		$4,25 \cdot 10^{-9}$
$\tau \rightarrow K_1(1270)^0 K^- \nu_\tau$	$(13 \pm 8,9) \cdot 10^{-9}$		$6,79 \cdot 10^{-9}$

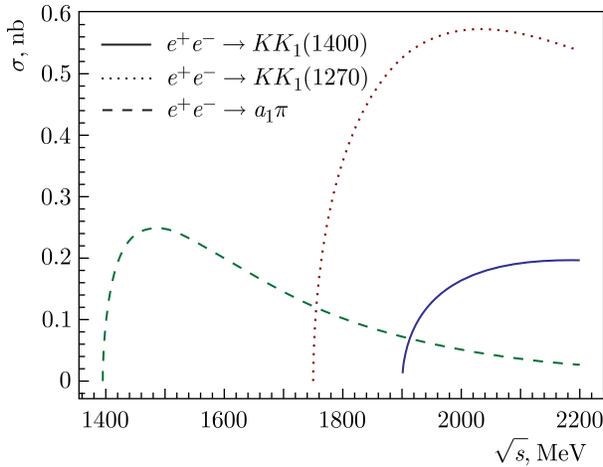


Рис. 2. Поперечное сечение процессов $e^+e^- \rightarrow a_1\pi$, $e^+e^- \rightarrow K_1(1270)K$ и $e^+e^- \rightarrow K_1(1400)K$ [10]

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Произведены вычисления в рамках модели НИЛ плохо исследованных процессов распадов тау-лептона и электрон-позитронной аннигиляции в аксиально-векторное и псевдоскалярное мезонные состояния в едином подходе. В связи с отсутствием соответствующих экспериментальных данных полученные результаты следует рассматривать как предсказания.

Для процессов распада тау-лептона было проведено сравнение с теоретическими работами других авторов. Наш результат для распада $\tau \rightarrow a_1(1260)^- \pi^0 \nu_\tau$ оказался существенно меньше, чем в работе [11]. В то же время парциальные ширины распадов $\tau \rightarrow K_1(1270)^0 \pi^- \nu_\tau$ и $\tau \rightarrow K_1(1270)^- K^0 \nu_\tau$ находятся примерно в том же порядке. Это может быть связано с тем, что в нашем подходе учитываются только низшие члены разложения по степеням внешних импульсов, что, в свою очередь, обеспечивает наилучшее приближение киральной симметрии и позволяет ограничиться ми-

нимальным числом модельных параметров. Кроме того, результаты, полученные для некоторых распадов в других работах, имеют слишком большие неопределенности, в то время как погрешность модели НИЛ может быть оценена на уровне 17% [8].

Исследование подобных процессов распадов тау-лептона и электрон-позитронной аннигиляции даже при отсутствии экспериментальных данных представляется целесообразным хотя бы по той причине, что они часто выступают в качестве промежуточных в других более сложных процессах, активно исследуемых на ускорителях. Например, измерения сечения процесса $e^+e^- \rightarrow \pi^+\pi^-2\pi^0$ проводились в экспериментах [1–3]. Энергетический диапазон при этом составлял 1,05–1,38 ГэВ, что находится в пределах применимости модели НИЛ. Согласно полученным результатам, аксиально-векторный мезон a_1 в промежуточном состоянии играет большую роль. В эксперименте [4] установлено, что процессы $e^+e^- \rightarrow K_1(1270)K$ и $e^+e^- \rightarrow K_1(1400)K$ являются основными промежуточными подпроцессами в аннигиляции $e^+e^- \rightarrow K^+K^-\pi^+\pi^-$.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Akhmetshin R. R. et al. (CMD-2 Collab.)*. $a(1)(1260)\pi$ Dominance in the Process $e^+e^- \rightarrow 4\pi$ at Energies 1.05–1.38 GeV // *Phys. Lett. B*. 1999. V. 466. P. 392–402; arXiv:hep-ex/9904024 [hep-ex].
2. *Achasov M. N. et al.* Analysis of $e^+e^- \rightarrow \pi^+\pi^-\pi^+\pi^-$ and $e^+e^- \rightarrow \pi^+\pi^-\pi^0\pi^0$ Processes in the Energy Range of $\sqrt{s} = 0.98$ –1.38 GeV in Experiments with a Spherical Neutral Detector // *J. Exp. Theor. Phys.* 2003. V. 96. P. 789–800.
3. *Lees J. P. et al. (BaBar Collab.)*. Measurement of the $e^+e^- \rightarrow \pi^+\pi^-\pi^0\pi^0$ Cross Section Using Initial-State Radiation at BaBar // *Phys. Rev. D*. 2017. V. 96, No. 9. P. 092009; arXiv:1709.01171 [hep-ex].
4. *Shemyakin D. N. et al.* Measurement of the $e^+e^- \rightarrow K^+K^-\pi^+\pi^-$ Cross Section with the CMD-3 Detector at the VEPP-2000 Collider // *Phys. Lett. B*. 2016. V. 756. P. 153–160; arXiv:1510.00654 [hep-ex].
5. *Volkov M. K.* Low-Energy Meson Physics in the Quark Model of Superconductivity Type // *Sov. J. Part. Nucl.* 1986. V. 17. P. 186.
6. *Ebert D., Reinhardt H., Volkov M. K.* Effective Hadron Theory of QCD // *Prog. Part. Nucl. Phys.* 1994. V. 33. P. 1–120.
7. *Volkov M. K., Arbuzov A. B.* Meson Production Processes in Electron–Positron Collisions and Tau-Lepton Decays within the Extended Nambu–Jona-Lasinio Model // *Phys. Usp.* 2017. V. 60. P. 643–666.
8. *Volkov M. K., Pivovarov A. A., Nurlan K.* Low-Energy Interactions of Mesons with Participation of the First Radially Excited States in $U(3) \times U(3)$ NJL Model // *Symmetry*. 2022. V. 14, No. 2. P. 308; arXiv:2201.03951 [hep-ph].
9. *Volkov M. K., Pivovarov A. A., Nurlan K.* The Decays $\tau \rightarrow a_1\pi\nu_\tau$, $\tau \rightarrow K_1\pi\nu_\tau$ and $\tau \rightarrow K_1K\nu_\tau$ in the Extended $U(3) \times U(3)$ Chiral NJL Model // *Mod. Phys. Lett. A*. 2022. V. 37, No. 19. P. 2250118; arXiv:2205.02810 [hep-ph].
10. *Волков М. К., Нурлан К.* Процессы $e^+e^- \rightarrow a_1\pi$ и $e^+e^- \rightarrow [K_1(1270), K_1(1400)]K$ в киральной кварковой модели НИЛ // *Письма в ЖЭТФ*. 2022. Т. 116, № 4. С. 191–196.
11. *Calderon G., Munoz J. H., Vera C. E.* Axial-Vector Mesons from $\tau \rightarrow AP\nu_\tau$ Decays // *Phys. Rev. D*. 2013. V. 87, No. 11. P. 114011; arXiv:1212.1534 [hep-ph].

12. *Dai L. R., Roca L., Oset E.* τ Decay into a Pseudoscalar and an Axial-Vector Meson // Phys. Rev. D. 2019. V. 99, No. 9. P. 096003; arXiv:1811.06875 [hep-ph].
13. *Suzuki M.* Strange Axial-Vector Mesons // Phys. Rev. D. 1993. V. 47. P. 1252–1255.
14. *Volkov M. K., Pivovarov A. A.* Effects of $K-K_1$ Transitions on Kaon-Field Renormalization in the NJL Model Framework // Phys. Part. Nucl. Lett. 2019. V. 16, No. 6. P. 565–568.

Получено 27 октября 2022 г.