Письма в ЭЧАЯ. 2024. Т. 21, № 5(256). С. 946–961

ФИЗИКА ЭЛЕМЕНТАРНЫХ ЧАСТИЦ И АТОМНОГО ЯДРА. ТЕОРИЯ

ОСЦИЛЛИРУЮЩАЯ ВСЕЛЕННАЯ В РТГ: ПРОБЛЕМА АНИЗОТРОПИИ

Ю. В. Чугреев [1]

Московский государственный университет им. М. В. Ломоносова, Москва

Новая модель темной энергии предложена в рамках плоской фридмановской модели в релятивистской теории гравитации (РТГ) с глобальным скалярным полем Φ с потенциалом $(\mu^2\Phi^2)/2$, которое обеспечивает космологическое ускорение в настоящее время и отскок на поздних временах. На стадии сжатия растущая анизотропия казнеровского типа разрушает механизм отскока вблизи Большого взрыва. Циклическая модель Фридмана–Леметра–Робертсона–Уокера (FLRW) в РТГ возможна лишь в том случае, если добавить в нее некоторые экзотические поля типа галилеонов и т. п. Существует и неосциллирующий сценарий при достаточно малых значениях массы гравитона, когда такие члены существенны только на конечной стадии расширения. На этапе сжатия анизотропия будет расти и плотность вещества достигнет планковской величины.

For the flat FLRW model of Universe evolution in RTG, a new model of Dark Energy is proposed. It is a global scalar field Φ with the $(\mu^2\Phi^2)/2$ potential. It ensures cosmological acceleration at the present time and a bounce at the late times. At the contraction stage, Kazner-like growing anisotropy of Riemannian metrics will break a mass-of-the-graviton-bounce mechanism near the Big Bang in FLRW case. In order to save the cyclic model, one probably has to add some exotic fields, like galileons, etc. There is also noncyclic option, when small enough graviton mass terms are significant only at the end of expansion. During next contraction epoch after bounce, an anisotropy grows and the matter density finally reaches the Planck one.

PACS: 04.50.Kd; 95.30.Sf

ВВЕДЕНИЕ

Фридмановское космологическое решение является одним из наиболее важных следствий любой теории гравитации. В РТГ [1], разработанной группой А. А. Логунова, этому было посвящено немало работ [2–18]. Такое решение описывает осциллирующую Вселенную с двумя точками поворота, задаваемыми массой гравитона. В настоящей работе будет рассмотрена устойчивость такой однородной и изотропной (фридмановской) циклической модели.

В РТГ предполагается, что гравитационное поле, как и все остальные поля, развивается в пространстве Минковского, при этом тензор энергии-импульса всех полей материи, включая и гравитационное, является источником этого поля. Такой подход находится в полном соответствии с современными теориями калибровочных полей

[1] E-mail: chugreev@physics.msu.ru, 177721@mail.ru

электрослабых и сильных взаимодействий, где сохраняющиеся заряды и их токи являются источниками векторных полей. Если тензор энергии-импульса выбран в качестве источника гравитационного поля, то и само гравитационное поле должно описываться тензором второго ранга $\varphi^{\alpha\beta}$. В дальнейшем это привело к «геометризации» теории. Подчеркивалось, что основное требование к фоновому пространству — чтобы оно было максимально симметричным, т. е. допускало существование всех 10 векторов Киллинга, что, в свою очередь, гарантировало наличие всех 10 (максимально для 4-мерного пространства) интегральных законов сохранения вещества и гравитационного поля вместе взятых. Пространства, которые удовлетворяют этому требованию, называются пространствами постоянной кривизны [10, 14]. Пространство Минковского является одним из таких пространств, причем самым простым, и поэтому оно было выбрано в качестве фонового [1]. Однако, в принципе, возможно использование и других пространств постоянной кривизны.

Уравнения РТГ на базе пространства Минковского в этом случае можно записать в виде ($G = \hbar = c = 1$)

$$\left(\gamma^{\alpha\beta} D_\alpha D_\beta + m^2\right) \tilde{\varphi}^{\mu\nu} = 16\pi\, t^{\mu\nu}, \tag{1}$$

$$D_\beta \left(\sqrt{-\gamma}\varphi^{\alpha\beta}\right) = 0, \tag{2}$$

где D_β — ковариантная производная в пространстве Минковского с метрикой $\gamma_{\mu\nu}$; $t^{\mu\nu}$ — плотность полного тензора энергии-импульса:

$$\tilde{\varphi}^{\mu\nu} = \sqrt{-\gamma}\varphi^{\mu\nu}, \quad \sqrt{-\gamma} = \det\left(\gamma_{\alpha\beta}\right), \quad t^{\mu\nu} = -2\frac{\delta L}{\delta\gamma_{\mu\nu}}. \tag{3}$$

Здесь L — плотность полного лагранжиана гравитационного поля и вещества.

Уравнение (1) гарантирует сохранение полного тензора энергии-импульса, оставляя только состояния гравитонов, отвечающих спинам 2 и 0, и исключая поляризации 1 и 0′ (аналогично условию Лоренца, которое исключает фотоны со спином 0).

Для того чтобы уравнения (1), (2) следовали из принципа наименьшего действия, т. е. были результатом уравнений Эйлера

$$\frac{\delta L}{\delta\tilde{\varphi}^{\mu\nu}} = 0, \quad \frac{\delta L}{\delta\phi_A} = 0,$$

необходимо и достаточно, чтобы как плотность $\tilde{\varphi}^{\mu\nu}$, так и тензорная плотность метрики Минковского $\tilde{\gamma}^{\mu\nu}$ входили в лагранжиан вещества L_M в следующей комбинации:

$$\sqrt{-g}g^{\alpha\beta} = \tilde{g}^{\alpha\beta} = \sqrt{-\gamma}\left(\gamma^{\alpha\beta} + \varphi^{\alpha\beta}\right), \quad g = \det\left(g_{\alpha\beta}\right).$$

Таким образом,

$$L = L_g\left(\gamma_{\alpha\beta}, \sqrt{-g}g^{\alpha\beta}\right) + L_M\left(\sqrt{-g}g_{\alpha\beta}, \phi_A\right),$$

$$L_g = \sqrt{-g}g^{\alpha\beta}\left(G^\sigma_{\alpha\beta}G^\mu_{\sigma\mu} - G^\mu_{\alpha\nu}G^\nu_{\beta\mu}\right) - \frac{m^2}{16}\pi\left(\frac{1}{2}\sqrt{-g}g^{\alpha\beta}\eta_{\alpha\beta} - \sqrt{-g} - \sqrt{-\gamma}\right),$$

$$G^\sigma_{\alpha\beta} = \frac{1}{2}g^{\sigma\nu}\left(D_\alpha g_{\beta\nu} + D_\beta g_{\alpha\nu} - D_\nu g_{\alpha\beta}\right).$$

Движение вещества в гравитационном поле выглядит как движение в эффективном римановом пространстве с метрикой $g_{\mu\nu}$. Следует отметить, что все основные отличия уравнений РТГ от уравнений эйнштейновской ОТО связаны с тем, что гравитационное поле рассматривается как физическое поле в пространстве Минковского. В РТГ учитывается, что в этом пространстве можно использовать любые системы координат, включая неинерциальные, относительно которых метрические коэффициенты $\gamma_{\alpha\beta}$ являются тензором любых координатных преобразований. Поэтому уравнения (2) и (3) являются общековариантными. Структура членов в лагранжиане гравитационного поля, нарушающих калибровочную инвариантность гравитационного поля с помощью введения массы гравитона, была однозначно получена в [1]. В результате уравнения гравитационного поля принимают вид

$$R_{\mu\nu} - \frac{m^2}{2}\left(g_{\mu\nu} - \gamma_{\mu\nu}\right) = 8\pi\left(T_{\mu\nu} - \frac{1}{2}g_{\mu\nu}T\right), \tag{4}$$

$$D_\beta\left(\sqrt{-g}g^{\alpha\beta}\right) = 0, \tag{5}$$

где $R_{\mu\nu}$ и R — соответствующие свертки тензора кривизны в эффективном римановом пространстве, а $T_{\mu\nu}$ — тензор энергии-импульса (негравитационной) материи

$$\sqrt{-g}T_{\mu\nu} = 2\frac{\delta L_M}{\delta g^{\mu\nu}}.$$

Уравнения (4), (5) ковариантны по отношению к произвольным координатным преобразованиям и форм-инвариантны по отношению к преобразованиям Лоренца. Из-за наличия массы гравитона в (4) можно установить связь между метрикой эффективного риманова пространства и исходной метрикой пространства Минковского.

Рассматривая гравитационное поле $\varphi^{\alpha\beta}$ как физическое поле в пространстве Минковского, необходимо потребовать соблюдения принципа причинности [1–4], который говорит о том, что мировая линия любой частицы, движущейся под действием гравитационного поля, не должна выходить за пределы светового конуса пространства Минковского. Это означает, что для любого изотропного в фоновом пространстве 4-вектора v^α

$$\gamma_{\alpha\beta}v^\alpha v^\beta = 0 \tag{6}$$

должно соблюдаться следующее неравенство:

$$g_{\alpha\beta}v^\alpha v^\beta \leqslant 0, \tag{7}$$

и наоборот:

$$g_{\alpha\beta}u^\alpha u^\beta = 0, \tag{8}$$

$$\gamma_{\alpha\beta}u^\alpha u^\beta \geqslant 0. \tag{9}$$

FLRW-МОДЕЛЬ В РТГ

Вернемся к космологическим решениям РТГ. Как обычно, в однородной и изотропной Вселенной интервал событий в римановом пространстве представлен метрикой FLRW:

$$ds^2 = g_{\alpha\beta}\,dx^\alpha\,dx^\beta = d\tau^2 - a\left(\tau\right)^2\left[\frac{dR^2}{1-kR^2} + R^2\left(d\theta^2 + \sin\theta^2 d\varphi^2\right)\right], \tag{10}$$

где $k = 1, -1, 0$ для закрытой (эллиптической), открытой (гиперболической) и плоской (параболической) вселенных соответственно. В этом случае интервал пространства Минковского зависит от двух переменных:

$$d\sigma^2 = \gamma_{\alpha\beta}\, dx^\alpha\, dx^\beta = dt\,(\tau, R)^2 - dr\,(\tau, R)^2 - r\,(\tau, R)^2 \left(d\theta^2 + \sin\theta^2 d\varphi^2\right). \tag{11}$$

Подставляя (10), (11) в (4), (5), можно строго показать [11], что замкнутого решения ($k = 1$) в РТГ не существует. Новый космологический сценарий, основанный на открытом минковском фоне, будет проанализирован отдельно, а теперь рассмотрим традиционное в РТГ плоское решение.

Несложно решить уравнения (5) в этом случае. Используем интервалы

$$ds^2 = d\tau^2 - \beta^4 a^2\,(\tau) \left(dr^2 + r^2 \left(d\theta^2 + \sin\theta^2 d\varphi^2\right)\right), \tag{12}$$

$$d\sigma^2 = \frac{d\tau^2}{a^6\,(\tau)} - \left(dr^2 + r^2 \left(d\theta^2 + \sin\theta^2 d\varphi^2\right)\right), \tag{13}$$

где β — постоянная интегрирования [11]. Тогда гравитационные уравнения (4) для однородной и изотропной Вселенной принимают вид

$$\left(\frac{1}{a}\frac{da}{d\tau}\right)^2 = \frac{8\pi}{3}\rho - \frac{m^2}{6}\left[1 - \frac{3}{2\beta^4 a^2} + \frac{1}{2a^6}\right], \tag{14}$$

$$\frac{1}{a}\frac{d^2 a}{d\tau^2} = -\frac{4\pi}{3}\,(\rho + 3p) - \frac{m^2}{6}\left[1 - \frac{1}{a^6}\right]. \tag{15}$$

Константа β имеет простой физический смысл. Для интервала (12) условия принципа причинности (6), (7) приводят к неравенству

$$a^4\,(\tau) - \beta^4 \leqslant 0. \tag{16}$$

Таким образом, β определяет максимальное значение масштабного фактора:

$$\beta = a_{\max}. \tag{17}$$

Отсюда следует, что согласно РТГ неограниченный рост $a(\tau)$ невозможен и, следовательно, невозможно и бесконечное расширение Вселенной.

Негравитационное вещество Вселенной описывается, как обычно, тензором энергии-импульса идеальной жидкости с плотностью вещества ρ, давлением p и 4-вектором скорости $u^\mu = (1,\, 0,\, 0,\, 0)$. Из ковариантного закона сохранения тензора энергии-импульса материи

$$\nabla_\mu \left(\sqrt{-g} T^{\mu\nu}\right) = 0, \tag{18}$$

где ∇_μ — ковариантная производная по отношению к римановой метрике $g_{\mu\nu}$, следует, что

$$\dot\rho + 3\frac{\dot a}{a}\,(\rho + p) = 0, \quad (\cdot) \equiv \frac{d}{d\tau}. \tag{19}$$

Следовательно, плотность вещества с уравнением состояния $p = \omega\rho$ равна, как и в ОТО,

$$\rho = \frac{A_\omega}{a^{3(1+\omega)}}, \tag{20}$$

где A_ω, $\omega = \mathrm{const}$.

Уравнения (14) и (15) отличаются от ОТО членами с массой гравитона. Чтобы понять их влияние на эволюцию, можно интерпретировать их в терминах некоторых видов материи, как если бы они появились в уравнениях (14) и (15) из лагранжиана вещества, а не из лагранжиана гравитационного поля. Поэтому первый член в квадратных скобках в (14) и (15) может рассматриваться как космологический Λ-член с отрицательным знаком (антидеситтеровский) и, следовательно, с отрицательной энергией вакуума:

$$\rho_\Lambda = -\frac{m^2}{16\pi}, \quad p_\Lambda = -\rho_\Lambda, \quad \omega_\Lambda = -1.$$

Средний член в (14) имеет форму вещества квинтэссенции (см. далее) с предельным значением $\nu_\beta \equiv \omega_\beta + 1 = 2/3$ и положительной плотностью энергии

$$\rho_\beta = \frac{A_\beta}{a^2}, \quad A_\beta = \frac{3m^2}{32\pi\beta^4}, \quad p_\beta + 3\rho_\beta = 0.$$

Последнее слагаемое, пропорциональное a^{-6}, представляет дух с отрицательной энергией и предельно жестким уравнением состояния, когда скорость звука в такой среде равна скорости света:

$$\rho_\alpha = \frac{A_\alpha}{a^6}, \quad A_\alpha = -\frac{m^2}{32\pi}, \quad \omega_\alpha = 1, \quad \frac{4\pi}{3}\left(\rho_\alpha + 3p_\alpha\right) = -\frac{m^2}{6a^6}.$$

Отрицательный Λ-член, который становится заметным в нерелятивистскую эру, может остановить расширение Вселенной, но не может обеспечить космологическое ускорение. Поэтому в состав вещества необходимо включить квинтэссенцию с $\nu < 2/3$, которая бы его компенсировала [8]. Второй член a^{-2}, содержащий β, не вносит вклад во вторую производную $\ddot{a}$ и, следовательно, не может играть роль темной энергии, обеспечивающей необходимое ускорение. Как будет ясно из дальнейшего, это слагаемое не играет никакой роли. Наконец, третий член — «антивещество» — проявляет себя в гравитационном отталкивании. На стадии сжатия при высоком давлении (и, соответственно, малых a) он настолько велик, что может остановить формирование сингулярности типа Большого взрыва, приводя к отскоку. Ниже это будет обсуждаться более подробно.

Одно из наиболее значимых открытий в последнее время состоит в том, что Вселенная имеет положительное ускорение [19]:

$$\frac{1}{a}\frac{d^2a}{d\tau^2} > 0.$$

В нашем случае ускорение задается формулой

$$\frac{1}{a}\frac{d^2a}{d\tau^2} = -\frac{4\pi}{3}\sum_{i=1}^{3}\rho_i\left(1 + 3\omega_i\right) - \frac{m^2}{6} + \frac{m^2}{6a^6}.$$

Для обычной, барионной материи $\omega(> 0)$ означает квадрат скорости звука, следовательно, единственный положительный член здесь только a^{-6}. Он останавливает сжатие Вселенной и имеет тот же порядок величины, что и ρ в окрестности $a_{\min}$, но быстро спадает, когда масштабный фактор после отскока начинает расти. В настоящее время m^2/a^6 меньше ρ более чем на 31 порядок [18]. Следовательно, есть необходимость добавить новый тип вещества — квинтэссенцию (по аналогии с ОТО). Это вещество не взаимодействует с обычной материей и имеет уравнение состояния с отрицательной $\omega < 0$, что и обеспечивает ускорение. В ОТО существует и другой рецепт — добавить к лагранжиану гравитационного поля космологическую постоянную, что соответствует $\omega = -1$. Однако это невозможно сделать в РТГ для плоского фридмановского решения, так как, во-первых, вакуумное решение будет отлично от нуля и, во-вторых, принцип причинности будет нарушен. Действительно, чтобы обеспечить ускорение, Λ-член должен быть больше, чем $m^2/6$ (остальные m^2-члены в (14) в современную и последующую эпохи пренебрежимо малы). В этом случае масштабный фактор должен неограниченно возрастать как $\exp\left(\sqrt{\Lambda^2 - m^2/6}\right)\tau$ в противоречии с условием $a \leqslant a_{\max}$ (16).

Следовательно, в РТГ на базе пространства Минковского есть только одна возможность — вещество квинтэссенции [8, 9, 15] с $\omega \approx -1$. Обычно для этого используется модель космологического скалярного поля $\Phi(\tau)$ с плотностью лагранжиана

$$\begin{gathered} L_\Phi = -\sqrt{-g}K\left(\Phi, X\right), \quad X \equiv \frac{1}{2}g^{\alpha\beta}\partial_\alpha\Phi\partial_\beta\Phi, \\ K\left(\Phi, X\right) = X^{\nu/(2(\nu-1))}. \end{gathered} \tag{21}$$

Тензор $T_{\mu\nu}$ примет форму тензора энергии-импульса идеальной жидкости

$$\begin{aligned} &\rho_\Phi = -2X\frac{\partial K\left(\Phi, X\right)}{\partial X} + K\left(\Phi, X\right) = \frac{A_\nu}{a^{3\nu}}, \\ &p_\Phi = -K\left(\Phi, X\right) = -\left(\nu - 1\right)\rho_\Phi. \end{aligned}$$

Следовательно,

$$\omega_\Phi = \frac{p_\Phi}{\rho_\Phi} = -1 + \nu.$$

Тогда полная плотность всех типов вещества во Вселенной будет равна

$$\rho = \rho_m + \rho_r + \rho_\nu = \frac{A_r}{a^4} + \frac{A_{\text{CDM}}}{a^3} + \frac{A_\nu}{a^{3\nu}}, \tag{22}$$

где ρ_r — плотность вещества реликтового излучения (CMB); ρ_m — плотность вещества в барионно-доминированную эпоху и ρ_ν — плотность вещества квинтэссенции — ведущая на последнем этапе; A_{CDM}, A_r, A_ν — постоянные. Уравнение состояния $\omega_{\text{CDM}} = 0$ описывает холодную темную материю, включая темную массу, нейтрино и барионы; уравнение состояния $\omega_r = 1/3$ относится к CMB, а $\omega_\nu = -1 + \nu$ отвечает уравнению состояния квинтэссенции [1, 8].

Несмотря на то, что квинтэссенция в виде (21) представляет очень удобную для дальнейшего анализа модель, она, тем не менее, не может быть использована. В работе [15] было показано, что она описывает нестабильный относительно возмущений тип вещества. Кроме того, этап сжатия оказывается неприемлемо коротким.

НОВАЯ МОДЕЛЬ ТЕМНОЙ ЭНЕРГИИ

Вместо модели квинтэссенции (21) можно предложить самосогласованную модель темной энергии, представленную простейшим массивным скалярным полем

$$K(\Phi, X) = \frac{1}{2} g^{\alpha\beta} \partial_\alpha \Phi \partial_\beta \Phi - \frac{\mu^2 \Phi^2}{2}.$$

В режиме медленного скатывания [20]

$$\left(\frac{1}{a}\frac{da}{d\tau}\right)^2 \gg \mu^2, \quad \left(\frac{d\Phi}{d\tau}\right)^2 \ll \mu^2 \Phi^2, \quad \Phi \approx \Phi_0 = \mathrm{const}, \quad \rho_\Phi \approx \frac{\mu^2 \Phi^2}{2}, \quad p_\Phi \approx -\rho_\Phi$$

это поле имитирует Λ^2-член

$$\Lambda^2 = \frac{4\pi}{3} \mu^2 \Phi_0^2$$

и обеспечивает положительное ускорение в современную эпоху:

$$\frac{1}{a}\frac{d^2 a}{d\tau^2} = \frac{4\pi}{3}\mu^2 \Phi_0^2 - \frac{4\pi}{3}\frac{A_{\mathrm{CDM}}}{a^3} - \frac{m^2}{6} > 0.$$

Позднее, когда скорость расширения $(1/a)(da/d\tau)^2$ будет постепенно уменьшаться, а скалярное поле скатится на дно своей потенциальной ямы $\Phi = 0$, мы получим [20]

$$\left(\frac{1}{a}\frac{da}{d\tau}\right)^2 \ll \mu^2, \quad \rho_\Phi \approx \frac{A_\Phi}{a^3}, \quad p_\Phi \approx -\frac{A_\Phi}{a^3}\cos(2\mu\tau + \sigma), \quad A_\Phi \sigma = \mathrm{const}.$$

На этой стадии эволюция управляется плотностью ρ_Φ при условии, что $\rho_\Phi \gg \mu^2$. Следовательно, $\mu^2 \gg m^2$. На более поздних временах при достаточно больших a член $-m^2/6$ в (14) неизбежно остановит расширение:

$$\left(\frac{1}{a}\frac{da}{d\tau}\right)^2 = \frac{8\pi}{3}\frac{A_\Phi}{a^3} - \frac{m^2}{6}.$$

Это уравнение определяет эволюцию на конечном этапе эпохи расширения, и ее период T равен [2, 3]

$$T = 2\sqrt{\frac{2}{3}}\frac{\pi}{m}.$$

Принцип причинности накладывает ограничение сверху на масштабный фактор $a \leqslant a_{\max}$, следовательно, теория описывает бесконечную Вселенную, осциллирующую между $a_{\min}$ и $a_{\max}$. Это помогает без инфляционной стадии решить проблемы сингулярности, однородности и изотропности, горизонта и концентрации реликтовых монополей [3]. Однако у этой модели есть проблема, связанная с влиянием анизотропии на стадии сжатия.

РОСТ АНИЗОТРОПИИ ВБЛИЗИ БОЛЬШОГО ВЗРЫВА

После стадии расширения в эволюции Вселенной наступает стадия сжатия, когда масштабный фактор a начинает уменьшаться, а плотность вещества растет. Как будет показано, несмотря на симметрию этих стадий во фридмановской Вселенной, стадия сжатия все же значительно отличается от фазы расширения прежде всего своей растущей нестабильностью. В [16, 17] были найдены линейные возмущения римановой метрики на таком фоне, которые зависят только от времени:

$$ds^2 = (1 + h_{00})\, d\tau^2 + 2h_{0i}\, d\tau\, dx^i - \beta^4 a^2 (\tau) (\delta_{ij} + \sigma_{ij})\, dx^i\, dx^j, \tag{23}$$

$$\frac{\rho}{\rho_0 + p_0} = \frac{1}{1+\omega} + \delta, \quad u^\mu = u_0^\mu + u_1^\mu, \tag{24}$$

$$h_{00}, h_{0i,} \sigma_{ij} \delta,\, u_1^\mu \ll 1. \tag{25}$$

Было показано, что такие линеаризованные уравнения поля дают следующий результат:

$$h_{00} = -4G, \quad \delta = 3G, \quad \sigma_{ii}\,(\text{no sum}) = F + K_{ii} a^{-(3(1-\omega))/2} + L_{ii}, \tag{26}$$

где G, F, K_{ii}, $L_{ii} \ll 1$ — постоянные при условии, что

$$K_{11} + K_{22} + K_{33} = 0, \quad L_{11} + L_{22} + L_{33} = 0. \tag{27}$$

Отсюда следует, что на стадии расширения растущие моды отсутствуют, а на стадии сжатия, когда масштабный фактор уменьшается, 3D-компоненты метрики растут как $a^{-(3(1-\omega))/2}$, т. е. как $a^{-3/2}$ на стадиях поздней квинтэссенции и на барионной, и как a^{-1} — на горячей CMB-стадии, причем g_{00} и контраст плотности δ не меняются. Этот процесс означает рост анизотропии во фридмановской Вселенной. Основной вклад в этот процесс происходит на релятивистской стадии, когда $a \ll 1$. Несмотря на малость возмущений (23)–(27), это позволяет экстраполировать данное решение на метрику с сильной анизотропией и искать его в форме упрощенной модели Казнера [21], зависящей только от сопутствующего времени, т. е. однородной, но анизотропной. В галилеевых координатах пространства Минковского ее можно записать в виде

$$ds^2 = a^2(t)\, b^2(t)\, c^2(t)\, dt^2 - \left[\beta_a^2 \mathfrak{a}^2(t)\, dx^2 + \beta_b^2 \mathfrak{b}^2(t)\, dy^2 + \beta_c^2 \mathfrak{c}^2(t)\, dz^2\right], \tag{28}$$

$$d\sigma^2 = dt^2 - \left(dx^2 + dy^2 + dz^2\right), \tag{29}$$

где β_i — постоянные интегрирования, а уравнения поля (5) удолетворяются тождественно. Вводя сопутствующее время τ, получаем

$$ds^2 = d\tau^2 - \left[\beta_a^2 \mathfrak{a}^2(\tau)\, dx^2 + \beta_b^2 \mathfrak{b}^2(\tau)\, dy^2 + \beta_c^2 \mathfrak{c}^2(\tau)\, dz^2\right], \tag{30}$$

$$d\sigma^2 = \frac{d\tau^2}{\mathfrak{a}^2(\tau)\, \mathfrak{b}^2(\tau)\, \mathfrak{c}^2(\tau)} - \left(dx^2 + dy^2 + dz^2\right). \tag{31}$$

Функции $\mathfrak{a}(\tau)$, $\mathfrak{b}(\tau)$, $\mathfrak{c}(\tau)$ и параметры β_i являются безразмерными.

Принцип причинности удовлетворяется соответствующим выбором постоянных β_i, где $i = a,\, b,\, c$:

$$\beta_a^2 \geqslant \mathfrak{b}^2 \mathfrak{c}^2, \quad \beta_b^2 \geqslant \mathfrak{a}^2 \mathfrak{c}^2, \quad \beta_c^2 \geqslant \mathfrak{a}^2 \mathfrak{b}^2. \tag{32}$$

Даже при отсутствии отскока стадия сжатия заканчивается на планковском времени, так что функции $\mathfrak{a}(\tau)$, $\mathfrak{b}(\tau)$, $\mathfrak{c}(\tau)$ остаются конечными. Но параметры β_i по своему происхождению пропорциональны β^2. Выбирая эту константу достаточно большой (все еще сохраняя (16)), всегда возможно удовлетворить (32).

Пренебрегая членами с плотностью вещества (справедливость этого приближения будет ниже обоснована) полевые уравнения (4)

$$R_{\mu\nu} = \frac{m^2}{2}\left(g_{\mu\nu} - \gamma_{\mu\nu}\right)$$

дают (точка обозначает производную по τ):

$$\frac{\ddot{\mathfrak{a}}}{\mathfrak{a}} + \frac{\ddot{\mathfrak{b}}}{\mathfrak{b}} + \frac{\ddot{\mathfrak{c}}}{\mathfrak{c}} = -\frac{m^2}{2}\left(1 - \frac{1}{\mathfrak{a}^2(\tau)\,\mathfrak{b}^2(\tau)\,\mathfrak{c}^2(\tau)}\right), \tag{33}$$

$$\frac{(\mathfrak{b}\dot{\mathfrak{a}}\mathfrak{c})^{\cdot}}{\mathfrak{abc}} = \frac{m^2}{2}\left(1 - \frac{1}{\beta_a^2\mathfrak{a}^2}\right), \tag{34}$$

$$\frac{\left(\mathfrak{a}\dot{\mathfrak{b}}\mathfrak{c}\right)^{\cdot}}{\mathfrak{abc}} = \frac{m^2}{2}\left(1 - \frac{1}{\beta_b^2\mathfrak{b}^2}\right), \tag{35}$$

$$\frac{(\mathfrak{a}\dot{\mathfrak{c}}\mathfrak{b})^{\cdot}}{\mathfrak{abc}} = \frac{m^2}{2}\left(1 - \frac{1}{\beta_c^2\mathfrak{c}^2}\right). \tag{36}$$

Будем искать решение уравнений (33)–(36) при $\tau \to 0$ в казнеровской форме:

$$\mathfrak{a}(\tau) = \left(\frac{\tau}{\tau_0}\right)^{p_1}, \quad \mathfrak{b}(\tau) = \left(\frac{\tau}{\tau_0}\right)^{p_2}, \quad \mathfrak{c}(\tau) = \left(\frac{\tau}{\tau_0}\right)^{p_3}, \tag{37}$$

где p_1, p_2, $p_3 = \mathrm{const}$ — степени, которые нужно найти; τ_0 — некоторый характерный момент на ультрарелятивистской стадии сжатия, когда анизотропия становится существенной и описывается в виде (37). Тогда из (33)–(36) получим

$$\frac{1}{\tau^2}\left[p_1^2 + p_2^2 + p_3^2 - (p_1+p_2+p_3)\right] = -\frac{m^2}{2}\left(1 - \frac{\tau_0^{2(p_1+p_2+p_3)}}{\tau^{2(p_1+p_2+p_3)}}\right), \tag{38}$$

$$\frac{p_1}{\tau^2}\left[p_1+p_2+p_3 - 1\right] = \frac{m^2}{2}\left(1 - \frac{\tau_0^{2p_1}}{\beta_a^2\tau^{2p_1}}\right), \tag{39}$$

$$\frac{p_2}{\tau^2}\left[p_1+p_2+p_3 - 1\right] = \frac{m^2}{2}\left(1 - \frac{\tau_0^{2p_2}}{\beta_b^2\tau^{2p_2}}\right), \tag{40}$$

$$\frac{p_3}{\tau^2}\left[p_1+p_2+p_3 - 1\right] = \frac{m^2}{2}\left(1 - \frac{\tau_0^{2p_3}}{\beta_c^2\tau^{2p_3}}\right). \tag{41}$$

Отсюда следует, что в конце коллапса (в пределе $\tau \to 0$) уравнения (38)–(41) принимают вид

$$p_1+p_2+p_3 = 1 + O\left(m^2\tau^{\alpha}\right), \tag{42}$$

$$p_1^2 + p_2^2 + p_3^2 = 1 + \frac{(m\tau_0)^2}{2} + O\left(m^2\tau^2\right), \tag{43}$$

$$\alpha = \min\left(2,\ 2\left(1-p_1\right), 2\left(1-p_2\right), 2\left(1-p_3\right)\right) > 0.$$

Это означает, что все $|p_a| < \sqrt{1+((m\tau_0)^2)/2}$. Можно параметризовать эти показатели степени одним параметром u аналогично случаю $m = 0$ в ОТО [22]:

$$p_1 = -\frac{u}{D}, \quad p_2 = \frac{u+1}{D}, \quad p_3 = \frac{D-1}{D},$$
$$D = \frac{\sqrt{1+(m\tau_0)^2\left(u^2+u+1\right)}-1}{(m\tau_0)^2/2}, \quad 0 \leqslant u \leqslant \infty.$$

Тогда

$$p_1 = -\frac{u(m\tau_0)^2}{2\left(\sqrt{1+(m\tau_0)^2\left(u^2+u+1\right)}-1\right)},$$
$$p_2 = \frac{(u+1)(m\tau_0)^2}{2\left(\sqrt{1+(m\tau_0)^2\left(u^2+u+1\right)}-1\right)},$$
$$p_3 = \frac{\sqrt{1+(m\tau_0)^2\left(u^2+u+1\right)}-1-(m\tau_0)^2/2}{\sqrt{1+(m\tau_0)^2\left(u^2+u+1\right)}-1}.$$

Соответствующие интервалы равны

$$\frac{\sqrt{1+(m\tau_0)^2\left(u^2+u+1\right)}-1}{(m\tau_0)^2/2} \leqslant D < \infty,$$

$$p_1\left(u_0\right) \leqslant p_1 < -\frac{m\tau_0}{2}, \quad u_0 = \frac{(m\tau_0)^2+\sqrt{4+(m\tau_0)^2}}{2\left(1-(m\tau_0)^2/4\right)}, \tag{44}$$

$$\frac{m\tau_0}{2} < p_2 \leqslant \frac{(m\tau_0)^2}{2\left(\sqrt{1+(m\tau_0)^2}-1\right)}, \tag{45}$$

$$\frac{\sqrt{1+(m\tau_0)^2}-1-(m\tau_0)^2}{\sqrt{1+(m\tau_0)^2}-1} \leqslant p_3 < 1. \tag{46}$$

Параметр $m\tau_0$ должен быть очень мал. Действительно, в современную эпоху реализуется режим медленного скатывания [20], для которого $(\dot{a}/a)^2 \gg \mu^2$. Отсюда $\mu \ll 1/t_0 \sim H_0$, где $t_0 \sim 10^{10}$ лет$^{-1}$ — возраст Вселенной, H_0 — постоянная Хаббла. Но $\mu^2 \gg m^2$ и поэтому

$$m\tau_0 \sim \frac{\tau_0}{T} \ll \mu\tau_0 \ll \frac{\tau_0}{t_0} < 1,$$

τ_0 — время, когда начинается фаза сильной казнеровской анизотропии. Следовательно, можно разложить неравенства (44)–(46) по малому параметру $m\tau_0$:

$$-\frac{1}{3}-\frac{11}{16}(m\tau_0)^2 \leqslant p_1 < -\frac{m\tau_0}{2},$$
$$\frac{m\tau_0}{2} < p_2 \leqslant 1+\frac{(m\tau_0)^2}{4}, \quad -\frac{(m\tau_0)^2}{4} \leqslant p_3 < 1.$$

Это решение казнеровского типа описывает Вселенную, заканчивающую свою эволюцию в сингулярности без отскока. Анизотропия растет при $\tau \to 0$, причем объем стремится к нулю, так как $abc \sim \tau \to 0$, как и в ОТО. Введем теперь в рассмотрение вещество и сделаем замену переменных для того, чтобы записать уравнения поля в форме, напоминающей фридмановскую (14), (15) [21]:

$$a(\tau)^3 \equiv \mathfrak{abc},$$

$$b_1(\tau) = \ln\frac{a}{(\mathfrak{abc})^{1/3}}, \quad b_2(\tau) = \ln\frac{b}{(\mathfrak{abc})^{1/3}}, \quad b_3(\tau) = \ln\frac{c}{(\mathfrak{abc})^{1/3}}. \tag{47}$$

Тогда

$$ds^2 = d\tau^2 - a^2(\tau)\sum_{i=1}^{3}\frac{\mathrm{e}^{2b_i(\tau)}\left(dx^i\right)^2}{\beta_i^2}. \tag{48}$$

Здесь функция $a(\tau)$ выбрана так, что

$$\sum_{i=1}^{3} b_i = 0 \tag{49}$$

в соответствии с (30) и (47).

Закон сохранения (18) в этом случае имеет ту же форму (19) и то же решение:

$$\rho = \frac{A_\omega}{a^{3(1+\omega)}} \quad \omega \leqslant 1.$$

Полевые уравнения (5) в этом случае для $\alpha = 0$ дают метрику Минковского

$$d\sigma^2 = \frac{d\tau^2}{a^6} - \left(dx^2+dy^2+dz^2\right). \tag{50}$$

Остальные уравнения (4), (5) можно записать в форме

$$\left(\frac{\dot a}{a}\right)^2 = \frac{8\pi}{3}\rho + \frac{1}{6}\sum_i \dot b_i^2 - \frac{m^2}{6}\left[1-\frac{1}{2a^2}\sum_i\frac{\mathrm{e}^{-2b_i(\tau)}}{\beta_i^2}+\frac{1}{2a^6}\right], \tag{51}$$

$$\ddot b_k + 3\frac{\dot a}{a}\dot b_k - \frac{m^2}{6a^2}\left(3\frac{\mathrm{e}^{-2b_k(\tau)}}{\beta_k^2}-\sum_i\frac{\mathrm{e}^{-2b_i(\tau)}}{\beta_i^2}\right) = 0, \quad k = xyz, \tag{52}$$

$$\frac{\ddot a}{a} = -\frac{4\pi}{3}(\rho+3p) - \frac{1}{3}\sum_i \dot b_i^2 - \frac{m^2}{6}\left[1-\frac{1}{a^6}\right]. \tag{53}$$

Вводя новые переменные d_i

$$\dot{b}_i \equiv \frac{d_i}{a^3}, \quad \sum_i d_i = 0, \tag{54}$$

можно получить уравнения поля (51) в этом приближении:

$$\left(\frac{\dot{a}}{a}\right)^2 = \frac{8\pi}{3}\frac{A_r}{a^4} + \frac{1}{12a^6}\left(2\sum_i d_i^2 - m^2\right) + \frac{m^2}{12a^2}\sum_i \frac{\mathrm{e}^{-2b_i(\tau)}}{\beta_i^2}. \tag{55}$$

Функции $\mathfrak{a}(\tau)$, $\mathfrak{b}(\tau)$, $\mathfrak{c}(\tau)$ (37) с помощью (42), (43), (47) дают окончательно

$$\sum_i \dot{b}_i^2 = \frac{2}{3\tau^2} + \frac{(m\tau_0)^2}{2\tau^2}, \quad 2\sum_i d_i^2 = 2a^6 \sum_i \dot{b}_i^2 = \frac{4}{3\tau_0^2} + m^2. \tag{56}$$

m^2/a^6-член (55), который останавливал сжатие и обеспечивал отскок на горячей стадии фридмановского изотропного сценария, точно сокращается анизотропным слагаемым в (56). Следовательно, уравнение (55) содержит только положительные члены

$$\left(\frac{\dot{a}}{a}\right)^2 = \frac{8\pi}{3}\frac{A_r}{a^4} + \frac{1}{9\tau_0^2}\frac{1}{a^6} + \frac{m^2}{12a^2}\sum_i \frac{\mathrm{e}^{-2b_i(\tau)}}{\beta_i^2} \tag{57}$$

и описывает неизбежное движение к сингулярности при $\tau \to 0$. Ведущая степень здесь a^{-6}, обосновывающая предположение о доминировании анизотропных членов над плотностью вещества. Уравнение (53) в этом случае имеет строго отрицательную правую часть:

$$\frac{\ddot{a}}{a} = -\frac{8\pi}{3}\frac{A_r}{a^4} - \frac{2}{9\tau_0^2}\frac{1}{a^6}. \tag{58}$$

Как видно из (57), (58), эти уравнения совпадают с аналогичными уравнениями ОТО. Единственный m^2-член в (57) является самым слабым для малых τ и в этом пределе может быть отброшен.

К сожалению, масса гравитона не способна обеспечить отскок на горячей стадии. Для того чтобы все же получить циклический сценарий, необходимо, как в ОТО, добавить некоторые дополнительные поля вещества, такие как галилеоны [23], скалярные поля Хорндески [24] или фермионный конденсат [25].

Развития казнеровской нестабильности на этапе сжатия можно избежать, если в составе вещества есть некоторое скалярное поле со сверхжестким уравнением состояния $\omega = 1 + \varepsilon$, $\varepsilon > 0$, как в экпиротических осциллирующих моделях, разработанных Стейнхардтом и Туроком [26, 27]:

$$\left(\frac{1}{a}\frac{da}{d\tau}\right)^2 = \frac{8\pi}{3}\frac{A_\varepsilon}{a^{6+2\varepsilon}} - \frac{m^2}{12a^6}.$$

Однако в этом случае плотность вещества, доминирующего над остальными его видами, на этой стадии скалярного поля будет превосходить и отрицательный m^2-член, опять-таки без отскока. Таким образом, механизм отскока на отрицательном m^2/a^6-члене работает только для фридмановской однородной и изотропной Вселенной.

НЕЦИКЛИЧЕСКИЙ СЦЕНАРИЙ[1]

Тем не менее можно ли предложить жизнеспособный сценарий для плоской фридмановской Вселенной в РТГ? Ответ будет утвердительным, если отказаться от парадигмы цикличности. Уравнение эволюции при высоких температурах можно записать в виде (14):

$$\left(\frac{1}{a}\frac{da}{d\tau}\right)^2 = \frac{8\pi}{3}\rho_{\mathrm{CMB}} - \frac{m^2}{12a^6},$$

где $\rho_{\mathrm{CMB}} = A_r/a^4$ — плотность вещества реликтового излучения. У него есть естественный квантовый предел — планковская плотность Большого взрыва (восстанавливая размерность):

$$\rho_{\mathrm{CMB}} < \rho_{\mathrm{Pl}} = \frac{c^5}{G^2\hbar} = 5{,}1 \cdot 10^{99}\ \text{г/см}^3.$$

И если в начальный момент τ_{Pl}, когда $\rho_{\mathrm{CMB}} = \rho_{\mathrm{Pl}}$, масса гравитона достаточно мала:

$$\frac{m^2}{12a_{\mathrm{Pl}}^6} \ll \frac{8\pi}{3}\rho_{\mathrm{Pl}}, \qquad (59)$$

где $a_{\mathrm{Pl}} \equiv a\,(\tau_{\mathrm{Pl}})$, то последующая эволюция будет такой же, как в ОТО, поскольку член $m^2/12a^6$ будет спадать быстрее остальных. В этом случае наличие m^2-членов в (14) не будет оказывать никакого влияния на инфляционную стадию, постинфляционный разогрев и горячий гамовский период. Дальнейшая эволюция во время этапа квинтэссенции пройдет по описанному выше образцу. Точка разворота будет определяться отрицательным константным членом $m^2/6$ в (14), когда убывающая как a^{-3}-плотность вещества квинтэссенции подойдет к нему сверху. Впоследствии фридмановская изотропия разрушится во время стадии сжатия, и эволюция закончится в сингулярности Большого взрыва. Таким образом, история Вселенной будет состоять только из одного-единственного периода.

Если выполняется условие (59), то можно получить верхний предел на массу гравитона:

$$m \ll \sqrt{32\pi}\, m_{\mathrm{Pl}} a_{\mathrm{Pl}}^3,$$

где планковская масса равна

$$m_{\mathrm{Pl}} = \sqrt{\frac{\hbar c}{G}} = 2{,}2 \cdot 10^{-5}\ \text{г}.$$

С другой стороны, можно получить ограничение на a_{Pl}, если учесть, что теория с массой гравитона имеет вместо ньютоновского потенциала M/r потенциал Юкавы $(M/r)/\mathrm{e}^{-mr}$. Максимальная шкала гравитационно-связанных систем небесных объектов, где отталкивание, обусловленное темной энергией, все еще не проявляется,

[1] Отмечу, что об инфляции в РТГ как об альтернативе циклическому сценарию автору говорил С. С. Герштейн еще в 2014 г.

определяется группами галактик, включая нашу местную группу. Их масштаб порядка 500 кпс [28, 29]. В работах [30, 31] такие системы были проанализированы и показано, что на этих масштабах отклонение от ньютоновского потенциала пренебрежимо мало: $\mathrm{e}^{-mr} \cong 1$, откуда

$$m < 2 \cdot 10^{-62}\ \text{г}.$$

Это ограничение дает оценку на $a_{\rm Pl}$:

$$a_{\rm Pl} < 10^{-19}.$$

Это, в свою очередь, дает возможность установить верхний предел для современного значения масштабного фактора a_0 с учетом того факта, что функция $a\,(\tau)$ обратно пропорциональна температуре микроволнового излучения:

$$a_0 = \frac{T_{\rm Pl}}{T_0} a_{\rm Pl} = 5{,}2 \cdot 10^{31} a_{\rm Pl} < 5 \cdot 10^{12}.$$

Точно же зафиксировать весь сценарий на данном этапе все еще невозможно, так как он содержит один неизвестный параметр.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В настоящей работе проанализирована устойчивость традиционной циклической модели развития Вселенной в РТГ. Показано, что на стадии сжатия нестабильность казнеровского типа растет и механизм отскока, существовавший для однородной и изотропной фридмановской Вселенной в пределе стремящегося к нулю масштабного фактора, больше не работает. Также отмечено, что такого разрушающего цикличность сценария можно избежать, если использовать такие же, как в ОТО, дополнительные поля: а) скалярное поле Стейнхардта–Турока для сохранения изотропии на стадии сжатия или, например, б) скалярные поля типа Хорндески (или супер Хорндески), для того, чтобы обеспеспечить существование отскока вблизи Большого взрыва. Это в значительной степени понижает привлекательность осциллирующего сценария в РТГ, где масса гравитона проявляет себя только вблизи максимального значения масштабного фактора, обеспечивая единственный отскок.

Тем не менее существует и непротиворечивый плоский фридмановский сценарий. В этом случае m^2-члены очень малы и способны обеспечить только один отскок на последнем этапе стадии расширения. В этом случае эволюция совпадает с другими стадиями инфляционной модели ОТО, а именно Большим взрывом, инфляцией, разогревом, нерелятивистской стадией, квинтэссенцией. На этапе сжатия анизотропия растет и плотность вещества достигает планковского значения без отскока.

Благодарности. Автор благодарит В. И. Денисова за ценные обсуждения.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Логунов А. А.* Релятивистская теория гравитации. М.: Наука, 2012. 320 с.
2. *Логунов А. А., Мествиришвили М. А., Чугреев Ю. В.* Масса гравитона и развитие фридмановской Вселенной // ТМФ. 1988. Т. 74, № 1. С. 3–15.

3. *Чугреев Ю. В.* Космологические следствия релятивистской теории гравитации с массивными гравитонами // ТМФ. 1989. Т. 79, № 2. С. 307–313.
4. *Мествиришвили М. А., Чугреев Ю. В.* Фридмановская модель эволюции Вселенной в релятивистской теории гравитации // Там же. Т. 80, № 2. С. 305–312.
5. *Герштейн С. С., Логунов А. А., Мествиришвили М. А.* Эволюция Вселенной и масса гравитона // ЯФ. 1998. Т. 61, № 8. С. 1526–1536.
6. *Герштейн С. С., Логунов А. А., Мествиришвили М. А.* Рождение гравитонов в горячей однородной и изотропной Вселенной // ДАН. 2001. Т. 381. С. 185–187; arXiv:gr-qc/0107059.
7. *Baiderin A. F., Denisova I. P., Rostovskiy V. S.* Exact Plane-Wave Solution of the Equations of a Theory of Gravitation with a Massive Graviton // Russ. Phys. J. 2021. V. 64, No. 1. P. 9–16.
8. *Герштейн С. С., Логунов А. А., Мествиришвили М. А., Ткаченко Н. П.* Масса гравитона, квинтэссенция и осциллирующий характер эволюции Вселенной // ЭЧАЯ. 2004. Т. 36, № 5. С. 1003–1050; arXiv:astro-ph/0305125.
9. *Мествиришвили М. А., Модестов К. А., Чугреев Ю. В.* Скалярное поле квинтэссенции в релятивистской теории гравитации // ТМФ. 2007. Т. 152, № 3. С. 551–560; arXiv:gr-qc/0612105.
10. *Емельянов Е. Ю., Чугреев Ю. В.* Эволюция фридмановской Вселенной в релятивистской теории гравитации, основанной на пространстве постоянной кривизны // ТМФ. 1993. Т. 97, № 3. С. 459–479.
11. *Чугреев Ю. В.* Принцип Маха для космологических решений в релятивистской теории гравитации // Письма в ЭЧАЯ. 2015. Т. 12, № 2. С. 539–549.
12. *Герштейн С. С., Логунов А. А., Мествиришвили М. А.* Самоограничение гравитационного поля и его роль во Вселенной // УФН. 2006. Т. 176, № 3. С. 281–298; arXiv:gr-qc/0602029.
13. *Герштейн С. С., Логунов А. А., Мествиришвили М. А.* Космологическая постоянная и пространство Минковского // ЭЧАЯ. 2007. Т. 38, № 3. С. 569–586.
14. *Логунов А. А., Мествиришвили М. А., Чугреев Ю. В.* Релятивистская теория гравитации на основе пространств постоянной кривизны // ТМФ. 1991. Т. 86, № 2. С. 163–176.
15. *Чугреев Ю. В.* k-эссенция в релятивистской теории гравитации и общей теории относительности // ТМФ. 2018. Т. 194, № 3. С. 510–521.
16. *Чугреев Ю. В., Модестов К. А.* Линейные возмущения на космологическом фоне в релятивистской теории. I. Теория // Письма в ЭЧАЯ. 2013. Т. 10, № 4. С. 478–485.
17. *Чугреев Ю. В., Модестов К. А.* Линейные возмущения на космологическом фоне в релятивистской теории. II. Приложения // Там же. С. 486–500.
18. *Чугреев Ю. В.* Космологические ограничения на массу гравитона в РТГ // Письма в ЭЧАЯ. 2017. Т. 14, № 4(209). С. 346–363.
19. *Riess A. G. et al. (Supernova Search Team Collab.).* Type Ia Supernova Discoveries at $z > 1$ from the Hubble Space Telescope Evidence for Fast Deceleration and Constraints on Dark Energy Evolution // Astrophys. J. 2004. V. 607. P. 665–687; arXiv:astro-ph/0402512.
20. *Горбунов Д. С., Рубаков В. А.* Введение в теорию ранней Вселенной: Теория горячего Большого взрыва. М.: Красанд, 2016. С. 473.
21. *Рубаков В. А.* Изотропное условие энергодоминантности и его нарушение // УФН. 2014. Т. 184. С. 137–152.
22. *Ландау Л. Д., Лифшиц Е. М.* Теория поля. Т. 2. М.: Наука, 1988. Butterworth–Heinemann, 1975.
23. *Libanov M., Mironov S., Rubakov V.* Generalized Galileons: Instabilities of Bouncing and Genesis Cosmologies and Modified Genesis // JCAP. 2016. V.1608. P. 37; arXiv:1605.05992.
24. *Mironov S., Rubakov V., Volkova V.* Bounce beyond Horndeski with GR Asymptotics and γ-Crossing // JCAP. 2018. V. 10. P. 050; arXiv:1807.08361.

25. *Tukhashvili G., Steinhardt P. J.* Cosmological Bounces Induced by a Fermion Condensate // Phys. Rev. Lett. 2023. V. 131. P. 091001; arXiv:2307.16098.
26. *Turok N., Steinhardt P. J.* Cosmic Evolution in a Cyclic Universe // Phys. Rev. D. 2002. V. 65. P. 126003; arXiv:hep-th/0111098.
27. *Erickson J. K., Wesley D. H., Steinhardt P. J., Turok N.* Kazner and Mixmaster Behaviour in Universes with Equation of State $\omega > 1$ // Phys. Rev. D. 2004. V. 69. P. 063514; arXiv:hep-th/0312009.
28. *Karachentsov I. D., Kashibadze O. G., Makarov D. I., Tully R. B.* The Hubble Flow around the Local Group // Mon. Not. Roy. Astron. Soc. 2009. V. 393. P. 1265–1284; astro-ph/0811.4610.
29. *Чугреев Ю. В.* Темная энергия и масса гравитона в ближней Вселенной // Письма в ЭЧАЯ. 2016. Т. 13, № 1(199). С. 66–79.
30. *Hiida E. K., Yamaguchi Y.* Gravitational Physics // Prog. Theor. Phys. Suppl. E. 1965. V. 65. P. 261–297.
31. *Goldhaber A. S., Nieto M. M.* Mass of the Graviton // Phys. Rev. D. 1974. V. 9. P. 1119–1121.

Получено 7 декабря 2023 г.