

К ВОПРОСУ О ВЛИЯНИИ МАГНИТНОГО ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ НА ФАЗОВЫЙ ПЕРЕХОД В СВЕРХПРОВОДЯЩЕЕ СОСТОЯНИЕ

М. В. Комарова^{а, 1}, М. Ю. Налимов^{а, б, 2}

^а Санкт-Петербургский государственный университет, Санкт-Петербург, Россия

^б Объединенный институт ядерных исследований, Дубна

Исследована асимптотика высоких порядков квантово-полевых разложений в модели сверхпроводящего фазового перехода с учетом магнитного взаимодействия между носителями тока, и приведены результаты борелевского пересуммирования β -функций. Обнаружена фиксированная точка при нетривиальном значении константы магнитного взаимодействия.

The asymptotic behavior of high-order quantum field expansions in the model of a superconducting phase transition is studied, taking into account the magnetic interaction between current carriers, and the results of Borel resummation of β functions are presented. A fixed point with a nontrivial value of the magnetic interaction constant was discovered.

PACS: 05.10.Cc; 05.30.Fk; 05.70.Fh; 11.10.Wx; 64.60.ae; 64.70.Tg; 74.20.-z

ВВЕДЕНИЕ

Изучение влияния магнитного взаимодействия между носителями тока имеет давнюю историю, большую часть цитируемой литературы можно найти в [1]. В данной работе использовалась модель многокомпонентной скалярной электродинамики, выбранная из феноменологических соображений. Как известно, модели типа Бардина–Купера–Шриффера приводят к непрерывному фазовому переходу, однако в [1], как и у предшественников, в однопетлевом приближении было показано, что при наличии калибровочного поля $\mathbf{A}$ в первом порядке теории возмущений отсутствует инфракрасно-устойчивая фиксированная точка уравнения ренормализационной группы, что трактуется как свидетельство фазового перехода I рода.

В работе [2] был строго обоснован переход от микроскопического описания фермионной системы на языке грассмановых переменных к описанию в терминах бозонных полей, которые являются безмассовыми модами в критической точке. Показано, что среднее значение этих полей действительно является параметром порядка фазового перехода. Включение магнитного взаимодействия в данной модели было произведено

¹E-mail: frommarina@mail.ru

²E-mail: myunalimov@gmail.com

в [3], в однопетлевом приближении было также показано, что оно приводит к отсутствию инфракрасно-устойчивой фиксированной точки.

Мы возвращаемся к данному вопросу, открывая возможность исследования влияния магнитного взаимодействия на тип фазового перехода с учетом следующих порядков теории возмущений.

СТАТИЧЕСКОЕ ДЕЙСТВИЕ В ТЕРМИНАХ ПОЛЯ ПАРАМЕТРА ПОРЯДКА

Идея введения бозонных полей и получения эффективного действия, описанного в [2], заключается в следующем: в формализме температурных функций Грина рассматривается статическое действие квантово-полевой модели с 4-фермионным взаимодействием

$$S = \psi_{\alpha}^{+} \left(\partial_t - \frac{\Delta}{2m} - \mu \right) \psi_{\alpha} - \frac{\lambda}{2} (\psi_{\alpha}^{+} \psi_{\alpha}) (\psi_{\beta}^{+} \psi_{\beta}), \quad (1)$$

где $\psi_{\alpha}(\mathbf{x}, t)$, $\psi_{\alpha}^{+}(\mathbf{x}, t)$ — комплексно-сопряженные грассмановые фермионные поля, $\alpha = 1, 2$ — индекс, связанный со спинами, t — «мнимое время», $t \in [0, 1/(kT)]$; μ — химический потенциал; λ — константа четырехфермионного взаимодействия. Здесь и далее подразумевается необходимое интегрирование по t и координатам $\mathbf{x}$. Новые бозонные поля $\chi_{\alpha\beta}$ и $\chi_{\alpha\beta}^{+}$ — комплексные антисимметричные матрицы ранга r — вводятся в действие (1) преобразованием

$$S = \psi_{\alpha}^{+} \left(\partial_t - \frac{\Delta}{2m} - \mu \right) \psi_{\alpha} + \chi_{\beta\alpha}^{+} \chi_{\alpha\beta} + \sqrt{\frac{\lambda}{2}} \chi_{\alpha\beta} (\psi_{\alpha}^{+} \psi_{\beta}^{+}) + \sqrt{\frac{\lambda}{2}} \chi_{\alpha\beta}^{+} (\psi_{\alpha} \psi_{\beta}). \quad (2)$$

Уравнения Швингера показывают, что средние значения введенных полей непосредственно связаны с параметром порядка сверхпроводящего фазового перехода [2]: $\langle \chi_{\alpha\beta}^{+} \rangle \sim \langle \psi_{\alpha}^{+} \psi_{\beta}^{+} \rangle$, $\langle \chi_{\alpha\beta} \rangle \sim \langle \psi_{\alpha} \psi_{\beta} \rangle$, поэтому данные поля действительно можно рассматривать как микроскопические аналоги параметра порядка, а модель (2) является микроскопической моделью с явно выделенными критическими модами χ и χ^{+} . Для получения эффективного действия для критических мод выполняют гауссово интегрирование по полям ψ , ψ^{+} и отбирают ИК-существенные члены. В результате получается эффективное статическое действие квантово-полевой модели, описывающее поведение системы в окрестности точки фазового перехода [2]:

$$S(\chi^{+}, \chi) = \text{Tr} (\nabla \chi^{+} \nabla \chi) + \tau \text{Tr} (\chi^{+} \chi) + \frac{g}{4} (\text{Tr} (\chi \chi^{+}))^2, \quad (3)$$

где g — константа связи; $\tau \sim |T - T_c|$ — отклонение температуры от критического значения T_c . В критической области можно пренебречь вкладами всех мацубаровских частот за исключением нулевой, тем самым поля χ^{+} , χ можно считать независимыми от времени, и действие теории становится статическим.

Наличие спина у фермионов приводит к магнитному взаимодействию между частицами. Вследствие калибровочной инвариантности включение магнитного взаимодействия в действие согласно работам [3, 4] осуществляется простой заменой пространственных производных на ковариантные (что вполне согласуется с описанным

выше выводом (3)). В результате мы получаем действие

$$S(\chi, \chi^+, \mathbf{A}) = \text{Tr}((\nabla + ie\mathbf{A})\chi^+(\nabla - ie\mathbf{A})\chi) + \\ + \tau \text{Tr}(\chi^+\chi) + \frac{g}{4}(\text{Tr}(\chi\chi^+))^2 + \frac{1}{2}(\nabla \times \mathbf{A})^2. \quad (4)$$

Здесь используется калибровка Кулона ($\nabla \cdot \mathbf{A} = 0$), $\mathbf{A}$ — векторный потенциал, e — заряд электрона. Однако в [3, 4] в результате однопетлевых вычислений было показано, что в данной или эквивалентной ей модели отсутствует инфракрасно-устойчивая фиксированная точка, что может трактоваться как наличие фазового перехода первого рода вместо второго.

ИНСТАНТОННЫЙ АНАЛИЗ И ПЕРЕСУММИРОВАНИЕ

Начиная с трудов Ландау традиционно считается, что фазовый переход в сверхпроводящее состояние — второго рода. И действительно в работе [5] утверждается, что учет двухпетлевых поправок в модели типа скалярной электродинамики возвращает нас к фазовому переходу второго рода. Однако в цитируемой работе применен совершенно нетрадиционный, теоретически необоснованный метод учета старших вкладов теории возмущений, к выводам данной работы надо относиться осторожно, как и к результатам специально посвященной данному вопросу статьи [6], где упоминаются и рассматриваются противоречащие друг другу результаты различных подходов.

В работе [5] приведены результаты двухпетлевого исследования рассматриваемой модели:

$$\beta_{e^2} = \bar{e}^2(-\epsilon + 1\bar{e}^2 + 2\bar{e}^4), \\ \beta_g = -\epsilon\bar{g} + 5/2\bar{g}^2 - 15/4\bar{g}^3 - 6\bar{g}\bar{e}^2 + 12\bar{e}^4 + 7\bar{g}^2\bar{e}^2 + 79/3\bar{g}\bar{e}^4 - 208/3\bar{e}^6$$

(используются переменные $\bar{g} = g/(8\pi^2)$, $\bar{e} = e/\sqrt{8\pi^2}$).

Однако, вследствие асимптотического характера рядов теории возмущений, для корректной обработки данных результатов требуется знание асимптотики высоких порядков разложений данных величин.

Такую информацию может дать инстантонный анализ рассматриваемой модели. Мы имеем дело с двухзарядной теорией, поэтому будем исследовать ряды теории возмущений, ориентируясь на дальнейшее использование их в петлевом разложении. При этом аналогично [7] используем в качестве формального параметра оценки асимптотик высоких порядков новую переменную r , растянув константы взаимодействия $g \rightarrow rg$, $e^2 \rightarrow re^2$, $r = 1$.

Уравнения стационарности для действия

$$S(\chi, \chi^+, \mathbf{A}) = \text{Tr}((\nabla + ie\sqrt{r}\mathbf{A})\chi^+(\nabla - ie\sqrt{r}\mathbf{A})\chi) + \\ + \frac{rg}{4}(\text{Tr}(\chi\chi^+))^2 + \frac{1}{2}(\nabla \times \mathbf{A})^2 + N \ln r \quad (5)$$

(N — порядок разложения) имеют вид

$$-\Delta\chi + ie\sqrt{r}\nabla(\mathbf{A}\chi) + ie\sqrt{r}\mathbf{A}(\nabla - ie\sqrt{r}\mathbf{A})\chi + \frac{rg}{2}(\chi\chi^+\chi) = 0, \quad (6)$$

комплексно-сопряженного к нему, а также

$$ie\sqrt{r}(\chi^+\nabla\chi - \chi\nabla\chi^+) + 2e^2r\mathbf{A}\chi\chi^+ - \Delta\mathbf{A} = 0. \quad (7)$$

При выводе использовалось калибровочное условие $(\nabla\mathbf{A}) = 0$.

Конечно, общее решение данной системы уравнений в пространстве с условиями затухания на бесконечности неизвестно. Однако предположим, что решения для полей χ и χ^+ отличаются лишь не зависящей от координаты фазой, что вполне согласуется с традиционным анализом липатовских асимптотик высоких порядков в векторных моделях. Тогда первое слагаемое в левой части уравнения (7) обращается в ноль. Уравнение становится линейным по полю $\mathbf{A}$ и имеет только нулевое решение $\mathbf{A} = 0$. При этом уравнение (6) становится обычным уравнением на липатовский инстантон для комплексного (т.е. двухкомпонентного) поля со стандартным решением (см. [8]). Его решением является

$$\psi = \frac{4}{2(-rg)^{1/2}(1+x^2)}$$

(произвольные константы, отвечающие за центровку и масштаб инстантона, не приведены, произвольная фаза в комплексном пространстве подразумевается).

То же самое можно сказать о последнем уравнении инстантонного анализа, при $\mathbf{A} = 0$ оно также превращается в обычное

$$\frac{\partial S}{\partial r} = \int d\mathbf{x} \frac{rg}{4} (\text{Tr}(\chi\chi^+))^2 + N = 0$$

и определяет стационарное значение $r_c = -8\pi^2/(3g)$.

Тем самым мы приходим к выводу, что в рассматриваемой теории имеет место липатовская асимптотика высоких порядков разложений $F^{(N)} = N!a^N n^b C_N(g, e^2)$ с параметрами $a = 1/3g$; $b_\beta = 5$ (учтено растяжение зарядов на $8\pi^2$, параметр b приведен для β -функций с учетом всех инвариантностей теории). В результате борелевского пересуммирования мы получаем

$$\beta_{e^2} := e^2(-1 + 1,70e^2g + 3,43e^4g^2)$$

с решением на фиксированную точку $e_c = e\sqrt{g_c} = 0,588$.

Отметим, что, работая со сходящимся рядом теории возмущений для β -функции, мы имеем право решать уравнение на фиксированную точку непосредственно при $\epsilon = 1$, не прибегая к ϵ -разложению. Вторая β -функция после пересуммирования приобретает вид

$$\begin{aligned} \beta_g = & g(-1 + 1,97g^3 - 4,72e_c^2g + 9,44e_c^4/g - \\ & - 0,86g^5 + 1,60g^3e_c^2 + 6,01e_c^4g - 15,83e_c^6/g) \end{aligned}$$

и позволяет найти фиксированную точку при нетривиальном фиксированном значении константы магнитного взаимодействия в виде $g_c = 1,615$. Анализ показывает, что данная точка оказывается инфракрасно-неустойчивой, но этот результат нельзя признать

окончательным. Несложно заметить, что члены второго порядка разложения еще дают очень большой вклад в приведенные β -функции. Опыт работы с многополевыми моделями (такими, как, например, модель С критической статистики [9]) свидетельствует о необходимости по крайней мере четырехпетлевых расчетов для адекватного пересуммирования поправочных индексов ω и анализа устойчивости фиксированных точек.

Однако сам факт наличия фиксированной точки с ненулевым значением константы электромагнитного взаимодействия является обнадеживающим и служит стимулом дальнейших вычислений в данной модели.

Финансирование. Данная работа финансировалась за счет средств бюджетов Санкт-Петербургского государственного университета и Объединенного института ядерных исследований. Никаких дополнительных грантов на проведение или руководство данным конкретным исследованием получено не было.

Конфликт интересов. Авторы данной работы заявляют, что у них нет конфликта интересов.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Dudka M., Folk R., Moser G.* // Condens. Matter Phys. 2007. V. 10, No. 2(50). P. 189.
2. *Комарова М. В., Налимов М. Ю., Хонконен Ю.* // ТМФ. 2013. Т. 176, № 1. С. 89.
3. *Antonov N. V., Kompaniets M. V., Lebedev N. M.* // Eur. Phys. J. Web Conf. 2016. V. 125. P. 05021.
4. *Halperin B. I., Lubensky T. C., Ma Shang-Keng* // Phys. Rev. Lett. 1974. V. 32, No. 6. P. 292.
5. *Folk R., Holovatch Yu.* // J. Phys. A. 1996. V. 29, No. 13. P. 3409.
6. *Kleinert H.* // Condens. Matter Phys. 2005. V. 1, No. 41. P. 1.
7. *Honkonen J., Komarova M., Nalimov M.* // Nucl. Phys. B. 2005. V. 714(FS). P. 292.
8. *Липатов Л. Н.* // ЖЭТФ. 1977. Т. 72, № 2. С. 411.
9. *Васильев А. Н.* Программирование на PYTHON. СПб.: Изд-во ПИЯФ, 1998. 773 с.

Получено 31 октября 2024 г.